



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE
PRÓ REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PRPPG
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS –
PPGEC - NÍVEL MESTRADO

GIRLANE CAITA DE LIMA CORREIA

A transposição didática das medidas de tendência central e de dispersão para os documentos oficiais e os livros didáticos de matemática do ensino médio

RECIFE
2021

GIRLANE CAITA DE LIMA CORREIA

A transposição didática das medidas de tendência central e de dispersão para os documentos oficiais e os livros didáticos de matemática do ensino médio

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências – PPGEC da Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE, como requisito para obtenção do título de Mestra no ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir Lira Veras Xavier de Andrade

RECIFE

2021

GIRLANE CAITA DE LIMA CORREIA

**A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DAS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E
DE DISPERSÃO PARA OS DOCUMENTOS OFICIAIS E OS LIVROS
DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO**

BANCA EXAMINADORA

Presidente: _____.

Prof. Dr. Vladimir Lira Veras Xavier de Andrade
(PPGEC/UFRPE)

1º Examinador: _____.

Prof. Dra. Anna Paula de Avelar Brito Lima
(PPGEC/UFRPE)

2º Examinador: _____.

Prof. Dr. José Luiz Cavalcante
(UEPB)

A minha querida mãe Maria Gonçalves,
ao meu irmão Rafael Gonçalves e a todos
que lutam por uma Universidade pública,
gratuita e de qualidade.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar sempre presente em minha vida, por esta e tantas outras conquistas que são concedidas por ele.

A minha família, pelo carinho e incentivo em todos os momentos, o que me fortalece a seguir em frente. Aos meus pais, em especial a minha mãe, Maria Gonçalves, mulher forte e de coração grandioso que me transmite paz e confiança. Aos meus irmãos, Gilmar Correia e Rafael Gonçalves, que acreditam em meus sonhos e me encorajam a realizá-los, a minha querida prima, Thais Correia, que está presente em todos os momentos da minha vida.

Aos meus colegas de curso, em especial a Daiane Monteiro que esteve comigo em toda jornada do mestrado se tornando uma amiga para vida, a Luiz Neto que nunca mediu esforços para ajudar a todos no PPGEC, a João Justino pelos conselhos e amizade construída e as meninas do News PPGEC, Anne Caline, Cláudia, Fernanda Marinho, Jéssica, Mariana Pontes e Micaelle Gomes que tornaram a caminhada do mestrado mais leve.

Ao meu orientador, Vladimir Andrade, pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho, paciência, orientação, ensinamentos e amizade construída.

A minha querida professora, Elisângela Bastos de Melo Espíndola, que sempre acompanhou minha jornada acadêmica, me aconselhando e me encorajando para novos rumos na carreira.

A Universidade Federal Rural de Pernambuco por todo acolhimento, oportunidades e ensinamentos adquiridos ao longo da minha formação na graduação e agora no mestrado.

Aos meus professores durante o curso que, com empenho e dedicação, lecionaram contribuindo com meus conhecimentos.

A todos os meus amigos que torcem pelo meu sucesso e estão sempre ao meu lado, em especial a Lafaelly Mirelly por toda preocupação, incentivo e apoio; a Lorena Gonçalves, que desde o ensino fundamental construímos uma amizade verdadeira estando sempre uma ao lado da outra apoiando e torcendo pelas nossas conquistas; e a Rayssa de Moraes pela jornada compartilhada desde a graduação;

Aos meus alunos e ex-alunos a quem dedico minha profissão e motivação de ser uma professora melhor a cada dia.

A todos que diretamente ou indiretamente fizeram (e fazem) parte da minha jornada acadêmica e profissional, o meu muito obrigada!

“Se você pode sonhar, você pode realizar!”
(Walt Disney)

RESUMO

A Estatística é uma área do conhecimento de grande relevância para a sociedade, por proporcionar a leitura de diversos dados e pesquisas que contribui para a formação do cidadão possibilitando uma leitura crítica do mundo. Na educação básica, alguns conceitos ligados a estatística são abordados através da disciplina de matemática, dentre eles as medidas de tendência central e de dispersão. Nesta pesquisa, analisamos como esse conteúdo se apresenta em livros didáticos aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático para o ensino médio e em alguns documentos que regem a educação básica no país. A pesquisa teve como aporte teórico a teoria da transposição didática. Entre os resultados desenvolvidos temos uma seção sobre o saber científico das medidas de tendência central e de dispersão, a análise da transposição didática das orientações curriculares e dos livros selecionadas. Os resultados indicam restrições do saber nas orientações curriculares e livros analisados, o que podem ser indícios de que os problemas no ensino e aprendizagem desse conteúdo estejam ligados em parte a forma de como ele é apresentado nos livros e orientações curriculares da educação básica.

Palavras-chave: Medidas de tendência central e de dispersão. Transposição didática. Estatística. Ensino Médio.

ABSTRACT

Statistics is an area of knowledge of great relevance to society, as it provides the reading of various data and research that contributes to the formation of citizens, enabling a critical reading of the world. In basic education, some concepts related to statistics are approached through the discipline of mathematics, among them measures of central tendency and dispersion. In this research, we analyzed how this content appears in textbooks approved by the National Plan for Textbooks for high school and in some documents that govern basic education in the country. The research had as theoretical support the theory of didactic transposition and the theory of conceptual fields. Among the developed results we have a section on the scientific knowledge of the measures of central tendency and dispersion, the analysis of the didactic transposition of the selected programs and books. The results indicate restrictions of knowledge in the programs and books analyzed, which may be indications that the problems in teaching and learning this knowledge are partly linked to the way it is presented in basic education books and programs.

Keywords: Central tendency and dispersion measures. Didactic transposition. Statistic. High school.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema da transposição didática.....	22
Figura 2 – Critérios de análise dos LD	41
Figura 3 – Competências da BNCC	73
Figura 4 – Exemplo sobre média aritmética LD1.....	80
Figura 5 – Altura de jovens do exército	87
Figura 6 – Dispositivo prático para organização de dados.....	88
Figura 7 – Olimpíadas de Pequim	90
Figura 8 – Definição de desvio padrão – LD6	90
Figura 9 – Definição de variância LD6	91
Figura 10 – Definição de desvio padrão.....	91
Figura 11 – Roteiro de estudos	93

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Categorias do Guia PNLD 2018.....	32
Quadro 2 – Livros aprovados no PNLD 2018.....	33
Quadro 3 – Livros aprovados no PNLD 2018.....	40
Quadro 4 - Mesmo significante para dois significados diferentes.....	47
Quadro 5 – Orientações curriculares	48
Quadro 6 – Divisões da matemática dentro das orientações curriculares	50
Quadro 7 – Domínios LD1	51
Quadro 8 – Domínios LD6.....	51
Quadro 9 – Questões resolvidas MTC - LD1	82
Quadro 10 – Questões propostas MTC - LD1	82
Quadro 11 – Questões resolvidas dados agrupados MTC – LD1.....	82
Quadro 12 – Questões propostas dados agrupados MTC – LD1	83
Quadro 13 – Questões resolvidas MD – LD1.....	85
Quadro 14 – Questões propostas MD – LD1	85
Quadro 15 – Questões propostas dados agrupados MD – LD1.....	85
Quadro 16 – Exercícios complementares MTCD – LD1	86
Quadro 17 – Questões resolvidas MTC – LD6	87
Quadro 18 – Questões propostas MTC – LD6	89
Quadro 19 – Questões resolvidas MD – LD6.....	91
Quadro 20 – Questões propostas MD – LD6	92

LISTA DE FÓRMULAS

Fórmula 1 - Média estatística para séries não ordenadas	56
Fórmula 2 - Média estatística para série ordenada	56
Fórmula 3 – Cálculo da amplitude	67
Fórmula 4 – Desvio padrão	67
Fórmula 5 – variância	68
Fórmula 6 – Cálculo da média aritmética – LD1	86
Fórmula 7 – Cálculo da média ponderada – LD1	87
Fórmula 6 – Variância – LD1	90
Fórmula 7 – Desvio padrão – LD1	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – A média como ponto de equilíbrio – valores abaixo da média.....	58
Tabela 2 – A média como ponto de equilíbrio – valores acima da média.....	58

LISTA DE ABREVIACÕES E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases
MTC	Medidas de tendência central
MTCD	Medidas de tendência central e dispersão
MD	Medidas de dispersão
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
TDE	Transposição Didática Externa - Abreviação adotada pela autora dessa dissertação
TDI	Transposição Didática Interna - Abreviação adotada pela autora dessa dissertação

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	OBJETIVOS	18
1.1.1	Objetivo geral	19
1.1.2	Objetivos específicos	19
2	TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA	20
2.1	NOOSFERA.....	22
2.2	O PROGRAMA	24
2.3	SABER ESCOLAR.....	25
3	LIVRO DIDÁTICO E O PLANO NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO	28
3.1	O LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA.....	28
3.2	O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO	30
3.3	AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO NO GUIA DO PNLD 2018	33
4	METODOLOGIA	38
5	CONSTRUÇÃO E TRATAMENTO DOS DADOS	47
5.1	SABER CIENTÍFICO.....	47
5.2	AS ORIENTAÇÕES CURRICULARES.....	47
5.2.1	Organização das divisões da matemática nas orientações curriculares	49
5.3	OS LIVROS DIDÁTICOS.....	51
5.3.1	Organização dos capítulos dos livros que tratam das MTC	52
5.3.2	Critérios de análise das Medidas de Tendência Central e das Medidas de Dispersão nos livros didáticos	52
5.3.3	Atividades previstas nos livros didáticos sobre as Medidas de Tendência Central e de Dispersão	53
5.3.3.1	Leitura de um texto	53
5.3.3.2	Questões resolvidas e propostas	53
6	RESULTADOS	55
6.1	SABER CIENTÍFICO DAS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO	55
6.2	MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL	55
6.2.1.1	Média aritmética.....	56
6.2.1.2	Mediana.....	59

6.2.1.3	Moda	60
6.2.1.4	Medidas de dispersão	61
6.2.1.5	Amplitude.....	61
6.2.1.6	Desvio padrão.....	62
6.2.1.7	Variância	62
7	REVISÃO DA LITERATURA: PESQUISAS SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DAS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO	64
7.1	PESQUISAS QUE ABORDAM AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL	64
7.2	PESQUISAS QUE ABORDAM AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO	66
8	ENSINO MÉDIO	68
8.1	LEI DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL (LDB) – LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996.....	68
8.2	PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS +EM	69
8.3	ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO.....	70
9	A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR - BNCC	72
10	ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	76
10.1	PRIMEIRA ETAPA DE ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	79
10.1.1	LD1 – Conexões com a Matemática (Leonardo, 2016)	79
10.1.2	LD6 – Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)	86
11	CONSIDERAÇÕES FINAIS	94

1 INTRODUÇÃO

A matemática é uma ciência abstrata e importante para a leitura do mundo, essa área do conhecimento está presente no cotidiano das pessoas e está por trás de diversos avanços na tecnologia, saúde, conectividade e escolaridade. Dentro do ambiente escolar, a matemática é estudada desde os primeiros passos dentro da escola, e segue durante toda educação básica, sendo objeto de análise em algumas avaliações governamentais que buscam verificar o nível de ensino no país.

Durante a vida escolar, muitos conceitos perpassam pela disciplina de matemática, alguns inteiramente ligados a ela e outros advindos de áreas distintas. A disciplina de matemática, na educação básica, é dividida em domínios, a estatística é abordada dentro do segmento denominado “tratamento da informação” que é voltado para explorar aspectos estatísticos e probabilísticos. Ao longo do trabalho, abordaremos os domínios de forma mais específica.

A estatística é uma ciência distinta¹ da matemática, portanto, seus objetos de estudos são diferentes. De acordo com Cobb e More (1997) a estatística “tem forças culturais que podem ajudar muito na matemática, enquanto a matemática tem forças organizacionais que podem fornecer abrigo para a estatística acadêmica”, essas ciências se relacionam diretamente existindo entre elas uma complementação. A estatística é uma ciência que tem como intuito apresentar ferramentas bem estruturadas para diversos campos de estudos tratarem seus dados como, por exemplo, a área empresarial, a área de saúde, a área de produção de alimentos, de controle de pragas e a área educacional.

O pensamento matemático é centrado em padrões abstratos que não dependem diretamente do contexto, enquanto o pensamento estatístico considera, além dos números, os números em um contexto. Dessa forma, o contexto para a estatística tem papel fundamental, pois é ele que proporciona aos padrões um significado.

Para tratar de contexto dentro da disciplina de matemática, que incluem algumas abordagens dos livros didáticos, iremos nos apoiar na definição de contexto de Skonovsmose (2000), que leva os estudantes a construir significados para os conceitos

¹ No currículo da educação básica os temas relacionados a estatística são estudados dentro da disciplina de matemática.

e atividades matemáticas. O autor apresenta três eixos de contextos na matemática, são eles:

- Matemática Pura: situações que dizem respeito a matemática acadêmica;
- Semi realidade: situações fictícias que utilizam elementos do cotidiano e/ou de outras áreas do conhecimento;
- Realidade: situações reais do cotidiano e do ambiente acadêmico.

A Estatística é apresentada na educação básica por meio da disciplina de matemática e tem seu estudo indicado desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Dentre os diversos assuntos que fazem parte do ensino da Estatística, temos as Medidas de Tendência Central e as Medidas de Dispersão, que são medidas que servem para representar os dados. As principais medidas de tendência central são: média aritmética, moda e mediana. Adiante, teremos uma seção para abordamos com mais detalhes esses conceitos. As medidas de dispersão são medidas que servem para informar como os dados estão distribuídos, elas se utilizam das medidas de tendência central, ou seja, estão interligadas.

Muitas pesquisas abordam as medidas de Tendência Central em diversos aspectos, como as dificuldades de aprendizagem. Nessa perspectiva, Boaventura e Fernandes (2004) realizaram um estudo com 181 estudantes de três escolas diferentes a respeito das principais medidas de tendência central, média, moda e mediana. O estudo aconteceu em duas etapas, a primeira diretamente com os alunos e a segunda com livros didáticos. Na primeira etapa, verificaram-se dificuldades e equívocos dos alunos mediante a situações que contemplavam os conceitos de média, moda e mediana. Na segunda etapa da pesquisa, notou-se que os livros didáticos abordavam os conceitos de forma superficial, o que traz indícios de ser um fator que influenciou o desempenho dos estudantes.

Alves e Pietropaolo (2018) realizaram uma pesquisa com 12 professores em um processo de formação continuada a respeito dos conhecimentos para o ensino das medidas de tendência central. Os dados foram coletados através de um questionário e os pesquisadores concluíram que os professores tinham o conhecimento dos procedimentos que envolviam os cálculos das medidas, porém não fizeram interligações entre elas, trataram todas as medidas de forma isolada.

Para tratar das medidas de dispersão, nos deparamos com uma certa escassez em encontrar pesquisas que abordem apenas tais medidas, no entanto, localizamos a tese de Andrade (2013), que trata dos conceitos das medidas de tendência central e de dispersão em conjunto. O autor realizou uma pesquisa a respeito dessas medidas nas orientações

curriculares e livros didáticos do Brasil e da França voltados para o ensino médio. Como principais resultados obteve que, existem limitações entre as orientações curriculares e os livros analisados, o que pode indicar que alguns problemas no processo de ensino e aprendizagem possam ocorrer devido a transposição do saber para as orientações curriculares e para os livros didáticos.

Cruz (2020) realizou um estudo sobre as medidas de tendência central com as medidas de dispersão no ensino superior. Como objetivo da pesquisa, a autora buscou investigar o desempenho e o raciocínio mobilizado pelos estudantes do Curso de Graduação em Administração na resolução de situações que envolvem os conceitos de medidas de tendência central e medidas de dispersão. Os principais resultados obtidos foram de que os estudantes se saíram melhor nas situações envolvendo medidas de tendência central. Os conceitos relacionados às medidas de dispersão não se mostraram bem consolidados durante o estudo, o que indica que as medidas de dispersão necessitam de uma abordagem diferenciada no processo de ensino e aprendizagem.

Julgamos pertinente considerar as Medidas de Tendência Central com as Medidas de Dispersão por existirem relações fortes entre elas, a dissociação pode levar a dificuldades de aprendizagem, principalmente quando se trata das medidas de dispersão, o que pode ser evidenciado no estudo de Cruz (2020).

Esta pesquisa é um estudo sobre a Transposição Didática das medidas de tendência central e de dispersão nos documentos oficiais e Livros Didáticos (LD) da educação básica no Brasil, livros estes que foram selecionados através do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD).

Como questão geradora da pesquisa temos: Que aspectos conceituais dos saberes relativos às Medidas de Tendência Central e de Dispersão são levados em consideração no processo de transposição didática externa nos documentos oficiais e nos livros didáticos do Ensino Médio?

1.1 OBJETIVOS

Buscando responder nossa questão geradora elencamos os nossos objetivos:

1.1.1 Objetivo geral

Analisar o processo de transposição didática externa envolvendo as Medidas de Tendência Central e de Dispersão nos documentos oficiais e nos Livros Didáticos de Matemática.

1.1.2 Objetivos específicos

- Discutir aspectos relacionados às medidas de tendência central e de dispersão enquanto saber científico através do levantamento e análise de pesquisas, sobre estas medidas, voltadas para o seu ensino;
- Observar o discurso institucional nos documentos oficiais para o Ensino Médio em torno das medidas de tendência central e de dispersão.
- Analisar como as medidas de tendência central e de dispersão são transpostas para os Livros Didáticos de Matemática aprovados no PNLD.

Este estudo foi dividido nas seguintes seções: fundamentação teórica, metodologia, construção e tratamento dos dados, resultados e considerações finais. A fundamentação teórica traz considerações sobre a teoria da transposição didática e as problemáticas que permeiam o livro didático de matemática e o ensino médio, com um olhar para as medidas de tendência central e de dispersão. Na metodologia, delineamos a seleção dos livros e os aspectos a serem analisados. Na seção da construção e tratamento dos dados, apresentamos o saber científico, as orientações curriculares e os livros didáticos a serem analisados. Como resultados, trouxemos o saber científico das medidas de tendência central e de dispersão, pesquisas que abordam tais medidas, as orientações curriculares que regem a educação básica no Brasil com uma análise voltada para as medidas estatísticas e a análise dos livros. Nas considerações finais, elucidamos as contribuições dessa pesquisa.

2 TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

A produção e a comunicação dos saberes de referência são necessidades sociais (BESSA DE MENEZES, 2004), os pesquisadores precisam expor seus estudos e descobertas para a sociedade com intuito de contribuir para o bem-estar social ajudando a população em diversas áreas, desde saúde à educação passando por todas as áreas de necessidade humana. Os cientistas sofrem pressões internas do meio acadêmico para a publicação de suas descobertas, por propiciarem novos estudos acerca do objeto analisado, em contrapartida, também sofrem pressões externas para apresentar seus estudos a sociedade em geral, no entanto, o saber científico precisa de uma nova roupagem para ser divulgado, compreendido e colocado em prática pela população que não pertence ao meio acadêmico.

Visto que o saber foi produzido e comunicado, agora, ele necessita de moldagens para se tornar um saber a ser ensinado buscando se adequar ao nível de escolaridade em que tal saber será apresentado. Esse processo de transformação é denominado de Transposição Didática (TD).

A Transposição Didática foi proposta por Yves Chevallard (1991), ele define a teoria dizendo que é o trabalho que modifica um objeto a ensinar em um objeto de ensino. No processo da transposição didática, as transformações do saber ocorrem tanto na área específica, em particular na matemática, como na área didática. O saber adquire uma forma nova, com o intuito de facilitar a aprendizagem, respeitando o nível cognitivo dos estudantes ao qual o conteúdo será apresentado. A Transposição Didática é dividida em duas partes, a Transposição Didática Externa (TDE) e a Transposição Didática Interna (TDI).

A TDE acontece na mudança do saber científico (*savoir savant*²) para o saber a ensinar (*savoir a enseigner*). O saber (científico) é construído nos grandes centros de pesquisas e nas academias. O saber a ensinar é aquele que já sofreu modificações e é apresentado na forma de currículo e nos documentos que direcionam os conteúdos que devem ser apresentados nas séries da educação básica. No entanto, o saber que chega até as escolas muitas vezes não é o mesmo que está nas orientações curriculares oficiais e sim o que está nos livros didáticos, a passagem do saber a ensinar dos currículos e das

² O termo *savoir savant* poderia ser traduzido literalmente como saber sábio e corresponde ao saber produzido na academia, o saber científico.

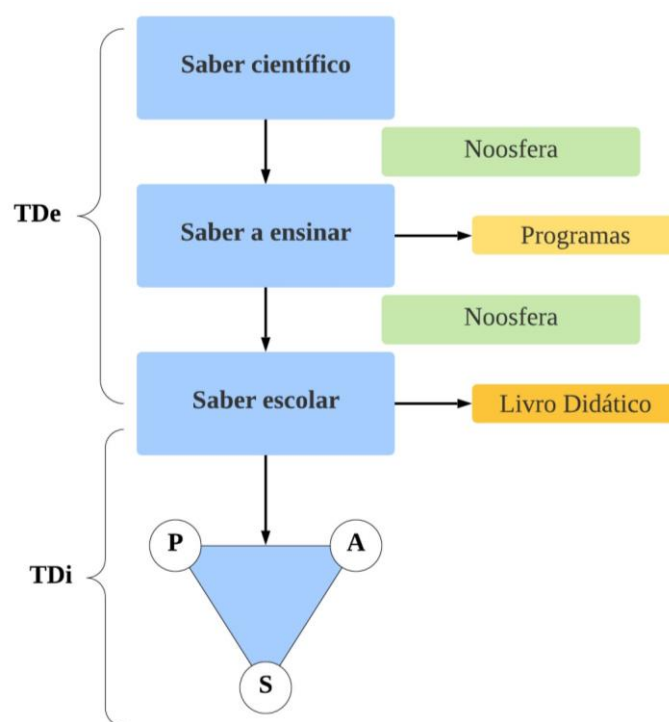
orientações curriculares para os livros didáticos é um processo que também sofre modificações no saber, resultando no saber escolar (*savoir scolaire*). De acordo com Barbosa (2015), no Brasil, “os professores se relacionam mais com o conteúdo do livro didático, do que com aqueles que aparecem nos documentos oficiais”, dessa forma, a TDE acontece do saber científico, passando pelo saber a ser ensinado até o saber escolar presente nos livros didáticos.

A TDI acontece dentro do ambiente escolar na relação entre o saber, o professor e o aluno, formando o triângulo didático. É a roupagem que o professor dá ao conteúdo para apresentá-lo aos estudantes, no entanto, essa modificação é influenciada por alguns fatores como a relação do professor com o saber que vai ser trabalhado, partindo das experiências dele, cada professor direciona o processo de uma maneira distinta. Outros pontos que influenciam na TDI são: a relação entre o saber e o aluno e a relação entre o aluno e o professor. Em sala de aula todas essas relações têm forte influência no processo de ensino e aprendizagem.

Ressaltamos que nossa pesquisa se ancora na TDE, pois iremos estudar o saber sábio das medidas de tendência central e de dispersão apresentado por cientistas e grandes centros de pesquisa. Em seguida, buscaremos identificar o saber a ser ensinado das medidas de tendência central e de dispersão, analisaremos os documentos que regem a educação básica no Brasil, em particular os documentos voltados para o ensino médio. Por fim, faremos uma análise de como as medidas de tendência central e de dispersão são apresentadas nos livros didáticos do ensino médio do Brasil, identificando o saber escolar.

O processo de transposição didática externa tem noções importantes, são eles: Noosfera, o Programa e o Saber Escolar. Na noosfera, estão todas as pessoas e centros de pesquisa que influenciam direta ou indiretamente no processo de modificação do saber científico para o saber a ser ensinado. O programa é formado por todos os documentos que direcionam e orientam a educação básica no país. O saber escolar é o saber específico da escola que leva em consideração todo o ambiente escolar. Mais adiante, retornaremos aos pontos-chaves da Teoria da Transposição Didática.

A figura 1 mostra um esquema da Transposição Didática com seus elementos e suas divisões.

Figura 1 – Esquema da transposição didática

Fonte: autoria própria

2.1 NOOSFERA

O primeiro conceito associado a Transposição Didática é o da instituição, que envolve todos os agentes que estão ligados ao processo de modificação do saber. Muitos pesquisadores, professores, pais de alunos, bem como o presidente do Ministério da Educação e outras instituições estão envolvidos no processo da TD. A esfera que engloba todas as pessoas que agem direta e indiretamente no processo é denominada por Chevallard (1991) de Noosfera.

O saber a ser ensinado necessita de adaptações ao longo da vida escolar, pois existem fatores que influenciam tais mudanças como, por exemplo, o aspecto tecnológico que vem transformando a sociedade e solicitando uma mudança nas salas de aulas para que o processo de ensino e aprendizagem contemple e aproveite a realidade dos estudantes. O aspecto político também é uma forte influência que ocasiona adaptações ao saber científico para o saber a ser ensinado. Temos a recém aprovada Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que é um documento de reformulação da educação básica no país, apresentando orientações comuns e obrigatórias para as escolas públicas e privadas de todo território nacional, tendo como principal objetivo elevar a qualidade do ensino.

Como justificativa do documento para o ensino médio, o Ministério de Educação (MEC) afirma que a BNCC vai proporcionar aos estudantes uma formação técnica e profissional que o direcionará para o mercado de trabalho.

Grandes grupos de pesquisa, nacionais e internacionais, têm uma forte ligação com as mudanças que ocorrem com o saber, no entanto, a realidade de cada localidade é levada em consideração e tem sua carga de responsabilidade através dos agentes de cada região (professores, pais de alunos, as políticas públicas, entre outras).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) indicaram a importância e necessidade de inserir o estudo da estatística no contexto escolar desde o ensino fundamental. Podemos apresentar duas sociedades importantes no estudo de estatística no Brasil: Associação Brasileira de Estatística (ABE); e Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

A ABE tem o objetivo de “promover o desenvolvimento, a disseminação e a aplicação da Estatística no Brasil” que, através de eventos e pesquisas, busca criar um diálogo entre pesquisadores, professores e estudantes das diversas áreas do conhecimento que utilizam a estatística.

O IBGE tem o intuito de “retratar o Brasil com informações necessárias ao conhecimento de sua realidade e ao exercício da cidadania” sendo, nacionalmente, a principal fonte de dados e informações.

Temos a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) que tem preocupações com o ensino de estatística, foi, também, criado o grupo GT12 (Educação estatística) voltado para discutir o ensino e aprendizagem dela. Em seus periódicos e eventos tem-se observado um crescimento de trabalhos publicados nessa área.

A estatística é utilizada em diversas pesquisas de diferentes áreas do conhecimento. Podemos citar a pesquisa de dissertação de Ramadan (2015), que vem da área odontológica e aplica estatística em seu estudo. Intitulada “Iniquidades e tendências na distribuição de cárie dentária em pré-escolares do sul do Brasil entre 2008 e 2015” o estudo avalia a tendência de cárie dentária e os fatores associados à doença da pré-escola, a pesquisa foi desenvolvida durante as campanhas de vacinação do período entre 2008 e 2015, para análise dos dados a autora utilizou o teste Qui-quadrado.

Frاندoloso (2018), em sua pesquisa de dissertação, faz uma avaliação dos marcadores de riscos para doenças vasculares em pacientes com Hepatite C. No estudo, o autor apresenta dados de outras pesquisas que mostram um aumento no risco cardiovascular em pacientes infectados pelo vírus HCV (Hepatite C). Na pesquisa,

utiliza-se a estatística em toda a análise dos dados e a média aritmética foi usada para identificar a frequência de idade dos pacientes. O pesquisador fez uso dos marcadores tradicionais de doenças cardiovasculares e associou ao uso do índice de tornozelo-braço (ITB); realizou a primeira avaliação com 30 pacientes antes do tratamento e a segunda avaliação com 20 pacientes após o tratamento, evidenciando que apenas as taxas de colesterol total e LDL colesterol apresentaram aumento pós-tratamento. O trabalho ressalta a importância da avaliação a longo prazo.

Podemos notar a presença da estatística nas mais diferentes áreas e pesquisas, a noosfera é formada por todos que influenciam direta ou indiretamente a transposição didática. Desde os pesquisadores em didática da matemática, os professores de matemática, uma associação do país, o Ministério da Educação, os autores de livros didáticos, entre outros. Eles recebem influência das demandas da sociedade, de escolhas políticas, de pesquisas realizadas sobre o ensino e da evolução do saber científico.

O saber que chega nas escolas, em particular os conhecimentos estatísticos, sofrem modificações e adaptações ao longo dos anos devido as pesquisas desenvolvidas acerca de tais conhecimentos, pois a noosfera é formada pela união de várias instituições que se relacionam com o saber, cada instituição possui características próprias, o que contribui para as modificações que o saber sofre na noosfera.

2.2 O PROGRAMA

A segunda noção dentro da TD é sobre as Orientações curriculares³. As políticas públicas de cada país apresentam documentos específicos para reger a educação básica, denominado de Programa na TD, esses têm um papel fundamental. São formulados para orientar e/ou definir os conteúdos dos currículos, dos livros didáticos, e conseqüentemente, dos conteúdos em sala de aula.

Os programas não são elaborados dentro da escola, eles chegam à escola na sua forma finalizada, pronta para o uso. No entanto, em alguns casos, os programas chegam carregados de informações, o que dificulta o trabalho do professor e de todos que compõem o ambiente escolar, a partir daí, o docente precisa adaptar as orientações curriculares à realidade escolar para o seu cumprimento.

³ O termo programa é utilizado no sentido de norma (que deve ser cumprida). No Brasil, tínhamos os PCNEM, Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio, que serviam como orientação curricular. Já a BNCC apresenta um caráter de programa (que deve ser cumprido).

O docente necessita levar em consideração a ação e desejos particulares dos discentes, o professor pode promover meios que geram a aprendizagem, mas não pode assegurar que a aprendizagem, de fato, ocorrerá. De acordo com Chevallard (1985, p. 8) “o docente não tem como missão obter dos alunos que eles aprendam, mas de fazer com que eles possam aprender”, de fato, os discentes são pessoas que têm suas características, emoções e cada um tem uma relação diferente com o objeto do saber. Para avaliar o processo de ensino e aprendizagem de turmas com pouco êxito, que possuem diferentes professores, ocasionando uma generalização de aprendizagem, Chevallard (1985), afirma que se deve observar os meios didáticos e os programas.

Os programas são resultados da Transposição Didática que o saber científico sofre para se tornar um saber a ensinar, esse saber é apresentado por meio das indicações e sugestões de conteúdos nesses documentos. Os programas influenciam os livros didáticos na forma dos conteúdos selecionados, da organização dos capítulos, da sequência dos conteúdos e em toda sua estrutura. São esses livros que chegam aos discentes e ao ambiente escolar de forma direta, proporcionando ao professor uma ferramenta importante no processo de ensino e aprendizagem, ou seja, os livros didáticos fazem parte do saber escolar que trataremos no próximo tópico.

2.3 SABER ESCOLAR

O terceiro ponto referente a TD é o saber escolar, tal saber é distinto do saber científico. Este último, é o saber produzido na academia, pelos grandes centros de pesquisa e são divulgados por meio de periódicos, congressos e eventos científicos. O saber escolar é voltado para a escola, um conhecimento lapidado que respeita o nível cognitivo dos alunos e proporciona a sua compreensão. A escola possui uma dinâmica diferente da academia, os conteúdos são agrupados por séries e possuem um determinado tempo para sua explanação e aprendizagem (ano letivo).

Chevallard (1991, p. 58) apresenta alguns elementos específicos para que o saber científico se torne um saber a ser ensinado, são eles:

- Desincretização do saber;
- Despersonalização do saber;
- Programabilidade do saber;
- Publicidade do saber;

- Controle social das aprendizagens.

A Desincretização do saber significa a divisão de teorias, de saberes em áreas distintas, bem delimitadas. No ambiente escolar, temos as disciplinas e, dentro delas, temos os domínios, que são organizados através dos conteúdos. No saber científico, a divisão dos saberes ocorre de forma diferente, pois é o caminhar da ciência que define as áreas de conhecimento.

A Despersonalização do saber se refere a apresentar o saber sem as influências dos cientistas e da realidade que o cercaram, a fim de publicarem os avanços nas pesquisas em instituições geradoras de saber que possuem características no meio acadêmico.

A Programabilidade do saber está relacionada a uma ordem racional dos conteúdos ao longo de uma disciplina. A programação pode seguir critérios que respeitem uma ordem dos conteúdos levando em consideração o que servirá de base para aprendizagens de novos conhecimentos, vale salientar que essa programação pode mudar de acordo com o ano letivo. A programabilidade é vivenciada nos planejamentos anuais dos professores, no qual tem uma carga horária a cumprir e conteúdos específicos a serem trabalhados em uma sequência lógica. Um fato que pode interferir na organização dessa programação é que o tempo de aprendizagem é diferente do tempo de ensino. O tempo didático é relativo ao ano letivo, onde as escolas fazem separações de tempo para cada conteúdo, no entanto, o tempo de aprendizagem se refere ao tempo específico e individual de cada estudante com relação a aprendizagem, ou seja, o tempo em que cada indivíduo leva para internalizar o conhecimento, pode acontecer dentro do ambiente escolar ou fora dele.

A Publicidade do saber é a definição explícita do saber, quais saberes devem ser ensinados e em que tempo. Os programas possuem essa característica de explicitar os saberes que devem ser ensinados na escola. O livro didático também é uma ferramenta em que a publicidade do saber é destacada, que embora não seja desenvolvido na escola é um material criado para a escola e responsável, em muitos casos, por organizar e ditar os conteúdos que serão trabalhados dentro da sala de aula, através da TDI.

Por fim, o Controle das Aprendizagens trata-se de uma ferramenta de avaliação disponível para diagnosticar o processo de ensino e aprendizagem que pode ser interno em cada escola ou uma ferramenta a nível nacional, como é o caso do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Como abordado anteriormente, a TD didática apresenta duas divisões, a TDE e a TDI, aspectos importantes da TDE como os programas e os Livros didáticos influenciam

diretamente na TDI, pois condicionam conteúdos e apresentam estratégias para que o professor utilize-as em sala de aula.

Após o desenvolvimento da TD, Yves Chevallard deu continuidade aos seus estudos e desenvolveu a Teoria Antropológica do Didático (TAD) a fim de estudar mais profundamente aspectos relacionados a análise epistemológica do saber. Ressaltamos que nosso trabalho se ancora na Teoria da Transposição Didática por analisarmos a modificação do saber científico para o saber a ensinar das medidas de tendência central e de dispersão.

3 LIVRO DIDÁTICO E O PLANO NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO

Nesta etapa da pesquisa, abordamos questões referentes aos Livros Didáticos (LD) como ferramenta ao ensino de Matemática: o papel do LD como representante do Saber Escolar na realidade Brasileira; um breve panorama de como os LD são avaliados pelo PNLN; e algumas considerações sobre as Medidas de Tendência Central e de Dispersão (MTCD) nos livros didáticos.

3.1 O LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Concordamos com Lajolo (1996, p. 4) quando ele afirma que o LD é um instrumento específico e importante de ensino e de aprendizagem formal. Apesar de não ser o único material utilizado pelos professores e alunos no processo de ensino e aprendizagem, o livro didático pode ser um instrumento importante na construção do conhecimento. Esse autor informa que:

Didático, então, é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática. Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina. (LAJOLO, 1996, p. 4).

O livro didático é uma das principais ferramentas de apoio para os professores, por ser um material disponível que contempla o currículo de forma condensada e por estar disponível nas escolas, em particular nas escolas públicas, através no Plano Nacional do Livro Didático que trataremos mais adiante, dessa forma, o livro didático guia a prática docente.

O professor deve ter um olhar crítico e consciente para os LD. Câmara dos Santos e Silva (2002), ao se tratar do uso consciente do livro didático pelo professor, afirmam que o docente deve articular as atividades propostas pelo LD com outros tipos de atividades a fim de melhorar a construção do conhecimento.

Gonçalves (2007) concorda com a questão do uso consciente do livro didático. Para ele, o LD deve ser um instrumento que auxilie a prática docente e não seja um recurso isolado e limitante.

Os procedimentos de ensino e aprendizagem foram se modificando ao longo dos anos, a era tecnológica desenvolveu um importante papel na evolução dos novos meios de ensino e aprendizagem, no entanto, o livro didático tem sua importância nesse processo. De acordo com Macêdo, Brandão e Nunes (2019) “o livro continua sendo o principal instrumento de apoio ao estudo, visto que somente a utilização de sons e imagens não é suficiente para que ocorra aprendizagem dos conteúdos abordados.” Outro ponto importante sobre a importância dos LD é de que na realidade brasileira muitas escolas não possuem recursos tecnológicos para adicionar a prática docente, muito menos para substituir os livros.

O livro didático é um suporte para a aula do professor, pois ele apresenta os conteúdos organizados, exemplos, exercícios e desafios que buscam construir o conhecimento acerca de um determinado assunto por parte dos estudantes (DANTE, 1996).

O LD, em muitas instituições de ensino, guia o ano letivo. A esse respeito, Dante (1996, p. 83) afirma que “[...] a matemática é essencialmente sequencial, um assunto depende do outro, e o livro didático fornece uma ajuda útil para essa abordagem”. Pelo aspecto sequencial característico da matemática no processo de ensino e aprendizagem, professores e estudantes podem sentir necessidade de revisar algum conteúdo que pode ser feito de forma rápida e eficaz através do livro didático.

Outro aspecto sobre a importância do livro didático é apresentado por Dante (1996, p. 83) ao tratar da formação de professores afirmando que “[...] para professores com formação insuficientes em matemática, um livro didático correto e com enfoque adequado pode ajudar suprir essa deficiência”. Os cursos de formação de professores podem deixar lacunas⁴ na aprendizagem dos futuros professores e, neste caso, o livro didático seria um divisor de águas para auxiliar tais professores.

De acordo com Gonçalves (2007), o LD é uma ferramenta importante para desenvolver a leitura dos estudantes. No caso da matemática, é através de uma boa leitura que se pode-se obter a interpretação de dados, uso da simbologia e regras específicas de cada conteúdo. Comunicar os resultados matemáticos através da argumentação é uma das habilidades que os professores buscam desenvolver com seus alunos e a leitura de textos pode contribuir de forma significativa.

⁴ Podemos citar algumas pesquisas que mostram lacunas na formação de professores de matemática como, FIORENTINI, et al. (2002), GAMA (2009), LIMA (2019), LEITE e PASSOS (2020).

Macêdo, Brandão e Nunes (2019) concluem em seu trabalho que as principais vantagens para o uso do LD são “dispor de conteúdos distribuídos em sequência e condizentes à faixa etária do aluno; apresentar sugestões e orientações didáticas para o professor; e conter maneiras de abordagens e avaliação dos conteúdos abordados”.

O livro didático envolve muitas questões desde a sua elaboração, tramitação editorial até a chegada na escola. Para a distribuição dos LD nas escolas públicas temos o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que trataremos mais adiante; para as escolas particulares, os livros são adquiridos através de parcerias entre editoras e escolas.

3.2 O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é um programa específico para distribuição de livros didáticos para escolas públicas que compõem a educação básica do Brasil, foi fundado pelo Ministério da Educação e tem como finalidade:

Avaliar e disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e às instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. (BRASIL, 2017, p. 1).

O PNLD foi criado em 1985⁵, sua inspiração teve como preocupação a qualidade e distribuição de Livros Didáticos (LD) para os estudantes das escolas públicas do primeiro grau. O programa entrou em vigor em 1986 e os professores, neste período, já participavam do processo de escolha com análise e indicação de livros para serem adotados nas escolas. Muitas políticas sobre o LD foram criadas ao decorrer dos anos, não sendo ponto principal deste trabalho analisar cada uma delas.

O PNLD, desde sua criação, prevê a universalização de livros didáticos para os alunos do ensino médio público de todo o país (BRASIL, 2017). Inicialmente, em 2005, foram distribuídos livros para a primeira série do Ensino Médio das disciplinas de Português e Matemática nas regiões norte e nordeste. Posteriormente, em 2006, foi estendido às demais séries e regiões do Brasil. Em 2007, começou o processo de distribuição de LD do Ensino Médio em outras áreas do conhecimento.

⁵ Pelo Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985.

A distribuição de LD pelo PNLD passa por um processo de avaliação segundo os critérios presentes no edital de regulamentação do programa. Posteriormente, os livros aprovados passam por um processo de escolha que acontece pelos professores das escolas públicas⁶. Atualmente, O PNLD 2018 teve suas equipes de avaliação formadas por professores universitários com experiência em pesquisas sobre o ensino e formação docente e por professores da Educação Básica com experiência no magistério. A instituição parceira responsável por planejar, organizar e executar o processo avaliativo pedagógico do PNLD 2018 de Matemática foi a Universidade Federal de Pernambuco.

Dentre os princípios e critérios de avaliação para a área de Matemática é posto que: “a Matemática, produzida e organizada no decorrer da história, é uma das mais significativas conquistas do conhecimento humano”. (BRASIL, 2015, p. 49). Para o componente curricular Matemática é observado, por exemplo, se o LD:

- a. inclui todos os campos da Matemática escolar, a saber, números, álgebra, geometria (incluindo trigonometria), estatística e probabilidade;
- b. privilegia a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
- c. apresenta os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros;
- d. propicia o desenvolvimento, pelo estudante, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização. (BRASIL, 2015, p. 50).

O Ministério da Educação disponibiliza o Guia PNLD 2018, que é uma cartilha com o objetivo de apresentar as coleções aprovadas no PNLD. Através de resenhas, o Guia expõe as características de cada obra (quadro 1) para que os professores da rede pública possam escolher o livro que mais se encaixa ao projeto político pedagógico da escola.

⁶ O PNLD permite que a cada três anos os professores participem do processo de escolha do LD que será adotado por eles na escola, indicando duas obras (de cada disciplina) entre as aprovadas no programa, caso a compra da primeira opção não seja possível, o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) envia para a escola a segunda opção escolhida.

Quadro 1 – Categorias do Guia PNLD 2018

Ordem	Categorias
1º	Visão Geral
2º	Descrição da Obra
3º	Análise da Obra
4º	Em Sala de Aula

Fonte: Autoria própria

Na primeira categoria do Guia, é apresentada uma visão geral da obra, mostrando os pontos que têm mais ênfase nos livros, bem como aqueles que são desfavorecidos. A segunda categoria exibe uma descrição da obra, apresenta um resumo de como o livro está estruturado e também mostra os temas que são abordados em cada livro da coleção para as séries do ensino médio. Na terceira categoria, é exposto uma análise da obra e essa categoria é dividida em subcategorias: Organização dos Conteúdos; Abordagem dos Conteúdos⁷; Metodologia de Ensino e Aprendizagem; Contextualização e Interdisciplinaridade; Formação para a Cidadania; Projeto Editorial, Projeto Gráfico e Linguagem; Manual do Professor. Na quarta e última categoria, o Guia PNLD 2018 mostra possibilidades de ações do professor para um ensino ativo por parte dos alunos.

Diante do exposto, apresentamos a seguir, especificamente, como o tema MTCD foi avaliado e descrito no Guia Nacional do Livro Didático 2018. Foram aprovadas no PNLD 2018 oito coleções (Quadro 2). Ressaltamos que no Guia do Livro Didático não existe uma ordem de identificação definida para as coleções; no Quadro 2 elencamos os livros por ordem alfabética. Criamos uma categoria para especificar cada livro didático, apresentamos as iniciais de Livro Didático – LD e a numeração de acordo com a ordem alfabética das coleções.

⁷ Apresenta uma divisão nas quatro grandes áreas da matemática: Números; Álgebra; Geometria; Estatística e Probabilidade;

Quadro 2 – Livros aprovados no PNLD 2018

LD	Coleções e autores
LD1	Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016)
LD2	Contato Matemática (GARCIA; SOUZA, 2016)
LD3	Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017)
LD4	Matemática Contexto e Aplicações (DANTE, 2017)
LD5	Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)
LD6	Matemática Paiva (PAIVA, 2015)
LD7	Matemática para Compreender o Mundo (SMOLE; DINIZ, 2016)
LD8	Quadrante Matemática (CHAVANTE; PRESTES, 2016)

Fonte: Autoria própria

Esclarecemos que expomos a abordagem dos LD do EM sobre o tema MTCD, conforme o que é posto no Guia do Livro Didático sobre a avaliação de cada uma das coleções.

3.3 AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO NO GUIA DO PNLD 2018

Apresentamos nesta seção uma visão geral sobre cada uma das coleções aprovadas no PNLD 2018, em particular, sobre nosso objeto de estudo as MTCD.

- *Coleção Conexões Com a Matemática (LEONARDO, 2016)*

A coleção apresenta a estatística explorando noções básicas, como coleta e organização de dados. Aborda atividades envolvendo situações práticas e informações de cunho socioeconômico ou político. Expõe explicações sobre as características dos gráficos e sobre qual deles é o mais adequado para cada tipo de variável. A coleção aborda atividades utilizando planilhas e gráficos. No estudo das Medidas de Tendência Central e de Dispersão são exploradas e discutidas as condições necessárias para a escolha de uma das medidas em detrimento de outras. A metodologia da coleção tem início com a apresentação dos conteúdos por meio de uma situação resolvida, seguida de explanação e sistematização dos conhecimentos estudados e de exercícios resolvidos e propostos, o que pode levar o aluno a uma dinâmica pouco reflexiva sobre sua aprendizagem. Nas atividades sugeridas existem situações que levam os alunos a elaborar hipóteses e verificá-las. A coleção proporciona uma participação mais ativa do estudante através da relação dele com o professor, por meio de questionamentos, discussões de ideias e de

resultados. No manual do professor são expostas sugestões de leituras para a atualização do professor, com reflexões sobre a prática docente, no entanto, não existem informações para guiar o professor sobre como pode avaliar as atividades propostas. (BRASIL, 2017).

- *Contato Matemática (GARCIA; SOUZA, 2016)*

No livro *Contato Matemática (GARCIA; SOUZA, 2016)*, são apresentadas atividades que envolvem pesquisa como elemento principal para serem desenvolvidas pelos alunos, no entanto, o LD não aborda tópicos relacionados a coleta e tratamento de dados o que restringe a eficácia do estudo. Gráficos e diagramas são abordados nesta coleção, porém não é pedido que os estudantes analisem os tipos de gráficos, o que limita ao processo de ensino e aprendizagem desse tópico.

O estudo de estatística é exposto através de atividades de pesquisa para serem desenvolvidas com os alunos, porém não existe um incentivo para a discussão sobre coleta e tratamento de dados, ou sobre qual a melhor forma de representar os dados coletados. Na coleção, são verificadas aplicações dos conteúdos em contextos extraescolares e no estudo de temas atuais. A coleção traz incentivo para que os estudantes elaborem problemas, também se caracteriza por apresentar uma variedade de textos que possibilitam contextualizações e atividades interdisciplinares. No entanto, na abertura dos capítulos, existem relações superficiais e que não são conectadas aos temas abordados na sequência.

Os conteúdos são expostos com base em definições, atividades resolvidas e propostas. Algumas generalizações são feitas, mas sem o devido rigor. O Manual do Professor contém sugestões de atividades complementares, que podem enriquecer o trabalho docente em sala de aula. (BRASIL, 2017).

- *Coleção Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017)*

Sobre esta coleção é dito que em estatística e probabilidade conteúdos importantes são abordados com pertinência e de forma bem contextualizada, embora o estudo do campo ocupe pouco espaço nos livros da coleção. São abordados temas como procedimentos de coleta e organização de dados, representações de dados estatísticos, noção de probabilidades, medidas de tendência central e de dispersão, margem de erro e nível de confiança de pesquisas estatísticas. Esta coleção tem como característica o incentivo ao desenvolvimento da argumentação matemática, bem como as inter-relações da disciplina com outras áreas do conhecimento e do cotidiano. O livro apresenta ligações

dos temas matemáticos com a história da matemática, estimula as noções intuitivas e a formalização dos conteúdos nas seções denominadas “Aplicações” e “Pense nisto”. A coleção não aborda o uso de material concreto em suas atividades, no entanto, sobre tecnologia, a obra apresenta o uso de calculadoras científicas e alguns softwares de geometria. O manual do professor contém sugestões de atividades extras e instrumentos de avaliação. (BRASIL, 2017).

- *Coleção Matemática Contexto e Aplicações (DANTE, 2016)*

Nesta coleção, as medidas de tendência central e de dispersão são abordadas com atividades contextualizadas e tem destaque nos algoritmos de cálculo. Os significados das MTCD não são debatidos, dificultando, assim, a compreensão de qual das medidas é a mais apropriada para cada situação. Esta coleção tem como característica a apresentação dos conteúdos baseadas em textos e imagens com o intuito de despertar o interesse dos alunos. Os conteúdos são expostos de forma teórica, seguidos de exemplos resolvidos e questões propostas para resolução. Ligações entre o conhecimento novo e o já abordado são feitas na coleção; o uso da tecnologia é tratado no tópico “Matemática e tecnologia” com situações simples. O manual do professor oferece discussões sobre questões educativas, éticas e sociais, no entanto, não apresenta muitas sugestões para o uso do livro do estudante. (BRASIL, 2017).

- *Coleção Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)*

A abordagem inicial desta coleção, em estatística, aponta diferentes contextos para a abordagem dos conteúdos, no entanto, existem poucas atividades que estimulem o uso de ferramentas estatísticas na coleta e análise de dados por parte dos estudantes. Esta coleção tem a característica de evidenciar os conteúdos matemáticos no cotidiano. Apresenta uma abordagem sobre a História da Matemática, no entanto, de forma sucinta em cada capítulo. Exibe os capítulos contextualizados com textos e imagens para motivar os alunos ao estudo dos temas. Apresenta no manual do professor sugestões de atividades para um maior envolvimento dos estudantes com os conteúdos e também apresenta atividades com o uso de material concreto (BRASIL, 2017).

- *Matemática – Paiva (PAIVA, 2016)*

A estatística, nesta coleção, tem as ideias bem apresentadas como a noção de universo, de amostra e de variáveis estatísticas. As MTCD são desenvolvidas ressaltando

seus benefícios, suas limitações e complementaridades. A introdução dos temas é feita com situações que buscam contextualizar os conteúdos motivando os estudantes para o estudo, aproximando os conteúdos da realidade do estudante. Para o desenvolvimento de competências, esta coleção apresenta atividades bem elaboradas que buscam generalizar conceitos, investigar hipóteses e trabalhar com argumentação.

As atividades propostas têm níveis de dificuldades diferentes. Esta coleção apresenta uma seção denominada “Trabalho em equipe” que incentiva a interação entre os estudantes e os professores. Uma abordagem de uso sistemático presente na coleção são os recursos tecnológicos na resolução de atividades para fortalecer o ensino e aprendizagem. No manual do professor são apresentadas discussões sobre o papel do estudo da Matemática no desenvolvimento dos alunos e o tema da avaliação é bem elaborado. Também é exposta a correção detalhada de todos os exercícios, bem como as sugestões de atividades extras e aspectos metodológicos a serem discutidos com os alunos. (BRASIL, 2017).

- *Coleção Matemática Para Compreender o Mundo (SMOLE; DINIZ, 2016)*

A coleção apresenta as MTCD fazendo relações com o desenvolvimento de projetos e de pesquisas, proporcionando discussões sobre as amostras. São feitas observações importantes a respeito das relações entre as diferentes medidas de tendência central, contribuindo para a interpretação conjugada de média, mediana e moda, em diferentes situações. Esta coleção tem como particularidade a contextualização dos conhecimentos matemáticos em exercícios e em atividades propostas. Afirma-se que em alguns momentos tais contextualizações não oferecem reflexões importantes sobre o papel da Matemática na leitura e compreensão desses contextos. Em alguns capítulos desta coleção são abordados aspectos da História da Matemática na introdução dos temas, no entanto, é exposto de maneira artificial e não pedagógica. No manual do professor são apresentadas instruções de “respostas pessoais”, no entanto, não contém sugestões que direcionem o professor nas discussões em sala de aula. (BRASIL, 2017).

- *Coleção Quadrante Matemática (CHAVANTE; PRESTES, 2016)*

O estudo de estatística, nesta coleção, apresenta-se com noções de população e de amostras. As MTCD estão presentes na obra, no entanto, não são feitas discussões para os significados dos conceitos. Esta coleção faz algumas abordagens diferenciadas, no entanto, na maior parte do livro nota-se um enaltecimento pelas fórmulas e por suas

aplicações. Os capítulos têm início com um texto buscando relacionar a matemática com temas sociais, científicos ou tecnológicos. No final de cada seção são apresentados tutoriais envolvendo o uso da calculadora científica e o uso de um software gratuito, mas que pouco se relacionam aos conteúdos do livro. O manual do professor apresenta sugestões para aperfeiçoar o uso do livro dos estudantes, entre elas atividades extras que podem ser utilizadas para motivar o estudo dos conceitos a serem estudados. (BRASIL, 2017).

Diante das resenhas apresentadas, podemos identificar semelhanças e diferenças nas abordagens das MTCD. No desenvolvimento da pesquisa, iremos aprofundar alguns aspectos referentes a amostra de livros selecionados.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo, inicialmente, apresentamos o tipo de pesquisa que desenvolvemos a fim de estudarmos sobre a Transposição Didática das MTCD nos documentos oficiais que regem o Ensino Médio no Brasil e nos LD aprovados no PNLD 2018.

Esta pesquisa situa-se em uma abordagem documental. Segundo Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009, p. 2) “o uso de documentos em pesquisa deve ser apreciado e valorizado. A riqueza de informações que deles podemos extrair e resgatar justifica o seu uso em várias áreas das Ciências Humanas e Sociais”.

Na sequência deste capítulo, apresentamos características dos documentos e livros didáticos a serem estudados nesta pesquisa, assim como os procedimentos de construção e análise dos resultados.

A pesquisa foi desenvolvida com os documentos oficiais que norteiam a educação básica, em especial o Ensino Médio (EM), bem como com as coleções de Livros Didáticos de Matemática aprovadas no PNLD para o triênio 2018-2020, buscando identificar a Transposição Didática das MTCD.

Como delineamento da pesquisa dividimos as análises em três momentos. No primeiro momento, discutimos aspectos do saber científico das MTCD e as produções recentes que envolvem as MTCD no ensino, em particular na educação básica. Em seguida, fizemos uma investigação nos documentos oficiais e, por fim, fizemos uma análise de dois LD de matemática aprovados no PNLD 2018.

Para identificar o saber científico das MTCD, no primeiro momento da pesquisa, analisamos livros e artigos de relevância para o tema, os critérios para a escolha os livros e artigos serão:

- Maior número de citações em outros trabalhos;
- Obras de autores filiados aos grandes centros de estatística do País e de maior relevância internacional.

Os tópicos tratam do estudo das MTCD na literatura, no meio acadêmico e pelo número de citações, avaliação da Capes e obras de autores filiados aos grandes centros de estatística espera-se que conseguiremos mapear as grandes produções do saber científico para tais medidas.

Para o segundo momento da pesquisa, os documentos oficiais selecionados para análise são os PCN+EM, OCEM e a BNCC. Como critério de escolha para tais

documentos foi considerado que esses são as principais orientações curriculares específicos para o Ensino Médio. Na análise, iremos indicar como o saber das MTCD é apresentado nas orientações curriculares. As etapas de análise foram inspiradas em Andrade (2013) e seguem abaixo:

- Levantamento das Medidas de Tendência Central que constam nos documentos.
- Levantamento das Medidas de Dispersão que são apresentadas nos documentos.
- Relações apresentadas entre as Medidas de Tendência Central e as Medidas de Dispersão.
- Conceitos associados às MTCD;
- Situações propostas para utilização das MTCD;

As três primeiras etapas de análise das orientações curriculares dizem respeito a como as MTCD são apresentadas neles, a ausência ou a ênfase de medidas de tendência centrais ou de dispersão nos documentos oficiais podem influenciar os livros didáticos.

Na última etapa da pesquisa, analisamos dois LD de matemática aprovados no PNLD 2018, que são os livros mais recentes⁸. Como critério de escolha para as coleções de livros, selecionamos os livros de matemática do ensino médio que foram aprovadas no PNLD 2018. Essa escolha foi feita por se tratar de um programa específico para o livro didático e que abarca todo ensino público do país. Destacamos que é no Ensino Médio que as MTCD são abordadas de forma mais aprofundada do que no Ensino Fundamental. No PNLD 2018, foram aprovadas oito coleções de livros (quadro 3), no qual iremos analisar os que abordam as MTCD, o que ocorre nos exemplares da 3ª série.

Para análise das coleções, elencamos alguns critérios, são eles: Autor da obra, buscaremos identificar a formação e atuação dos autores das obras a fim de analisar aspectos metodológicos e didáticos presentes nas coleções; sequência lógica de aprendizagem, buscando observar como os conteúdos são apresentados ao longo da coleção; Propostas inovadoras, para analisar se as coleções buscam e incentivam os estudantes a desempenhar atividades novas e diferenciadas; Material de apoio para o professor, identificando como a coleção auxilia o professor e se apresenta propostas interdisciplinares; Adequação a faixa etária, observar a linguagem das coleções, se esta

⁸ Essas coleções ainda não sofreram influência da BNCC. As coleções do Ensino Fundamental lançadas em 2020 é que sofreram influência da BNCC.

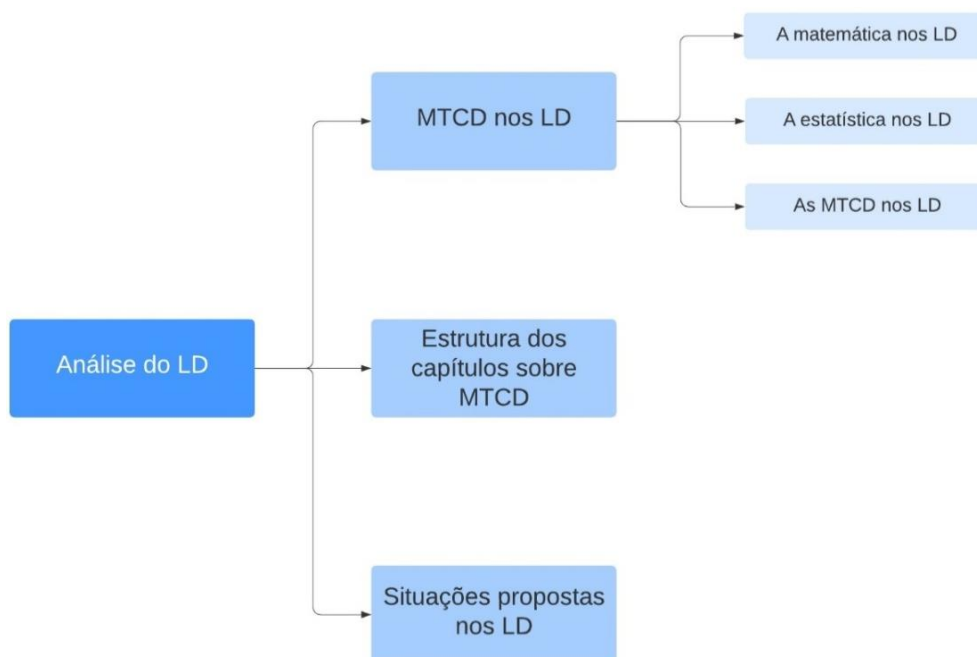
amplia o vocabulário do aluno de forma gradual, atrativa e se apresenta diferentes tipos de linguagem; Adequação do componente curricular, como está estruturada a didática dos livros; Propósito do livro, identificar a finalidade do livro; Exatidão conceitual, clareza e coerência dos conceitos abordados nas coleções, bem como a atualização das coleções; Presença de textos multimodais atuais, ou seja, diferentes formas para transmitir uma mensagem; Propostas e projetos de atividade práticas, a fim de tornar o ensino mais significativo para os estudantes. Logo após, iremos analisar os LD que abordam as MTCD em cada coleção. Os livros aprovados pelo PNLD 2018 seguem no quadro 3.

Quadro 3 – Livros aprovados no PNLD 2018

LD	Coleções e autores
LD1	Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016)
LD2	Contato Matemática (GARCIA; SOUZA, 2016)
LD3	Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017)
LD4	Matemática Contexto e Aplicações (DANTE, 2017)
LD5	Matemática para Compreender o Mundo (SMOLE; DINIZ, 2016)
LD6	Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)
LD7	Matemática Paiva (PAIVA, 2015)
LD8	Quadrante Matemática (CHAVANTE; PRESTES, 2016)

Fonte: Autoria própria

Na análise dos LD elencamos alguns critérios para análise,

Figura 2 – Categorias de análise dos LD

Fonte: autoria própria

O primeiro item de análise busca verificar como as MTCD são apresentadas nos LD. Para isso, separamos esse tópico em três subtópicos, a fim de identificarmos como os outros conteúdos matemáticos são apresentados no livro didático em relação à estatística, ou seja, a importância que cada área possui dentro do LD, que foi observado através da quantidade de páginas referentes aos conteúdos estatísticos em relação a outros conteúdos provenientes da matemática.

Ressaltamos que a forma como as MTCD são apresentadas nos livros está mais associada a conhecimentos predicativos em detrimento de conhecimentos operatórios (SAMURÇAY; VERGNAUD, 2012) do que quando falamos do significado no livro estamos associando mais aos conhecimentos predicativos. Os conhecimentos predicativos “são dados aos objetos do pensamento, propriedades e relações com outros objetos do pensamento” (ANDRADE, 2013, p. 210). Samurçay e Vergnaud (2012) ressaltam que o conhecimento predicativo pode ser observado por meio de símbolos, distanciando da linguagem natural. Como exemplo, esses autores apresentam um quadro com horários em uma estação de trem.

No livro didático, não temos como observar o significado de um conceito do aluno decorrente da sua ação sobre o livro, mas podemos inferir sobre o significado (ligado ao conhecimento predicativo) dado pelo autor do livro ao conceito e qual a relação desse com o saber científico.

Para identificar o elemento 1, iremos analisar a estrutura dos capítulos que abordam as MTCD, observando como o conteúdo é abordado no capítulo e as possíveis divergências entre o saber apresentado e o saber científico em questão.

Em relação ao emprego dos mesmos significantes para significados (no sentido de conhecimento predicativo) pode-se observar em ANDRADE (2013). No quadro 5, procuramos sintetizar. Temos o mesmo significante (s^2) para dois significados diferentes: variância e momento de segunda ordem. Isso não deveria acontecer.

Quadro 4 – mesmo significante para dois significados diferentes

<p>Fórmulas para segundo o momento de segunda ordem (KENDALL; YULE, 1948 apud ANDRADE , 2013):</p> $s^2 = \frac{1}{N} \sum (\xi^2)$	<p>Formula da variância (DEHON; DROESBEKE; VERMANDELE, 2008 apud ANDRADE , 2013)</p> $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Autoria própria

Elemento 2: As medidas de tendência central e de dispersão são um conjunto de conceitos que devem ser compreendidos de forma interligada.

- Como as medidas centrais e as medidas de dispersão são interligadas no livro didático?
- Os conceitos das medidas de tendência central são apresentados de forma isolada ou de forma relacionada uns com os outros? O mesmo acontece com as medidas de dispersão?
- Os conceitos das medidas de tendência central são relacionados com os conceitos das medidas de dispersão?

Essas questões serão analisadas através da observação das atividades resolvidas e propostas dos livros didáticos e elencadas em um critério de investigação, comparação entre as coleções.

Elemento 3: Quais variações de situações são apresentadas nos livros didáticos? Situações que:

- Apresentadas em um texto (que necessitam de uma leitura e o acionamento de esquemas que possibilitem a compreensão do professor e do aluno?).

- Em um problema resolvido que exige do aluno uma reflexão sobre as estratégias utilizadas para resolução e sua veracidade?
- Apresentadas por meio de problemas propostos?

Dessa forma, o elemento 3 para análise das situações se baseia em três aspectos: leitura de um texto, questões resolvidas e questões propostas.

Elemento 4: Existem diferentes tipos de comparação que podem auxiliar na compreensão das MTCD, sobretudo aquelas em que o aluno precisa comparar uma série⁹, duas ou mais séries, mostrando ao discente que tais medidas podem ser instrumentos de análise dos mesmos dados ou de diferentes dados. Alguns tipos de Comparação são descritos abaixo:

Comparação 1: Comparação ressaltando as informações fornecidas pelas MTCD.
Comparação de duas séries:

- Usando diferentes medidas de tendência central
 - Apenas comparação;
 - Comparação com intuito de identificar a mais eficiente de acordo com os dados fornecidos.
- Usando diferentes medidas de dispersão
 - Apenas comparação;
 - Comparação com intuito de identificar a mais eficiente de acordo com os dados fornecidos.
- Usando articuladamente as medidas de tendência central e as de dispersão
 - Apenas comparação;
 - Comparação com intuito verificar a mais eficiente e/ou quais as informações que cada um pode fornecer para análise.

Comparação 2: Considerando a temporalidade das séries. O que nos apresenta dois eixos de comparação, evolutiva ou estática.

- Comparação evolutiva entre duas séries
 - Dados do passado com dados do presente;
 - Dados do presente com dados do futuro;

⁹ Série estatística é toda tabela que apresenta a distribuição de um conjunto de dados estatísticos em função da época, do local ou da espécie.

- Dados do passado com dados do futuro.
- Comparação estática entre duas séries
 - Dados do passado com dados do passado;
 - Dados do presente com dados do presente;
 - Dados do futuro com dados do futuro.

Comparação 3: Considerando o número de séries na comparação.

- Uma série, análise de uma série com diferentes medidas de tendência central e/ou dispersão;
- Duas séries, análise de duas séries que podem ser realizadas utilizando a mesma medida ou medidas de tendência central e/ou dispersão diferentes;
- Três séries;
- Quatro ou mais de quatro séries.

Outro aspecto considerado são os dados apresentados nas situações resolvidas e propostas. Dessa forma, apresentamos mais um elemento:

Elemento 5: Os dados apresentados nas atividades resolvidas e propostas compõem os diferentes contextos que podem ampliar ou limitar as situações de construção de conceito das MTCD.

- Tipos de variáveis. Podem ser quantitativas¹⁰ (discretas ou contínuas) e qualitativas¹¹ (ordinais ou nominais), o tipo de variável pode limitar o tipo de medida a ser utilizada;
- Forma de apresentação dos dados. Existem diversas formas de apresentação dos dados, como: apenas com números, tabelas, gráficos;
- Números. Situações que envolvem números pertencentes a diferentes conjuntos numéricos;
- População ou amostra. Situações de uso em que os dados são da amostra ou da população.

Elemento 6: As situações propostas envolvem que tipo de contexto?

¹⁰ Quantitativas discretas: possui valores numéricos ou que são resultados de contagem. Quantitativas contínuas: possui valores numéricos infinitos entre dois valores quaisquer.

¹¹ Qualitativa ordinal: possui uma ordenação entre as categorias (exemplos: séries escolares, meses do ano). Qualitativa nominal: não possui ordenação dentre as categorias (exemplos: cor dos olhos, fumante/ não fumante).

Buscamos observar nos livros didáticos os contextos¹² que são apresentados nas atividades resolvidas e propostas, o contexto pode ampliar a construção do conceito e a percepção de uso. No entanto, alguns livros focam nas repetições da técnica de resolução. Apresentamos a seguir alguns contextos que podem ser evidenciados nos LD:

- Do cotidiano do aluno;
- Do ambiente escolar;
- De outras áreas do conhecimento;
- Do mundo do trabalho;
- Do lazer;
- Dos esportes;
- Conhecimentos culturais gerais;
- Números para serem explorados.

Ao tratarmos das MTCD, elencamos algumas propriedades e observações que dizem respeito a essas medidas e que são necessárias para determinados cálculos. Assim, apresentamos mais um princípio:

Elemento 7: Quais as propriedades e observações estão presentes nos livros didáticos?

- Nas situações abordam as MTCD as propriedades e observações envolvidas podem ser:
 - Uma descrição;
 - Uma demonstração;
 - Apresentação da propriedade e/ou observação em uma atividade resolvida;
 - Apresentação da propriedade e/ou observação na solução de uma atividade nas respostas do livro do aluno ou do livro do professor;
 - A atividade pode levar a uma reflexão sobre a propriedade e/ou observação.

¹² Para a definição de contexto nos baseamos em Skonovsmose (2000), que leva os estudantes a construírem significados para os conceitos e atividades matemáticas. O autor apresenta três eixos de contextos na matemática, são eles: Matemática Pura: situações que dizem respeito a matemática acadêmica; Semi realidade: situações fictícias que utilizam elementos do cotidiano e/ou de outras áreas do conhecimento; Realidade: situações reais do cotidiano e do ambiente acadêmico.

Situações que levam o aluno a reflexão acerca das propriedades e observações são importantes para a construção do conceito associado às medidas de tendência central e de dispersão.

Outro aspecto identificado são os instrumentos tecnológicos que abordaremos no elemento 8.

Elemento 8: Quais são as situações que utilizam instrumentos tecnológicos para uma melhor compreensão dos alunos?

As orientações curriculares¹³ que regem a educação básica no Brasil indicam o uso de ferramentas tecnológicas no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos para um melhor desenvolvimento do estudante.

Nosso intuito, neste capítulo, foi de mostrar um panorama da pesquisa destacando as escolhas e procedimentos metodológicos para construção e análise dos dados.

¹³ As orientações curriculares abordadas nesta pesquisa, a saber PCN+EM, OCEM e BNCC.

5 CONSTRUÇÃO E TRATAMENTO DOS DADOS

Em busca de responder a nossa pergunta norteadora da pesquisa analisamos alguns documentos que regem a educação básica no Brasil, em particular o Ensino Médio, bem como alguns livros de matemática aprovados no PNLD 2018.

5.1 SABER CIENTÍFICO

Neste tópico, iremos apresentar autores em que buscamos o saber científico das MTCD, evidenciando os conceitos na área acadêmica de tais medidas. Maurice Kendall (1907-1983) é um autor importante na área de estatística pelas suas contribuições e pelos prêmios recebidos que reconhecem a relevância de suas obras. Jean-Claude Régnier é um pesquisador que possui muitas publicações na área de educação estatística, sendo um nome de referência nos estudos atuais. O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística é o órgão que trata das pesquisas estatísticas oficiais do país, devido a sua importância também levamos em consideração uma de suas obras.

5.2 AS ORIENTAÇÕES CURRICULARES

Apresentamos neste tópico as orientações curriculares específicas do ensino médio, identificando quais são as informações e orientações acerca do ensino de estatística (a abordagem dos conteúdos estatísticos na educação básica ocorre na disciplina de matemática). A seguir, apresentamos um quadro com as orientações curriculares:

Quadro 5 – Orientações curriculares

Orientações curriculares / Programa	Ano de publicação	Abarca	Observações
Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN	2000	Todo Ensino Médio	Não aborda as MTCD de forma específica, apresenta uma proposta geral para matemática.
Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio – PCN+EM	2002	Todo Ensino Médio	Aborda a Estatística e, em particular, as MTCD.
Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM	2006	Todo Ensino Médio	Aborda a Estatística e, em particular, as MTCD.
Base Nacional Comum Curricular - BNCC	2019	Todo Ensino Médio	Aborda a Estatística e, em particular, as MTCD.

Fonte: autoria própria

O PCN não será analisado em nossa pesquisa, pelo fato de não apresentar as MTCD de forma explícita e desenvolvida. Os PCN+EM, as OCEM e a BNCC serão analisados em nossa pesquisa por tratarem da estatística dentro da disciplina de matemática e apresentarem orientações para o ensino das MTCD.

Para análise das orientações curriculares seguimos alguns aspectos:

- Levantamento das medidas de tendência central e de dispersão nas orientações curriculares;
- As relações apresentadas entre essas medidas;
- Conceitos e ferramentas tecnológicas associadas às MTCD nas orientações curriculares;
- Situações propostas para o uso das MTCD.

Na análise, buscamos identificar as convergências e divergências, quando houver, entre as orientações curriculares. A seguir trataremos dos livros didáticos.

5.2.1 Organização das divisões da matemática nas orientações curriculares

Neste tópico, iremos abordar como está distribuído as subdivisões da matemática e, para tal, levaremos em consideração as abordagens das orientações curriculares que influenciam os livros didáticos. Os PCN+EM (2002) dividem a disciplina de matemática em três partes para serem desenvolvidas ao longo do ensino médio:

1. Álgebra: números e funções;
2. Geometria e medidas;
3. Análise de dados.

A OCEM (2006) organiza os conteúdos básicos da disciplina em 4 blocos que devem ser abordados durante o ensino médio:

1. Números e operações;
2. Funções;
3. Geometria;
4. Análise de dados e probabilidade.

O documento mais recente desenvolvido para o ensino médio, a BNCC (2019), apresenta uma ligação entre as diferentes áreas da matemática (aritmética, álgebra, geometria, probabilidade e estatística, grandezas e medidas) em pares de ideias fundamentais para o desenvolvimento desses tópicos:

- **Variação e constância**

Abarca aspectos relacionados a observar, imaginar, reconhecer características comuns ou diferentes, identificar padrões, relacionando-se com áreas diversas além da matemática. Questionamentos como “e se fosse?” contribuem para a criatividade matemática e para o estudo desse par de ideias.

- **Certeza e incerteza**

Relaciona-se às práticas de “expressar e comunicar ideias e estratégias matemáticas, validando-as por meio de sugestões” (BNCC, 2019). Questionar suas próprias ideias e as dos colegas, confrontando os limites e buscando generalizações. Problemas de contagem, estatística e probabilidade acarretam no estudo desse par de ideias.

- Movimento e posição

Presentes na localização de números em retas, figuras no plano cartesiano e no espaço tridimensional, direção e sentido, ângulos. Uso de mapas e GPS implicam no estudo desse par de ideias.

- Relações e interrelações

Presentes em problemas que envolvem proporcionalidade entre grandezas, noção de função e em muitas situações reais onde se aplica matemática.

De acordo com a BNCC, no ensino médio, o foco é “a construção de uma visão integrada da matemática, aplicada a realidade”, desmistificando que a disciplina é um conjunto de regras e de técnicas.

Quadro 6 – Divisões da matemática dentro das orientações curriculares

PCN+EM	OCEM	BNCC	Domínios
Álgebra: números e funções	Números e operações	Variação e constância	Domínio 1: Números.
	Funções	Relações e interrelações	Domínio 2: Funções.
Geometria e medidas	Geometria	Movimento e posição	Domínio 3: Geometria.
Análise de dados	Análise de dados e probabilidade	Certeza e incerteza	Domínio 4: Estatística e Probabilidade.

Fonte: autoria própria

Realizamos uma análise nos livros didáticos para identificar como estão subdivididos os conteúdos das orientações curriculares nestes livros. Ressaltamos que nossa análise foi realizada com os livros da 3ª série do ensino médio por se tratarem dos livros que contemplam o conteúdo da nossa pesquisa.

Com intuito de comparar a estatística com as outras áreas da matemática, organizamos os livros em domínios e realizamos uma análise da organização de cada livro, em seguida, agrupamos os conteúdos em torno dos domínios. A seguir, apresentamos duas tabelas: a primeira se trata da organização do livro didático de acordo com todas as partes dele; na segunda tabela, apresentamos os conteúdos distribuídos nos domínios que foram elencados no quadro 5.

Quadro 7 – Domínios LD1

Domínios	Quantidade de páginas
Números	172 a 206 (total de 34 páginas)
Funções	10 a 25 (total de 15 páginas)
Geometria	100 a 170 (total de 70 páginas)
Estatística e Probabilidade	27 a 98 (total de 71 páginas)

Fonte: Leonardo (2016)

Notamos que o domínio de estatística e probabilidade tem um quantitativo de páginas semelhante ao domínio de geometria, o que indica que esse domínio tem uma forte contribuição na obra. A seguir, temos um quadro com os domínios relativos ao LD6.

Quadro 8 – Domínios LD6

Domínios	Quantidade de páginas
Números	228 a 249 (total de 21 páginas)
Funções	250 a 273 (total de 23 páginas)
Geometria	8 a 115 e 146 a 226 (total de 187 páginas)
Estatística e Probabilidade	116 a 145 (total de 29 páginas)

Fonte: Leonardo (2016)

No LD6, o domínio com maior destaque é a geometria. Na obra são dedicados ao estudo de estatística e probabilidade apenas 29 páginas, o que nos revela que esse domínio não tem grande relevância dentro desse livro didático.

Dessa forma, buscamos organizar e comparar a estatística (que está presente no domínio 4) com os demais domínios.

5.3 OS LIVROS DIDÁTICOS

Nos livros didáticos, vamos analisar as MTCD de acordo com os seguintes aspectos:

- Presença das medidas de tendência central e dispersão nos livros didáticos;
- Análise da estrutura dos capítulos que abordam as MTCD;

- Análise das situações que abordam as MTCD nos livros didáticos.

Inicialmente, selecionamos as coleções aprovadas no PNLD 2018 (oito coleções), dessas coleções selecionamos os livros que possuem as MTCD como conteúdo, sendo, ao todo, oito livros, todos da terceira série do ensino médio.

5.3.1 Organização dos capítulos dos livros que tratam das MTCD

Por questões temporais analisamos, nesta etapa da pesquisa, dois livros didáticos. Foram selecionadas as obras Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016) e Matemática Contexto e Aplicações (DANTE, 2017).

Nesta etapa da pesquisa, buscamos apresentar a organização de cada capítulo do livro que trata das MTCD. A estrutura dos capítulos pode variar de livro para livro, podendo contemplar mais o uso de técnicas para resolução de exercícios, ou situações que contemplam a construção de conceitos. Além da organização dos capítulos, analisamos a transposição didática que ocorre do saber científico para o saber escolar que está presente nos livros didáticos, com intuito de identificar as deformações do saber e se algum conceito não está apresentado de forma adequada.

5.3.2 Critérios de análise das Medidas de Tendência Central e das Medidas de Dispersão nos livros didáticos

As medidas de tendência central e de dispersão estão presentes na educação básica através da estatística que se apresenta na disciplina de matemática. Buscamos identificar a importância que é dada a essas medidas dentro da estatística e da estatística dentro da matemática. A estatística é bem representada nos livros didáticos ou tem uma importância reduzida comparada com outros domínios da matemática? As medidas de tendência central e de dispersão são apresentadas em todas as séries do ensino médio? Organizamos a análise desse tópico em alguns aspectos:

- Participação da estatística em cada livro didático, comparação com os outros domínios presentes nos livros.
- Participação das Medidas de Tendência Central e de Dispersão dentro da Estatística nos livros didáticos.

A partir da visão geral da estatística dentro dos livros didáticos analisados, construímos critérios para análise das Medidas de Tendência Central e de Dispersão que é o conteúdo da nossa pesquisa.

5.3.3 Atividades previstas nos livros didáticos sobre as Medidas de Tendência Central e de Dispersão

Nossa pesquisa aborda as medidas de tendência central e de dispersão dentro da estatística descritiva, ou seja, descrever os dados e compará-los. Nesta etapa de análise, teremos como foco as atividades previstas nos livros didáticos que abordam as medidas de tendência central e de dispersão.

Consideraremos três aspectos: leitura de um texto introdutório do conteúdo, questões resolvidas e questões propostas. Apresentamos a seguir cada item de análise:

5.3.3.1 *Leitura de um texto*

Nos textos apresentados nos livros didáticos buscamos identificar se é apresentada uma descrição ou definição das medidas de tendência central e de dispersão. Casos em que a definição é apoiada no algoritmo também podem estar presentes nos livros como, por exemplo, “Para calcular a média aritmética de um conjunto de dados, adicionamos os valores e dividimos o resultado pela quantidade de valores adicionados” (BALESTRI, 2016, p. 132). Na apresentação do texto podemos ter demonstrações, aplicações das fórmulas, incentivo ao uso de software e calculadoras. Apoiados em Andrade (2013), temos algumas situações de atividades de leitura de um texto:

- Definição ou descrição;
- Descrição apoiada em algoritmo;
- Demonstrações;
- Aplicação de fórmulas;
- Uso de software e calculadoras;
- Contextos – Situações em que as medidas de tendência central e de dispersão são abordadas em diferentes contextos;
- Comparação das medidas de tendência central e de dispersão em diferentes contextos, com intuito de determinar a mais adequada para cada situação.

Outro aspecto de análise dos livros didáticos são as questões resolvidas e propostas que trataremos no próximo tópico.

5.3.3.2 *Questões resolvidas e propostas*

Nas questões apresentadas (resolvidas e propostas) dos livros didáticos não discutimos se elas tratavam de um problema, de uma situação problema, de um exercício, entre outros tipos, por não se tratar do objetivo principal desta pesquisa e por esses termos possuírem significados distintos. Seguimos as categorias desenvolvidas por Andrade (2013) para as atividades propostas e resolvidas dos livros didáticos:

- Determinar uma medida (por exemplo, determinar a média aritmética);
- Comparar (comparar dois ou mais grupos de dados);
- Aplicar uma propriedade ou uma observação (atividade que exige a aplicação de uma propriedade ou de uma observação para resolução);
- Demonstrar (atividades que exigem uma demonstração);
- Outro tipo de atividade que não se enquadra nas categorias acima.

Depois da visão geral, realizamos uma análise mais específica das situações apresentadas no livro com base nas categorias:

- Comparação de conjuntos de dados;
- Contextos;
- Propriedades e observações;
- Software e calculadoras;
- Conceitos relacionados às MTCD nos livros didáticos.

Com base nas categorias e construção dos dados no próximo capítulo, apresentamos os resultados da pesquisa.

6 RESULTADOS

Este capítulo foi dividido em quatro partes: a primeira apresenta o saber científico das Medidas de Tendência Central e de Dispersão; a segunda parte trata das dificuldades de aprendizagens dessas medidas; a terceira etapa refere-se às orientações curriculares oficiais que regem a educação básica no país, tendo como foco as especificidades relacionadas às Medidas de Tendência Central e de Dispersão; a última parte apresenta a análise dos livros didáticos de acordo com as categorias elencadas e explícitas na metodologia.

6.1 SABER CIENTÍFICO DAS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO

Nesse tópico abordaremos o saber científico das Medidas de Tendência Central e de Dispersão, buscando identificar como esse saber é apresentado no meio científico, através de publicações na área. Apresentaremos os estudos de cientistas renomados no meio da Estatística, como Maurice Kendall, que recebeu vários prêmios pelos seus estudos na área e Jean-Claude Régnier que é pesquisador destaque na área de educação estatística.

6.2 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

No meio científico, a Estatística pertence a uma área de conhecimento distinta da matemática, possui centros especializados e pesquisadores que se dedicam exclusivamente ao estudo dela. Dentro dessa área de pesquisa, temos as Medidas de Tendência Central (MTC), que são medidas que representam uma amostra em uma análise estatística. As MTC mais conhecidas e utilizadas são: a média aritmética, a mediana e a moda.

Kendall e Yule (1948) fazem seis afirmações referentes às MTC. De acordo com os autores as MTC devem:

1. Ser rigorosamente definidas;
2. Baseada em todas as observações feitas;
3. Propriedades simples e triviais;

4. Ser calculadas com rapidez e facilidade;
5. Não ser influenciadas pelas flutuações da amostra;
6. Permitir um tratamento algébrico de fácil acesso.

Trataremos neste tópico das principais medidas de tendência central (média aritmética, mediana e moda), que satisfazem as seis condições apresentadas acima.

6.2.1.1 Média aritmética

A média aritmética é muito utilizada nas pesquisas midiáticas, diariamente aparece nos jornais, programas de televisão e pesquisas rápidas das redes sociais. Também é utilizada em diversas pesquisas no meio acadêmico nas mais variadas áreas do conhecimento.

Para obter a média aritmética é necessário somar todas as parcelas da amostra e dividir pela quantidade de parcelas. Kendall e Yule (1948, p. 143) definem a média aritmética da seguinte forma:

A média aritmética de uma série de valores de uma variável $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, em número de N , é o quociente das somas dos valores pelo seu número: isto é, se M é a média aritmética,

$$M = \frac{1}{N} (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n)$$

Outros autores também expressam fórmulas para o cálculo da média aritmética. Dehon, Drosbeke e Vermandele (2008, p. 76) mostram uma fórmula pra uma série estatística não ordenada e uma fórmula para série estatística ordenada,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{(i)}$$

Fórmula 1 - Média estatística para séries não ordenadas

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{(i)}$$

Fórmula 2 - Média estatística para série ordenada

No entanto, podemos perceber que é a mesma fórmula tanto para séries ordenadas quanto para séries não ordenadas, assim, podemos concluir que, de acordo com esses autores, existe apenas uma única forma de calcular séries estatísticas.

Apresentamos a seguir algumas propriedades referentes a média aritmética:

Propriedade 1: A média aritmética é influenciada por valores extremos.

Em uma determinada amostra os valores extremos podem interferir na média aritmética e, dependendo da quantidade de elementos da amostra e dos valores extremos, essa medida pode se tornar incoerente para determinar o centro dos dados.

Propriedade 2: A soma dos desvios em relação à média, considerando os seus respectivos sinais é nula (KENDALL; YULE; 1948).

A soma de cada valor da série menos a média aritmética é zero, por exemplo: dada a série {2, 3, 4, 5, 6} de média aritmética 4. Quando subtraímos cada valor da série pela média aritmética obtemos {2-4, 3-4, 4-4, 5-4, 6-4} = {-2, -1, 0, 1, 2}, somando esses valores (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 resultamos no valor zero, ou seja, a soma dos desvios em relação a média é nula.

Propriedade 3: A média aritmética como ponto de equilíbrio.

Em uma série, a soma dos valores positivos é balanceada pela soma dos valores negativos.

Levin e Fox (2004) afirmam que a média é o ponto de equilíbrio em uma série, posto que a soma dos desvios em valor absoluto abaixo da média é igual à soma dos desvios em valor absoluto acima da média. Tomando como exemplo a série apresentada {2, 3, 4, 5, 6} de média aritmética 4, temos como valores abaixo da média 2, 3 e como valores acima da média 5, 6. Na tabela 1, apresentamos uma síntese, a soma dos desvios acima da média em valores absolutos é igual à soma dos desvios abaixo da média que neste exemplo corresponde a 3.

Tabela 1 – A média como ponto de equilíbrio – valores abaixo da média

Valores abaixo da média		
x_i	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $
2	$2 - 4 = - 2$	2
3	$3 - 4 = - 1$	1
Soma		3

Fonte: autoria própria

Tabela 2 – A média como ponto de equilíbrio – valores acima da média

Valores abaixo da média		
x_i	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $
5	$5 - 4 = 1$	1
6	$6 - 4 = 2$	2
Soma		3

Fonte: autoria própria

Monteiro (2009) afirma que nesta propriedade os valores são importantes, além disso, o peso de cada um também importa, ou seja, a quantidade de vezes que eles se repetem e a distância que se encontram relativamente a média aritmética. A autora apresenta em seu trabalho um modelo sugestivo dessa propriedade, que é o de colocar na linha numérica os valores da variável e equilibrar todos os valores a volta da média atendendo às frequências absolutas e a distância relativamente à média, existindo, assim, um equilíbrio total. Por exemplo, se em uma determinada série tivermos média 3, para encontrarmos valores adequados, traçamos uma reta, marcamos o número 3 e vamos colocando valores que a “equilibrem” como se fosse um centro de gravidade. Se colocar um valor no 4, precisaremos colocar outro no 2, se colocarmos um no 6 precisaremos colocar outro no 0 para haver um equilíbrio.

Propriedade 4: A média é o valor que está mais próximo de todos os valores.

A média é um valor que representa um conjunto de dados, em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores. Esta propriedade é apresentada por Straus e Bichler (1988) em seus estudos em que investigam o conceito da média com estudantes entre 8 e 12 anos.

6.2.1.2 Mediana

De acordo com Kendall e Yule (1948, p. 150), a mediana pode ser definida como:

O valor central da variável quando os valores são arrumados por ordem de grandeza, ou como o valor tal que os valores maiores e menores ocorrem com igual frequência. No caso de uma curva de frequências, a mediana pode ser definida como o valor da variável cuja ordenada divide a área da curva em duas partes iguais.

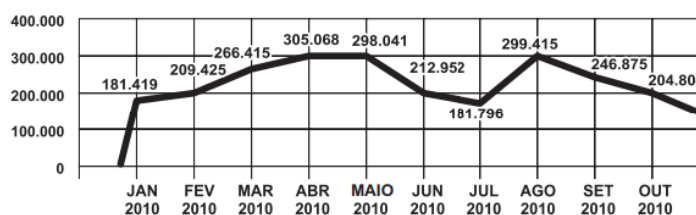
Outros autores expressam suas ideias para o cálculo da mediana, Dodge (2007, p. 329 apud, Andrade 2013, p. 111) afirma que a mediana é uma medida de tendência central e seu valor “se encontra no centro de um conjunto de observações quando organizadas em ordem crescente ou decrescente”.

Podemos observar que existe uma semelhança entre as afirmações dos autores. Concluimos que o cálculo da mediana se dá através da organização dos valores da amostra em ordem crescente/decrescente e o valor central (nos casos em que a amostra tem uma quantidade ímpar de elementos) corresponde a medida, no entanto, nos casos em que a amostra possui uma quantidade par de elementos a mediana é a média entre os dois termos centrais.

O ENEM no ano de 2012 apresentou uma questão sobre mediana que levou os estudantes a utilizarem o conceito corretamente, a seguir temos a questão:

O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.

BRASIL - Comportamento do Emprego Formal no período de janeiro a outubro de 2010 - CAGED



Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é:

- 212 952.
- 229 913.
- 240 621.
- 255 496.
- 298 041.

(ENEM 2012).

Para resolver essa situação problema, os estudantes deveriam, inicialmente, escrever a sequência em ordem (crescente/decrescente), chegando em:

181.419, 181.796, 204.804, 209.425, 212.952, 246.875, 266.415, 298. 041, 299. 415 e 305.068.

Analisando os valores, notamos que a amostra possui uma quantidade par de elementos, dessa forma, para determinarmos a mediana devemos pegar os valores centrais, somar e dividir por dois, ou seja, realizar uma média aritmética entre esses valores. Os elementos centrais são 212.952 e 246.875, calculando a média entre esses números obtemos:

$$M = \frac{212.952 + 246.875}{2} = 229.913,5$$

Como a questão pede a parte inteira, a resposta correta é o item b com 229.913, essa situação problema é um modelo clássico de questões envolvendo mediana.

6.2.1.3 Moda

A moda consiste no(s) elemento(s) de maior frequência na amostra. De acordo com Régnier (2007, p. 9, apud Andrade, 2013, p. 124) quando se tem uma variável qualitativa, a moda se refere “ao efetivo máximo ou à frequência máxima”, enquanto que, quando se trata de uma variável contínua, a moda está relacionada a “um valor da variável correspondente à densidade de frequência máxima”.

Uma amostra pode ser amodal, quando não possui moda; bimodal, quando possui mais de uma moda, ou seja, mais de um valor que acontece com maior frequência e assim por diante.

O Sistema Seriado de Avaliação da Universidade de Pernambuco cobra em suas provas todos os anos o conteúdo das MTC, no ano de 2014 em um de seus exames apresentou a seguinte situação problema (SSA2, 2014):

Ao término do ano letivo, um professor de química aplicou um simulado com 50 questões, cada uma valendo um ponto, para avaliar estatisticamente o rendimento dos estudantes de uma turma da escola onde trabalha. Os resultados de cada estudante nessa avaliação estão descritos a seguir:

30 40 45 30 30 50 35 30

40 45 40 35 50 60 50 50
 30 60 50 60 30 40 50 45

Com base nesses resultados, analise as sentenças seguintes:

I. A média das notas dos estudantes com duas casas decimais, no simulado, é 42,70.

II. Há duas modas para os resultados dos estudantes: 30 e 50.

III. A mediana das notas nesse simulado é 45. Está CORRETO o que se afirma, apenas, em:

- a) I
- b) II
- c) III
- d) I e II
- e) II e III

No geral, a questão aborda as principais MTC (média, moda e mediana), mas por estarmos falando sobre o conceito de moda iremos abordar apenas o item II. Neste item, afirma-se que existem duas modas na sequência, 30 e 50. Analisando os dados apresentados, podemos verificar que esta é uma afirmação verdadeira, pois o elemento 30 aparece na amostra seis vezes e esse também é o quantitativo de frequência do elemento 50, ou seja, essa sequência é bimodal.

6.2.1.4 Medidas de dispersão

As Medidas de Dispersão (MD) são medidas que servem para medir a dispersão dos dados, ou seja, como eles estão distribuídos na amostra e em muitos casos auxiliar as medidas de tendência central. Iremos tratar, nesta pesquisa, das seguintes Medidas de Dispersão: amplitude, variância e desvio padrão. As medidas de dispersão também precisam satisfazer as seis condições propostas por Kendall e Yule (1948) para medidas de tendência central.

6.2.1.5 Amplitude

A amplitude é uma medida de dispersão, considerada por Kendall e Yule (2008, p. 165) como sendo a “diferença entre o maior e o menor de todos os valores observados” por esse motivo é considerada pelos autores como a medida de dispersão mais simples. Uma das críticas feitas à amplitude é a de que os valores sofrem grandes variações de uma amostra para outra.

Dehon, Drosbeke e Vermandele (2008, apud Andrade, 20113, p. 139) apresenta uma fórmula para o cálculo da amplitude:

$$E = x_n - x_1$$

Fórmula 3 – Cálculo da amplitude

Onde E significa a amplitude (étendue em francês), x_n corresponde ao maior valor observado e x_1 é o menor valor observado. Esses autores fazem a mesma afirmação que Kendall e Yule para o cálculo da amplitude. Outros autores que discutem sobre o cálculo tem uma conclusão semelhante as apresentadas pelos autores expostos até aqui.

6.2.1.6 Desvio padrão

Kendall e Yule (1948, p. 165-166) afirmam que o desvio padrão é “a raiz quadrada da média aritmética dos quadrados de todos os desvios ou afastamentos, sendo esses desvios medidos em relação à média aritmética das observações”. Os autores apresentam a seguinte expressão para o desvio padrão:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum x^2$$

Fórmula 4 – Desvio Padrão

Na equação acima, temos o desvio padrão igual a σ de uma determinada média aritmética x . Observa-se que quanto maior o desvio padrão mais dispersos estão os dados.

6.2.1.7 Variância

A variância tem o intuito de minimizar as flutuações que ocorrem nas observações. Para o cálculo da variância, Andrade (2013) fez adaptações na fórmula proposta por Régnier (2007), chegando à conclusão de que a variância é:

$$\sigma^2 = \sum_{k=1}^{k=p} f_k (x_k - \mu)^2 = \left(\sum_{k=1}^{k=p} f_k x_k^2 \right) - \mu^2$$

Fórmula 5 – Variância

Outros autores propõem fórmulas semelhantes para o cálculo da variância, no entanto, iremos considerar a fórmula apresentada por Andrade (2013).

7 REVISÃO DA LITERATURA: PESQUISAS SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DAS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO

A revisão da literatura foi realizada através do banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A revisão foi feita em três etapas, na primeira etapa foram buscadas as palavras-chaves dos trabalhos: medidas de tendência central, medidas de dispersão, medidas de tendência central e de dispersão; com intuito de localizar pesquisas que abordassem o ensino e aprendizagem das medidas de tendência central e de dispersão. A segunda parte desse processo foi verificar quais dos trabalhos apresentavam os termos “medidas de tendência central” ou “medidas de dispersão” no título do trabalho. Em seguida, foi feita a leitura do resumo de cada trabalho para entender do que a pesquisa tratava, assim identificamos sete trabalhos que atendiam a esses critérios dos quais foram analisados.

7.1 PESQUISAS QUE ABORDAM AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Com relação as Medidas de Tendência Central (MTC), existem trabalhos que visam analisar a relação dos estudantes com o conhecimento, outros buscam identificar o conhecimento dos professores acerca do saber em questão e uma terceira gama de estudos busca identificar como as MTC são apresentadas no livro didáticos. A seguir, temos algumas pesquisas sobre tais medidas.

Boaventura e Fernandes (2004) realizaram um estudo com 181 estudantes de três escolas diferentes a respeito das principais medidas de tendência central, média, moda e mediana. O estudo aconteceu em duas etapas: a primeira diretamente com os alunos e a segunda com livros didáticos. Na primeira etapa, verificaram-se dificuldades e equívocos dos alunos mediante a situações que contemplavam os conceitos de média, moda e mediana. Na segunda etapa da pesquisa, notou-se que os livros didáticos abordavam os conceitos de forma superficial, o que traz indícios de ser um fator que influenciou o desempenho dos estudantes.

Nossa pesquisa trata-se de uma análise aos livros didáticos aprovados no PNLD do ensino médio sobre as MTCD; a pesquisa de Boaventura e Fernandes (2004) mostra indícios sobre como o conhecimento é abordado nos livros didáticos.

Alves e Pietropaolo (2018) realizaram uma pesquisa com 12 professores em um processo de formação continuada a respeito dos conhecimentos para o ensino das medidas de tendência central utilizando como aporte teórico a categorização proposta por Ball, Thames e Phelps (2008). Os dados foram coletados através de um questionário, os pesquisadores concluíram que os professores tinham o conhecimento dos procedimentos que envolviam os cálculos das medidas de tendência central, porém não fizeram interligações entre elas, trataram todas as medidas de forma isolada.

Esse resultado da pesquisa pode ser um indício de como as MTC são abordadas nos cursos de formação inicial de professores. Como o futuro professor de matemática está sendo formado? De acordo com as orientações curriculares instituídos no Brasil, a educação matemática deve levar o estudante a interpretar situações e a resolver problemas reais, para isso acontecer, uma boa formação para os professores é imprescindível, com a finalidade de não apenas enxergar os dados matemáticos como números, mas como valores que estão inseridos em um contexto e que representam algo.

Alguns trabalhos visam a elaboração e utilização de sequências didáticas para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem. Araújo (2018) buscou, em sua dissertação, trabalhar as MTC através de situações didáticas. Sua pesquisa é estruturada com elementos da engenharia didática. O autor elaborou sequências didáticas com o auxílio do software Geogebra. Seu problema de pesquisa procurou identificar as potencialidades do software para o ensino e aprendizagem das MTC. Como um dos resultados da pesquisa, foi concluído que o Geogebra é um forte aliado no processo de ensino e aprendizagem das MTC. Os estudantes demonstraram um melhor desempenho após o contato com a plataforma educacional. Trabalhar com sequências didáticas pode ser uma alternativa para uma construção mais significativa dos conceitos associados as medidas de tendência central.

De acordo com Vargas (2013), a estatística é colocada em segundo plano em sala de aula. Buscando superar essa situação, a autora desenvolveu uma pesquisa com uma turma do nono ano do ensino fundamental. Foram realizados seis encontros de duas horas, em que foram explorados vários conceitos ligados a estatística, como tabelas, gráficos e as MTC. Os dados trabalhados nas atividades foram retirados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), sendo específicos da localidade dos estudantes. Vargas (2013) associou ao estudo da estatística a metodologia de resolução de problemas, chegando à conclusão de que após os encontros os estudantes evoluíram no conhecimento da estatística. Através da pesquisa de Vargas (2013), evidenciamos que metodologias

distintas podem e devem ser utilizadas no processo de ensino e aprendizagem das MTCD por tornarem as aulas mais dinâmicas e os conhecimentos mais consolidados por parte dos alunos.

A pesquisa de Dantas (2018) propõe fazer um estudo sobre o ensino das medidas de tendência central por atividades. O autor aplicou um teste aos estudantes para fazer um diagnóstico do conhecimento de cada um acerca das MTC, em seguida foi elaborada uma sequência didática e aplicada aos estudantes. A atividade buscou investigar os efeitos gerados através da sequência didática no processo de ensino e aprendizagem das MTC. Como resultado, foi verificado um aumento de acertos significativo no pós-teste. Mais uma evidência de que o ensino das MTCD precisa ser mais cuidadoso e mais significativo para os estudantes.

Alves (2016) desenvolveu uma pesquisa com professores de matemática da educação básica sobre o ensino das medidas de tendência central. A pesquisa buscou identificar o conhecimento dos professores acerca das MTC, utilizando como referencial teórico Ball, Thames e Phelps (2008). O estudo foi desenvolvido em uma formação continuada com quatorze professores, um questionário diagnóstico foi aplicado e em seguida o processo formativo teve início. No questionário inicial, notou-se que o grupo de professores possuíam limitações acerca das MTC. Como resultados obtidos tem-se a expansão da base de conhecimentos e a percepção da necessidade de interrelacionar as medidas de tendência central com as medidas de dispersão. Não se pode estudar as medidas de tendência central de forma isolada das medidas de dispersão, pois elas se complementam, possuem uma interrelação.

7.2 PESQUISAS QUE ABORDAM AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO

Para tratar das medidas de dispersão nos deparamos com uma certa escassez em encontrar pesquisas que abordem apenas tais medidas, no entanto, foram identificadas algumas pesquisas que abordam tanto as medidas de tendência central quanto as medidas de dispersão. Os estudos que relacionam as MTCD apresentam as dificuldades da estatística referentes a esses conteúdos na educação básica e fazem análises das orientações curriculares que norteiam o ensino.

Silva (2016), em sua pesquisa de mestrado, fez uma análise do ensino de estatística na educação básica, tendo como foco a formação de professores. O autor

apresentou as principais políticas públicas que regem a educação básica no Brasil, fazendo um recorte para os conteúdos de estatística. Identificadas as limitações no ensino de tais conteúdos, o autor elaborou uma proposta de utilização do software Libreoffice para o cálculo e a análise das medidas de tendência central e de dispersão, buscando um melhor desempenho dos estudantes no processo de ensino e aprendizagem. Sabemos que o uso de tecnologias digitais tem seus prós e contras, partindo de questões físicas a questões educacionais, no entanto, a proposta se mostrou eficaz na amostra da pesquisa.

Sipraki (2015) desenvolveu um estudo sobre o uso da estatística nas pesquisas educacionais, fazendo um recorte para as medidas de tendência central e de dispersão na pesquisa internacional sobre ensino e aprendizagem. O autor utilizou as políticas educacionais para identificar quais as recomendações para o ensino da estatística. Como fonte de dados foi utilizada o resultado de avaliações em longa escala.

Andrade (2013), em seu estudo, abordou a estatística, em particular, as medidas de tendência central e de dispersão, realizou uma análise à luz da teoria da transposição didática evidenciando o saber científico das MTCD, as orientações curriculares específicas para o ensino no Brasil e na França e, com o apoio de livros didáticos, analisou o saber a ser ensinado. Os dados são tratados através da teoria antropológica do didático e da teoria dos campos conceituais. Como principais resultados obteve que existem limitações entre as orientações curriculares e os livros analisados, o que pode indicar que alguns problemas no processo de ensino e aprendizagem podem ocorrer devido a transposição do conhecimento para as orientações curriculares e para os livros didáticos.

Cruz (2020) realizou um estudo sobre as medidas de tendência central com as medidas de dispersão no ensino superior. Como objetivo da pesquisa, a autora buscou investigar o desempenho e o raciocínio mobilizado pelos estudantes do Curso de Graduação em Administração na resolução de situações que envolvem os conceitos de medidas de tendência central e medidas de dispersão. Os principais resultados obtidos foram os de que os estudantes se saíram melhor nas situações envolvendo medidas de tendência central. Os conceitos relacionados às medidas de dispersão não se mostraram bem consolidados durante o estudo, o que indica que as medidas de dispersão necessitam de uma abordagem diferenciada no processo de ensino e aprendizagem.

Julgamos pertinente considerar as Medidas de Tendência Central com as Medidas de Dispersão por existirem relações fortes relações entre elas, a dissociação pode levar a dificuldades de aprendizagem, principalmente quando se trata das medidas de dispersão, o que pode ser evidenciado no estudo de Cruz (2020).

8 ENSINO MÉDIO

O estudo das Medidas de Tendência Central e de Dispersão (MTCD) tem sido recomendado pelos documentos oficiais que norteiam a educação básica no Brasil, em especial para o Ensino Médio (EM). Levando-se em conta a relevância destes documentos, apresentaremos algumas considerações sobre as orientações curriculares para o ensino das MTCD, presentes em três documentos: PCN+Ensino Médio – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2002); OCEM – Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006); BNCC – Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2019).

8.1 LEI DE DIRETRIZES E BASES DA EDUCAÇÃO NACIONAL (LDB) – LEI Nº 9.394, DE 20 DE DEZEMBRO DE 1996

A LDB é uma lei que aborda todos os direitos assegurados a educação no Brasil. O texto original sofreu muitas alterações ao longo dos anos, visando deixar a lei mais atual e contemplando a pluralidade da população brasileira. O parágrafo 1º do artigo 4º sofreu mudanças por meio da lei n. 12.796 de 2013, afirmando que é dever do estado a educação básica obrigatória e gratuita dos 4 anos aos 17 anos de idade, distribuídos em três níveis: pré-escola, ensino fundamental e ensino médio.

O artigo 24 teve sua redação alterada pela lei n. 13.415 de 2017, tornando a carga horária mínima de 800 horas para o ensino fundamental e também para o ensino médio, em um total de 200 dias letivos sem contar com os exames finais quando for necessária sua aplicação. De acordo com o artigo 26 da LDB, o currículo da educação básica deve ser uma base comum e ser complementada com as especificidades e crenças de cada região do país.

A seção IV da Lei de Diretrizes e Bases trata sobre a última etapa da educação básica, o ensino médio. É nesta etapa que estamos desenvolvendo nossa pesquisa. A lei apresenta que o EM tem duração mínima de 3 anos. No artigo 35-A, a lei apresenta que “A Base Nacional Comum Curricular definirá direitos e objetivos de aprendizagem do ensino médio” em quatro áreas do conhecimento, são elas: linguagens e suas tecnologias; matemática e suas tecnologias; ciências da natureza e suas tecnologias; e ciências

humanas e sociais aplicadas. O inciso 3 foi incluído pela lei n. 13.415 de 2017, afirmando que o “ensino da língua portuguesa e da matemática será obrigatório nos três anos do ensino médio”. Com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), disciplinas como física, química, sociologia, filosofia não fazem mais parte do ciclo básico do ensino médio, adiante trataremos com mais detalhes as mudanças na educação básica acarretada pela BNCC.

8.2 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS +EM

Uma das propostas dos Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN+EM) se refere à contextualização sociocultural para aproximar o aluno da realidade, fazendo-o vivenciar situações próximas que permitam-no reconhecer a diversidade que o cerca para que ele atue nesta realidade (BRASIL, 2002). De acordo com o PCN+EM, a matemática do EM pode ser determinante “para a leitura das informações que circulam na mídia e em outras áreas do conhecimento na forma de tabelas, gráficos e informações de caráter estatístico” (BRASIL, 2002, p. 126). No entanto, espera-se do aluno que ele ultrapasse a leitura de informações e reflita mais criticamente sobre seus significados.

Neste documento, a Estatística e a Probabilidade devem ser vistas como:

Um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas. Devem ser vistas também como formas de a Matemática quantificar e interpretar conjuntos de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente. (BRASIL, 2002, p. 126).

Sobre a estatística, o PCN+EM afirma que os alunos devem aprender a descrever dados, fazer representações gráficas, analisar dados utilizando os conceitos de médias, moda e mediana, variância e desvio padrão (BRASIL, 2002, p. 127). O PCN+EM indica que os alunos devem aprender a:

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.

- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios.

Este documento apresenta um projeto de formação dos alunos através da distribuição dos temas nas três séries do Ensino Médio “os temas de estudo da primeira série deveriam tratar do entorno das informações que cercam os alunos, numa visão contextualizada, colocando-os em contato com as primeiras ideias e procedimentos básicos para ler e interpretar situações simples” (BRASIL, 2002, p. 128). Já para a segunda série do EM, o PCN+EM afirma que “poderia haver uma mudança significativa no sentido de que cada disciplina mostre sua dimensão enquanto Ciência, com suas formas características de pensar e modelar fatos e fenômenos” (Idem). E na terceira série do EM, o PCN+EM propõe que seja ampliado os aprendizados das séries anteriores com temas mais abrangentes “que permitissem ao aluno observar e utilizar um grande número de informações e procedimentos, aprofundando sua compreensão sobre o que significa pensar em Matemática e utilizar os conhecimentos adquiridos para análise e intervenção na realidade.” (Idem).

8.3 ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO MÉDIO

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) surgiram com a intenção de apresentar um conjunto de reflexões sobre a prática docente. O projeto foi desenvolvido a partir de debates com os gestores das Secretarias Estaduais de Educação e de pesquisadores da área de Educação.

Nas OCEM (BRASIL, 2006) é dito que ao final do Ensino Médio:

Espera-se que os alunos saibam usar a matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a matemática como um conhecimento social e historicamente construído, saibam apreciar a importância da matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2006, p. 69).

Sobre o estudo de estatística no EM, a OCEM diz que os alunos “precisam adquirir entendimento sobre o propósito e a lógica das investigações estatísticas, bem como sobre

o processo de investigação.” (BRASIL, 2006, p. 79). Afirmando que se deve proporcionar ao aluno o entendimento intuitivo e formal das principais ideias matemáticas nas representações estatísticas.

As OCEM destacam a “necessidade de se intensificar a compreensão sobre as medidas de posição (média, moda e mediana) e as medidas de dispersão (desvio médio, variância e desvio padrão), abordadas de forma mais intuitiva no ensino fundamental.” (BRASIL, 2006, p. 79). Os alunos precisam desenvolver o raciocínio crítico nas discussões de resultados de investigações estatísticas.

Vemos neste documento outras orientações metodológicas como: “a contextualização deve ser vista como um dos instrumentos para a concretização da ideia de interdisciplinaridade e para favorecer a atribuição de significados pelo aluno no processo de ensino e de aprendizagem” (BRASIL, 2006, p. 95). Assim como outras orientações voltadas à articulação da Matemática ensinada no EM com temas atuais da ciência e da tecnologia; a história da matemática como oportunidade de contextualização importante do conhecimento matemático.

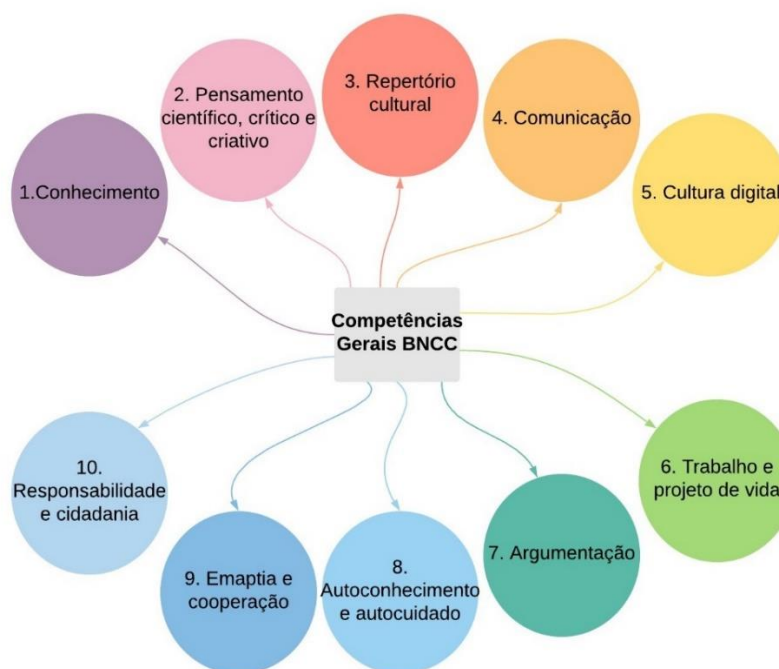
9 A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR - BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um conjunto de orientações para nortear os currículos da educação básica, ela surgiu com o intuito de elevar a qualidade do ensino no país, através de um documento comum e obrigatório para as instituições públicas e privadas. A BNCC foi construída através do ministério da Educação (MEC), passou por algumas etapas, como processo de discussão e contribuição da sociedade e audiências públicas até a versão final (BNCC etapa Ensino Médio), publicada em dezembro de 2018.

Uma nova divisão do EM é proposta pela BNCC. A carga horária do EM diurno passa de 2400 horas para 3000 horas, sendo subdividida em dois grupos, o primeiro de 1800 horas é referente a parte comum para todos os estudantes do país e as 1200 horas restantes são disponíveis para itinerários formativos, em que cada escola tem o dever de ofertar pelo menos dois itinerários para que os estudantes possam fazer suas escolhas. O itinerário formativo tem a finalidade de preparar o estudante para o mercado de trabalho oferecendo cursos técnicos e profissionalizantes.

Para sua construção, o documento firmou-se na Constituição Federal, na Lei de Diretrizes e Bases (LDB), no Plano Nacional de Educação (PNE), na Lei da Reforma do Ensino Médio e nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) do Ensino Médio, através dessas, determina as competências e os conhecimentos fundamentais que deverão ser ofertados a todos os estudantes na parte comum (1800 horas).

O documento está organizado por áreas do conhecimento, são elas: Linguagens e suas Tecnologias; Matemática; Ciências da Natureza; e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. A BNCC está estruturada em competências e habilidades, de acordo com ela, competência se refere a “mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos) e habilidades diz respeito a “práticas cognitivas e socioemocionais”. Segundo a BNCC, as competências são definidas com o objetivo de transformar a sociedade, buscando uma sociedade mais justa e comprometida com a preservação da natureza. São Competências da BNCC:

Figura 2 – Competências da BNCC

Fonte: autoria própria

De acordo com a BNCC, as dez competências acima devem nortear todo o processo de ensino e aprendizagem, ou seja, todas as disciplinas devem ter como guia tais competências, assim, o ensino da matemática também deve ser estruturado com base nas competências.

Além das competências comuns a toda educação básica, existem as competências específicas para as áreas abordadas no documento. A parte de matemática e suas tecnologias, voltada apenas para o ensino médio, apresenta cinco competências específicas, a primeira delas:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral. (BRASIL, 2018, p. 532).

A primeira competência específica sugere o uso de estratégias e procedimentos matemáticos em diferentes áreas do conhecimento, com intuito de possibilitar a interpretação de diversas.

A segunda e a terceira competências específicas afirmam que

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 534-535).

A segunda competência específica é uma ampliação da primeira competência específica, pois propõe colocar o estudante em frente a um problema que exija uma atitude concreta para solucioná-lo. A terceira competência está relacionada a interpretação de dados, resolução de problemas e construção de modelos, buscando que o estudante se torne protagonista do processo de aprendizagem.

A quarta e quinta competências específicas apresentam que os estudantes devem

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. (BRASIL, p. 538).

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, p. 540).

A quarta competência específica se refere ao uso das diversas representações de um mesmo objeto matemático na resolução de um problema, ou seja, buscar novos meios de resolução para determinados problemas visando um conhecimento amplo acerca das divisões da matemática.

Cada competência específica está associada a várias habilidades a fim de se contemplar a totalidade da competência em questão.

A BNCC faz a organização curricular da parte de matemática em três divisões, são elas: Números e Álgebra; Geometria e Medidas; e Probabilidade e Estatística. Para cada divisão são propostas no documento algumas habilidades, como nossa pesquisa está relacionada com a parte de Probabilidade e Estatística, voltamo-nos para as habilidades referentes a esse eixo.

Dentre as habilidades associadas ao eixo Probabilidade e Estatística identificamos uma habilidade que trata diretamente das MTCD,

Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos. (BRASIL, 2018, p. 546).

A habilidade exposta acima propõe o ensino simultâneo das medidas de tendência central com as medidas de dispersão.

No entanto, é o único trecho do documento que cita as MTCD, não deixando claro em quais as séries esse conteúdo será estudado e deixa de forma livre a interpretação desse parágrafo, o que pode levar aos autores de livros didáticos a selecionarem as medidas que julgarem mais importantes, pois o documento apresenta apenas medidas de tendência central, não citando quais medidas (médias, moda, mediana), e sobre as medidas de dispersão expõem apenas duas: amplitude e desvio padrão. Caso um livro didático aborde apenas a amplitude e o desvio padrão como medidas de dispersão deixará lacunas na aprendizagem dos estudantes que não vivenciarão outras medidas de dispersão.

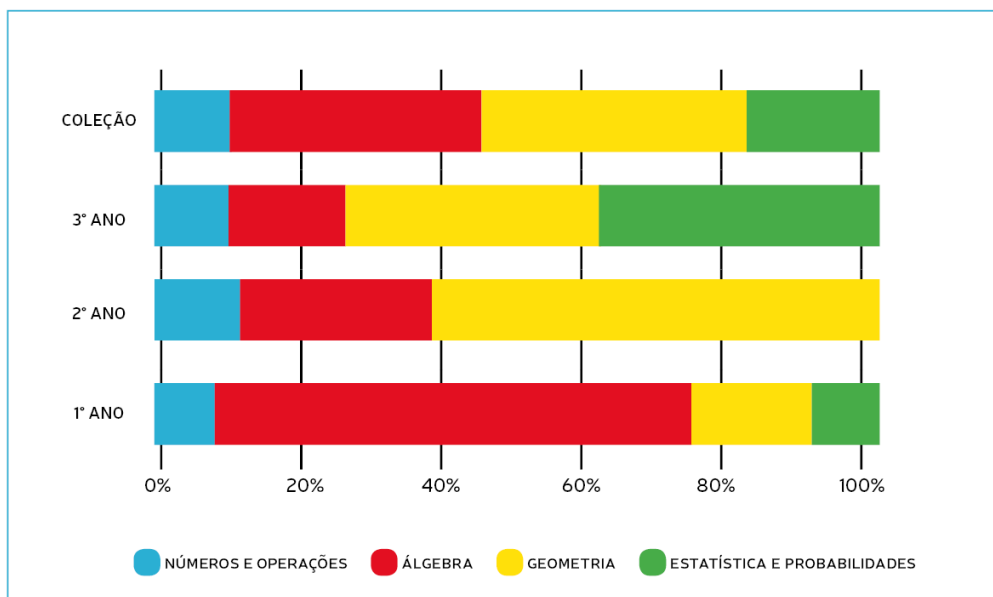
10 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Nesta etapa da pesquisa iremos apresentar a análise de dois livros que foram aprovados no PNLD 2018 e que compõem as coleções de Matemática. Os livros selecionados são: LD1 – Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016) e LD6 – Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016). Iremos analisar apenas os livros da terceira série do Ensino Médio, por ser a série que apresenta o nosso objeto de estudo.

As Medidas de Tendência Central (MTC) são medidas que representam uma amostra em uma análise estatística. As MTC mais conhecidas e utilizadas são: a média aritmética, a mediana e a moda. Essas medidas são apresentadas na educação básica e estão presentes na maioria dos livros didáticos de matemática do ensino médio, em particular nos livros da terceira série aprovados no PNLD 2018. Outras medidas de tendência central existem como a média geométrica e a média harmônica, mas não são frequentemente utilizadas na educação básica. As principais MTC citadas acima fazem parte do edital do Exame Nacional do Ensino Médio, constituindo-se como um dos conteúdos que mais caem nas provas do exame.

As Medidas de Dispersão (MD) são medidas que servem para analisar como os dados de certa amostra estão distribuídos. No ensino médio, as principais MD estudadas são: Desvio Médio, Variância e Desvio Padrão. Essas medidas estão presentes no edital do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e no edital do Sistema Seriado de Avaliação 3 (SSA 3), que é uma prova específica da Universidade Estadual de Pernambuco para os alunos da terceira série do Ensino Médio. Ressaltamos que outras medidas de dispersão existem, como: coeficiente de variação e coeficiente de variação interquartil, que não serão abordados neste tópico por não fazerem parte dos livros didáticos que iremos analisar.

De acordo com o Guia Nacional do Livro Didático, o LD1 se destaca pela contextualização do conhecimento matemático com as práticas sociais envolvendo outras áreas do conhecimento. O livro está dividido em 4 grandes eixos, a saber: Números e operações; Álgebra; Geometria; Estatística e Probabilidades. A seguir apresentamos um gráfico com a organização dos conteúdos por série ao longo da coleção.

Gráfico 1 – Organização dos conteúdos da coleção Conexões com a Matemática

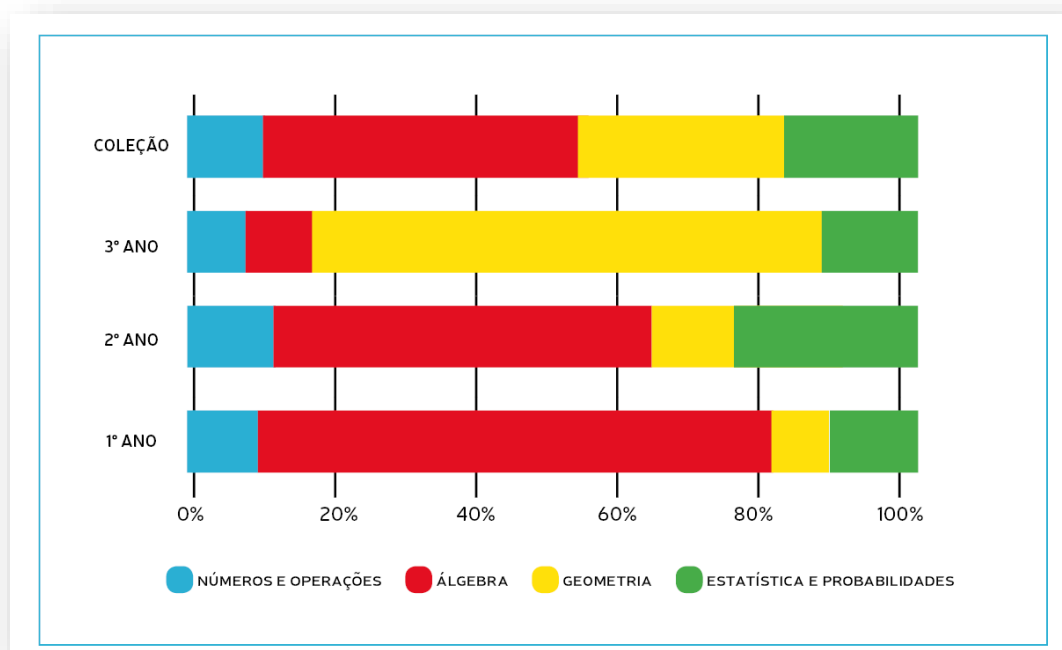
Fonte: Guia do Livro Didático

Através do gráfico, notamos que a ênfase para o eixo Estatística e Probabilidades acontece no livro da terceira série, notamos ainda que a segunda série não contém nenhum conteúdo que trate desse eixo, o que nos leva a refletir: na segunda série do ensino médio os estudantes não fazem conexões com os temas trabalhados na estatística e na Probabilidade? Não existe nenhuma interligação entre os conteúdos e áreas do conhecimento com esses tópicos na segunda série do Ensino Médio?

De acordo com Lopes (2008), os temas estatísticos e probabilísticos são essenciais na educação cívica, porque podem ser analisados criticamente em diferentes aspectos científicos, técnicos e / ou sociais. Ao permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de recolher, organizar, interpretar e comparar dados, obtendo e verificando conclusões, torna-se significativo o desempenho de trabalhos estatísticos e probabilísticos, o que constitui uma base importante para a expressão de uma atitude científica. Dessa forma, o não aparecimento de temas estatísticos e probabilísticos em uma das séries do ensino médio pode levar os estudantes a sentirem dificuldades na resolução de problemas reais.

Para a coleção Matemática Interação e Tecnologia, o Guia do Livro Didático apresenta que uma das características fortes dessa coleção é a união de temas diversos com os conteúdos apresentados, buscando construir uma ponte entre matemática e o cotidiano. Os quatro eixos dos conteúdos dentro das obras são: Números e operações; Álgebra; Geometria; Estatística e Probabilidades. A seguir apresentamos um gráfico com as divisões dos eixos por séries.

Gráfico 2 – Organização dos conteúdos da coleção Matemática Interação e Tecnologia



Fonte: Guia do Livro Didático

Com o gráfico, percebemos que o eixo Estatística e Probabilidade está presente em toda coleção, com uma ênfase maior no livro da segunda série do Ensino Médio. Podemos fazer uma comparação com a coleção anterior em que verificamos no livro da segunda série que não existe nenhum tópico relacionado a esse eixo. Refletimos a esse respeito através do questionamento: quais as consequências no ensino e aprendizagem dos estudantes que receberam a primeira ou a segunda coleção? Os vestibulares e Enem cobram o conteúdo de uma única maneira, o que traz para o professor um desafio de tentar nivelar o conhecimento de seus estudantes.

Lopes (2008) aponta que o conhecimento estatístico vai além de compreender porcentagens, taxas de inflação e desemprego. Os estudantes precisam analisar criticamente os dados fornecidos, questionando sua veracidade. Para os alunos, não basta desenvolver a capacidade de organizar e representar conjuntos de dados, é necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões.

10.1 PRIMEIRA ETAPA DE ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Neste tópico iremos abordar como os livros (LD1 e LD6) estão organizados sobre os conteúdos das MTCD.

10.1.1 LD1 – Conexões com a Matemática (Leonardo, 2016)

O LD1 apresenta no início do capítulo sobre as MTCD os objetivos a serem alcançados com o conteúdo, são eles:

Calcular e interpretar média, moda e mediana de uma distribuição.
Resolver situações-problema que envolvam essas medidas de tendência central.
Calcular e interpretar desvio médio, variância e desvio padrão de um conjunto de valores observados.
Resolver situações-problema que envolvam essas medidas de dispersão.
(Leonardo, 2016, p. 78)

A coleção tem uma característica de contextualizar os conteúdos com o cotidiano. Para iniciar a abordagem sobre as MTCD, o LD1 apresenta uma pesquisa do IBGE sobre a média de anos de estudo dos brasileiros com 10 anos ou mais de acordo com o sexo. Os dados foram organizados por região do país. No entanto, o livro não apresenta uma problematização acerca da pesquisa, apenas mostra os dados.

Ao se tratar de medidas é abordado que existem diversos tipos delas e que nem sempre todas servem para representar uma amostra. O texto inicial faz uma ligação entre as medidas de tendência central e as medidas de dispersão, afirmando que existem medidas que servem para representar dados (medidas de tendência central) e outras medidas que servem para indicar o quanto os dados estão dispersos em relação a medida representativa (medidas de dispersão).

Para definir as Medidas de Tendência central, o LD1 afirma que “as medidas estatísticas que descrevem a tendência que os dados têm de agrupamento em torno de certos valores recebem o nome de medidas de tendência central” (LEONARDO, 2016, p. 78). Elencam três medidas como sendo as principais, a saber: média, moda e mediana. Outra característica do livro é a de que ele carrega a simbologia matemática utilizada no ensino superior. A definição de média aritmética é apresentada da seguinte forma: “é o

quociente entre a soma dos valores observados e o número de observações. Indicamos a média por \bar{x} ". A definição na simbologia matemática é apresentada do modo a seguir:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Fórmula 6 – Cálculo da média aritmética – LD1 (LEONARDO, 2016, p. 79)

No entanto, existe um tópico de observação que explica a simbologia utilizada. Em seguida, temos um exemplo de como calcular a média aritmética. O exemplo fornece dados oficiais do campeonato brasileiro de futebol de 2015, fazendo uma abordagem contextualizada com a realidade.

Figura 3 – Exemplo sobre média aritmética LD1

Exemplo

Na 38ª rodada do Campeonato Brasileiro de Futebol de 2015, foram realizados 10 jogos, cuja quantidade de gols por partida está apresentada na tabela abaixo.

38ª rodada do Campeonato Brasileiro de Futebol de 2015										
Partida	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª
Número de gols	2	6	1	3	2	3	1	0	1	2

Dados obtidos em: <www.cbf.com.br>.
Acesso em: 7 jan. 2016.

Vamos calcular a média de gols dessa rodada somando o número de gols de cada partida e dividindo o total obtido pelo número de partidas:

$$\bar{x} = \frac{2 + 6 + 1 + 3 + 2 + 3 + 1 + 0 + 1 + 2}{10} = \frac{21}{10} = 2,1$$

Fonte: LEONARDO, 2016, p. 80

No exemplo apresentado acima, o LD1 usa a fórmula para cálculo da média aritmética de forma direta, substituindo os valores na fórmula, não revisita a fórmula geral.

Após o exemplo mostrado, o próximo tópico trata da média ponderada, o texto faz uma ligação com a média aritmética para explicar por que em algumas situações é necessário utilizar outro tipo de cálculo. Para a explanação deste tópico, inicialmente, é apresentado um exemplo e só depois do exemplo a definição é formulada seguindo a

mesma caracterização do tópico anterior, com o uso da simbologia matemática. Enquanto a definição por extenso não segue o padrão posto no item anterior sobre média aritmética ponderada, o LD1 afirma que “o número de vezes que um valor se repete recebe o nome de peso, e a média aritmética calculada com pesos é chamada de média aritmética ponderada”.

$$\bar{x} = \frac{p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \dots + p_n \cdot x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i \cdot x_i)}{\sum_{i=1}^n p_i}$$

Fórmula 7 – Cálculo da média ponderada – LD1 LEONARDO, 2016, p. 80

A simbologia utilizada no livro é semelhante a simbologia do saber científico que foi abordado no tópico 6. De acordo com Model (2005), o fato de a linguagem dos signos matemáticos ser universal reforça o formalismo adotado e não permite modificações ou simplificações. Aliado à dificuldade de abstração, esse formalismo pode afastar o aluno de uma compreensão das ideias de imediato, ou até mesmo depois de algumas tentativas. Dessa forma, o formalismo encontrado na linguagem matemática muitas vezes torna difícil para os alunos entenderem o conteúdo, o que pode levar a uma aversão pela matemática.

Para apresentar o conceito de Moda, o LD1 mostra algumas situações na qual o tema deve ser utilizado; em seguida, aborda a definição “Moda é (são) o(s) valor(es) que aparece(m) com maior frequência no conjunto de valores observados”, expõe alguns exemplos com dados numéricos e relaciona a definição do conceito com o significado da palavra moda no dicionário. A relação de um conceito com outro de área distinta é bem visto nos documentos oficiais por levarem os estudantes a refletirem um tema sob perspectivas diferentes.

Sobre o tópico Mediana, o LD1 inicia a abordagem direto com a definição desse conceito, que de acordo com o livro “um grupo de valores previamente ordenados, de modo crescente ou decrescente, é o valor que divide esse grupo em duas partes com o mesmo número de termos”. A seguir é mostrado com mais detalhes a mediana de uma sequência com um número par de elementos e com um número ímpar de elementos.

Finalizada a parte de explanação do conteúdo, o livro inicia o trabalho com as questões, expõe três questões resolvidas.

Quadro 9 – Questões resolvidas MTC - LD1

Questões resolvidas ¹⁴	Tipo de questão
QR1	Calcular a média, moda e mediana de uma sequência
QR2	Interpretação da questão / calcular a média aritmética
QR3	Gráfico / calcular a média, moda e mediana

Fonte: Autoria própria

Como questões propostas para resolução do aluno, o LD1 apresenta oito problemas que são explanados no quadro a seguir:

Quadro 10 – Questões propostas MTC - LD1

Questões propostas ¹⁵	Tipo de questão
QP1	Calcular a média, moda e mediana de sequências
QP2, QP3, QP4, QP8	Interpretação da questão / calcular a média, moda e mediana
QP5, QP7	Gráfico / calcular a média, moda e mediana
QP6	Relação com outro conteúdo matemático

Fonte: Autoria própria

O livro relaciona muito bem as questões resolvidas com as questões propostas, ou seja, ele mostra ao aluno como se faz e em seguida solicita que o aluno ponha em prática o que aprendeu.

Em uma seção a parte, aborda-se as medidas de tendência central para dados agrupados em intervalos, é mostrado como se calcular a média aritmética, a moda e a mediana desses dados agrupados. Na sequência, uma questão resolvida e três propostas, seguindo a linha:

Quadro 11 – Questões resolvidas dados agrupados MTC – LD1

Questões resolvidas	Tipo de questão
QR1	Tabela / calcular a média, moda e mediana

Fonte: Autoria própria

¹⁴ Para abreviação das questões resolvidas utilizamos QR.

¹⁵ Para abreviação das questões propostas utilizamos QP.

Quadro 12 – Questões propostas dados agrupados MTC – LD1

Questões resolvidas	Tipo de questão
QP1, QP2, QP3	Tabela / calcular a média, moda e mediana

Fonte: Autoria própria

Notamos que a abordagem segue a mesma, explanação do conteúdo, exercícios resolvidos e exercícios propostos.

Para iniciar a temática sobre as Medidas de Dispersão, o livro utiliza um problema envolvendo temperaturas e faz perguntas ao leitor com intuito de levar a reflexão. Em seguida, aponta problemas em utilizar as medidas tendência central para solucionar o problema e conclui que se precisa de novas ferramentas para ele. Assim, introduzem as medidas de dispersão como “as medidas estatísticas que descrevem o comportamento de um grupo de valores em torno das medidas de tendência central”. (LEONARDO, 2016, p. 88).

Sobre situação problema temos:

Um problema pode ser definido como toda situação que tem por objetivo alcançar uma meta mediante estratégias, raciocínio lógico, modelagem e interpretação. Assim, um problema requer mais do que aplicação de fórmula ou de operações aprendidas nas aulas e passa a existir quando é indispensável interpretar, estruturar e contextualizar a situação. (ALVARENGA, ANDRADE & DE JESUS SANTOS, 2016, p. 41).

Buscar conexões com o cotidiano e com as diversas áreas do conhecimento são indicações dos PCN's e também da recém BNCC, que tem o intuito de tornar o ensino mais significativo para o aluno. Em matemática, os professores sempre são questionados com perguntas como “quando irei usar esse conteúdo na minha vida?”, por isso trabalhar com livros didáticos que tragam relações existentes dos conteúdos com a vida real pode contribuir para quebrar paradigmas entre a relação aluno-professor.

OLD1 aborda três medidas de dispersão: desvio médio, variância e desvio padrão. Para o desvio médio apresenta um breve resumo do que seria calcular essa medida, a seguir descreve a definição que “é a medida aritmética dos valores absolutos dos desvios” (LEONARDO, 2016, p. 88). Um exemplo é construído para concluir a explanação do tema através de dados em uma tabela.

Variância e desvio padrão são tratados no mesmo tópico dentro do livro. A seção tem início com a explicação de que existem outras maneiras para calcular a dispersão dos

dados em uma amostra além do desvio médio. Para variância afirma que “é a média aritmética dos quadrados dos desvios” e em seguida apresenta a fórmula:

$$Var = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Fórmula 8 – Variância (LEONARDO, 2016, p. 89)

Para introduzir o conceito de desvio padrão, é posto um impasse no cálculo da variância “ao calcular a variância, trabalhamos com os quadrados dos desvios, o que pode gerar uma incompatibilidade em relação as unidades dos valores da variável considerada”. No intuito de contornar esse problema, usa-se uma medida compatível com os valores da variável, ou seja, o desvio padrão. Como definição dessa medida temos que “é a raiz quadrada da variância”.

$$D_p = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Fórmula 9 – Desvio padrão (LEONARDO, 2016, p. 89)

Na sequência, é construído um exemplo através de uma tabela para o cálculo da variância e do desvio padrão. Ao longo do capítulo, é nítida a utilização da simbologia matemática, que tem sua grande importância em ser uma linguagem universal e que foi construída ao longo das décadas a partir das necessidades do homem. Model (2005) defende em sua pesquisa que os estudantes têm dificuldades no uso de sistemas de notação matemática e processamento de registros de representação, levando a problemas no aprendizado de diversos conteúdos.

O LD1 apresenta duas questões resolvidas e quatro questões propostas que são caracterizadas de acordo com o quadro a seguir:

Quadro 13 – Questões resolvidas MD – LD1

Questões resolvidas	Tipo de questão
QR5	Interpretação da questão / Dispersão dos dados
QR6	Tabela / Dispersão dos dados

Fonte: Autoria própria

Quadro 14 – Questões propostas MD – LD1

Questões propostas	Tipo de questão
QP12, QP13	Tabela / Dispersão dos dados
QP14, QP15	Interpretação da questão / Dispersão dos dados

Fonte: Autoria própria

O LD1 conclui a primeira parte da abordagem sobre as medidas de dispersão de forma semelhante a abordagem utilizada com as medidas de tendência central. As questões resolvidas dão suporte para as questões propostas, o livro mostra como fazer e em seguida solicita que o aluno pratique.

Por fim, o LD1 apresenta o último tópico para explanação do conteúdo “Medidas de dispersão para dados agrupados em intervalos”, lembra os conceitos vistos e mostra um exemplo com uma tabela e, na sequência, propõe duas questões.

Quadro 15 – Questões propostas dados agrupados MD – LD1

Questões propostas	Tipo de questão
QP16	Tabela / Dispersão dos dados
QP17	Gráfico / Dispersão dos dados

Fonte: Autoria própria

Para finalizar o capítulo, o livro traz uma seção denominada de “Exercícios complementares” com dezoito que se dividem em Enem, vestibulares e autorais. No quadro a seguir, temos a especificidade de cada questão.

Quadro 16 – Exercícios complementares MTCD – LD1

Exercícios complementares ¹⁶	Tipo de questão
EC1, EC7, EC8	Tabela / Medidas de tendência central
EC2, EC3, EC6, EC9, EC13, EC15, EC16	Interpretação da questão / Medidas de tendência central
EC4, EC5, EC10	Gráfico / Medida de tendência central
EC12, EC17	Tabela / Medidas de dispersão
EC11, EC14	Interpretação da questão / Medidas de dispersão
EC18	Gráfico/ Medidas de dispersão

Fonte: Autoria própria

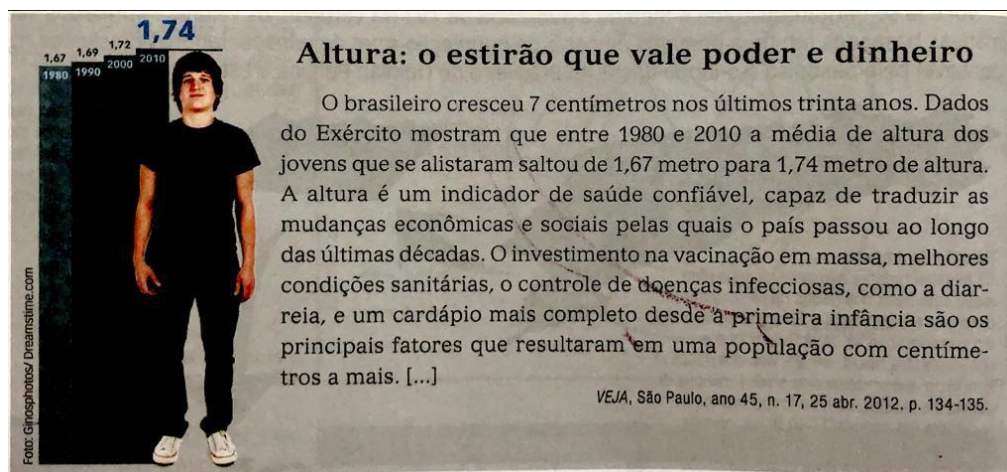
Na seção “autoavaliação” os estudantes podem, por meio de oito questões simples, sem precisar de interpretação, ver o seu desempenho acerca dos temas estudados. O LD1 sugere aos estudantes que revisem os conceitos e refaçam as questões que sentiram dificuldades.

10.1.2 LD6 – Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)

O LD6 tem um capítulo dedicado ao estudo da estatística. Inicialmente, são apresentados os dados gerais sobre gráficos e tabelas. Em seguida, tem-se início o estudo sobre as medidas de tendência central. Um texto com o título “Altura: o estirão que vale poder e dinheiro” é utilizado para começar a discussão do tema.

¹⁶ Utilizaremos EC como abreviação para Exercícios Complementares.

Figura 3 – Altura de jovens do exército



Fonte: Balestri (2016)

O texto aborda sobre a média de alturas dos jovens que se alistaram no exército brasileiro. Na sequência, o livro faz uma afirmação sobre as medidas de tendência central: “a média aritmética da altura dos jovens brasileiros que se alistaram é um indicador representativo da distribuição de todos os jovens brasileiros na mesma faixa etária”. Percebemos que o texto inicial não expõe o que são medidas de tendência central, o livro parte do pressuposto que já se conhece tal definição e apenas relembra como calcular as principais medidas de tendência central.

Visto todos os temas associados aos conceitos das MTC, na segunda página sobre o conteúdo são abordadas as medidas de tendência central para dados agrupados em classes. Elas são expostas duas tabelas e são calculadas a média aritmética dos valores, a moda e a mediana. As tabelas são utilizadas como forma de explanar o conteúdo.

Como atividades resolvidas para esta primeira etapa, o LD6 apresenta três questões, que estão detalhadas no quadro a seguir:

Quadro 17 – Questões resolvidas MTC – LD6

Questões resolvidas	Tipo de questão
QR1, QR2	Tabela / média, moda e mediana
QR3	Tabela / agrupamento de dados, média, moda e mediana.

Fonte: Autoria própria

Na sequência, o livro didático apresenta um tópico denominado “Ramos e folhas”, que é um dispositivo prático utilizado para organizar e apresentar um conjunto de dados relativamente pequeno. A seguir, temos a imagem do dispositivo:

Figura 4 – Dispositivo prático para organização de dados

Ramos e folhas

O esquema de ramos e folhas é um dispositivo prático utilizado para organização e apresentação de um conjunto de dados, relativamente pequeno, que se assemelha à distribuição de frequência e ao histograma. Para a construção desse esquema, considere o seguinte conjunto de dados.

48	74	63	68	80	93	77	54
63	49	71	70	66	74	81	62
73	60	91	45	74	60	65	53
67	78	86	59	68	49	67	52
51	69	70	47	59	94	56	87

- Inicialmente, organize os dados de acordo com suas dezenas, estando os números da menor dezena na primeira linha, os números da dezena seguinte na próxima linha e assim sucessivamente.

48	49	45	49	47								
54	53	59	52	51	59	56						
63	68	63	66	62	60	60	65	67	68	67	69	
74	77	71	70	74	73	74	78	70				
80	81	86	87									
93	91	94										

- Separe o algarismo da dezena, à esquerda, dos algarismos das unidades por uma linha vertical.

4		8	9	5	9	7							
5		4	3	9	2	1	9	6					
6		3	8	3	6	2	0	0	5	7	8	7	9
7		4	7	1	0	4	3	4	8	0			
8		0	1	6	7								
9		3	1	4									

- Por fim, em cada linha, escreva os algarismos das unidades em ordem crescente.

4		5	7	8	9	9							
5		1	2	3	4	6	9	9					
6		0	0	2	3	3	5	6	7	7	8	8	9
7		0	0	1	3	4	4	4	7	8			
8		0	1	6	7								
9		1	3	4									

Fonte: Balestri (2016)

Na continuação do capítulo são apresentadas as questões propostas, que estão especificadas no quadro abaixo:

Quadro 18 – Questões propostas MTC – LD6

Questões propostas	Tipo de questão
QP1	Gráfico / média aritmética, moda e mediana.
QP2, QP3, QP4, QP5	Tabela / interpretação / média aritmética, moda e mediana.
QP6, QP7	Tabela / dados agrupados/ média aritmética, moda e mediana

Fonte: Autoria própria

Com essas questões, a parte das MTC é finalizada e na sequência temos as medidas de dispersão. Para iniciar os estudos sobre o tema, um breve texto é apresentado fazendo uma ligação com as medidas de tendência central afirmando que são medidas que “indicam onde ocorre uma tendência de concentração para o conjunto de dados” (Balestri, 2016, p. 139). Notamos que o LD6 não havia apresentado nenhuma definição para o significado de tais medidas. Como definição das medidas de dispersão é exposto que em algumas situações é preciso “utilizar também medidas que indicam o quão próximos ou afastados os valores do conjunto de dados estão em relação à média aritmética” (Balestri, 2016, p. 139).

As medidas de dispersão contidas no LD6 são: desvio médio, variância e desvio padrão. Para abordar o desvio médio, um exemplo com atletas é utilizado. O livro apresenta um fato importante nos jogos olímpicos de Pequim e o relaciona com o assunto estudado.

Figura 5 – Olimpíadas de Pequim

Fonte: Balestri (2016)

A definição de desvio médio é exposta em destaque e uso da simbologia matemática:

Figura 6 – Definição de desvio padrão – LD6

O desvio médio (Dm) de um conjunto de dados é dado pela média aritmética dos valores absolutos dos desvios de cada valor em relação à média \bar{x} .

$$Dm = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Fonte: Balestri (2016)

Nenhum outro exemplo é feito e o livro já aborda o tópico sobre variância. A respeito desta seção, já tem início com a definição formal de variância e na sequência o exemplo sobre os atletas é retomado.

Figura 7 – Definição de variância LD6

A **variância (V)** de um conjunto de dados é dada pela **média aritmética** dos quadrados dos desvios de cada valor em relação à **média \bar{X}** .

$$V = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + (x_3 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

Fonte: Balestri (2016)

A seguir, fala-se sobre o desvio padrão a definição é exposta sem muito contexto e o exemplo anterior é retomado.

Figura 8 – Definição de desvio padrão

O **desvio padrão (Dp)** de um conjunto de dados é dado pela raiz quadrada da **variância V**.

$$Dp = \sqrt{V}$$

Fonte: Balestri (2016)

Os exercícios resolvidos seguem na sequência e estão apresentados no quadro abaixo:

Quadro 19 – Questões resolvidas MD – LD6

Questões resolvidas	Tipo de questão
QR4	Tabela / gráfico/ medidas de dispersão.
QP2, QP3, QP4, QP5	Tabela / calculadora / medidas de dispersão

Fonte: Autoria própria

Como questões propostas sobre as medidas de dispersão, o LD6 apresenta oito questões que estão detalhadas no quadro a seguir:

Quadro 20 – Questões propostas MD – LD6

Questões propostas	Tipo de questão
QP8	Interpretação / medidas de dispersão
QP9, QP11, QP12	Gráfico / interpretação / medidas de dispersão
QP10, QP13, QP14, QP15	Tabela / interpretação / medidas de dispersão

Fonte: Autoria própria

No final do capítulo, é apresentado um roteiro de estudos para que os alunos organizem as ideias a respeito do conteúdo estudado.

Figura 9 – Roteiro de estudos

Sobre a unidade | Anote as respostas no caderno.

1. O que você estudou nesta unidade? Você considera que atingiu os objetivos propostos no início da unidade? Se não, o que fará para atingir os objetivos?
2. Qual dos conteúdos estudados nesta unidade você considera que deve estudar um pouco mais?
3. Se um amigo pedisse a você que explicasse o que é uma pirâmide etária (ou pirâmide demográfica), que explicação você daria?
4. Qual a principal vantagem em representar o conjunto de dados por meio de um gráfico estatístico?
5. Converse com seus colegas a respeito de situações em que os conteúdos estudados nesta unidade estão presentes. Se necessário, realizem uma pesquisa.

Ideias matemáticas

O esquema a seguir relaciona algumas das ideias matemáticas estudadas nesta unidade. Converse com seus colegas e professor(a) a respeito de como essas e outras ideias abordadas na unidade estão relacionadas. Em seguida, faça um texto descrevendo as relações existentes entre elas e dê sugestões para complementar e melhorar a organização desse esquema.

```

graph TD
    G[Gráficos] --- T[Tabelas]
    G --- E[Estatística]
    T --- E
    E --- MD[Medidas de dispersão]
    E --- MT[Medidas de tendência central]
    MD --- MT
  
```

Fonte: Balestri (2016)

Para o ensino e aprendizagem de matemática, o uso de diversas metodologias é importante para que os estudantes construam conhecimento e possam tornar os conceitos mais significativos.

11 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A estatística possui elementos importantes para a organização e a leitura de dados em diversos ambientes da nossa sociedade. Saber interpretar e tratar esses dados são necessidades reais. As medidas de tendência central e de dispersão são medidas que servem para representar uma amostra, para interpretar dados, dessa forma são de suma importância para os nossos alunos.

Muitos estudos tratam das medidas de tendência central, sejam acerca das dificuldades de aprendizagem, sejam como metodologias para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, sejam como análise desse conteúdo em livros didáticos. No entanto, pesquisas que abordam apenas as medidas de dispersão não são tão publicadas quanto as das medidas de tendência central. Uma explicação para esse fato é a de que indícios das MTC já são vistos durante o ensino fundamental, porém as MD são estudadas apenas na terceira série do ensino médio.

Os documentos que regem a educação básica no país, em particular o ensino médio, apresentam o ensino de estatística de forma sucinta e não detalha em quais séries deve-se estudar tais conceitos, e não especifica os principais tópicos a serem desenvolvidos. As coleções de livros didáticos ficam livres para organizar seu material, causando uma divergência de coleção para coleção. Como mostrado nesta pesquisa, existem livros que isolam o estudo de estatística em apenas uma série, o que não contribui para a construção desses conceitos de forma significativa para os estudantes.

A BNCC propõe um ensino baseado em competências e habilidades, apresenta dez competências gerais em que todas as disciplinas devem contemplá-las e, no caso da matemática, cinco competências específicas com o intuito de desenvolver o ensino e aprendizagem da disciplina. Porém, na abordagem sobre as MTCD, a BNCC apresenta apenas um parágrafo e não deixa nítido quais os aspectos importantes para o desenvolvimento de tais medidas. O documento não expõe quais as medidas de tendência central devem ser abordadas com os estudantes e para as medidas de dispersão indicam apenas duas: amplitude e desvio padrão. Dependendo da interpretação dos autores, as coleções podem trazer lacunas sobre os conceitos associados às MTCD.

Os livros analisados neste estudo apresentaram o uso da simbologia matemática semelhante ao saber científico, o que pode levar os estudantes a um distanciamento do conteúdo quando estes alunos não possuírem uma base matemática sólida, já que o conteúdo das MTCD, na maioria das vezes, é visto apenas no ensino médio.

OLD1 tem a característica de contextualizar os temas com o cotidiano, no entanto, o livro não traz uma problematização acerca desses temas, apenas apresenta dados. O livro apresenta inicialmente a diferença e a necessidade de utilizar as medidas de tendência central e as medidas de dispersão.

O LD6 expõe os conteúdos de forma mais direta, na introdução sobre as medidas de tendência central. O livro traz um texto sobre a altura dos jovens que se alistam no exército. O texto não apresenta a definição de nenhuma medida, ou seja, parte do pressuposto que já se conhecem tais definições.

Outro resultado importante é sobre como os estudantes possuem solidificados os conceitos associados às medidas de tendência central apresentados pelo estudo de Cruz (2020) em detrimento das medidas de dispersão, o que vem reforçar a importância de estudar essas medidas de forma interligada.

As novas publicações das coleções de livros didáticos estão sendo influenciadas pela BNCC por ser um programa de caráter obrigatório a ser seguido. Para futuras pesquisas, pode-se analisar como as MTCD estão sendo abordadas nessas coleções e quais os impactos que poderão causar no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes. Outra perspectiva futura de pesquisa é relacionar o que é apresentado nos livros didáticos sobre as MTCD que seguem a BNCC, e o que é cobrado nos exames nacionais que medem a qualidade da educação básica no país.

REFERÊNCIAS

ALVARENGA, K. B.; ANDRADE, I. D.; DE JESUS SANTOS, R. **Dificuldades na resolução de problemas básicos de matemática: um estudo de caso do agreste sergipano**. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 12, n. 24, p. 39-52, 2016.

ALVES, Tiago Augusto dos Santos. **Conhecimentos de Professores de Matemática da Educação Básica sobre o Ensino de Medidas de Tendência**. 2016. 113 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Educação, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

ALVES, Tiago Augusto dos Santos; PIETROPAOLO, Ruy César. **Conhecimentos de Professores de Matemática Sobre as Medidas de Tendência Central Para o Ensino na Educação Básica**. Jieem, p. 291-295. jan. 2018.

ANDRADE, Vladimir Lira Veras Xavier de. **Os conceitos de Medidas de Tendência Central e Dispersão na Formação de Professores no Ensino Médio no Brasil e na França. Abordagem exploratória no Quadro da teoria Antropológica do Didático e da Teoria dos Campos Conceituais**. 2013. 552 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ensino de Ciência e Matemática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2013.

ARAÚJO, José Ronaldo Alves. **Atividades para o estudo das Medidas de Tendência Central: uma proposta com o apoio do GeoGebra**. 2018. 145 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Matemática, Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ESTATÍSTICA. **ABE – Estatuto**. Disponível em: <https://www.redeabe.org.br/site/>. Acesso em: 31 jan. 2019.

BALESTRI, R. **Matemática: interação e tecnologia**. v.2. São Paulo: Leya, 2016.

BARBOSA, Aline Oliveira da Silva. **A TRIGONOMETRIA DO CICLO TRIGONOMÉTRICO: uma análise da Transposição Didática realizada pelo Livro Didático na 2ª série do ensino médio a luz da Teoria Antropológica do Didático**. 2015. 157 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino das Ciências, Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

BESSA DE MENEZES, Marcus. **Praxeologia do professor e do aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau**. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

BOAVENTURA, G. M.; FERNANDES, J. A. **Dificuldades de alunos do 12º ano nas Medidas de Tendência Central: o contributo dos Manuais Escolares**. In: Revista Portuguesa de Educação. Braga: Portugal. pp. 103-126, 2004.

BRASIL. Edital de convocação 04/2015. **Edital de convocação para o processo de inscrição e avaliação de obras didáticas para o Programa Nacional do Livro**

Didático PNLD 2018. Brasília: Ministério da Educação, 2015. Disponível em: www.fnde.gov.br/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/165-editais? Acesso em: 20 set. 2018.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Brasília: Ministério da Educação, 2006.

BRASIL. **Programa Nacional do Livro Didático.** Guia digital. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2018/>. Acesso em 17 set. 2018.

BRASIL. Programa Nacional do Livro Didático. Guia digital. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/pnld-2018/>. Acesso em 17 set. 2018.

BRASIL.PCN + Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos parâmetros Curriculares nacionais. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

CÂMARA DOS SANTOS, M.; LIMA, P. F. **Algumas concepções sobre o ensino-aprendizagem em Matemática.** Educação Matemática em Revista, n. 12, São Paulo, SBEM, 2002.

CHEVALLARD, YVES. **Les Programmes et la Transposition Didactique Illusion, contraentes et possibles.** Texto apresentado em uma conferência em 24 de outubro de 1985.

CHEVALLARD, YVES. **La tranposition didactique, du savoir savant au savoir enseigner.** 240 p. Incluído: CHEVALLARD, Y. JOHSUA M. A. Um exemple d'analyse de la transposition didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

COBB, G. W.; MOORE, D. S. **Mathematics, Statistics, and Teaching.** The American Mathematical Monthly, Washington, v.104, n.9, p.801-823, nov.1997.

CRUZ, Tatyane Veras de Queiroz Ferreira da. **MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E MEDIDAS DE DISPERSÃO: um estudo acerca dos conceitos estatísticos mobilizados pelos estudantes do Curso de Administração.** 2020. 133 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

DANTAS, Adenilson Sacramento. **O Ensino de Medidas de Tendência Central por Atividades.** 2018. 208 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Centro de Ciências Sociais e Educação, Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

DANTE, Luiz Roberto. Livro Didático de Matemática: uso ou abuso? Em Aberto, Brasília, ano 16, n. 69, p. 1-15, jan./mar. 1996.

FRANDOLOSO, Gibran Avelino. **Avaliação de marcadores de risco para doença vascular em pacientes com hepatite C.** 2018. 71 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de

Programa de Pós-graduação em Medicina Interna, Centro de Ciências da Saúde, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

GARCIA, J; SOUZZA, J. # **Contato matemática**. São Paulo: FTD, 2016.

GONÇALVES, Ruth Grossmann. **O emprego do livro didático de Matemática no Ensino Fundamental da rede pública estadual**. 2007. 40f. Monografia (Especialização em Didática e Metodologia do Ensino Superior). Universidade do Extremo Sul Catarinense. Criciúma.

IEZZI, G. et al. **Matemática: ciência e aplicações**.v.2. São Paulo: Saraiva, 2017.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **IBGE: Missão Institucional**. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/institucional/o-ibge.html>. Acesso em: 31 jan. 2019.

KENDALL, Maurice G.; YULE, G. Udny. **Introdução à Teoria da Estatística**. Tradução Evandro de Oliveira Silva. Rio de Janeiro: IBGE, 1948.

LAJOLO, M. **Livro didático: um (quase) manual de usuário**. Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, p. 3-9, jan./mar. 1996.

LOPES, Celi Espasandin. **Educação estatística no curso de licenciatura em matemática**. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, [s.l.], v. 27, n. 47, p.901-915, dez. 2013. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0103-636x2013000400010>.

LOPES, Celi Espasandin. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. **Cadernos Cedes**, [S.L.], v. 28, n. 74, p. 57-73, abr. 2008. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0101-32622008000100005>.

MATOS FILHO, Maurício Ademir Saraiva de et al. **A Transposição Didática em Chevallard: As Deformações/Transformações sofridas pelo Conceito de Função em sala de aula**. In: EDUCERE, 8., 2008, S.i. Anais. S.i.: Educere, 2008. p. 1190 - 1201. Disponível em: http://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2008/431_246.pdf. Acesso em: 31 ago. 2018.

MENEZES, Marcus Bessa de. **INVESTIGANDO O PROCESSO DE TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA INTERNA: o caso dos quadriláteros**. 2004. 186 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação, Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2004.

MODEL, S. L. **Dificuldades de alunos com a simbologia matemática**. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática. Porto Alegre, PUC, 2005.

MONTEIRO, C. 2009. **Que conhecimentos são necessários para se ensinar a média aritmética?** XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística: Reflectindo no Presente, Perspectivando o Futuro. Vila Real, Portugal.

RÉGNIER, Jean-Claude. *Vocabulaire de Statistique*. Lyon: ISPEF – Université Lumière Lyon 2, 2007

RAMADAN, Yassmín Hêllwaht. **Iniquidades e Tendência na distribuição de cárie dentária em pré-escolares do sul do Brasil entre 2008 e 2013**. 2015. 57 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Ciências Odontológicas, Centro de Ciências da Saúde, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

SAMURÇAY, Renan; VERGNAUD, Gerárd. Que peut apporter l'analyse de l'activité à la formation des enseignants et des formateurs? **Carrefours de l'Éducation**. Amiens (França), n.34, p.49-63, nov. 2012. ISSN 1262-3490.

SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. **Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas**. Revista Brasileira de História e Ciências Sociais, n.1, jul. 2009. Disponível em http://redenep.unisc.br/portal/upload/com_arquivo/pesquisa_documental_pistas_teoricas_e_metologicas.pdf.

SILVA, Carlos Eduardo Santos. **Utilizando o software LibreOffice no cálculo e a análise das medidas de tendência central e dispersão**. 2016. 53 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Matemática, Universidade Federal do Recôncavo da Bahia, Cruz das Almas, 2016. Disponível em: https://sca.proformat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=74277. Acesso em: 09 jan. 2019.

SIPRAKI, Robson. **O uso da estatística para fins de avaliação em políticas educacionais: um estudo a partir da pesquisa talis (OCDE, 2009)**. 2015. 136 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Educação, Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

SKOVSMOSE, O. (2000). **Cenários de investigação**. In: Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, nº 14, p.66-91.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **SBEM - grupos de trabalho**. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/grupo-de-trabalho>>. Acesso em: 31 jan. 2019.

VARGAS, Glaucia Garcia Bandeira de. **A metodologia da resolução de problemas e o ensino de estatística nono ano do ensino fundamental**. 2013. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática, Ciências Tecnológicas, Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

VERGNAUD, G. (1991). **A teoria dos campos conceituais. Recherches em didactique des mathématiques**, 10(23), 133-170. In: Didáctica das Matemáticas. Direção de Jean Brun. Horizontes Pedagógicos.

VERGNAUD, G. (1998). **A comprehensive theory of representation for mathematics education**. Journal of Mathematical Behavior, 17(2), 167-181.