



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS
MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

MAGDA BEATRIZ DE LIMA ALMEIDA

DECISÕES DIDÁTICAS SOBRE A UTILIZAÇÃO DO JOGO DA SENHA DIGITAL
PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Recife - PE
2024

MAGDA BEATRIZ DE LIMA ALMEIDA

**DECISÕES DIDÁTICAS SOBRE A UTILIZAÇÃO DO JOGO DA SENHA DIGITAL
PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências -PPGEC, da Universidade Federal Rural de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção de título de Mestre em Ensino das Ciências.

Orientadora: Profa. Dra. Elisângela Bastos de Melo Espíndola

Recife - PE
2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

- A447d Almeida, Magda Beatriz de Lima
Decisões didáticas sobre a utilização do jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória / Magda Beatriz de Lima Almeida. - 2024.
147 f. : il.
- Orientadora: Elisangela Bastos de Melo Espindola.
Inclui referências, apêndice(s) e anexo(s).
- Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Recife, 2024.
1. Decisões didáticas. 2. Jogo da senha digital. 3. Análise Combinatória. 4. Metodologia de Investigação Reflexiva. I. Espindola, Elisangela Bastos de Melo, orient. II. Título

MAGDA BEATRIZ DE LIMA ALMEIDA

**DECISÕES DIDÁTICAS SOBRE A UTILIZAÇÃO DO JOGO DA SENHA DIGITAL
PARA O ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências -PPGEC, da Universidade Federal Rural de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção de título de Mestre em Ensino das Ciências.

Aprovado em 29 de fevereiro de 2024.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Elisângela Bastos de Melo Espíndola (Orientadora e Presidente)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Profa. Dra. Anna Paula de Avellar Brito Lima (Examinadora Interna)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Profa. Dra. Maria Aparecida da Silva Rufino (Examinadora Externa)
Universidade de Pernambuco

Recife - PE
2024

AGRADECIMENTOS

Direciono primeiramente meus agradecimentos a Deus, por todas as bênçãos concedidas a minha vida, por sempre se fazer presente em todos os momentos e ter me dado forças para vencer cada obstáculo até aqui. A Nossa Senhora que se fez e faz presente me acolhendo, me acalmando e intercedendo por cada passo que dou.

... à minha família, por todo apoio. Em especial a minha mãe, Isabel Beatriz de Lima por investir e acreditar na educação como princípio para o sucesso. Além disso, ter me incentivado e apoiado em diversos momentos.

... à minha orientadora, professora Elisângela Bastos de Melo Espíndola pela confiança, pelo incentivo em todos os momentos durante essa caminhada e por todas as suas contribuições, dedicação e paciência fundamentais para o desenvolvimento desta pesquisa.

... ao meu esposo, Deividy Vicente do Nascimento, por todo companheirismo, compreensão, incentivo e palavras de conforto nos momentos de aflição. Pela paciência e pela motivação durante os caminhos percorridos para chegar até aqui.

... aos meus colegas de turma do PPGEC e em especial, aos meus amigos, que rezaram, apoiaram e torceram para que tudo desse certo, os levarei para toda a vida.

... às professoras Maria Aparecida da Silva Rufino e Anna Paula de Avelar Brito Lima, por participarem da qualificação e defesa desta dissertação, pelas contribuições valiosas e importantes para o desenvolvimento e concretização deste estudo.

... à Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE) por todo o financiamento, o qual foi fundamental para a realização desta pesquisa.

... ao corpo docente, coordenação e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE).

Por fim, meus agradecimentos à escola e à professora participante da pesquisa, por terem concedido as informações necessárias para o desenvolvimento da nossa pesquisa.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar as decisões didáticas de uma professora no planejamento e na utilização do jogo da senha digital (Real Code Breaker) para o ensino de Análise Combinatória em uma turma do 2º ano do Ensino Médio. Para tanto, tomamos como referência o Modelo dos Fatores Decisionais do Professor, desenvolvido na Didática de Matemática francesa. Este modelo aborda três tipos de fatores que influenciam as decisões docentes: fatores epistêmicos, fatores da história didática e fatores externos. A pesquisa está organizada em duas etapas. Na primeira etapa, apresentamos os procedimentos realizados acerca do mapeamento e análise de tipos de jogo da senha digital, disponíveis na loja online da Google para dispositivos com sistema Android (Google Play Store) visando as possíveis explorações didáticas de cada um deles para o ensino de Análise Combinatória, com o intuito de escolher aquele mais adequado a ser utilizado na segunda etapa da pesquisa. Analisamos estes recursos à luz de duas questões: Em que se assemelham ou se diferenciam os jogos da senha digitais do jogo da senha tradicional? Quais as possibilidades de utilizar os tipos de jogo da senha digital para o ensino de análise combinatória? Os princípios da Metodologia de Investigação Reflexiva, guiaram a segunda etapa, a saber: I. Acompanhamento do trabalho do professor por um período significativo; II. Acompanhamento dentro e fora da sala de aula; III. Acompanhamento reflexivo do trabalho de documentação, pelo próprio professor; IV. Ampla coleta dos recursos utilizados e produzidos, ao longo do acompanhamento; V. Confrontação permanente das opiniões do professor a respeito do seu trabalho de documentação. Dentre os resultados da pesquisa, selecionamos o jogo “Real Code Breaker”, em virtude do idioma português, layout do jogo dinâmico de forma que permite ao jogador compreender as regras, além disso, o jogo possui quatro níveis de dificuldades, havendo a modalidade de multiplayer, ou seja, sendo possível ao jogador jogar com algum oponente de forma online. Em relação às decisões didáticas, identificamos no nível noosférico, fatores externos reveladores de restrições ao uso de jogos digitais, por exemplo, pela carência do uso de smartphones em sala de aula, em virtude das condições socioeconômicas do público escolar. Destacamos, nos fatores da história didática, a dificuldade dos estudantes em resolverem problemas de Análise Combinatória; nos fatores epistêmicos, a correlação que a professora estabeleceu entre seus conhecimentos sobre os conteúdos de Análise Combinatória (Arranjo simples e Combinação simples) e a exploração destes a partir da utilização do jogo em sala de aula.

Palavras-chave: Decisões didáticas; Jogo da senha digital; Análise combinatória; Metodologia de Investigação Reflexiva.

ABSTRACT

This work aims to analyze the didactic decisions of a teacher in the planning and use of the digital password game (Real Code Breaker) for teaching Combinatorial Analysis in a 2nd year high school class. For this, we take as reference the Model of the Teacher's Decisional Factors, developed in French Mathematics Didactics. This model addresses three types of factors that influence teaching decisions: epistemic factors, didactic history factors, and external factors. The research is organized in two stages. In the first stage, we present the procedures carried out about the mapping and analysis of types of digital password games, available in the Google online store for devices with Android system (Google Play Store) aiming at the possible didactic explorations of each one of them for the teaching of Combinatorial Analysis, with the intention of choosing the most suitable game to be used during the second stage of the research. We analyzed these resources considering two questions: How do digital password games resemble or differ from the traditional password game? What are the possibilities of using the types of digital password game for teaching combinatorial analysis? The principles of the Reflexive Investigation Methodology guided the second stage, namely: I. Monitoring the teacher's work for a significant period; II. Monitoring inside and outside the classroom; III. Reflective monitoring of the documentation work, by the teacher; IV. Broad collection of the resources used and produced, throughout the monitoring; V. Permanent confrontation of the teacher's opinions about his documentation work. Among the research results, we selected the game "Real Code Breaker", due to the Portuguese language, dynamic game layout in a way that allows the player to understand the rules, in addition, the game has four levels of difficulties, having the multiplayer mode, that is, being possible for the player to play with some opponent online. Regarding didactic decisions, we identified at the noospheric level, external factors revealing restrictions on the use of digital games, for example, due to the lack of use of smartphones in the classroom, due to the socioeconomic conditions of the school audience. We highlight, in the factors of didactic history, the difficulty of students in solving problems of Combinatorial Analysis; in the epistemic factors, the correlation that the teacher established between her knowledge about the contents of Combinatorial Analysis (Simple Arrangement and Simple Combination) and the exploration of these from the use of the game in the classroom.

Keywords: Didactics decisions; Mastermind; Combinatorial Analysis; Reflexive Investigation Methodology.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Tipos de jogos da senha.....	23
Figura 2 - Modelo dos fatores decisoriais.....	45
Figura 3 - Versão do Jogo da Senha.....	51
Figura 4 - Regras do jogo na versão digital.....	54
Figura 5 - Jogo Senha – Real Code Breaker (J1).....	61
Figura 6 - Possíveis jogadas.....	63
Figura 7 - Elementos repetidos.....	64
Figura 8 - Jogo Senha - Real Code Breaker.....	65
Figura 9 - Mapeamento Reflexivo do Sistema de Recursos da professora.....	66
Figura 10 - Fatores de influência nas decisões didáticas - nível +3.....	72
Figura 11 - Explicação das buscas na internet.....	76
Figura 12 - Recursos mobilizados pela professora para suas decisões.....	76
Figura 13 - Fatores de influência nas decisões didáticas - nível +2.....	79
Figura 14 - Introdução sobre o Princípio Fundamental da Contagem (exemplos 1 e 2).....	81
Figura 15- Introdução sobre o Princípio Fundamental da Contagem (exemplos 3, 4, 5).....	81
Figura 16 - Introdução sobre o Princípio Fundamental da Contagem (exemplo 6).....	82
Figura 17 - Lista de exercícios - 2ª e 3ª aulas.....	84
Figura 18 - Lista de exercícios - 4ª e 5ª aulas.....	85
Figura 19 - Extrato do diário de bordo da professora.....	86
Figura 20 - Sequência de ensino para a aplicação do jogo.....	88
Figura 21 - Interação dos estudantes com o jogo da senha digital.....	89
Figura 22 - Classificação dos agrupamentos pela professora.....	90
Figura 23 - Material para a aula com aplicação do jogo.....	92
Figura 24 - Adaptação do jogo da senha- Real Code Breaker.....	93
Figura 25 - Tabuleiros do jogo adaptado.....	94
Figura 26 - Planejamento para uso do jogo adaptado (em papel).....	95
Figura 27 - Explicação das regras do jogo.....	96
Figura 28 - Interação da professora com o estudante “desafiador”.....	97
Figura 29 - Organização dos alunos na área de lazer.....	98
Figura 30 - Realização do jogo com as duplas de alunos.....	99
Figura 31 - Lista de exercícios baseada no jogo da senha.....	100
Figura 32 - Explicação da ficha de exercícios sobre o jogo.....	103
Figura 33 - Avaliação dos alunos sobre o jogo da senha.....	104
Figura 34 - Mapeamento Inferido do Sistema de Recursos sobre Análise Combinatória.....	109
Figura 35 - Fatores de influência nas decisões didáticas da professora no ensino de Análise Combinatória e uso do jogo Real Code Breaker.....	111

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Organizador Curricular de Pernambuco - Probabilidade e Estatística.....	18
Quadro 2 – Dissertações escolhidas para a análise.....	24
Quadro 3 – Comentários referentes ao 3º questionamento.....	27
Quadro 4 – Modelo de estruturação do Meio (“milieu”).....	36
Quadro 5 – Modelo de Níveis da Atividade do Professor.....	37
Quadro 6 – Relação dos Jogos da Senha.....	50
Quadro 7 – Questões para análise dos jogos.....	50
Quadro 8 – Modelo de diário de bordo.....	55
Quadro 9 - Instrumentos utilizados para construção de dados.....	57
Quadro 10 – Informações acerca do jogo da senha tradicional.....	58
Quadro 11 – Diferenças apresentadas nas versões digitais do jogo.....	59
Quadro 12 – Possibilidades de conteúdos a serem trabalhados.....	61
Quadro 13 – Adaptações do jogo pela professora.....	92
Quadro 14 – Objetivos das questões.....	101

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADD	Abordagem Documental do Didático
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Nível Pessoal de Nível Superior
EM	Ensino Médio
HD-CG	História inter-aluno de uma classe genérica
HD-CV	História Didática intra-aluno de uma classe visada
LD	Livro Didático
MIR	Metodologia de Investigação Reflexiva
MISR	Mapeamento Inferido do Sistema de Recursos
MRSR	Mapeamento Reflexivo do Sistema de Recursos
PE	Pernambuco
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
SD	Sequência Didática
TD	Trajectoria Documental
TDICs	Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação
UNIVISA	Centro Universitário da Vitória de Santo Antão
UPE	Universidade de Pernambuco

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 MOTIVAÇÕES INICIAIS.....	12
1.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA.....	14
1.2.1 A Análise Combinatória nos documentos curriculares	16
1.2.2 Pesquisas sobre o ensino de Análise Combinatória e o uso de recursos didáticos	19
1.2.3 O jogo da senha e pesquisas sobre seu uso para o ensino de Análise Combinatória	23
1.2.3.1 Considerações sobre a origem do Jogo da Senha.....	23
1.2.3.2 Pesquisas sobre o jogo da senha para o ensino de Análise Combinatória.....	24
1.4 PROBLEMÁTICA E QUESTÃO DE PESQUISA.....	29
1.5 OBJETIVOS DA PESQUISA.....	31
1.5.1 Objetivo Geral	31
1.5.2 Objetivos Específicos	31
1.6 APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	32
2 AS DECISÕES DIDÁTICAS DO PROFESSOR	34
2.1 A TOMADA DE DECISÕES DIDÁTICAS PELO PROFESSOR.....	34
2.2.1 O Modelo de níveis da atividade do professor	35
2.2.1.1 Os conhecimentos docentes nos diferentes níveis da atividade do professor. 38	
2.2.2 A Teoria Antropológica do Didático (TAD) e os níveis de codeterminação	39
2.3 O MODELO DE FATORES DECISIONAIS DO PROFESSOR.....	40
2.3.1 Fatores do tipo Externos	40
2.3.2 Fatores do tipo Epistêmico	42
2.3.3 Fatores do tipo História Didática	44
2.3.4 Decisões didáticas e Abordagem Documental do Didático (ADD)	45
3 METODOLOGIA	48
3.1 PRIMEIRA ETAPA: MAPEAMENTO E ANÁLISE DE JOGOS DA SENHA DIGITAIS.....	49
3.2 SEGUNDA ETAPA: METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO REFLEXIVA.....	52
3.3 QUESTÕES ÉTICAS DA PESQUISA.....	57
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	58
4.1 RESULTADOS DA PRIMEIRA ETAPA.....	58
4.2 RESULTADOS DA SEGUNDA ETAPA.....	66
4.2.1 Nível +3, condições, restrições e fatores de influência nas decisões didáticas para o uso de jogos e TDICs em Matemática	66
4.2.2 Nível +2 - fatores de influência nas decisões didáticas acerca da inserção do jogo real code breaker na sequência de ensino sobre análise combinatória	73
4.2.2.1 Os resultados da entrevista sobre o ensino de Análise Combinatória.....	73

4.2.2.2 Os resultados da entrevista sobre o jogo Real Code Breaker e sua relação com a Análise Combinatória.....	75
4.2.3 A sequência de ensino sobre Análise Combinatória e as decisões didáticas sobre o uso do jogo Real Code Breaker.....	80
4.2.3.1 Decisões sobre o uso do Jogo da Senha digital- Real Code Breaker (nível +2).....	80
4.2.3.2 Decisões didáticas sobre o uso do jogo Real Code Breaker (níveis +2, +1, 0 e -1).....	86
4.2.3.2 Decisões didáticas sobre o uso do jogo da senha - Real Code Breaker na versão adaptada (níveis +2, +1).....	91
4.2.3.3 Decisões didáticas sobre o uso do jogo da senha - Real Code Breaker na versão adaptada (níveis +1, 0 e -1).....	95
4.2.3.3 A aplicação da lista de exercícios baseada no jogo da senha adaptado....	100
4.2.4 Os resultados da entrevista final sobre o uso do jogo pela professora.....	106
4.2.4.1 Síntese das decisões didáticas da professora sobre o planejamento e uso do jogo Real Code Breaker.....	109
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	113
REFERÊNCIAS.....	117
APÊNDICES.....	127
Apêndice A- Roteiro da entrevista semiestruturada: nível +3.....	127
Apêndice B - Roteiro da entrevista semiestruturada : nível +2.....	128
Apêndice C- Roteiro da entrevista semiestruturada :Nível +1.....	129
Apêndice D - Roteiro da Entrevista Final: Nível 0 e -1.....	130
Apêndice E - Acompanhamento da Sequência de Ensino.....	131
ANEXOS.....	133
Anexo A- Carta de Anuência.....	133
Anexo B- Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	134
Anexo C- Autorização de uso de arquivos/dados de pesquisa.....	136
Anexo D- Termo de compromisso e confidencialidade.....	137
Anexo E- Diário de Bordo.....	138
Anexo F- Registros das atividades sobre Análise Combinatória.....	145

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentamos nossas motivações iniciais para a pesquisa sobre as decisões didáticas de uma professora acerca do planejamento e utilização do jogo da senha digital no ensino de Análise Combinatória¹. Essas motivações surgiram em um curso de “Especialização em Ensino de Matemática” no Centro Universitário da Vitória de Santo Antão (UNIVISA) e em oficinas realizadas em eventos acadêmicos.

Com o intento de melhor situar nossa problemática de pesquisa, explanamos algumas considerações sobre o ensino e a aprendizagem de Análise Combinatória e o estado da arte sobre este tema à luz de teses, dissertações e artigos. Além de características do jogo da senha e estudos desenvolvidos com o uso deste recurso para o ensino de Análise Combinatória. Por fim, apresentamos as questões e objetivos da pesquisa e os demais capítulos deste trabalho.

1.1 MOTIVAÇÕES INICIAIS

A Análise Combinatória sempre foi uma das minhas inquietações enquanto estudante, tendo em vista as dificuldades que tive no período escolar e que se perpetuaram até o curso de Licenciatura em Matemática, quando cursei a disciplina de Princípios da Contagem. Diante disso, após ter concluído a graduação, já com o papel e olhar de professora, no curso de “Especialização em Ensino de Matemática”, na UNIVISA, optei por desenvolver uma pesquisa que me permitisse o estudo mais aprofundado acerca desse tema. Bem como, o levantamento de outros recursos, diferentes dos livros didáticos, a fim de possibilitar ao professor outras abordagens de ensino, trazendo à tona conceitos estruturantes do campo da Combinatória em oposição àquelas centradas apenas nas técnicas de contagem e agrupamentos.

No curso de Especialização, desenvolvemos a pesquisa intitulada por “Organizador prévio como estratégia para despertar a predisposição para aprendizagem significativa de combinatória: uma sequência didática (SD) gamificada com o uso de jogos digitais”. Com o objetivo de contribuir com o debate sobre a conciliação dos fundamentos da aprendizagem significativa ausubeliana e a gamificação² como metodologia de ensino na combinatória, por

¹ Este trabalho se insere no projeto de pesquisa intitulado “Análise do uso de recursos digitais para o estudo de Análise Combinatória no novo Ensino Médio”, financiado pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE).

² Transformar sistemas, serviços e atividades para melhor oferecer benefícios motivacionais semelhantes aos dos jogos (Hamari, 2019; Koivisto; Hamari, 2019).

meio da elaboração de uma SD gamificada, com o uso de jogos digitais, sobre as ideias gerais da combinatória de maneira a servir de organizador prévio comparativo para o ensino das técnicas de arranjo, permutação e combinação (Almeida, 2020).

Os jogos digitais utilizados na SD (Almeida, 2020) foram *Farm Heroes Super Saga* e o *Real Code Breaker*. Em ambos os jogos foram identificadas possibilidades de exploração das ideias gerais da Análise Combinatória, tais como: No jogo *Farm Heroes Super Saga* é perceptível a formação de ideias sobre contagem, agrupamento, condições de agrupamento e ordem. Já no jogo *Real Code Breaker*, este permite a ideia de natureza, além daquelas possíveis no *Farm Heroes Super Saga*.

A referida SD foi aplicada com estudantes da Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco (UPE) - campus Mata Norte, na disciplina de Princípios de Contagem no período 2020.1, como uma experimentação prévia à oferta de uma oficina para outros licenciandos e professores na Semana de Matemática da UPE, em 2021. Esta oficina teve por objetivo promover a reflexão de como a conciliação da gamificação e dos jogos digitais poderiam possibilitar a criação de experiências de aprendizagem significativa, permitindo a aquisição e ancoragem de conhecimentos na formação crítica e reflexiva dos participantes em relação à Análise Combinatória. A aplicação da SD ocorreu de forma remota e foi voltada à análise dos jogos digitais para serem usados com estudantes do Ensino Médio.

Almeida *et al.* (2022) explicam que durante a oficina (Semana de Matemática da UPE), no momento da utilização do *Farm Heroes Super Saga*, ocorreram algumas questões como: “Quantas jogadas são possíveis de serem realizadas?”, “Quais critérios foram elencados para determinar as jogadas?”. Já, no caso do *Real Code Breaker* (jogo da senha), essas foram do tipo “Quantas possibilidades existem para acertar a senha correta?”, “Qual técnica matemática você utilizou para realizar essa contagem?”. Após esse momento, foram reproduzidas simulações- jogadas e dentro das possibilidades e das perguntas lançadas foram abordados aspectos da combinatória como: agrupamentos distintos por ordem, agrupamentos distintos por natureza, princípio multiplicativo da contagem e condições para agrupar.

Mediante as reflexões de licenciandos e professores acerca do ensino de Análise Combinatória, para alunos do Ensino Médio (EM), foi possível vislumbrarmos modificações nas atividades da referida SD, visto que, para propiciar aprendizagem significativa, essas necessitam condizer ao nível de conhecimento discente, de modo a identificarmos os seus conhecimentos prévios ou a ausência desses. E, partindo-se do entendimento que a maioria dos estudantes está envolvida com as tecnologias digitais de informação e comunicação

(TDICs), ponderamos que vale apostar no conhecimento deles das TDICs, para aquisição de conteúdos específicos da matemática (Almeida *et al.*, 2022).

Tais vivências suscitarão o desejo de ampliarmos nossa compreensão sobre a forma como os professores do EM poderiam utilizar o *Real Code Breaker* para o estudo de Análise Combinatória, diante das diversas possibilidades de exploração desse tema por meio deste jogo. Assim, para melhor tecermos nossa problemática de pesquisa, inicialmente, buscamos levantar pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de Análise Combinatória.

1.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

A aprendizagem dos conceitos da Análise Combinatória na Educação Básica é considerada essencial, tendo em vista que favorece o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Borba, Rocha e Azevedo (2015) enfatizam que o estudo desse campo é um dos elementos centrais do letramento matemático que envolvem habilidades como: tomar decisões, “combinar elementos e levantar possibilidades”. Nesse sentido, as pesquisadoras salientam que um dos maiores desafios da Educação Básica é desenvolver nos estudantes modos de raciocínios (aritmético, geométrico, algébrico e combinatório, dentre outros).

Borba, Rocha e Azevedo (2015) destacam que o desenvolvimento das variadas formas de raciocínio impactam no bem-estar das pessoas por possibilitar a formação do raciocínio crítico e criativo, proporcionando o entendimento de suas realidades. Acerca disso, Lima e Borba (2019) colocam que o desenvolvimento do raciocínio combinatório constitui uma parte fundamental do raciocínio lógico-dedutivo, o qual possibilita aos estudantes diversas ferramentas cognitivas indispensáveis à resolução de problemas matemáticos. Para Pessoa e Borba (2010, p. 2) explicam o *raciocínio combinatório* como “um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que vai além da enumeração de elementos de um conjunto”.

Podemos identificar várias concepções sobre a Análise Combinatória. Para Merayo (2015, p.229), “a Análise Combinatória, ou simplesmente Combinatória, é a técnica de saber quantos objetos há em um conjunto sem realmente ter que contá-los ou enumerá-los, porque essa técnica não necessita listar ou enumerar todos os elementos que formam o conjunto”. Morgado *et al.* (2006, p.1), por exemplo, definem a Análise Combinatória como “a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas”. Já, Benítez e Brañas (2001, p.125),

evidenciam que “com a Análise Combinatória ampliam-se as técnicas básicas de contagem, estudando os arranjos, permutações, combinações, partições e distribuições”.

Observando essas definições, apresentadas acima, nota-se que ou elas tratam o tema de forma superficial ou trazem um discurso muito formal e abstrato. Por outro lado, uma definição que possibilita uma compreensão mais esclarecedora, é a que Hazzan (2013, p.1) propõe quando diz que: a “Análise Combinatória busca desenvolver métodos que permitam contar o número de elementos de um conjunto, sendo esses elementos, agrupamentos formados sob certas condições”.

No que diz respeito aos tipos de problemas que compõem esse campo matemático, Santos *et al.* (2008) colocam que são basicamente subdivididos em dois: os problemas de contagem e os problemas de existência. Registra-se que o foco de interesse deste trabalho está centrado nos problemas de contagem, mais especificamente, naqueles em que se buscam analisar as diferentes maneiras ou disposições que se podem adotar os elementos de um conjunto, constituindo-se basicamente em duas formas distintas a serem consideradas, a natureza e a ordem dos elementos.

No entanto, como essa parte da Combinatória não se dispõe apenas a contar, mas também a classificar os grupos de objetos que vão se formando a partir dessas duas disposições (ordem e natureza) chega-se aos conceitos de Arranjo, Permutação e Combinações, que, enquanto técnicas de contagem, fundamentam-se no Princípio Multiplicativo (Rufino, 2015). Vale destacar, conforme adverte Silva (2009), que, para aplicar corretamente as técnicas de Arranjo, Permutação e Combinação, deve-se inicialmente entender que aquilo que está sendo contado, interfere na forma de contar, ou seja, na escolha da técnica adequada para contar.

Acerca dos conceitos de Arranjos, Permutações e Combinações Simples, visto que na formação dos agrupamentos não se admite a repetição dos elementos; conforme Merayo (2015, p.280), os Arranjos Simples podem ser apresentados desse modo:

Seja um conjunto de m elementos distintos. Recebem o nome de arranjo de ordem n desses m elementos, a todo grupo ordenado formado por n elementos tomados dos m , de tal maneira que dois grupos são considerados distintos se diferem em algum de seus elementos ou bem, se tendo os mesmos elementos, diferem pela ordem em que estão colocados (Tradução nossa).

Nessa definição, Merayo (2015), destaca que o Arranjo se distingue por dois tipos características: grupos distintos por ordem, tendo em conta que mesmo que possuam os mesmos elementos, se diferem pela posição em que estes elementos estão dispostos, e grupos

distintos por natureza, visto que diferem ao menos por um de seus elementos. Assim, a fórmula que indica o total desses grupos ordenados é: A_m^n ou $A_{m,n}$.

Acerca da Permutação Simples, Merayo (2015, p. 285), apresenta a seguinte definição:

Seja um conjunto formado por m elementos distintos. Recebe o nome permutação simples de m elementos, cada um dos diferentes grupos que podem ser formados de maneira que cada um deles contenha os m elementos dados, sendo que um grupo difere do outro apenas na ordem em que seus elementos são colocados. O total desses grupos ordenados indica por P_m (Tradução nossa).

Os agrupamentos definidos até o momento, foram aqueles em que a ordem dos elementos é importante. Agora, portanto, temos outro tipo de agrupamento, denominado de Combinações, no qual a ordem não importa. Isso significa que o que interessa ou, o que está sendo contado, são os agrupamentos que diferem por algum de seus elementos, ou seja, a distinção é apenas pela natureza desses elementos (Rufino, 2015).

Acerca desse tipo de agrupamento, Merayo (2015, p.269) o define da seguinte forma:

Seja um conjunto formado por m elementos distintos. Recebe o nome de combinação de ordem n ou n -ária desses m elementos, cada grupo formado por n elementos tomado dos m , tal que duas combinações se consideram distintas se diferem em algum de seus elementos. Nesta ordenação não influi a ordem de colocação, isto quer dizer que dois agrupamentos são iguais se contêm os mesmos elementos, ainda que colocados em distinta ordem (Tradução nossa).

Salienta-se que essas não são as únicas técnicas que compreendem o campo da Combinatória, no entanto, são as mais abordadas. No que diz respeito, à temática voltada aos fenômenos que envolvem o ensino e aprendizagem da Combinatória e o desenvolvimento do raciocínio combinatório, alguns pesquisadores da Educação Matemática têm-se interessado e desenvolvido algumas pesquisas, as quais serão abordadas no subtópico (1.2.2).

1.2.1 A Análise Combinatória nos documentos curriculares

Com a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em 2018, que foi incluída na legislação nacional pela Lei nº 13.415/2017, após a aprovação da Resolução CNE Nº2, de 22 de dezembro de 2017, o ensino da Análise Combinatória está no conjunto das “aprendizagens essenciais” (Brasil, 2018, p.7) que devem ser desenvolvidas ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

No que se refere às habilidades elencadas na BNCC (Brasil, 2018) para a área de Matemática e suas Tecnologias a serem desenvolvidas pelos estudantes ao longo do EM, constatamos apenas duas habilidades diretamente ligadas à Análise Combinatória:

- (EM13MAT310) - Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
- (EM13MAT311) - Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

Conforme Vaz da Silva (2020) e Costa (2021) a habilidade (EM13MAT310) está bem alinhada com a Análise Combinatória, pois está relacionada à contagem, ao Princípio Fundamental da Contagem que é a principal ferramenta desse conteúdo. Em relação a habilidade (EM13MAT311), ela revela que o domínio das técnicas de contagem são primordiais para “delimitar o espaço amostral dos eventos, fundamentais para realização de cálculos probabilísticos”. Por este motivo, o conteúdo de Análise Combinatória geralmente é anteposto ao conteúdo de probabilidade” (Costa, 2021, p.31).

A BNCC (Brasil, 2018) apresenta possibilidades de organização curricular das aprendizagens propostas por meio de competências e habilidades. Assim, as habilidades EM13MAT310 e EM13MAT311 são relacionadas à competência 3, específica da área de Matemática e suas Tecnologias:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (Brasil, 2018, p. 527).

Vale ressaltar que na BNCC não se menciona em que ano as habilidades devem ser abordadas, podendo assim, serem trabalhadas em qualquer ano do EM. Acerca da construção do Currículo de Pernambuco para a etapa Ensino Médio foram utilizados como referência, essencialmente, os documentos normativos nacionais e locais, como por exemplo os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (2012), as Diretrizes Atualizadas Curriculares Nacional para o Ensino Médio (Resolução nº 3, de 21 de novembro de 2018), a Base Curricular Nacional - Ensino Médio (2018), e dos Referenciais para Elaboração dos Itinerários Formativos (Portaria nº 1.432, de 28 de dezembro de 2018) (Pernambuco, 2021). Dessa forma, o currículo de Pernambuco tem por objetivo:

Nortear as propostas dos projetos político-pedagógicos das escolas e as práticas pedagógicas vivenciadas em sala de aula; está em consonância com a Base Nacional Comum Curricular e com as Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio, considerando a formação cidadã dos estudantes pernambucanos; constitui se em um documento orientador para a rede estadual.(Pernambuco, 2021, p. 83).

De modo geral, o documento Currículo de Pernambuco (PE) - EM é composto pela Formação Geral Básica e Itinerários Formativos. No que diz respeito, à Formação Geral Básica apresenta a introdução de cada área e seus componentes curriculares, em seguida de acordo com esse documento:

Apresentam-se os respectivos organizadores curriculares dos componentes da área que trazem, na sua estrutura, os eixos e os campos de atuação (para os componentes da área de Linguagens), as habilidades de área da BNCC, as habilidades específicas e os objetos de conhecimento relacionados construídos Currículo de Pernambuco (para os componentes das áreas de Linguagens, Matemática, Natureza e Humanas). (Pernambuco, 2021, p. 83).

Referente ao organizador curricular do Currículo de Pernambuco para o Ensino Médio/Formação Geral Básica, pode-se observar a presença de um código antes da descrição de cada habilidade, sendo utilizados os mesmos encontrados na BNCC, porém, é acrescentado ainda o código do componente, numeração sequencial seguida de PE, para indicar qual a habilidade recebeu contribuições das redes públicas e/ou escolas privadas ou até mesmo validada pelas mesmas (Pernambuco, 2020).

No documento complementar, intitulado por *Organizador Curricular por Bimestre* está dividido por cada ano do Ensino Médio (1º ao 3º ano), organizado em unidades temáticas e seus respectivos objetos do conhecimento, bem como os conteúdos associados a cada unidade e as respectivas habilidades de Pernambuco, sendo distribuídos em quatro bimestres. Há três unidades temáticas para o componente curricular Matemática e suas Tecnologias: Números e Álgebra, Geometria e Medidas e Probabilidade e Estatística. No Quadro 1, expomos como as habilidades da BNCC (EM13MAT310 e EM13MAT311), são apresentadas no Organizador Curricular de Pernambuco, especificamente na unidade temática Probabilidade e Estatística.

Quadro 1 – Organizador Curricular de Pernambuco - Probabilidade e Estatística

2º ANO - 1º BIMESTRE		
HABILIDADES DA ÁREA BNCC	HABILIDADES ESPECÍFICAS DO COMPONENTE	OBJETOS DE CONHECIMENTO
(EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.	(EM13MAT310PE26) Resolver e elaborar situações-problema de contagem, envolvendo agrupamentos que dependam da ordem dos elementos ou não (com ou sem repetição), por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, bem como da Análise Combinatória, utilizando estratégias diversas.	Agrupamentos de elementos que dependam da ordem ou não (com repetição ou não). Princípio multiplicativo e aditivo. Análise Combinatória: permutação, arranjo e combinação.

3º ANO - 3º BIMESTRE		
HABILIDADES DA ÁREA BNCC	HABILIDADES ESPECÍFICAS DO COMPONENTE	OBJETOS DE CONHECIMENTO
(EM13MAT311) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.	(EM13MAT311PE27) Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades para resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da probabilidade.	Probabilidade: espaço amostral e contagem.

Fonte: Pernambuco (2021).

A habilidade EM13MAT310PE26 (Quadro 1) está relacionada à habilidade EM13MAT310 apresentada na BNCC, e tem relação com o campo da Análise Combinatória e deve ser trabalhada no 1º bimestre do 2º ano do EM. Essa tem por objetos de conhecimentos: Agrupamentos de elementos que dependam da ordem ou não (com repetição ou não). Princípio multiplicativo e aditivo. Análise Combinatória: permutação, arranjo e combinação. Já a EM13MAT311, no Currículo de PE, é referente à habilidade EM13MAT311PE27, no entanto, os objetos de conhecimentos para esta tem como foco: Probabilidade : espaço amostral e contagem. Sendo apontada para ser desenvolvida no 3º bimestre do 3º ano do EM. De forma que nosso trabalho é voltado para a habilidade EM13MAT310PE26- 2º ano e aos objetos de conhecimentos relacionados a esta. À luz disto, objetos, buscamos refinar as pesquisas já desenvolvidas sobre estes objetos.

1.2.2 Pesquisas sobre o ensino de Análise Combinatória e o uso de recursos didáticos

Podemos constatar diversos trabalhos já publicados (Borba *et al.*, 2009; Silva; Pessoa, 2015; Campos; Iglioni, 2021; Lopes, 2023) sobre o mapeamento de teses, dissertações e artigos científicos produzidos sobre o ensino e a aprendizagem de Análise Combinatória. De forma que expomos os achados dessas pesquisas no período de 2004 a 2022. Ressaltamos que em virtude de nossos interesses de pesquisa, pomos em relevo os trabalhos voltados para o uso de recursos didáticos por professores e estudantes.

Borba *et al.* (2009) apresenta e discute estudos que se referem ao desenvolvimento do raciocínio combinatório no Ensino Fundamental, Médio e Superior, no período de 2004-2008, publicados em anais de 28 eventos de divulgação científica (2 estaduais, 12 nacionais e 11 internacionais). Foram identificados 34 artigos, sendo estes agrupados em 4 categorias: 1)

Análises de recursos didáticos; 2) Reflexões sobre a formação e a prática docente; 3) Investigações de conhecimentos de alunos e 4) Relatos de experiências vivenciadas em sala de aula. Especificamente, sobre a análise de recursos didáticos, foi identificado um artigo sobre a análise de oito livros didáticos (1ª a 4ª séries) (Matos Filho; Pessoa, 2006) e um artigo sobre o uso do software “Albol” (Sandoval; Trigueiros; Losano, 2007).

Matos Filho e Pessoa (2006) apontam que apesar das orientações sugeridas pelos documentos oficiais e pelas diversas pesquisas justificando o trabalho com os problemas de raciocínio combinatório, os livros do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) 2004, apresentavam um número muito reduzido desses problemas nos anos iniciais do ensino fundamental. Mais da metade (62,5%) dos LD não traziam sugestões e orientações para auxiliar os professores no trabalho com os problemas de raciocínio combinatório.

Sandoval, Trigueiros e Losano (2007) realizaram um estudo sobre o uso do software Albol por 25 estudantes mexicanos (5º e 6º anos). Este software permite o cálculo de arranjos, combinações, permutações e produtos cartesianos, utilizando cores para diferenciar as possibilidades geradas. As autoras observaram que o software permitiu que os alunos representassem os problemas e desenvolvessem estratégias de resolução mais eficientes, suscitando estudos futuros sobre como as ideias de combinatória se modificam na utilização deste interativo e como o aprendizado pode ser transferido para ambientes de papel-lápis.

Silva e Pessoa (2015) buscaram analisar, por meio de levantamento bibliográfico, os artigos científicos publicados sobre o raciocínio combinatório em anais de eventos científicos nacionais e internacionais ocorridos no Brasil no período de 2009 a 2013. Em seis eventos investigados ³, as autoras identificaram 43 produções. As autoras agruparam os estudos em cinco categorias: 1) estudos de sondagem de alunos em diferentes níveis de ensino; 2) relatos de experiências; 3) estudos com professores; 4) estudos de intervenções com alunos em diferentes níveis de ensino; 5) estudos com a utilização de recursos.

Segundo Silva e Pessoa (2015), os estudos sobre o raciocínio combinatório com a utilização de recursos abordaram análises de livros didáticos (LD) dos anos iniciais (PNLD 2007, 2013) e a utilização do software Albol (Azevedo; Costa; Borba, 2011). Como resultados sobre as pesquisas baseadas nos LD é dito: “De maneira geral, os estudos com livro didático apontam a necessidade de um preparo minucioso deste recurso no que diz respeito ao que as pesquisas apontam como necessário para um satisfatório trabalho com a Combinatória tendo este material como apoio” (Silva; Pessoa, 2015, p. 688). Por exemplo: variação das

³ ENEM (2001, 2004, 2007); SIPEM (2003-2006); CIAEM (2003, 2007) e SIPEMAT (2006, 2008).

representações simbólicas, exploração das propriedades invariantes da combinatória e orientação aos professores em relação aos diferentes significados envolvidos em cada técnica.

Sobre a pesquisa acerca do impacto do software *Árbol* no raciocínio combinatório de alunos do 5º ano do ensino fundamental, Azevedo, Costa e Borba (2011) perceberam que esse software permitiu que os alunos utilizassem a árvore de possibilidades pela qual puderam refletir sobre a estrutura das situações, uma vez que ficaram livres da responsabilidade de listar todos os possíveis casos.

Por meio desse levantamento bibliográfico sobre o raciocínio combinatório, Silva e Pessoa (2015), concluíram que é importante a formação do professor quanto ao ensino e aprendizagem da Combinatória; que se deve ter mais atenção na produção dos livros didáticos, para que eles possam atender aos critérios necessários e importantes para a construção e desenvolvimento do raciocínio combinatório; que os recursos tecnológicos podem dar suporte para o ensino dessa temática e que há o interesse do professor em buscar suporte em diversificados recursos e nas resoluções de problemas para o ensino.

Na pesquisa desenvolvida por Campos e Iglioni (2021), no período de 1999 a 2019, foram analisados 22 trabalhos no âmbito do ensino e da aprendizagem da Combinatória (Tabela 1). Com base em cinco perspectivas investigativas: 1. Propostas de ensino e/ou sequências didáticas para a Análise Combinatória; 2. Documentos curriculares e livros didáticos em que a Análise Combinatória está presente; 3. Formação de professores e Análise Combinatória; 4. Recursos para o ensino da Análise Combinatória e 5. Estratégias de resolução de problemas combinatórios.

Tabela 1 - Teses, dissertações e perspectivas investigativas

Grupos	Dissertações		Teses	Total por Grupo
	Mestrado Acadêmico	Mestrado Profissional		
Proposta de Ensino/Sequências didáticas	3	8	-	11
Documentos Curriculares/Livros Didáticos	1	-	2	3
Formação do Professor	4	-	-	4
Recursos	1	2	-	3
Estratégias de resolução de problemas combinatórios	1	-	-	1
Total	10	10	2	22

Fonte: Campos e Iglioni (2021, p. 7).

Em particular, a perspectiva investigativa dos recursos aparece em três das 22 produções analisadas. Essas pesquisas foram voltadas para:

- a) estudar o uso de jogos no planejamento, na aplicação e na avaliação de uma sequência didática para o ensino de combinatória (Ambrozi, 2017); b) desenvolver

um aplicativo para o ensino de Análise Combinatória (Tavares, 2017); c) estudar as contribuições do raciocínio computacional no ensino de combinatória (Tavares, 2017) (Campos; Iglioni, 2021, p. 11).

De acordo com Campos e Iglioni (2021), observa-se haver uma preocupação dos pesquisadores em “se considerar recursos didáticos que sejam capazes de motivar e prender a atenção dos alunos, que facilitem a construção do conhecimento combinatório e que tornem o aprendizado desse conteúdo mais prazeroso”.

Especialmente, na dissertação de Ambrosi (2017), podemos identificar a proposta de 7 jogos para o ensino de Análise Combinatória: Yellow Out; Twibik; Pulo do Sapo; Jogo do Quadrado; Jogo Senha; Jogo Bicolorido e Jogo Trilha Combinatória. A propósito do jogo da senha, no tópico 1.3, analisamos este recurso com mais detalhes.

Lopes (2023) buscou mapear, em produções científicas, as principais estratégias utilizadas por professores para ensinarem Análise Combinatória, bem como o nível de dificuldade para a assimilação desse conteúdo por parte de estudantes do Ensino Médio. Para isso, ele realizou um levantamento bibliográfico nas bases de dados *Scientific Electronic Library Online* (SciELO) e Google Acadêmico, com a janela literária de 2013 a 2022.

De acordo com Lopes (2023), em relação à análise realizada, foram incluídos neste estudo 22 artigos publicados nos seguintes periódicos: Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT, o Boletim Online de Educação Matemática, a Revista Educação Matemática Debate, a Revista de Educação Matemática e a Revista de Produção Discente em Educação Matemática. Segundo Lopes (2023), a maior parte das pesquisas (2013-2022) são estudos aplicados em sala de aula com estudantes do EM, no entanto, apenas 6 dos 22 artigos, discutem sobre de que forma os professores têm ensinado e lidado com Análise Combinatória, tanto no plano de aula, nas metodologias de ensino e até mesmo na formação continuada.

Outro ponto importante levantado foi as pesquisas que visam avaliar estratégias de ensino para esse tema, como a sala de aula invertida e a utilização de loterias da caixa como instrumentos facilitadores do ensino. Dentre os artigos identificados por Lopes (2023) destacamos dois que se referem, especificamente, a estudos sobre os recursos didáticos utilizados por professores para o ensino de Análise Combinatória (Campos; Iglioni, 2022; Espíndola, 2019). Ambas, utilizando a Abordagem Documental do Didático como quadro teórico-metodológico.

Campos e Iglioni (2022) apresentam um estudo em andamento sobre a trajetória documental (TD) de um professor de matemática do EM de uma escola particular paulista, visando identificar os recursos e os esquemas de utilização desses recursos, considerando

especificamente, o professor em situações de ensino da Combinatória. Segundo esses autores, tais elementos nos permitem compreender o desenvolvimento profissional do docente e estabelecer com ele um processo reflexivo sobre os recursos de que se utiliza e sua prática docente no ensino da Combinatória.

Espíndola (2019) buscou identificar o sistema de recursos de um professor de matemática nos níveis de sua atividade e sua relação com o ensino de Análise Combinatória. Por meio da trajetória documental (TD) e da representação esquemática do sistema de recursos, pode-se identificar recursos como: a atividade “Táxi e Combinatória” disponível no site Matemática Multimídia da Unicamp⁴.

- A título de síntese:

Nas pesquisas realizadas por Borba *et al.* (2009), Silva e Pessoa (2015), Campos e Iglioni (2021) e Lopes (2023), podemos constatar poucos estudos voltados para o uso de jogos para o ensino de Análise Combinatória, sobretudo, no formato digital. Em virtude disto, buscamos refinar a revisão de literatura, de forma mais específica, sobre o uso do jogo da senha e sua relação com o ensino deste tema no EM, dada a nossa experiência com outras discussões neste nível de ensino (tópico 1.1). Contudo, compreendemos antes disso, a necessidade de apresentar o jogo da senha, no que diz respeito a sua origem.

1.2.3 O jogo da senha e pesquisas sobre seu uso para o ensino de Análise Combinatória

1.2.3.1 Considerações sobre a origem do Jogo da Senha

O jogo da Senha ou Jogo Senha, conforme site de Reinaldo Varani⁵ (Silva, 2018), foi inventado em 1970 por um israelense especialista em telecomunicações chamado Mordecai Meirowitz. Durante o primeiro ano de criação, ele não teve a aceitação de seu produto. Em 1971, um ano após a criação do jogo, uma empresa inglesa chamada *Invicta Plastics*, encontrou Meirowitz em uma feira de brinquedos em Nuremberg na Alemanha e comprou todos os direitos intelectuais do jogo, comercializando-o com o nome de *Mastermind*.

Figura 1- Tipos de jogos da senha



Fonte: Varani (2009).

⁴ Fonte: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1035>.

⁵ Disponível em: <http://www.autobahn.com.br/brinquedos/senha.html> . Acesso em: 07 set. 2022.

Segundo Varani (2009), o jogo *Mastermind* ficou mundialmente conhecido e foi um sucesso. A Invicta vendeu milhões de unidades no mundo. Em 1973, na Inglaterra, o jogo foi considerado um dos maiores sucessos entre as novidades daquela década. Por conseguinte, o jogo da senha tem sido comercializado mundialmente. No Brasil, a empresa Grow começou a comercializá-lo nos anos 80.

Particularmente, com a criação em 2008 do *Google Play Store* ou *Play Store* no sistema operacional Android, e a disponibilidade de jogos gratuitos, a partir de 2020, podemos dizer que este jogo passou a ser mais popularizado em sua versão digital. Há relatos que em 1977, um dos mais renomados cientistas da computação, Donald Knuth, teve uma conclusão matemática: ser possível chegar a uma solução do jogo em cinco ou menos tentativas. Desde então, este jogo tem sido objeto de discussão na matemática.

1.2.3.2 Pesquisas sobre o jogo da senha para o ensino de Análise Combinatória

Almeida e Espíndola (2022) realizaram um mapeamento de teses e dissertações sobre o jogo da senha para o estudo de Análise Combinatória no EM, no período de 2017 a 2022. Esse mapeamento foi realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), utilizando o descritor “mastermind” e “Jogo da senha and Combinatória”. A princípio, levou-se em consideração os títulos e resumos dessas teses e dissertações, sendo selecionados 56 trabalhos. Contudo, com base na leitura das metodologias adotadas nas pesquisas, apenas 4 dissertações foram consideradas tendo por foco o uso do jogo da senha para o estudo de Análise Combinatória no Ensino Médio. Como mostra o Quadro 2, abaixo.

Quadro 2 – Dissertações escolhidas para a análise

Código	Título	Autor	Ano	Instituição
D1	O ensino de Análise Combinatória pautado na aprendizagem, nos trabalhos em grupo e na comunicação matemática.	Keli Jacoby	2019	Universidade Federal da Fronteira do Sul
D2	Jogos em uma sequência didática para o ensino de Análise Combinatória.	Luiz Ambrozi	2017	Universidade de Caxias do Sul
D3	A Análise Combinatória e o jogo Mastermind na forma de aplicativo como recurso didático.	Milton Rodrigues dos Santos Junior	2020	Universidade Estadual Sudoeste

D4	O jogo senha e o princípio fundamental da contagem: uma aplicação no Ensino Médio.	Eriky César Alves da Silva	2018	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
----	--	----------------------------	------	---

Fonte: Almeida e Espíndola (2022).

Jacoby (2019) desenvolveu uma proposta de ensino de Análise Combinatória embasada na resolução de situações-problema com o aporte teórico da teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, aplicada a estudantes do 2º ano do EM. Buscou-se trabalhar o Jogo da Senha em uma versão adaptada em papel com o objetivo de despertar o raciocínio combinatório. Além disso, foram aplicados um pré-teste para identificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca do tema, desafios sobre o princípio fundamental da contagem, arranjo, combinação e permutação e um pós-teste com o intuito de verificar quais as estratégias foram utilizadas, bem como suas justificativas e os erros cometidos.

Como resultados, Jacoby (2019), apresenta que um percentual significativo dos estudantes apresentaram avanços na resolução de problemas envolvendo o princípio da contagem. Através da comparação das respostas apresentadas nos testes de diagnóstico inicial e final, houve indícios de que a proposta contribuiu de maneira significativa para o desenvolvimento do raciocínio combinatório. No entanto, foram marcantes as dificuldades dos estudantes em relação à diferenciação dos tipos de agrupamentos a serem utilizados.

Ambrozi (2017) desenvolveu uma Sequência Didática com o objetivo de explorar conceitos combinatórios por meio de atividades diversificadas: recursos digitais, jogos e estudos orientados, com o propósito de subsidiar a prática docente no ensino e aprendizagem de Análise Combinatória. Esse estudo foi aplicado em uma turma do 2º ano do EM, organizado em sete etapas, em que seis delas possuíam o propósito de estimular o raciocínio combinatório, por meio dos jogos virtuais, jogos de tabuleiro e roteiros de estudo relacionados ao tema de estudo.

Conforme Ambrozi (2017), na terceira etapa, foi utilizado uma versão do jogo da senha, em que o tabuleiro do jogo foi adaptado para uma cartela e utilizou-se lápis de cor no lugar das peças coloridas. Essa etapa ocorreu durante duas horas, onde os estudantes foram divididos em grupos pelo professor. Além disso, eles responderam sete questões relacionadas às possíveis formas de formação de senha utilizando as cores, explorando problemas de contagem que estavam associados a permutações e a arranjos simples.

Como resultado, Ambrozi (2017) enfatiza a importância de o professor promover estratégias para que os estudantes sintam-se desafiados, curiosos e interessados pela matemática. Haja vista que o aprimoramento no desenvolvimento de estratégias, para

solucionar desafios, ficam evidentes quando o estudante busca exercitar a sua mente, mediante atividades que explorem a sua capacidade de percepção e criação.

Santos Júnior (2020) buscou associar os conteúdos da Análise Combinatória com o jogo Mastermind (Jogo da Senha), mediante a isso, foi desenvolvido um aplicativo desse jogo para ser utilizado como recurso didático no ensino e aprendizagem desse tema. Além disso, em seu estudo ele expôs situações envolvendo possíveis jogadas de forma a fazer relações com o princípio fundamental da contagem e combinação simples. Segundo Santos Júnior (2020), o intuito inicial da pesquisa seria construir o jogo para ser trabalhado através de oficinas com estudantes do Ensino Médio, no entanto, devido a pandemia da COVID-19, isto não foi possível de ser realizado.

Por fim, Silva (2018) apresenta uma abordagem do jogo da senha para trabalhar o princípio fundamental da contagem, com estudantes do 2º ano do EM. Seu estudo constituiu na aplicação do jogo e de um questionário contendo 9 perguntas, sendo 7 referente ao cálculo de quantidade de senhas e 2 para analisar a possibilidade de construir um determinado tipo de senha. Segundo o autor, o jogo da senha foi adaptado, tendo em vista o valor alto para adquirir a sua versão física e o prazo de entrega não ser compatível com o momento da aplicação da pesquisa, considerando que seria comprado pela internet uma vez que não foi encontrado nas lojas físicas que vendem jogos.

Sendo assim, para a adaptação do jogo utilizou-se os seguintes materiais para a construção do tabuleiro: isopor, a cola, o E.V.A., a caneta, a régua e a fita. Além disso, o “E.V.A. foi utilizado também para construir os quadrados pretos e brancos, as tampas foram utilizadas para indicar as cores e a tinta óleo foi utilizada para pintar as tampas com cores em maior quantidade, a fim de que ficasse uma quantidade igual de tampas de cada cor”(Silva, 2018, p.35). Mediante a sua pesquisa, Silva (2018) enfatiza a importância de trabalhar com o jogo em sala de aula, tendo em vista que ele possibilita trazer contribuições no processo de aprendizagem, como a melhor compreensão dos conceitos abordados em sala, mesmo que ele seja aplicado antes ou depois da apresentação desse conceito.

Com o intuito de complementar esse mapeamento realizado por Almeida e Espíndola (2022) realizamos um levantamento de artigos que envolvessem o jogo da senha com a Análise Combinatória, publicados em eventos como: Congresso Nacional de Educação (CONEDU), Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática (CIBEM), como também no portal de Periódicos da CAPES no período de 2018-2023. Diante disso, foram encontrados apenas três artigos:

um artigo no CONEDU (Barbosa *et al.*,2022), um no ENEM (Silva Santo, Santos e Albuquerque, 2022) e um no periódico CAPES (Martarelli *et al.*, 2021).

Santos, Santos e Albuquerque (2022) desenvolveram uma pesquisa com 84 estudantes e 8 professores do Ensino fundamental - anos finais e EM (da rede pública e privada) de diferentes cidades do Brasil, com o intuito de aplicar uma atividade para trabalhar noções básicas de Análise Combinatória, com enfoque no raciocínio lógico, por meio das regras e estratégias do Jogo Senha. Este jogo foi utilizado em uma versão adaptada em papel (Folha A4 ou folha de caderno), lápis, régua e caneta esferográfica. A atividade foi transmitida por meio de uma live no Instagram do projeto e publicada também no Youtube, diante disso, salienta-se que conforme as autoras o jogo foi confeccionado pelos estudantes em um momento assíncrono pré live .

Após o momento com o jogo foi entregue um questionário com questões relacionadas ao jogo. Além disso, dias depois da realização da live, numa webconferência com os professores, foi discutido o processo da elaboração e aplicação da atividade e sobre outros conteúdos e abordagens que podem ser trabalhados através do material didático, inclusive de forma presencial. Conforme Santos, Santos e Albuquerque (2022), através dessa atividade, foi possível aprender a matemática inserida em uma situação do cotidiano, de forma lúdica, sendo possível apresentar novas abordagens matemáticas para os professores utilizarem em sala. No Quadro 3, é observável alguns comentários feitos pelos estudantes, referente a um questionamento presente na atividade.

Quadro 3 – Comentários referentes ao 3º questionamento

Sobre as estratégias	Sobre a importância do raciocínio lógico
“Analisar as cores que estão certas e erradas, pra fazer a troca da errada para certa”	“Usar o raciocínio lógico nas jogadas é muito importante. Porque paramos de chutar a senha aleatoriamente e vamos pensar, observar as dicas e utilizar o raciocínio lógico”
“Mudando as ordens, tanto das cores quanto das posições”	“Usando raciocínio fica muito mais fácil de ganhar”
“Fixar as bolas e posições de cores corretas”	“O raciocínio é importante, porque ajuda utilizar estratégias”
“Raciocínio lógico”	“Para deixar o jogo mais legal é complicado”

Fonte: Santos, Santos e Albuquerque (2022, p.7).

Ao comentar os resultados (Quadro 3), Santos, Santos e Albuquerque (2022) ponderam a relação entre a teoria e a prática dos assuntos abordados em sala de aula, mostrando a importância de trabalhar e relacioná-los ao cotidiano. Além disso, enfatizam que

essa relação possibilita potencializar a aprendizagem, no sentido que proporciona aos estudantes a sua participação ativa no processo de construção do seu conhecimento.

Martarelli *et al.* (2021) apresenta por meio do Jogo da Senha no GeoGebra a possibilidade de estudo dos conteúdos: permutação simples, combinação simples, arranjo, permutação caótica, sem usar fórmulas, utilizando o recurso gráfico do GeoGebra e resolução de problemas. Considera-se o jogo da senha “um recurso útil para o professor mostrar a visualização de soluções de problemas combinatórios e estimular os alunos a criarem suas próprias construções de acordo com o raciocínio que cada um teve para sua resolução” (Martarelli et al., 2021, p. 42).

A partir do jogo, Martarelli et al. (2021) elaboraram uma SD, com o intuito de usá-la no ensino e aprendizagem de Análise Combinatória, explorando as habilidades da BNCC: EF08MA03 - Resolver e elaborar problemas de contagem cuja resolução envolva a aplicação do princípio multiplicativo e EM13MAT310 - Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.

Nesse sentido, assim como Martarelli et al. (2021), focaram nas habilidades do Ensino Médio da BNCC, Barbosa *et al.* (2022) apresentam uma proposta de atividade que utiliza possíveis situações de serem encontradas em uma partida do jogo senha para trabalhar os conceitos de Análise Combinatória, para ser aplicada em turmas do 2º e 3º ano do EM. Os autores enfatizam a importância de observar a relação que os estudantes têm com o jogo, pois diante dos possíveis questionamentos a serem levantados em sala de aula, tendem a pensar melhor suas ações e direcionar suas tentativas com base nas possibilidades.

- A título de síntese:

Verifica-se que dentre as pesquisas consultadas, a maior parte delas é realizada no 2º ano do EM. Apenas duas pesquisas utilizaram o jogo da senha na versão digital: Martarelli et al. (2021) (Geogebra) e Santos Junior (2020) (Aplicativo) e as outras cinco pesquisas utilizaram uma versão física adaptada (Ambrozi, 2017; Silva, 2018; Jacob, 2019; Santos, Santos e Albuquerque, 2022; Barbosa *et al.*, 2022). Vale salientar que ao utilizar o jogo para se trabalhar algum conteúdo, é necessário estar atento a que forma ele será apresentado, de modo que ele seja utilizado como facilitador da aprendizagem. Mediante a isso, essas pesquisas nos levam a inferir que para se escolher um tipo de jogo da senha, deve-se levar em consideração os recursos que se tem em mãos, a forma que ele será trabalhado. Assim como também, o domínio conceitual que o professor possui acerca de um saber matemático, afinal,

ao utilizar algum recurso para fins pedagógicos, deve-se ter ciência de quais saberes matemáticos podem ser ensinados com auxílio deste recurso.

Grosso modo, percebemos como os pesquisadores utilizaram o “jogo da senha adaptado” de acordo com seus objetivos e necessidades ou diante das circunstâncias apresentadas tanto no lócus quanto em relação aos participantes da pesquisa. O que nos revela uma série de decisões acerca do planejamento para o jogo ser usado com os estudantes. No entanto, essas pesquisas, com exceção da de Jacoby (2019), que foi professora-pesquisadora, apontam que o professor não executou o planejamento das atividades para o uso do jogo da senha. O que para nós se revela como uma lacuna nessas pesquisas e de certa forma valida nosso interesse em investigar as decisões didáticas de uma professora acerca do planejamento e utilização do jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória, como melhor explicaremos a seguir.

1.4 PROBLEMÁTICA E QUESTÃO DE PESQUISA

Consideramos que atualmente os estudantes convivem dia a dia com as TDICs. Diante dessa constatação, vários estudos evidenciam que as interações com os jogos digitais podem oferecer contribuições ao desenvolvimento de funções diretamente ligadas à aprendizagem escolar e ao exercício de habilidades matemáticas (Ramos *et al.* (2018). Sendo assim, a escola enquanto espaço de aprendizagem precisa estar atenta às potencialidades do uso dos jogos digitais. Nessa direção, Leite (2020), discute que a utilização dos jogos digitais no contexto educacional possibilita o desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas, como a criatividade, a percepção, a resolução de problemas e o raciocínio rápido.

Convém explicar que os jogos digitais compartilham de características dos jogos analógicos, porém diferenciam-se, principalmente, pela interatividade, interface e imersão. Grosso modo, na versão digital, os jogadores se envolvem em um conflito artificial, definido por regras, que implica em um resultado quantificável. Pois tem, sobretudo, a função de motivar o jogador e pautar a mensuração de seu desempenho, indicando quanto mais perto ou longe se está para atingir o objetivo ou a meta (Prensky, 2012).

Particularmente, na presente pesquisa, nossa escolha pela versão digital do jogo da senha (Real Code Breaker) se coaduna com a percepção de Ramos *et al.* (2018) sobre o fato de que as contribuições que os jogos digitais proporcionam ao desenvolvimento da aprendizagem escolar ainda vão de encontro com as disparidades e resistências para a

inclusão das tecnologias digitais no contexto educacional, ora por embates teóricos, demandas de formação de professores, crenças, ou pela ausência de infraestrutura.

Para nós, este é um aspecto, de uma parte, que nos instiga a melhor compreender os fatores que influenciam as decisões didáticas para o uso deste tipo de jogo. De outra parte, sentimos o interesse de desvendar como, em especial o jogo da senha digital (Real Code Breaker) pode servir efetivamente à melhoria da aprendizagem de Análise Combinatória a partir da perspectiva docente. Tendo em vista a relação que esse jogo possui com o pensamento combinatório.

Uma série de dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Análise Combinatória são identificadas (Mello, 2017; Silveira; Andrade, 2020); destacando-se aquelas que são intensificadas por uma considerável parte dos professores que, ao ensinar esse conteúdo, apoia-se apenas em livros didáticos, os quais modelam e estabelecem as diferentes formas de contagem mediante seus rótulos e que induzem à aplicação direta de fórmulas. Sobre este aspecto, Moreira (2011) afirma que a aplicação do conteúdo através de fórmulas e uma sequência de instruções que podem ser realizadas de modo mecânico, conduz a uma abordagem puramente memorística.

Compreendemos que o desenvolvimento dos conceitos de Análise Combinatória na educação básica é de grande importância na formação dos estudantes. No que diz respeito a isso, Lima e Borba (2019), ponderam que através da característica lógica de seus conteúdos, é possível ampliar a capacidade cognitiva do aprendiz.

De modo geral, consideramos importante o planejamento para o uso de jogos no ensino de matemática. Concordamos com Lopes, Rodrigues e De Chiaro (2020) ao afirmarem que quando não se tem planejamento, e não se identificam os objetivos que pretendem ser alcançados por meio de um jogo em sala de aula, há grande chance de perder o seu caráter pedagógico, limitando-se ao simples prazer de jogar. Em consonância, Homa e Groenwald (2020) salientam que os jogos, se planejados de forma adequada, são um recurso pedagógico eficaz para a construção do conhecimento matemático. Além disso, os autores enfatizam a importância de utilizá-los não como instrumentos recreativos na aprendizagem, mas como facilitadores, os quais possibilitem trabalhar as dificuldades que os estudantes apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos, no nosso caso, de Análise Combinatória.

Pelo exposto, recorreremos no âmbito da Didática da Matemática, aos estudos sobre as decisões didáticas que tem se tornado importante diante da necessidade de se promover um olhar direcionado para reflexão sobre a atividade do professor, partindo do planejamento até o

instante em que ele analisa as produções dos alunos, advindo do princípio de que nestes momentos o docente se interroga sobre a melhor decisão a tomar, em função de escolhas possíveis (Lima, 2011).

Margolinas (2002) explica que o ato de decidir representa um momento relevante na atividade do professor, ocorrendo em diferentes situações no momento de sua atuação. Nesse sentido, o docente pode se deparar com a necessidade de tomar decisões além da sala de aula, (no planejamento da sequência de ensino), decisões essas, denominadas de *macrodecisões*. Por outra perspectiva, as decisões consideradas imediatas, aplicadas em sala de aula, com interação direta professor-aluno, são chamadas de *microdecisões*. Ressalta-se que o professor possui um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes e as discussões presentes na literatura direcionadas para esses processos têm revelado que o ensino pode ser visto como uma sequência de tomada de decisões pelo docente (Silva, 2020).

Diante do exposto, levantamos no âmbito das *macrodecisões*, a seguinte questão de pesquisa: Que fatores influenciam as decisões didáticas de uma professora na inserção do jogo da senha digital no planejamento do ensino de Análise Combinatória? E, no âmbito das *microdecisões*: Que fatores influenciam as decisões didáticas de uma professora na aplicação do jogo da senha digital em sala de aula?

1.5 OBJETIVOS DA PESQUISA

1.5.1 Objetivo Geral

Analisar as decisões didáticas de uma professora no planejamento e na utilização do jogo da senha digital (Real Code Breaker) para o ensino de Análise Combinatória em uma turma do 2º ano do Ensino Médio.

1.5.2 Objetivos Específicos

- Verificar, mediante os tipos de jogo da senha digital, as possíveis explorações didáticas para o estudo de Análise Combinatória.
- Identificar as influências dos fatores externos, epistêmicos e da história didática sobre as decisões da professora para o ensino de Análise Combinatória.
- Identificar as influências dos fatores externos, epistêmicos e da história didática sobre as decisões da professora para inserir o jogo da senha digital no ensino de Análise Combinatória.

1.6 APRESENTAÇÃO DOS CAPÍTULOS

No Capítulo 1 – “Introdução”, é apresentado de forma geral o tema investigado, destacando os elementos que nos motivaram a pesquisá-lo, as questões problematizadoras e os objetivos da pesquisa. Desta forma, expomos nossas leituras sobre algumas pesquisas desenvolvidas anteriormente, sobre a Análise Combinatória e o que os documentos oficiais trazem acerca do tema. Além de características do jogo da senha e estudos desenvolvidos com o uso deste recurso para o ensino de Análise Combinatória.

No Capítulo 2, refinamos a fundamentação teórica para a presente pesquisa, na qual trazemos os conceitos que julgamos importantes para realizar a investigação. Assim, temos como base principal o Modelo de Decisões Didáticas, sendo apresentado algumas considerações gerais acerca das decisões didáticas docentes e em seguida explanamos os pressupostos teóricos que compõem o Modelo de Fatores Decisionais (Bonnat *et al.*, 2020; Bessot, 2019). Este modelo articula dois quadros teóricos (a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria Antropológica do Didático) e integra a esses quadros a análise do conhecimento docente nos diferentes níveis de sua atividade (Margolinas, 2002). Por fim, apresentamos os princípios da Metodologia de Investigação Reflexiva desenvolvida na Abordagem Documental do Didático que utilizamos para estudar as decisões didáticas.

No Capítulo 3, apresentamos os procedimentos metodológicos para as duas etapas da pesquisa. A primeira, na primeira etapa, apresentamos os procedimentos realizados para o mapeamento e análise de tipos do jogo da senha digital e possíveis explorações didáticas deles para o estudo de Análise Combinatória no Ensino Médio. Na segunda etapa, utilizamos os princípios da Metodologia de Investigação reflexiva desenvolvida no seio da Abordagem Documental do Didático (Gueudet; Trouche, 2009, 2010). Além disso, abordamos também acerca das questões éticas referentes a essa pesquisa. apresentamos as características e os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa, para analisar as decisões didáticas de uma professora no planejamento e na utilização do jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória em uma turma do 2º ano do Ensino Médio.

O Capítulo 4, trata-se da análise e discussão dos resultados de cada etapa da pesquisa, sendo apresentado os resultados referentes à primeira etapa da pesquisa concernente ao levantamento e análise de jogos da senha digitais, que desenvolvemos a partir de duas questões: Em que se assemelham ou se diferenciam os jogos da senha digitais do jogo da

senha tradicional? Quais as possibilidades de utilizar os tipos de jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória? Em seguida apresentamos os resultados referentes à segunda etapa, onde discutimos os resultados referentes às questões acerca dos fatores que influenciaram as decisões didáticas da professora na inserção do jogo da senha – *Real Code Breaker* no planejamento do ensino de Análise Combinatória (níveis +3, +2 e +1) e sobre os fatores decisoriais na aplicação do jogo da senha digital em sala de aula (níveis 0 e -1).

Por fim, no Capítulo 5 apresentamos o capítulo das Considerações Finais. Neste capítulo retomamos aos nossos objetivos, destacando os principais resultados obtidos em nossa pesquisa, além disso, apontamos algumas perspectivas futuras propondo a realização de novas pesquisas. Ademais, trazemos algumas considerações a respeito dos fatores decisoriais que influenciaram as decisões didáticas da professora em diferentes níveis de sua atividade.

2 AS DECISÕES DIDÁTICAS DO PROFESSOR

Neste capítulo apresentamos os fundamentos teórico-metodológicos que alicerçam a pesquisa em torno do objetivo de analisar as decisões didáticas de uma professora no planejamento e na utilização do jogo da senha digital (*Real Code Breaker*) para o ensino de Análise Combinatória em uma turma do 2º ano do Ensino Médio.

Iniciamos apresentando algumas considerações gerais sobre as decisões didáticas docentes e em seguida explanamos os pressupostos teóricos que compõem o Modelo de Fatores Decisionais (Bonnat *et al.*, 2020; Bessot, 2019). Este modelo articula dois quadros teóricos (a Teoria das Situações Didáticas e a Teoria Antropológica do Didático) e integra a esses quadros a análise do conhecimento docente nos diferentes níveis de sua atividade (Margolinas, 2002). Por fim, apresentamos os princípios da Metodologia de Investigação Reflexiva desenvolvida na Abordagem Documental do Didático que utilizamos para estudar as decisões didáticas.

2.1 A TOMADA DE DECISÕES DIDÁTICAS PELO PROFESSOR

Durante o exercício da profissão docente é evidente a influência de escolhas e decisões, visto que, ao longo dos diferentes momentos de suas ações didáticas o professor é conduzido a fazer escolhas, e conseqüentemente, decidir sobre elas. Na Didática da Matemática, pesquisadores como Margolinas (1993), evidenciam que as decisões estão relacionadas com as escolhas, além disso, a autora enfatiza que ambos os termos são distintos:

Toda decisão é ligada à existência de uma escolha e a significação de uma ação pode ser ou não uma decisão, segundo a situação de execução dessa ação. Do ponto de vista das situações de aprendizagem, isso significa que uma ação não pode ser caracterizada por uma verdadeira decisão de um sujeito, se ele tem consciência da existência de uma escolha a fazer para resolver o problema que lhe é proposto (Margolinas, 1993, p.111).

Nesse sentido, o sujeito só toma decisões diante a existência de escolhas possíveis. Ao considerar, o sujeito o professor, Silva e Menezes (2022) afirmam que quando ele decide entre as opções de escolhas existentes para a realização de uma determinada ação objetivando a aprendizagem dos estudantes, esse profissional está tomando decisões didáticas.

Nessa perspectiva, de acordo com Lima (2011), o ensino pode ser considerado como uma sequência de tomada de decisões pelo professor em qualquer etapa da sua atividade e em momentos distintos, uma vez que pode ocorrer antes, durante ou logo após o desenvolvimento de uma situação de ensino. Além disso, pode-se identificar o sujeito professor tendo em vista

duas posições: o professor que prepara aula e o professor que leciona (Brousseau, 2008). Dessa forma, nota-se que as suas escolhas estão voltadas a determinar inicialmente a relação que envolve os seus alunos como também o saber em jogo. Entretanto, na sala de aula podem surgir situações a serem repensadas, as quais desencadeiam a necessidade de fazer novas escolhas e mediante as circunstâncias, o professor, é conduzido outra vez a tomar decisões.

Segundo Margolinas (2005), o ato de decidir, representa um momento muito importante da atividade do professor, seja no nível das macrodecisões, no que se refere às decisões que acontecem fora da sala de aula, ou no nível das microdecisões referente às decisões que ocorrem através da interação real entre o professor e seus alunos, no decorrer da sua ação didática.

Ao pensar na tomada de decisão do professor em um determinado momento de sua atividade docente, deve-se levar em consideração as possíveis influências exercidas pelas experiências de sua trajetória acadêmica, bem como na sua vivência profissional. Isso significa que cada docente carrega com si ideias e práticas construídas para aperfeiçoar os seus saberes e adequar as metodologias utilizadas em sala de aula, a partir dos conhecimentos adquiridos (Silva, 2022). À vista disso, alguns estudos evidenciam o quanto o conhecimento que o professor possui pode influenciar no seu ensino e conseqüentemente em suas decisões, mas também existem outros fatores que as influenciam, como teorizam Bonnat *et al.* (2020) no Modelo dos Fatores Decisionais do Professor.

Para melhor compreensão do Modelo dos Fatores Decisionais do Professor, apresentamos (nos tópicos 2.2.1 e 2.2.2) os pressupostos dos quadros teóricos que o embasam: O modelo de níveis da atividade do professor (Margolinas, 2002, 2004) e a Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 2002).

2.2.1 O Modelo de níveis da atividade do professor

O modelo dos níveis da atividade do professor permite analisar a dinâmica e a “interação complexa entre as diferentes situações que o professor experimenta, em diferentes níveis, na maioria das vezes simultaneamente” (Margolinas; Wozniak, 2010, p. 236). Esse modelo foi proposto por Margolinas (2002, 2004) e é ancorado na Teoria das Situações Didáticas - TSD desenvolvida por Brousseau (1998).

Na TSD, Brousseau (1998), apresentou um modelo de interação entre o sujeito, o saber e o *milieu*, no qual a aprendizagem deve se desenvolver. Através dos estudos desenvolvidos sobre a TSD, tendo em vista a observação das interações presentes em uma

situação didática, pode-se pensar nas possíveis posições de um sujeito na relação didática, onde o professor é o organizador das situações a serem experimentadas pelo aluno na interação com o *milieu* (meio), assim, o aluno poderá construir conhecimentos através de um *milieu* (Silva, 2020).

Fundamentada na TSD, Margolinas (2002), apresentou uma estrutura teórica a qual funciona como um modelo para analisar os níveis do *milieu* do professor paralelamente à do aluno. Esse modelo possibilita especificar as diferentes posições e formas de participações entre professores e alunos perante uma situação didática. Mediante a isso, pode-se identificar conexões entre o meio, o professor, o aluno e a situação didática. Desta forma, Margolinas (2002) propôs uma ampliação e uma nova sistematização do modelo apresentado por Brousseau na TSD, evidenciando o papel do professor na relação didática, assim a pesquisadora, introduziu, então, as posições P3, P2 e P1 no modelo de estruturação do meio (Lima, 2011), propondo uma apresentação em forma de quadro, para a melhor compreensão do modelo de estruturação do meio, a seguir, considere as seguintes informações: **M** = Meio, **E** = Aluno, **P** = Professor e **S** = Situação.

Quadro 4 – Modelo de estruturação do Meio (“*milieu*”)

M3 M-de construção		P3 P-noosférico	S3 Situação noosférica	
M2 M-de projeto		P2 p-construtor	S2 Situação de construção	Sobre-didática
M1 M-didático	E1 E-reflexivo	P1 P-projetor	S1 Situação de projeto	
M0 M-de aprendizagem	E0 Aluno	P0 Professor	S0 Situação Didática	
M-1 M-de referência	E-1 E-aprendiz	P-1 P-observador	S-1 Situação de aprendizagem	
M-2 M-de objetivo	E-2 E-em ação		S-2 Situação de referência	A-didática
M-3 M-material	E-3 E-objetivo		S-3 Situação objetiva	

Fonte: Quadro proposto por Margolinas (2002).

Com base no Quadro 4, proposto por Margolinas (2002), o S0 denomina-se como sendo a situação didática, ou seja, a situação em que o P0 (professor) está de fato interagindo com o E0 (aluno) e o M0 (Meio de aprendizagem). Ressalta-se que nas situações

“Sobre-didáticas” o momento em que se reúne a situação, o professor, o aluno e o meio são representados por P1, E1, M1 e S1, além disso, remete-se às posições mais próximas da situação didática S0. Desse modo, no caso das situações “A-didáticas”, dentre seus níveis determinados no modelo, o nível que apresenta as posições de encontro P-1 (Professor-observador), E-1 (aluno aprendiz), M-1 (meio de referência) e S-1 (Situação de aprendizagem) estão localizados mais próximos a S0 (Situação didática).

Conforme Lima (2011), S0 é a situação em que o professor está em interação real com o aluno, além disso o S0 seria o momento que constituiu a parte mais visível da atividade do professor, isto é, a ação didática. Além disso, S1, S2, S3 representam as situações sobre-didáticas, aquelas situações em que o professor não está em interação com o aluno. Temos também o caso S-1, S-2 e S-3, que representam as situações adidáticas.

Os estudos de Margolinas (2002) evoluíram de forma que ela apresenta, um modelo organizado por níveis, que podem representar momentos de tomadas de decisões do professor, denominando-o de *Níveis de Atividade do Professor*, através dele pode-se observar toda a estruturação organizada por níveis (Lima, 2011; Silva, 2020).

Quadro 5 – Modelo de Níveis da Atividade do Professor

<p><i>Nível +3: Valores e concepções sobre o ensino e a aprendizagem</i> Projeto educativo: valores educativos, concepções de aprendizagem e de ensino.</p> <p><i>Nível +2: Construção do tema</i> Construção didática global na qual se inscreve a aula: noções a estudar e aprendizagem a construir.</p> <p><i>Nível +1: Planejamento da aula</i> Projeto didático específico para uma aula: objetivos, planejamento do trabalho.</p> <p><i>Nível 0: Situação didática</i> Realização da aula, interação com os alunos, tomada de decisões na ação.</p> <p><i>Nível -1: Observação do aluno em atividade</i> Percepção da atividade dos alunos, regulação do trabalho atribuído aos alunos.</p>

Fonte: Margolinas (2005, p.11).

De acordo com as informações apresentadas no Quadro 5, é possível verificar que a organização dos níveis da atividade do professor apresenta-se de forma sequencial e linear, no entanto, a pesquisadora evidencia que os níveis da atividade do professor podem levar a pensar que se trata de um modelo temporal, isto é, que o professor perpassa sequencialmente por todos os níveis, um a um. Porém, este modelo não é temporal, mas estrutural, de maneira que haja uma interação ou variação entre as fases.

Margolinas (2002), evidencia que através da observação da atividade do aluno (nível -1), o professor pode tomar decisões em aula (nível 0) que ele não havia previsto, mas também transformar sua sequência (nível +1) ou até mesmo sua concepção sobre o ensino de

um tema matemático (nível+2), como também uma de suas ideias sobre o ensino em geral (nível +3). Por outro lado, ao mudar a sua concepção de ensino de matemática (nível +3), o professor pode transformar sua forma de pensar sobre o ensino de um conteúdo matemático (nível +2), que o leva a elaborar diferentes planos de aula (nível +1), e mudar o tipo de abordagem do saber em jogo diante da sua turma (nível 0) e sua maneira de interpretar o trabalho do aluno (nível -1).

Ao considerar que a atividade do professor é dinâmica e que os níveis interagem entre si, Lima (2011, p. 364) propõe o seguinte exemplo:

Consideramos um professor que está em sala de aula e observa o aluno resolvendo um problema dado. Dependendo da resposta do aluno, ele pode rever o seu planejamento, propor uma nova atividade ou fazer uma nova intervenção e voltar a observar o aluno.

Na exemplificação citada acima, a interação teria ocorrido apenas entre os níveis (-1), (0), e (+ 1), sem a necessidade de utilizar níveis mais avançados de concepções de ensino e aprendizagem, mediante a isso, nota-se que nem sempre uma situação pode representar a interação entre todos os níveis existentes para tomada de decisão.

2.2.1.1 Os conhecimentos docentes nos diferentes níveis da atividade do professor

O **nível +3** é considerado por Margolinas (2002) e Lima (2011) como sendo noosférico ou ideológico, sendo caracterizado pela atividade do professor que reflete de forma geral acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática. Desta forma, os conhecimentos do nível +3 (C+3) são provenientes da relação do professor com a noosfera.

O **nível +2** é o momento que representa a construção global do ensino de um conteúdo matemático. “Nesse momento o professor mobiliza conhecimentos relativos à situação de ensino e de aprendizagem” (Lima, 2011, p.364). Assim, os conhecimentos do nível +2 (C+2) se referem essencialmente aos conteúdos matemáticos específicos.

O **nível +1** é considerado como o nível de planejamento, ele se caracteriza pelo momento em que o professor constrói o planejamento de sua aula. Nesse momento o docente procura mobilizar conhecimentos no nível +1 (C +1) globais relacionados ao conhecimento do aluno e as dificuldades de aprendizagem acerca de uma noção a ser estudada (Lima, 2011).

No **nível 0** encontra-se o momento da situação didática, sendo caracterizado pela ação do professor na sala de aula. Esse nível didático corresponde à tomada de decisão do docente

no decorrer de sua prática de ensino, em que mobiliza conhecimentos (C 0) que vão subsidiar suas decisões mais imediatas (Lima, 2011).

O **nível -1** é característico da observação da atividade dos alunos e representa o momento em que o professor observa os alunos interagindo com a atividade. Os conhecimentos no nível -1 (C -1) viabilizam ao professor distinguir no trabalho do aluno, os erros e as dificuldades de aprendizagem que estão relacionadas com o saber a ensinar (Lima, 2011). Haja vista que esse é considerado o nível adidático, pelo qual o aluno participa como aprendiz e o professor como observador (Silva, 2020).

De acordo com Bonnat *et al.* (2020) as diferentes situações da atividade do professor não estão dissociadas das condições e restrições ligadas à instituição na qual ele trabalha. Por levar em conta esta dimensão institucional, a Teoria Antropológica do Didático é também utilizada no Modelo de Fatores Decisionais.

2.2.2 A Teoria Antropológica do Didático (TAD) e os níveis de codeterminação

Na TAD, as práticas dos professores como toda prática humana são modelizadas por um modelo praxeológico, composto por dois blocos: praxis (tipo de tarefa, técnicas) e logoi (tecnologia, teoria). Bonnat *et al.* (2020) explicam a adoção de princípios da TAD no Modelo de Fatores Decisionais devido à:

As diferentes situações que intervêm no modelo de estruturação do milieu do professor envolvem condições e restrições vinculadas à instituição na qual observamos as decisões de um dado professor. Para levar em conta esta dimensão institucional, tomamos apoio na teoria antropológica do didático (TAD) (Bonnat *et al.* (2020, p. 75, tradução nossa)⁶.

Chevallard (2002) introduziu na TAD os níveis de codeterminação didática para identificar as condições e restrições que pesam sobre a difusão dos saberes e sobre as ações e práticas dos professores. De acordo com Silva (2020), a noção dos níveis de codeterminação didática foi estabelecida na TAD como :

Uma escala que pode subsidiar a identificação de elementos que possivelmente se tornam condições ou restrições para a realização de uma determinada atividade de ensino, considerando a relação das organizações praxeológicas com elementos mais amplos que não estão presentes apenas em sala de aula ou no ambiente escolar, mas

⁶ Les différentes situations intervenant dans le modèle de structuration du milieu du professeur font intervenir des conditions et des contraintes liées à l'institution dans laquelle on observe les décisions d'un professeur donné. Pour prendre en compte cette dimension institutionnelle, nous allons nous appuyer sur la théorie anthropologique du didactique (TAD) (Bonnat *et al.* (2020, p. 75).

que influenciam o contexto no qual as atividades de ensino estão inseridas (Silva, 2020, p.38-39).

A escala dos níveis de codeterminação possui os níveis superiores – Civilização, Sociedade, Escola e Pedagogia; e os níveis inferiores – Disciplina, Domínio, Setor, Tema e Assunto. Esses níveis são interligados por setas de duplo sentido (\updownarrow), indicando que em cada um dos níveis originam-se determinadas condições que se modificam em um determinado nível e se apresentam como restrições em outros.

Para Chevallard (2002), os níveis de codeterminação estão relacionados às praxeologias do tipo global, regional, local e pontual. Além disso, conforme o pesquisador, outro ponto estrutural na sua teoria é que esses níveis de codeterminação dialogam entre si com o meio didático a que estão submetidos.

2.3 O MODELO DE FATORES DECISIONAIS DO PROFESSOR

Em diferentes situações o professor é levado a tomar decisões, geralmente influenciado por fatores relevantes encontrados nos níveis de sua atividade profissional, assim para aprofundar a compreensão do processo de decisão do professor, utilizamos como subsídio teórico as ideias que surgiram por meio do modelo para o entendimento das decisões didáticas, que foi proposto no grupo de estudos composto por Catherine Bonnat, Patricia Marzin, Vanda Luengo, Jana Trgalová, Hamid Chaachoua e Annie Bessot (Silva, 2020). À vista disso, com base nas discussões realizadas com a participação dos pesquisadores mencionados, o Modelo de Fatores Decisionais evidenciam alguns aspectos que interferem na tomada das decisões didáticas do professor, distinguindo-se em três categorias: fatores do tipo *externo*, fatores do tipo *epistêmico* e fatores do tipo *história didática*.

2.3.1 Fatores do tipo Externos

Antes de tomar alguma decisão relacionada a sua prática, o professor, é conduzido por elementos os quais não possui domínio, mas que são importantes para que as decisões didáticas sejam tomadas. Nesse contexto, Bessot (2019) destaca as *restrições genéricas* e as *restrições circunstanciais* como duas categorias dos fatores externos. A seguir, iremos expor as principais características de cada uma delas.

As restrições genéricas são definidas na literatura como as restrições e condições mais abrangentes. Bessot (2019) as relacionam com a escala dos níveis superiores de

codeterminação proposta por Yves Chevallard na Teoria do Antropológico do Didático – TAD (Chevallard, 2002). Segundo Bonnat *et al.* (2020), os fatores relacionados às restrições genéricas não são muito visíveis, no entanto, ao observarmos a atividade do professor é importante considerar a sociedade na qual ele está inserido, de forma a compreender como as restrições se apresentam nas relações entre a sociedade e a escola.

Segundo Bessot (2019) os tipos de restrições genéricas podem ser identificados, por exemplo, no Collège, (equivalente aos anos finais do Ensino Fundamental) na França, quando é solicitado que os professores abordem, em sala de aula, uma sequência referente a um determinado conteúdo em uma data específica. Nesta ocasião, os professores estão diante das restrições genéricas, em razão das particularidades do contexto escolar e social, em suma os níveis de codeterminação estão ligados à *Escola e sociedade*.

Em relação às restrições circunstanciais, Bessot (2019) as representam como sendo os acontecimentos imprevisíveis que possibilitam a modificação do tempo didático. Para refletir acerca de tais restrições, adotaremos o seguinte caso: No decorrer do andamento das aulas do ano letivo, ocorre uma enchente na cidade causada pelas fortes chuvas, diante desse cenário as aulas ficaram suspensas. Observa-se que mediante a essa circunstância as escolhas do professor e as regras contratuais foram sobrepostas por elementos inesperados, portanto, isso se caracteriza como uma restrição circunstancial.

Assim, Santos (2020) enfatiza que as restrições circunstanciais representam um momento não recorrente que pode ocorrer na sala de aula, por exemplo, quando outros sujeitos (um diretor, um coordenador pedagógico etc.) intervém na aula sugerindo algum tipo de mudança imediata devido à realização de um evento externo, de forma inesperada ao professor e sua turma, esse tipo de situação fica acima, momentaneamente, do planejamento e das situações didáticas.

Os fatores do tipo externo correspondem às restrições sobre as quais o professor não possui domínio sobre elas, mas que influenciam sua atividade. Silva (2020) evidencia que nessa categoria, o docente pode receber direcionamentos que interferem em seu ato de decidir. Para exemplificar, Bessot (2019) destaca que podem ocorrer restrições e condições próprias que são superiores ao contexto educacional e às decisões do professor, como o período das férias escolares, que seriam as restrições genéricas; ou acontecimentos imprevisíveis que modificam o tempo didático distinguindo das genéricas, como o período das férias escolares; ou restrições circunstanciais, que estão associadas aos acontecimentos imprevisíveis que modificam o momento das aulas, como a situação da pandemia ocasionada pela Covid-19.

2.3.2 Fatores do tipo Epistêmico

Os fatores do tipo epistêmico são aqueles que compreendem tudo que possa envolver a relação pessoal do professor com a disciplina a ser ensinada, como também sobre um objeto do saber a ensinar (Bessot, 2019). Desse modo, conforme Espíndola e Trgalová (2015), dentro dessa categoria existem aspectos institucionais como, por exemplo, as orientações pedagógicas sugeridas para a abordagem de determinados conteúdos, os epistemológicos, nos quais estão incluídos os conhecimentos matemáticos relativos ao saber em jogo. Além disso, os aspectos didáticos, no qual encontra-se as concepções de aprendizagem, domínio de ferramentas digitais para o ensino de Matemática, ou os pedagógicos que são os conhecimentos dos métodos de ensino.

Os fatores do tipo epistêmico são determinados com base nos conhecimentos mobilizados pelos professores de forma que o ensino seja eficaz na aprendizagem dos alunos, tendo em vista a forte influência que o saber docente exerce sobre o que é produzido em sala de aula (Silva, 2022). Além disso, de acordo com Espíndola e Trgalová (2015), podemos ressaltar que, de maneira geral, os fatores epistêmicos dizem respeito ao que nutre a relação pessoal do professor com o saber a ensinar. Desse modo, os fatores do tipo epistêmico são divididos em três categorias: a relação pessoal do professor à pedagogia; a relação pessoal do professor à disciplina; e a relação pessoal do professor ao saber a ser ensinado.

A *relação pessoal do professor à pedagogia*, de acordo com Bessot (2019), está relacionada a que maneira o professor compreende o ensino de uma disciplina, no nosso caso a Matemática, tendo em vista as especificidades dos alunos e a forma como eles desenvolvem a aprendizagem. Bonnat *et al.*, (2020) apontam que é nessa relação que estão agrupados o conhecimento profissional do professor, descrito como Pedagogical Knowledge - PK- (Conhecimento Pedagógico) (Ball *et al.*, 2008) que pode ser enriquecido considerando novas tecnologias com o intuito de incluir conhecimentos do tipo TPK (Technological Pedagogical Knowledge) em referência ao modelo TPACK (Mishra; Koehler, 2006). Isto posto, esse fator epistêmico compreende dois aspectos fundamentais: *como aprendemos* e *como ensinamos*.

O primeiro aspecto, **como aprendemos** – “*Knowledge of Content and Student*” - Conhecimento do Conteúdo e do Estudante (Ball *et al.*, 2008) está relacionada segundo Bessot (2019), a diferentes ideologias que circulam em uma dada sociedade em um determinado momento, ligadas a diferentes teorias de aprendizagem. Nesse sentido, Silva (p.49, 2020) aborda que do ponto de vista epistêmico, “a forma como o professor acredita que seu aluno aprende pode influenciar uma tomada de decisão futura”, mediante a isso, durante a

realização de uma atividade proposta, é interessante que se promova um ambiente em que os estudantes sejam levados a fazer suas construções próprias, sem que recebam as soluções/respostas prontas pelo professor.

O segundo aspecto, **como ensinamos** – “*Knowledge of Content and Teaching*” - Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (Ball *et al.*, 2008) a maneira como o docente pratica seu ensino também está relacionada às diferentes ideologias ou teorias que estão sendo utilizadas em uma determinada sociedade (Bessot, 2019). Desta forma, Silva e Menezes (2022) consideram que o professor no decorrer de sua atividade, mobiliza elementos epistêmicos sobre práticas de ensino e saberes docentes, de forma a combinar os conhecimentos sobre o conteúdo a ser ensinado com as questões didáticas que influenciam na aprendizagem dos alunos.

No que diz respeito à **relação pessoal do professor à disciplina**, Bessot (2019), evidencia esse tipo epistêmico como uma relação codeterminada pela sociedade, ou até mesmo pela própria civilização onde vive o professor. Nessa perspectiva, as relações que o professor possui com o saber a ser trabalhado em sala de aula são individualizadas, tendo em vista que a partir das experiências vivenciadas no decorrer da sua carreira, cada docente carrega consigo uma relação própria com a disciplina que se trabalha e suas próprias concepções acerca de cada conteúdo (Silva, 2022). Esse tipo de conhecimento de acordo com Bonnat *et al.*, (2020), se enquadra na categoria *Subject Matter Knowledge* - Conhecimento do Conteúdo (Ball *et al.*, 2008) ou do TCK (*Technological Content Knowledge*) com referência ao modelo TPACK (Mishra; Koehler, 2006).

Por último, temos a **relação pessoal do professor ao saber a ser ensinado** – refere-se ao conhecimento do docente a respeito dos objetos que devem ser ensinados em cada etapa de ensino e as devidas orientações de aprendizagens evidenciadas nos documentos oficiais que norteiam a educação básica (Silva; Menezes, 2022). A respeito disso, Bessot (2019) coloca que essa relação do professor com o currículo promove os conhecimentos profissionais do docente sobre como o saber a ser ensinado é oficialmente estabelecido. Portanto, Bonnat *et al.*, (2020) enfatizam que esse conhecimento se enquadra na categoria *Knowledge of Content and Curriculum* (Ball *et al.*, 2008) ou TPACK se for considerado a inclusão de tecnologias educacionais (Mishra; Koehler, 2006).

Para dar continuidade a nossa discussão, abordaremos a seguir a categoria de fatores decisoriais do tipo história didática.

2.3.3 Fatores do tipo História Didática

Os fatores do tipo *história didática*, os quais permitem compreender, a partir da história vivenciada pelo professor no momento de interação com os alunos sobre o saber em jogo (Bessot, 2019). Para Espíndola e Trgalová (2015), essa categoria representa os conhecimentos que o docente adquire através da experiência compartilhada com um aluno em particular, dos seus alunos de uma turma ou até mesmo dos alunos de forma geral de um dado nível. As pesquisadoras apontam como exemplo o conhecimento das dificuldades recorrentes dos alunos em relação a uma noção matemática, na maior parte do tempo, ligados aos conhecimentos adquiridos a partir da experiência do professor.

Para Bessot (2019), os fatores desse tipo referem-se à história compartilhada entre o professor e seus alunos de uma determinada turma (ou um aluno específico) referente a um saber ensinado. Esse tipo de fator é descrito principalmente no modelo de estruturação do meio através dos níveis (S+1, S0 e S-1) (Bonnat *et al.*, 2020). Tendo em vista as ideias apresentadas, na literatura a história didática é composta por três categorias distintas: *a História inter-aluno de uma classe genérica*, *História inter-aluno de uma classe visada* e *História intra-aluno*.

A **História inter-aluno de uma classe genérica** - faz referência a uma sala de aula na qual o professor lecionou em um momento recente ou distante. Conforme Bessot (2019), baseado nessa experiência o docente recorda alguns episódios observados (níveis -1 ou 0) durante uma situação de ensino e que permanecem em sua memória, sendo elas relacionadas a algum comportamento de seus alunos mediante a abordagem de um conteúdo e às decisões que foram tomadas para conduzir a sua prática.

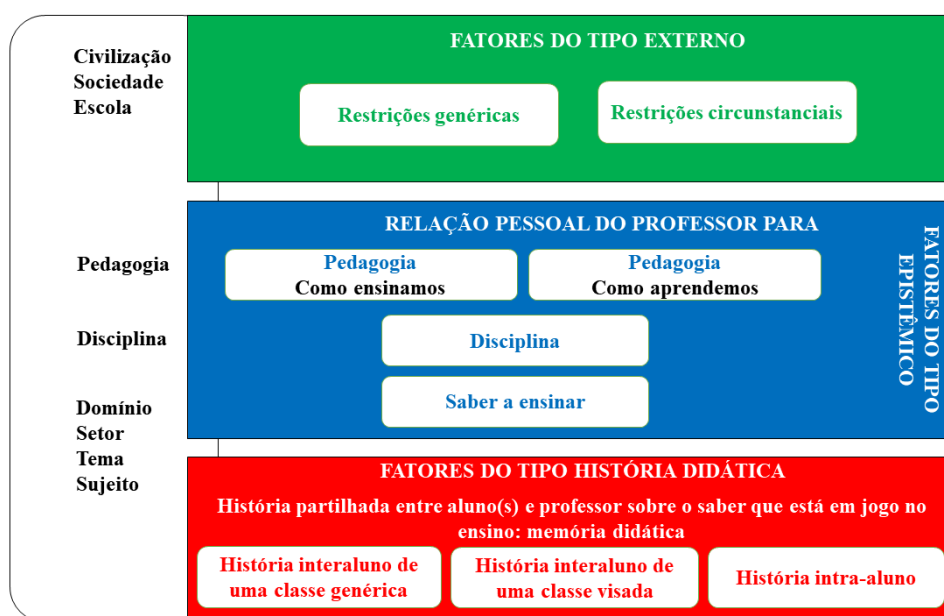
A **História inter-aluno de uma classe visada**, refere-se a percepção do professor sobre os comportamentos observados dos alunos, de uma turma que ele leciona atualmente, durante a situação didática (Bessot, 2019). Silva (2020) discute que o professor pode tomar suas decisões atuais baseadas em lembrança de algumas de suas decisões passadas que se deram através de alguma experiência recente das consequências que essas decisões tomadas tiveram sobre o comportamento e a aprendizagem dos alunos desta turma específica.

Por fim, o fator **História intra-aluno** é baseado na concepção do professor em relação aos comportamentos observados de um aluno específico e às suas condições no decorrer das atividades propostas no momento da aula (novatos, repetentes, bom aluno, etc.) (Bessot, 2019). Reforçando o que foi mencionado, Silva, Lima e Menezes (2021) abordam que o professor ao recordar de algumas de suas decisões tomadas em situações anteriores e os

efeitos causados por ela, considerando um aluno em particular, isso acaba contribuindo para futuras decisões a serem tomadas as quais envolvem o mesmo estudante.

A vista dessas considerações, na Figura 2 expomos um quadro (Bessot, 2019) que sintetiza as ideias abordadas nas três categorias dos fatores decisoriais.

Figura 2- Modelo dos fatores decisoriais



Fonte: Bessot (2019, tradução nossa).

Consideramos que o Modelo dos Fatores Decisoriais (Figura 2) evidencia diversos aspectos relevantes para construção das principais ideias relacionadas ao objeto de estudo da nossa pesquisa. Nesse sentido, acreditamos que a problemática das decisões didáticas está incorporada durante toda a atividade do professor, pois podem surgir desde o momento que o professor reflete sobre o ensino de maneira geral (nível +3) até o momento em que o professor observa os alunos durante a realização do que foi proposto em sala de aula (nível -1).

Além disso, é fato que o professor lida com diversos recursos em todos os níveis de sua atividade, o que nos levou a considerar pertinente incorporar, a presente pesquisa, alguns dos pressupostos da Abordagem Documental do Didático (ADD). De acordo com Wang (2019), devido ao amplo significado do termo recurso na ADD, considera-se aqueles de origem digital ou não. Ou seja, todo recurso utilizado pelo docente para o ensino e a aprendizagem de Matemática dentro e fora da sala de aula.

2.3.4 Decisões didáticas e Abordagem Documental do Didático (ADD)

Espindola e Trgalova (2015, p.2) propõem uma articulação teórico-metodológica entre o estudo de decisões didáticas e a ADD para analisar as práticas de um professor de matemática, buscando “apreender em cada nível da atividade do professor o seu sistema de recursos, os critérios de sua escolha e de seus usos, bem como a implicação dos conhecimentos profissionais em jogo”. As decisões didáticas são analisadas a partir dos fatores decisoriais (Bessot *et al.*, 2013) e nos diferentes níveis da atividade do professor (+3, +2, +1, 0,-1).

Sobre a ADD, seu principal objetivo é “compreender o desenvolvimento profissional dos professores por meio do estudo de suas interações com os recursos seus usos e projetos em/para seu ensino” (Trouche *et al.*, 2020, p. 1). Na ADD, o conjunto formado por todos os recursos utilizados pelo professor é chamado de seu sistema de recursos.

Esses recursos são associados aos esquemas de uso, formando assim documentos (um mesmo recurso pode intervir em vários documentos). Os documentos desenvolvidos por um professor formam também um sistema, chamado sistema documental do professor (Trouche *et al.*, 2020, p. 6).

Uma noção importante na ADD é a de *trabalho documental do professor* que consiste em selecionar recursos, adaptá-los, modificá-los, considerando as modalidades de sua utilização (Espindola; Luberiaga; Trgalová, 2018). Entende-se que os recursos à disposição do professor podem determinar a natureza das interações entre os níveis de sua atividade. Desta forma, busca-se realizar o mapeamento dos recursos utilizados, nas fases de planejamento de um tema (nível+2); de uma aula (nível +1), bem como, daqueles de interação com os alunos (níveis 0 e -1).

A ADD possui uma metodologia específica, denominada de “investigação reflexiva”. que atribui um papel importante aos recursos utilizados pelos próprios professores. Essa metodologia é baseada em cinco princípios:

O princípio de uma ampla coleção de recursos materiais usados e produzidos durante o trabalho documental;

O princípio do acompanhamento de longa duração; as gêneses são processos em desenvolvimento e os esquemas se desenvolvem em longos períodos;

O princípio do acompanhamento em todos os lugares (dentro e fora da sala de aula). A sala de aula é um local importante onde o ensino planejado é implementado, uma implementação que requer adaptações, revisões e improvisações. No entanto, uma parte significativa do trabalho dos professores ocorre fora da sala de aula: (na escola, por exemplo, na sala dos professores, em casa ou em cursos de formação continuada);

O princípio do acompanhamento reflexivo do trabalho documental, em que a visão do professor sobre seu próprio trabalho é amplamente requisitada;

O princípio de confrontação, do ponto de vista do professor com seu trabalho documental e a materialidade desse trabalho (materialidade proveniente, por

exemplo, da coleção de recursos materiais ou mesmo das práticas do professor em suas aulas) (Trouche *et al.*, 2020, p. 8).

Sobre a Metodologia de Investigação Reflexiva, desenvolvida na ADD, Ignácio (2018, p. 64), esclarece que esta “nasce do entendimento de que uma pesquisa sobre o trabalho docente com seus recursos, sob uma visão sistêmica, deve incluir a análise de um período significativo de tempo de produção de recursos. Produção essa, observada onde quer que ela ocorra (tanto nos diversos ambientes de trabalho como fora dele)”. Desta forma, esta metodologia atribui um papel importante aos professores e aos recursos utilizados por ele tanto no planejamento de aulas quanto em sala de aula.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos as características e os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa, para analisar as decisões didáticas de uma professora no planejamento e na utilização do jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória em uma turma do 2º ano do Ensino Médio. A pesquisa está organizada em duas etapas. Na primeira etapa, apresentamos os procedimentos realizados para verificar os tipos de jogo da senha digital e as possíveis explorações didáticas para o estudo de Análise Combinatória. Com o intuito de escolher a versão digital mais apropriada para a segunda etapa da pesquisa, mediante as possíveis explorações didáticas para o ensino de Análise Combinatória.

O tipo de pesquisa empreendida, na primeira etapa, foi documental tendo em vista, que buscamos analisar os diferentes jogos da senha em sua versão digital, e esses dados não foram tratados em análises ou pesquisas científicas. Assim, por se tratar de um estudo que, de acordo com Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009, p. 6), “recorre a materiais que ainda não receberam tratamento analítico, ou seja, as fontes primárias”.

Acerca desse tipo de pesquisa, Kripka, Scheller e Bonotto (2015, p.245), enfatizam que essa se “constitui um método importante seja complementando informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema”. Ainda de acordo com estes autores, “O desafio a esta técnica de pesquisa é a capacidade que o pesquisador tem de selecionar, tratar e interpretar a informação, visando compreender a interação com sua fonte”(idem, p.243).

Na segunda etapa, a pesquisa se configura como um estudo de caso. Conforme André (2008), uma das características da primeira fase de um estudo de caso, *exploratória*, é o começo comum, plano incipiente, delineado mais claramente à medida que este avança. A segunda fase - *de coleta dos dados ou de delimitação do estudo* - caracteriza-se, por exemplo, pela utilização de fontes variadas, de instrumentos de coleta mais ou menos estruturados, em diferentes momentos e em situações diversificadas. Por fim, embora procedimentos analíticos sejam aplicados nas fases anteriores do estudo, na terceira fase, *da análise de dados*, estes ocorrem de maneira “mais sistemática e formal após o encerramento da coleta de dados” (André, 2008, p. 55).

Isto posto, nossa pesquisa procura fazer uma relação epistêmica entre o indivíduo e o todo, tendo a clareza que buscamos um particular concreto de forma a não generalizar. Em consonância com André (2008), esta etapa é um estudo de caso qualitativo educacional havendo a preocupação com a compreensão da ação educativa, tendo em vista enriquecer o

pensamento e o discurso do educador através da documentação sistemática e reflexiva de evidências.

Cada pesquisa possui sua metodologia e exige técnicas específicas para a obtenção de dados. Portanto, diversos são os instrumentos que podem ser utilizados pelo pesquisador para garantir o êxito de sua pesquisa. À vista disso Andrade (2009, p.132), afirma que os instrumentos “são os meios através dos quais se aplicam as técnicas selecionadas”. Sendo assim, essa pesquisa utilizará de alguns instrumentos direcionados à construção e análise de dados a fim de atingir os objetivos propostos para essa investigação - reconhecidamente utilizados na Metodologia de Investigação Reflexiva, que tem como uma de suas características principais, a reflexão do professor sobre seu trabalho documental, ou seja, seu envolvimento na etapa de coleta de dados, sobretudo em torno dos recursos selecionados e adaptados para o ensino de um conteúdo específico.

Salienta-se que ambas as etapas da pesquisa se conectam tendo em vista que, mediante a realização da primeira etapa, além de escolher uma versão digital do jogo da senha (Real Code Breaker), buscamos encontrar as possíveis relações que esse jogo possui com as diferentes técnicas de contagem da Análise Combinatória, como também com o campo da Combinatória. Através disso, ao realizar a segunda etapa foi possível verificar de que forma a professora buscou relacionar as diferentes técnicas de contagem da Análise Combinatória com o Real Code Breaker, e quais delas foram exploradas.

3.1 PRIMEIRA ETAPA: MAPEAMENTO E ANÁLISE DE JOGOS DA SENHA DIGITAIS

O processo de busca dos tipos do jogo da senha digital ocorreu através de pesquisas manuais realizadas na loja online da Google para dispositivos com sistema Android, chamado *Play Store*. A *Google Play Store* ou simplesmente *Play Store*, é uma loja oficial de aplicativos da Google a qual os usuários de Android podem fazer downloads de app de forma gratuita ou paga.

Para realizar o mapeamento, tomamos como critério os jogos que tiveram uma quantidade de downloads igual ou superior a 10.000 e com as melhores avaliações. Mediante a isso, a partir da utilização dos descritores “Jogo da Senha” e “Mastermind” foram encontrados 13 jogos, os quais possuíam entre 10.000 e 1.000.000 de downloads. Assim, no Quadro 6 apresentamos os jogos encontrados, o seu respectivo desenvolvedor, a quantidade de downloads e o código em forma de identificação (ID) de cada um desses jogos.

Quadro 6 – Relação dos Jogos da Senha

ID	Nome do Jogo	Desenvolvedor	Quantidade de downloads
J1	Senha – Real Code Breaker	Rottz Games	1.000.000
J2	Master mind Senha	RC4812	500.000
J3	Mastermind	Ewy Go	100.000
J4	Mastermind	Dusza Andrea	100.000
J5	Classic MasterMind	Magic Touch Games	100.000
J6	Mastermind with Singleplayer	Mepent	100.000
J7	Logic: code breaking	Logicom Apps	100.000
J8	Master Mind game	Samappz	50.000
J9	Senha Jogo de Tabuleiro	Netfocus Universal App	10.000
J10	Mastermind Codebreaker	Rubis Wolf	10.000
J11	Mastermind	Filon	10.000
J12	Jogo da Senha- MasterMind	FXGAMES	10.000
J13	Senha Mastermind Clássico	RC4812	10.000

Fonte: Autoria própria (2023).

Uma vez identificados os jogos apresentados no Quadro 7, definimos as questões de pesquisa (QP) que nortearam a análise dos jogos da senha digitais (da loja Play Store). Cada questão teve um objetivo diferente, visando encontrar a versão digital mais semelhante da versão do Jogo da Senha tradicional e as possíveis explorações didáticas do jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória.

Quadro 7 – Questões para análise dos jogos

QUESTÕES	DESCRIÇÃO
QP1	Em que se assemelham ou se diferenciam os jogos da senha digitais do Jogo da Senha tradicional?
QP2	Quais as possibilidades de utilizar os tipos de Jogo da Senha digital para o ensino de Análise Combinatória?

Fonte: Autoria própria (2023).

Para responder a QP1 (Quadro 7), tomamos como base as regras originais do jogo da senha. Para tanto, levamos em conta que, nos anos 80, a empresa de brinquedos Grow lançou no Brasil o jogo em três estilos diferentes: o Senha Tradicional, com combinações de 4 pinos, usando 6 cores e 10 jogadas possíveis; o Mini Senha, com 4 pinos, mas com 6 cores e apenas 6 jogadas e o Super Senha, com combinações de 5 pinos, usando 8 cores e 12 jogadas possíveis (Varani, 2009).

Atualmente a comercialização do jogo da senha é realizada por algumas empresas como Pressman, em sua versão tradicional com o nome de origem: Mastermind. O jogo Senha

Tradicional, será utilizado como referência para essa dissertação, desta forma, serão apresentadas as suas regras.

O Jogo da Senha Tradicional consiste em encontrar a senha correta, com combinação de 4 pinos, utilizando 6 cores e 10 jogadas, além disso, possui os pinos de cores preta e branca, os quais são colocados ao lado para indicar as dicas necessárias para descobrir se a senha está correta. Esses pinos são chamados de marcadores, o pino de cor preta indica que a cor e a posição estão corretas, já o pino de cor branca indica cor correta, mas posição errada e quando a cor está errada não coloca nenhum pino.

Inicialmente, são escolhidos dois jogadores, um será denominado de desafiante e o outro será denominado de desafiado. O desafiante escolherá uma senha de 4 cores distintas e a mantém escondida sem que o desafiado possa vê-la. E o desafiado tentará descobrir esta sequência que chamaremos de senha. O desafiado escolhe a primeira possibilidade de senha, uma sequência ordenada com 4 pinos de cores distintas, sem ter nenhuma informação de como é a senha correta.

Após os pinos serem colocados no tabuleiro, o desafiante terá que informar quantas cores estão corretas, mas em posições erradas, e quantas cores estão nas posições certas: a quantidade de cores e posições certas serão informadas com um pino preto, a quantidade de cores certas em posições erradas serão informadas com um pino branco e a quantidade de cores erradas ficarão vazias, esses espaços serão preenchidos ou ficarão vazios ao lado da sequência das senhas, de acordo com a quantidade de erros e acertos.

Figura 3 - Versão do Jogo da Senha



Fonte: Varani (2009).

Caso a senha escolhida pelo desafiado não corresponda a senha certa, esse processo será feito novamente até que chegue à senha correta com a menor quantidade possível de jogadas. O grande segredo é tentar descobrir a senha secreta utilizando o mínimo de tentativas para que sua pontuação seja melhor do que a do seu adversário. Em relação a QP2 (Quadro 7), para

respondê-la atentou-se às possibilidades que cada jogo oferece em relação às regras, às jogadas possíveis, ou seja, a dinâmica de cada um deles. Com o intuito de associar essas possibilidades aos seguintes conteúdos dentro do campo da Análise Combinatória: Princípio Fundamental da Contagem, Permutação Simples, Arranjo Simples, Combinação Simples, Arranjo com repetição, Combinação com repetição.

3.2 SEGUNDA ETAPA: METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO REFLEXIVA

Levando-se em conta os princípios da Metodologia de Investigação Reflexiva (MIR) (Troche *et al.*, 2020), descrevemos os procedimentos relacionados a estes em nossa pesquisa.

- **Acompanhamento do trabalho da professora por um período significativo**

Em relação ao período do acompanhamento do trabalho da professora, esse pode ocorrer em um tempo curto ou longo. De acordo com Bellemain e Trouche (2019), o estudo baseado sobre o tempo longo permite localizar as principais alterações do sistema de recursos de um professor e de seus esquemas, por exemplo, de um ano letivo a outro. No nosso caso, adotamos o estudo com base em um tempo curto, que possui características, tais como:

Tempo curto (entre uma e três semanas), onde o professor prepara e executa uma aula. O pesquisador pode concentrar a coleta de dados (apoiado, por exemplo, em vídeos) e sua análise sobre momentos-chave, por exemplo: a preparação da aula; sua implementação, eventualmente em diferentes contextos; a análise crítica dos efeitos de aula - por exemplo, refletindo sobre um teste dos alunos, ou ainda sobre a aula em questão (Bellemain; Trouche, 2019, p. 261).

Precisamente, iniciamos a construção de dados no início do mês de março de 2023 com a fase exploratória do estudo de caso. Nesta fase, verificamos que o município de Feira Nova – PE possui apenas duas escolas que ofertam o EM. Cada uma dessas escolas possui 2 docentes que lecionam a disciplina de matemática. A escolha da professora de uma das escolas ocorreu por ela se dispor a contribuir com a pesquisa, aceitando a videogravação de suas aulas. Além de apresentar a particularidade de estar atuando em duas turmas do 2º ano EM, potencializando o acompanhamento de suas decisões didáticas em relação ao uso do jogo da senha digital em relação ao ensino de Análise Combinatória.

Destacamos que a professora - colaboradora da pesquisa é licenciada em matemática pela UPE. No período da pesquisa, ela estava cursando o Mestrado Profissional em Matemática em Rede - PROFMAT. A professora iniciou suas atividades docentes na rede estadual de Pernambuco no ano de 2007 e sempre atuou na mesma escola, na maior parte do tempo lecionando em turmas do EM.

Em 24.03.23, conversamos com a professora sobre seu planejamento para início das aulas sobre Análise Combinatória em suas turmas do 2º ano do Ensino Médio. Sendo este previsto para início de maio deste ano letivo. Ressaltamos que o acompanhamento das aulas apenas na turma do 2º ano B ocorreu devido a redução de carga horária docente em virtude do seu afastamento para o PROFMAT.

Destacamos que uma das características da Metodologia de Investigação Reflexiva é a produção de dados à medida que o *planejamento da sequência de ensino do tema* acontece (nível +2). De forma que prosseguimos com a construção de dados até ao final da sequência de ensino, planejada e executada pela professora, sobre Análise Combinatória. Isto ocorreu no período de 23.05.23 a 07.08.23. Desta forma, as aulas sobre Análise Combinatória foram distribuídas em nove semanas.

- **O acompanhamento em diversos lugares (dentro e fora da sala de aula)**

Quanto ao acompanhamento das atividades da professora, dentro e fora da sala de aula, sublinhamos que este pode ocorrer em uma variedade de lugares (na casa do professor, escola, em sala de aula, em cursos de formação continuada dentre outros) (Bellemain; Trouche, 2019). Assim, acordamos com a professora realizar a pesquisa nos seguintes locais:

- Universidade Federal Rural de Pernambuco – nos intervalos das aulas (da sexta-feira) no seu curso de mestrado - PROFMAT

Em uma *primeira fase* (28.04.23) realizamos a investigação sobre os recursos comumente utilizados pela professora relacionados ao **nível +3**. Em busca de identificar traços de seus conhecimentos sobre “como se ensina” e “como se aprende” Matemática e eventuais fatores externos – ligados à escola onde ela trabalha, se esta incentiva ou inibe o uso de determinados recursos, sobretudo, o uso de jogos matemáticos e TDICs. Para isso, usamos o Mapeamento Reflexivo do Sistema de Recursos (MRSR), que faz parte das ferramentas da MIR (Rocha, 2021). O mapeamento reflexivo diz respeito à criação de mapas de seus recursos pelos próprios professores. Já, no caso do “mapeamento inferido”, esse é feito pelo pesquisador para representar elementos do trabalho documental dos professores. Silva (2021, p. 45) explica que “o Mapeamento Inferido do Sistema de Recursos (MISR) é construído pelo pesquisador e utiliza como base os dados coletados e as observações realizadas com o professor”.

O MRSR foi construído pela professora, no qual ela expôs os recursos comumente utilizados para/em suas aulas de Matemática (nível +3). Logo após, propomos uma entrevista

semiestruturada sobre os recursos apresentados no MRSR e sobre as condições e restrições para o seu trabalho na escola de sua atuação profissional, com ênfase sobre os jogos e as TDICs (Apêndice A).

No que diz respeito a entrevista semiestruturada tal instrumento possibilita a participação dos sujeitos com a clareza em seu ponto de vista em relação ao assunto explanado, conforme afirmam Lüdker e André (1986, p. 33): “na entrevista a relação que se cria é de interação, havendo uma atmosfera de influência recíproca entre quem pergunta e quem responde”. Conforme Triviños (1987, p.146) a entrevista semiestruturada “[...] favorece não só a descrição dos fenômenos sociais, mas também sua explicação e a compreensão de sua totalidade [...]”, além disso, apresenta como característica questionamentos básicos fundamentados em teorias e hipóteses que se relacionam com o tema da pesquisa. Mediante os questionamentos novas hipóteses podem surgir a partir das respostas dos entrevistados e o foco principal seria colocado pelo investigador-entrevistador.

Na *segunda fase*, aplicamos uma entrevista semiestruturada (em 05.05.23) com foco no **nível +2** sobre o ensino de Análise Combinatória. Neste dia, explicamos a instalação no smartphone da versão digital do jogo Real Code Breaker (disponível no Google Play Store), as suas regras e mostramos o seu funcionamento.

Figura 4 - Regras do jogo na versão digital



Fonte:Rotz Games (2023).

Iniciamos uma jogada com o aparelho da pesquisadora para auxiliar na compreensão do jogo. Após esse momento, a professora iniciou uma jogada sozinha. Logo, ela escolheu iniciar pelo nível de dificuldade “fácil”. Após esse primeiro contato da professora com o jogo, ela nos solicitou para jogar em casa, a fim de melhor se familiarizar com este recurso. Desta forma, marcamos uma segunda entrevista semiestruturada e também disponibilizamos à professora uma versão comercial do jogo da senha - Code Breaking, para auxiliá-la a compreender melhor o jogo tanto em sua versão digital como na analógica.

Na segunda entrevista semiestruturada (em 12.05.23) propomos questões sobre o que a professora achou do jogo e como ela entendia sua relação com a Análise Combinatória (Apêndice B). Além disso, houve a entrega e explicação do *diário de bordo* à professora, para que através dele ela apontasse os recursos consultados e escolhidos no planejamento de suas aulas sobre Análise Combinatória a fim de termos uma noção mais clara dos tipos e fontes dos recursos utilizados por ela. Pois através desse instrumento é possível acompanhar a atividade docente de maneira mais ampla, visto que à medida em que o *diário de bordo* é preenchido, o docente é levado a externar informações gerais sobre como ocorreu o planejamento das aulas, explicando decisões que foram tomadas.

Trouche (2008) sugere que o acompanhamento do diário seja feito durante um período significativo (três semanas no mínimo), em que o professor registra todas suas atividades, dentro e fora da sala de aula, sendo de cunho profissional ou não profissionais de forma que possa ter impacto nas atividades profissionais do docente. No Quadro 8 apresentamos o modelo de diário de bordo utilizado.

Quadro 8 – Modelo de diário de bordo

Data do planejamento	Atividades do professor	Local	Fontes utilizadas	Fontes não utilizadas	Justificativa	Comentários
O dia em que foi realizada a atividade docente.	Todas as atividades que foram realizadas pelo professor	Sala de aula, laboratório, sala dos professores, em casa.	Indicar as fontes que foram utilizadas e se as mesmas foram modificadas.	Indicar quando não forem utilizadas nenhuma fonte.	Explicar por que da (s) escolha (s)	Inserir outras informações que achar pertinente.

Fonte: Adaptado de Bessot (2019).

Na sequência, apresentamos os procedimentos de produção de dados para os níveis +1, 0 e -1, que ocorreram na escola de atuação da professora.

- Escola de Referência em Ensino Médio (EREM) da rede pública estadual, situada no município de Feira Nova, Agreste de Pernambuco (PE).

A EREM funcionava em três turnos, sendo no turno integral (manhã e tarde; tarde e noite) alunos do EM e, à noite, alunos de turmas do Educação de Jovens e Adultos (EJA) e Travessia. Em particular, a professora trabalhava de segunda-feira à quinta-feira, no turno integral (manhã e tarde; tarde e noite) em turmas do 1º ano e 2º ano do Ensino Médio.

O acompanhamento das aulas da docente, lecionadas na turma do 2º ano B do EM, ocorreram conforme o horário escolar, a saber: duas aulas consecutivas nas segundas-feiras

(7h 30min. - 8h 20min. e 8h 20min. - 9h 10min.) e uma aula nas terças-feiras (9h 30min.-10h 20min.). Esse acompanhamento ocorreu por meio de observação das aulas.

Salienta-se que a observação, foi do tipo não participante, abstendo-se das intervenções no campo. Conforme Gil (2019, p. 116), nesse tipo de observação “o pesquisador observa o ambiente e os sujeitos de pesquisa sem participar ativamente das atividades”. Particularmente, nas aulas com a utilização do Jogo Senha- Real Code Breaker (nível 0 e no nível -1) usamos como instrumento de construção de dados, a videogravação e entrevista semiestruturada sobre essas aulas (Apêndice D). Ao todo, foram videogravadas quatro aulas. Ademais, registramos por fotos as atividades e recursos utilizados nas aulas sobre Análise Combinatória.

- **A ampla coleta dos recursos utilizados e produzidos no trabalho de documentação, ao longo do acompanhamento**

Para Silva (2020), esse instrumento possibilita fazer um acompanhamento geral das atividades do professor, ou seja, diante de cada nível da atuação, de forma que o docente registre suas ações e/ou reflexões. Sobretudo, expondo suas justificativas, em momentos diversos. Sobre isto, aprofundarmos nosso olhar sobre os recursos indicados pela professora no seu planejamento sobre o tema Análise Combinatória a fim de melhor entendermos suas decisões tomadas em relação ao uso do jogo Real Code Breaker.

Tendo em vista, o panorama da escolha dos recursos utilizados pela professora no ensino de Análise Combinatória, destacamos que produzimos o Mapeamento Inferido do Sistema de Recursos (MISR) (Rocha, 2021), com base nas entrevistas, em torno do nível +2, +1 e 0. do diário de bordo e observação de aulas. Sempre que possível, acompanhamos os recursos consultados pela professora, em seu notebook pessoal, a propósito do planejamento para a aula de aplicação do jogo. Além de buscarmos auxiliá-la na impressão do material que seria utilizado na aula, sempre verificando como ela pretendia utilizá-lo.

- **Acompanhamento reflexivo e confrontação permanente das opiniões do professor a respeito de seu trabalho de documentação**

Acerca do princípio de acompanhamento reflexivo do trabalho de documentação, este possui a peculiaridade de envolver o professor diretamente com a coleta de dados, de forma que o envolvimento ativo deles ocasione uma postura reflexiva, sobre seu próprio trabalho documental. Sobre a confrontação permanente das opiniões do professor a respeito do seu

trabalho de documentação, Trouche *et al.* (2020), sugere revisar dados coletados e sugerir que o professor interprete traços de seu trabalho documental. Diante disso, realizamos uma entrevista semiestruturada final, sobre as impressões da professora sobre o planejamento realizado e executado por ela para uso do jogo pelos estudantes, buscando identificar outros usos previstos e novas adaptações deste recurso.

De forma mais precisa, com o intuito de analisar as decisões didáticas de uma professora no planejamento e na utilização do jogo da senha digital (Real Code Breaker) para o ensino de Análise Combinatória em uma turma do 2º ano do Ensino Médio, empregamos os seguintes instrumentos:

Quadro 9 - Instrumentos utilizados para construção de dados

NÍVEL	INSTRUMENTOS
N+3	MRSR e entrevista semiestruturada
N+2	Jogadas com o Real Code Breaker, diário de bordo e entrevista semiestruturada
N+1	Entrevista semiestruturada
N 0	Observação de aulas, videogravação, registros fotográficos (quadro, caderno, listas)
N-1	Observação de aulas, videogravação e entrevista semiestruturada

Fonte: Autoria própria (2023).

3.3 QUESTÕES ÉTICAS DA PESQUISA

Ressalta-se que a presente pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEP) da Universidade Federal Rural de Pernambuco sob o nº CAAE 71297823.5.0000.9547 e que só após a emissão do Parecer Consubstanciado de nº 6.575.422 foram iniciados os trabalhos de campo, construção e análise dos dados. Salienta-se a garantia do anonimato dos atores sociais da pesquisa, tanto em áudio como em imagem, em conformidade com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Anexo B) o qual foi assinado pela participante, sendo ressaltado os riscos e benefícios da pesquisa como também, enfatizado que ela poderia desistir de participar da pesquisa em qualquer momento. Mediante a isso, o material recolhido para análise ficará em posse, única e exclusiva, das autoras dessa pesquisa e permanecerá devidamente guardado por um período de cinco anos.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, inicialmente, apresentamos os resultados da primeira etapa da pesquisa concernente ao levantamento e análise de jogos da senha digitais, que desenvolvemos a partir de duas questões : Em que se assemelham ou se diferenciam os jogos da senha digitais do jogo da senha tradicional? Quais as possibilidades de utilizar os tipos de jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória?

Em relação à segunda etapa, discutimos os resultados referentes aos questionamentos sobre os fatores que influenciaram as decisões didáticas da professora na inserção do jogo da senha digital no planejamento do ensino de Análise Combinatória (níveis +3, +2 e +1) e sobre os fatores decisoriais na aplicação do jogo da senha digital em sala de aula (níveis 0 e -1).

4.1 RESULTADOS DA PRIMEIRA ETAPA

Sobre a questão [QP1] Em que se assemelham ou se diferenciam os jogos da senha digitais do jogo da senha tradicional? Dentre os 13 jogos selecionados apenas 4 destes (J3, J9, J10, J13) apresentavam as mesmas regras propostas pelo jogo da senha tradicional e os outros 9 (J1, J2, J4, J5, J6, J7, J8, J11 e J12) apresentavam algumas modificações no quantitativo de possibilidades de jogadas, nos pinos de dicas, na repetição de cores, na quantidade de cores disponíveis para a escolha.

No Quadro 10 apresentamos informações sobre o jogo da senha tradicional a fim de compará-las com as versões do jogo digital encontradas no Google Play Store.

Quadro 10 – Informações acerca do jogo da senha tradicional

Quantitativo de possibilidade de jogadas	Quantidade de cores disponíveis para formar a senha	Quantidade de cores para formar a senha dentre as cores disponíveis	Informações sobre os pinos de dicas	Possibilidade cor repetida
10 jogadas possíveis	6 cores disponíveis	4 cores	Pino de dica Branco: Cor certa e posição errada; Pino de dica Preto: Cor certa e posição certa; Pino vazio: Cor errada.	Não pode haver cores repetidas

Fonte: Autoria própria (2023).

Tomando como base o Quadro 11, apontamos a seguir as diferenças encontradas nas versões digitais do jogo da senha.

Quadro 11 – Diferenças apresentadas nas versões digitais do jogo

Informações acerca do jogo	Diferenças	Identificação dos jogos
Quantitativo de possibilidade de jogadas	20 possibilidades	J1, J7
	15 possibilidades	J2, J8
	12 Possibilidades	J11
Quantidade de cores disponíveis para formar a senha	4 cores disponíveis	J1, J7, J5, J6, J12
	7 cores disponíveis	J1, J7
	8 cores disponíveis	J1, J7, J6, J4
	9 cores disponíveis	J1, J7
	10 cores disponíveis	J1, J7
	11 possibilidades	J7, J8
	13 possibilidades	J7
	15 possibilidades	J7
Quantidade de cores para formar a senha dentre as cores disponíveis	4 para escolher dentre 8 disponíveis	J7, J5, J6
	6 cores para escolher dentre 7 cores disponíveis	J1, J7
	6 cores para escolher dentre 8 cores disponíveis	J1, J7, J4
	8 cores para escolher dentre 10 cores disponíveis	J1, J7
	4 cores para escolher dentre 7 cores disponíveis	J2
	5 cores para escolher dentre 9 cores disponíveis	J2
	6 cores para escolher dentre 11 cores disponíveis	J2
	7 cores para escolher dentre 13 cores disponíveis	J2
	8 cores para escolher dentre 15 cores disponíveis	J2
	9 cores para escolher dentre 17 cores disponíveis	J2
Informações sobre os pinos de dicas	Pino branco: cor certa no local certo. Pino preto: cor certa no local errado.	J12
	As cores podem ser modificadas quanto às dicas, ou seja, pode ser escolhida qualquer cor para indicar as informações, da cor certa no lugar certo e da cor certa no local errado.	J7
Possibilidade de cor repetida	Existe a possibilidade de formar senhas com cores repetidas.	J1, J7

Fonte: Autoria própria (2023).

Observa-se no Quadro 11 que existem diferenças entre algumas das versões digitais do jogo da senha comparadas à versão do jogo da senha tradicional, como também entre si.

Algumas versões digitais, mesmo possuindo algumas diferenças relacionadas a alguma característica da versão do jogo da senha tradicional, apresentam semelhanças em alguns pontos como: as *Informações sobre os pinos de dicas* (J1, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, J10, J11 e

J13), a *possibilidade de não ter cor repetida* (J2, J3, J4, J5, J6, J8, J9, J10, J11, J12 e J13), a *quantidade de cores disponíveis para formar a senha* (J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, J10, J11, J12 e J13), a *quantidade de cores para formar a senha dentre as cores disponíveis* (J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, J10, J11, J12 e J13) e o *quantitativo de possibilidades de jogadas* (J3, J4, J5, J6, J9, J10, J12 e J13).

[QP2] Quais possibilidades de utilizar os tipos de jogo da senha digital para o ensino de Análise Combinatória?

Em nosso entendimento, a utilização do jogo da senha para o ensino de Análise Combinatória possibilita trabalhar diferentes problemas de contagem e de agrupamento. À vista disso, diante da diversidade encontrada de versões do jogo da senha, considerando a existência de diferenças e possibilidades no que se refere às regras de cada uma dessas versões e as possíveis jogadas; nota-se que há conteúdos que podem ser trabalhados em uma versão desse jogo que em outra não é possível.

Em consonância com Hazzan (2013) evidencia que a Análise Combinatória busca “desenvolver métodos que permitam contar o número de elementos de um conjunto, sendo estes elementos agrupamentos formados sob certas condições”. Nesse sentido, vale salientar que os elementos de um conjunto podem adotar diferentes maneiras ou disposições, constituindo-se basicamente em duas formas distintas a serem consideradas, a natureza e a ordem dos elementos (Almeida, 2020). Portanto, ao olhar para o jogo da senha nota-se que as ideias de agrupamento, contagem, condições de agrupamento, ordem e natureza, consideradas as ideias básicas da Análise Combinatória, estão presentes na essência desse jogo.

Ao relacionar o jogo da senha com a Análise Combinatória é importante levar em consideração dois fatores importantes: as regras e as possíveis jogadas. No que se refere às regras, essas dizem respeito a própria natureza do jogo, tendo em vista que esse possibilita: contar, agrupar e para agrupar são estabelecidas algumas condições. Com relação às condições de agrupamento, para formar a sequência de cores (senha) temos uma quantidade de n cores distintas nas quais é necessário escolher n cores, por exemplo, dentre seis cores distintas (azul, verde, vermelho, amarelo, rosa e roxo), nas quais precisamos escolher 4. Além disso, para formar essa senha existe a possibilidade de repetir ou não repetir esses elementos (cores).

Em relação às possíveis jogadas, para que o jogador tome decisões é necessário que ele tenha possibilidades, e nessas tomadas de decisões considera-se a ordem e a natureza dos

elementos. Portanto, após a análise das diferentes versões digitais do jogo da senha observamos que todas elas possibilitam trabalhar o desenvolvimento do raciocínio combinatório, tendo em vista que existem coisas comuns, como contar, agrupar, condição para agrupar, decisões, possibilidades etc. Diante disso, no Quadro 12, podemos observar quais conteúdos são possíveis de serem explorados a partir de cada versão.

Quadro 12 – Possibilidades de conteúdos a serem trabalhados

Conteúdos	Jogo da senha
Princípio Fundamental da Contagem	J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J8, J9, J10, J11, J12 e J13
Permutação Simples	J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J9, J10, J11, J12 e J13
Arranjo Simples	J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J9, J10, J11, J12 e J13
Combinação Simples	J1, J2, J3, J4, J5, J6, J7, J9, J10, J11, J12 e J13
Arranjo com repetição	J1, J3, J4, J6, J7 e J12
Combinação com repetição	J1, J3, J4, J6, J7 e J12

Fonte: Autoria própria (2023).

Para aplicar corretamente as técnicas de Arranjo, Permutação e Combinação, Rufino (2015) adverte que se deve inicialmente entender que aquilo que está sendo contado, interfere na forma de contar, ou seja, na escolha da técnica adequada para contar. Dessa forma, cada uma dessas técnicas tem significados próprios que dialogam com as regras e jogadas, para melhor compreender essa relação tomaremos como exemplo um dos jogos (Figura 5) que possibilita trabalhar com os diferentes conteúdos apresentados no Quadro 12 acima.

Figura 5 – Jogo Senha – Real Code Breaker (J1)



Fonte: Rottz Game (2023).

Para compreender a relação do Jogo Senha – Real Code Breaker (Figura 5) com o Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio Multiplicativo é necessário compreender a sua definição, segundo Lima *et al.* (2006, p.125) ele pode ser enunciado como, “Se uma decisão D1 pode ser tomada de p modos e, qualquer que seja esta escolha, a decisão D2 pode ser tomada de q modos, então o número de maneiras de se tomarem consecutivamente as decisões D1 e D2 é igual a pq ”. Esses autores afirmam ainda, que o Princípio Multiplicativo pode ser aplicado quando temos diversas etapas de decisão, desde que o número de possibilidades em cada etapa não dependa das decisões anteriores.

Assim, quando nos referimos às senhas do Jogo da Senha, tomando como exemplo a Figura 5, temos 6 cores diferentes disponíveis para escolher 4 cores distintas e formar uma senha, portanto, ao escolher a cor que ocupará a primeira posição da senha, temos 6 possibilidades. Definida a cor da primeira posição, independentemente da cor escolhida, temos 5 possibilidades de escolha para a segunda posição. No momento em que escolhermos qual a cor que deverá ocupar a terceira posição, restarão três possibilidades de cores que podem ocupar a quarta e última posição. As decisões tomadas nas quatro etapas são independentes e sucessivas, portanto, podemos utilizar o Princípio Fundamental da Contagem para calcular a quantidade de senhas possíveis no jogo.

Merayo (2015) esclarece que recebe o nome de Permutação Simples de m elementos, cada um dos distintos grupos que pode formar-se, de maneira que cada um deles contenha os mesmos m elementos dados, divergindo um do outro unicamente pela ordem de colocação de seus elementos. Diante disso, para enfatizar a possibilidade desse jogo trabalhar a permutação simples, vamos exemplificar uma situação, observando as cores disponíveis na Figura 5, suponha que o aplicativo gerou como senha a sequência *Vermelho – Verde – Rosa – Dourado*, nesta ordem. Caso o jogador coloque na primeira tentativa a sequência *Vermelho – Dourado – Azul – Verde*, nesta ordem, como análise dessa jogada aparecerá os 2 pinos de dicas na cor branca correspondentes às cores verde e dourado (cores certas na posição errada) e 2 pinos de dicas na cor preta (cores certas no lugar certo).

Nessa situação, como o jogador não sabe quais cores estão nas posições corretas e erradas, será necessário que ele faça a permutação delas, para descobrir a posição de cada uma. Portanto, esses agrupamentos irão divergir um do outro pela ordem que se encontra esses elementos. Quanto a questão do Arranjo Simples Merayo (2015) enfatiza que os Arranjos são grupos ordenados, formados por n elementos, tomados a partir dos m elementos de um conjunto finito, de tal maneira que dois grupos são considerados distintos se diferem

em alguns dos seus elementos ou, se tendo os mesmos elementos, diferem pela ordem em que estão colocados. Mediante a isso, analisando as seguintes jogadas abaixo (Figura 6), comparando a 2ª e 3ª tentativas observamos que elas possuem os mesmos elementos, ou seja, as mesmas cores, no entanto, se diferem pela ordem em que estão colocados.

Figura 6 – Possíveis jogadas

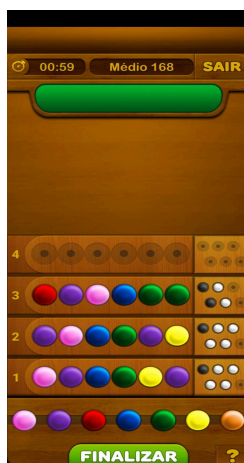


Fonte: Rottz Game (2023).

Sobre as Combinações Simples, conforme Merayo (2015), dado um conjunto formado por m elementos distintos, os agrupamentos formados por n elementos tomados dos m , são considerados distintos se diferem por algum dos seus elementos, isto é, a diferença é unicamente pela natureza. Pois, segundo o autor, dois agrupamentos são iguais se possuírem os mesmos elementos, independente da ordem que eles estejam dispostos. Portanto, para compreender a relação das jogadas possíveis com essa técnica observamos a Figura 6, analisando a 1ª e 2ª tentativas nota-se que a sequência de cores possui elementos diferentes, ou seja, se diferem pela natureza de seus elementos.

Através da análise realizada, observamos que há versões que possibilitam trabalhar com Arranjo com repetição e Combinação com repetição, e isto só é possível visto que, nesses jogos o código secreto pode conter cores repetidas. No entanto, para entender essa relação é necessário compreender a particularidade de cada uma dessas técnicas. Nessa situação utilizaremos como suporte a Figura 7, para relacionar cada jogada com as devidas técnicas.

Figura 7 – Elementos repetidos



Fonte: Rottz Game (2023).

Merayo (2015, p.321, tradução nossa) coloca que combinação com repetição é um conjunto constituído por m elementos, todos eles distintos entre si. “Recebe o nome de Combinação com repetição dos m elementos, cada grupo é formado por n elementos, distintos ou repetidos, retirados dos m dados, considerando como grupos iguais os formados pelos mesmos objetos repetidos o mesmo número de vezes”. Observando a 2ª e 3ª tentativas, da figura 7, nota-se que ambas sequências possuem elementos repetidos, no entanto, há cores diferentes.

Acerca do Arranjo com repetição Merayo (2015, p.282, tradução nossa) discorre que seja um conjunto composto por m elementos diferentes. “Qualquer grupo formado por n elementos, não necessariamente diferentes, retirados dentre os m do conjunto original, é denominado variação com repetição de ordem n . Quando os elementos podem ser repetidos, pode ser $n > m$ ”. Nessa situação, ao observarmos a 1ª e 2ª tentativas, da figura 7, observa-se que elas possuem a sequência de cores repetidas, no caso o lilás, porém a ordem em que estão dispostas essas cores se diferem.

Através da análise realizada, pode-se escolher uma versão do Jogo da Senha dentre as 13 opções apresentadas, para que seja trabalhada na presente pesquisa. Dessa forma, a versão digital escolhida foi o jogo “Real Code Breaker”, essa escolha se justifica primeiro pelo idioma que o jogo apresenta, o português, visto que caso optasse por um jogo que não tivesse nesse idioma, isto poderia implicar dificuldades para a compreensão da dinâmica apresentada por ele pela professora participante. Outro fator, é o layout do jogo, dinâmico, sendo de fácil manuseio de forma que permite ao jogador compreender as regras, além disso, o jogo possui

quatro níveis de dificuldades, havendo a modalidade de multiplayer, ou seja, sendo possível ao jogador jogar com algum oponente de forma online.

Em relação aos níveis, no que se refere a formação da sequência da senha correta, existe a possibilidade de repetir cores como também de possuir uma casa vazia. Outro ponto importante a destacar é o jogo ter sido utilizado em outro estudo (Almeida *et al.*, 2022) pela pesquisadora desta pesquisa, de forma que por conhecer esta versão digital se torna mais simples de ser apresentada à professora participante da pesquisa que irá utilizá-lo. Então, diante do exposto e pela diversidade de possibilidades de conteúdos a serem trabalhados no campo da Combinatória, essa versão digital se torna mais apropriada a ser utilizada.

Figura 8 - Jogo Senha - Real Code Breaker



Fonte: Rottz Game (2023).

O jogo Real Code Breaker é um tipo de quebra-cabeça pelo qual o jogador deve adivinhar o código secreto. Em cada partida um código secreto diferente é disponibilizado, que é uma sequência de pinos coloridos, a cada rodada o jogador receberá dicas que ajudarão a melhorar seus palpites. O intuito é fazer chutes sucessivos, e para cada chute o jogador receberá dicas que ajudarão na tentativa de adivinhar o código secreto. Utilizando a lógica e comparando dicas de diferentes rodadas, o jogador pode descobrir quais pinos de palpite estão na posição correta e quais cores estão corretas.

O jogo possui quatro níveis, os quais correspondem: ao nível fácil, médio, difícil e insano. Além disso, a cada nível aumenta o grau de dificuldade, havendo assim a possibilidade de encontrar códigos secretos contendo cores repetidas e, às vezes, até um pino vazio. As dicas são disponibilizadas através de pinos brancos e pinos pretos. Os pinos brancos indicam que o pino de palpite possui a cor correta, entretanto, está na posição errada, já os pinos pretos apontam que os pinos de palpites têm a cor certa e estão na posição correta. No

entanto, a ordem em que se encontra a sequência de pinos de dica branco e preto não corresponde à mesma ordem dos pinos de palpite.

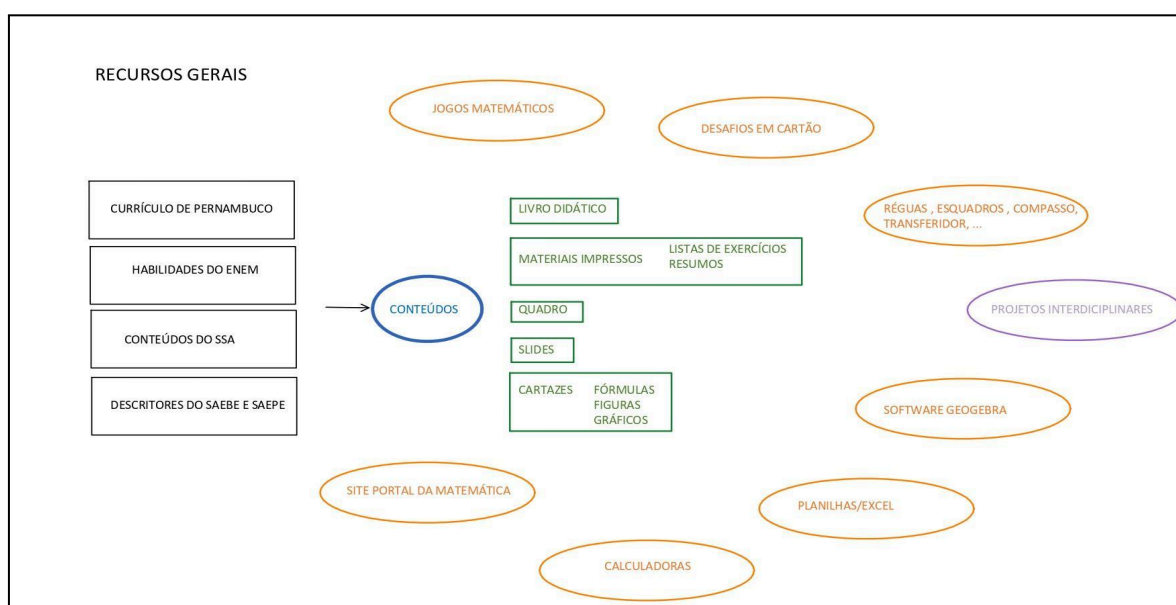
4.2 RESULTADOS DA SEGUNDA ETAPA

Com base no Modelo dos Fatores Decisionais, iniciamos a análise dos resultados (4.2.1), discutindo aspectos das condições e restrições institucionais para o trabalho da professora na rede estadual de ensino e na escola de sua atuação profissional no EM e os seus conhecimentos sobre o ensino e aprendizagem de Matemática no nível +3 - noosférico ou ideológico. Com ênfase sobre o uso de jogos matemáticos e de TDICs, tendo em vista, uma análise descendente (do nível +3 ao nível -1) das decisões didáticas da professora diante da perspectiva do uso do jogo da senha digital - Real Code Breaker.

4.2.1 Nível +3, condições, restrições e fatores de influência nas decisões didáticas para o uso de jogos e TDICs em Matemática

Por meio do Mapeamento Reflexivo do Sistema de Recursos (MRSR), construído pela professora (Figura 9), podemos visualizar o que ela apontou que costuma usar para/nas suas aulas e desvelar seus conhecimentos (c +3) - sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Figura 9 - Mapeamento Reflexivo do Sistema de Recursos da professora



Fonte: Autoria Própria (2023).

Na Figura 9, podemos observar que a professora articula a escolha dos conteúdos matemáticos a serem ensinados aos recursos: Currículo de Pernambuco (Pernambuco, 2020); habilidades do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM); conteúdos do Sistema Seriado de Avaliação (SSA) - vestibular da Universidade de Pernambuco; descritores do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE) e do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

A propósito do Currículo de Pernambuco, ela enfatizou o documento que foi lançado de acordo com as novas diretrizes para o chamado “Novo Ensino Médio (NEM)” em alusão à Resolução n. 03 de 21 de novembro de 2018 que atualizou as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio⁷.

Pesquisadora: Você colocou o Currículo de Pernambuco, o do Ensino Médio?

Professora: Isso. O novo que foi lançado. A gente trabalhava com umas orientações metodológicas, mas eu preferi colocar de forma geral, isso aqui, como sendo a base dos conteúdos que eu seleciono para ministrar aulas.

Pesquisadora: Há um organizador por bimestre com a distribuição dos conteúdos?

Professora: Tem um mais recente, que é o organizador, que foi no tempo da pandemia, porque eles enxugaram um pouquinho, tendo em vista que a gente não ia conseguir trabalhar tudo. Tem o mais recente. Mas eu coloquei isso de forma geral.

A partir de nosso diálogo sobre os conteúdos a serem ensinados na rede estadual, um recurso que surgiu durante a entrevista, foi a caderneta eletrônica que se apresentava sem atualização diante das mudanças curriculares no Ensino Médio.

Professora: A caderneta ainda está do mesmo jeito. E, o pior que acontece, inclusive no 2º ano, é que está com mudança e nem podemos inserir o planejamento na caderneta eletrônica. Ele não está disponível com as mudanças. Porque implementaram o novo ensino médio e eu acho que não tem mais sentido, serem as mesmas coisas. Interessante que o 1º ano, praticamente não mudou. Mas, o 2º ano vai mudar, acredito que tem que mudar, porque a quantidade de aulas diminuiu.

Segundo a professora, por trabalhar no Ensino Médio, os conteúdos matemáticos são alinhados com a preparação dos alunos para os exames do ENEM e do SSA. Ela também mencionou os simulados com questões do SAEPE, propostos pela Gerência Regional de Ensino (GRE) e aqueles elaborados pelos professores de Matemática da escola.

Pesquisadora: É uma demanda da escola o trabalho com as habilidades do ENEM?

Professora: Sim, da escola e da GRE. Da GRE, principalmente, os descritores do SAEPE e do SAEB, acho que eles não são tão bem sintonizados com as habilidades do ENEM. Mas assim, eu tento deixar as habilidades do ENEM já certinhas, né?

Pesquisadora: O que você pode falar sobre a GRE e o SAEPE?

Professora: Nossa! Todo bimestre tem simulado. Agora, temos dois. Tem um que não é bem um simulado, o da escola, inclusive, esta semana tivemos que enviá-lo.

Pesquisadora: Quem elabora são vocês, professores?

⁷ Para saber mais: <http://portal.mec.gov.br/docman/novembro-2018-pdf/102481-rceb003-18/file>.

Professora: Sim, elaboramos. Mas tem outro nome. Não é uma sondagem, não. Tem um nomezinho bem específico. Esqueci agora, depois eu lembro.

A propósito das considerações da professora sobre seu trabalho no contexto do Ensino Médio, outras pesquisas, a exemplo de Santos (2019) ilustram um exemplo de condições e restrições neste nível de ensino em relação às escalas superiores de codeterminação.

[...] Imaginemos uma escola na qual a pedagogia fundamenta-se em preparar os alunos para os vestibulares nas maiores Universidades Brasileiras e para o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Para tal instituição, a pedagogia implica que a prática do professor deve ser guiada pelo sistema apostilado (fornecido pela escola) e atividades apresentadas pelos exames anteriores do ENEM e das provas dos vestibulares fornecidas pelas universidades. Esse modelo determina, diretamente, restrições para a prática do professor, visto que ele não pode deixar de seguir esses procedimentos metodológicos, porque, acompanhando o apostilado, ele deve desenvolver todas as atividades das apostilas, assim como a execução de diferentes atividades de vestibulares. São situações que se apresentam como restrições, que não podem ser modificadas (Santos, 2019, p. 32-33).

Na MRSR (Figura 9) também é possível perceber que a professora organizou os recursos por cores. Aqueles na cor verde representam o que ela costuma usar com maior frequência: Livro Didático (LD), materiais impressos, listas de exercícios, resumos, quadro branco, slides, cartazes, fórmulas, figuras e gráficos. Dentre os recursos que ela costuma utilizar, está o LD, escolhido pelos professores de Matemática da escola. O que se tornou um problema, devido a incoerência com a caderneta eletrônica e o Currículo de Pernambuco.

Pesquisadora: Qual livro didático que está sendo usado lá agora?

Professora: É Matemática Interligada.

Pesquisadora: E ele veio dividido?

Professora: Veio. Veio bem fragmentado em seis volumes.

Pesquisadora: Em seis volumes. No caso da Análise Combinatória, deve estar em livro separado, né?

Professora: Bem separado.

Pesquisadora: E como foi que na escola vocês se organizaram?

Professora: Foi uma dificuldade para escolher esse livro, porque, primeiro, a gente não tinha nem a trilha escolhida e nem o conteúdo. Como é que iria escolher o livro sem ter o conteúdo para escolher? A gente escolheu o livro, meio às cegas.

Particularmente, ao perguntarmos à professora sobre a escola incentivar ou colocar restrições para o uso das TDICs nas aulas de Matemática, ela comentou:

Professora: Eu acho que a escola incentiva, sim. Há disponibilidade quando os alunos precisam de internet. Agora, estamos com dificuldade para eles terem acesso aos computadores. A escola é pequena; a dificuldade é essa: Aí, o laboratório de informática já não existe, porque precisou ser sala de aula. Também, os computadores já não funcionavam e eles não eram bons.

Pesquisadora: E como você se considera em relação ao uso de tecnologias em suas aulas?

Professora: Eu vou procurando recursos de acordo com os conteúdos matemáticos e a partir deles, faço seleção dos recursos mais adequados para serem utilizados.

Para preparação de suas aulas a professora informou utilizar sites, principalmente o site do Portal da Matemática, tendo em vista que esse disponibiliza videoaulas, jogos, questões e outros recursos interessantes.

Pesquisadora: Você colocou o site Portal da Matemática. Que site é esse?

Professora: Esse eu uso com muita frequência. É um site da OBMEP. Ele é bem didático porque ele tem videoaulas. Nesse site, o site Portal da Matemática, tem o Portal da Física também, ele é muito bom, porque é muito amplo. Ele tem vários recursos, além das videoaulas gravadas, eles têm os textos escritos, tem os exercícios propostos e tem também alguns jogos digitais. Tem vários recursos em um site só.

Pesquisadora: Como você usa o portal?

Professora: Inclusive, eu gosto de orientar os meninos quando eles estão querendo estudar e falo: estuda por aqui. Se perguntam: “Professora, qual é o melhor canal para assistir vídeo?” Eu conheço alguns que eu gosto, mas esse aqui eu tenho confiança.

Quanto ao uso de slides, a professora destaca que eles geralmente são elaborados por ela e por outras vezes ela pega do site da Secretaria de Educação no ícone Professor Autor, no entanto, ela não costuma utilizar esse recurso com tanta frequência.

Professora: Normalmente eu faço slides. Quando eu uso, eu faço. Mas eu não uso com tanta frequência, não. Mas, às vezes, eu pego um do site da Secretaria de Educação.

Pesquisadora: Está no site da Secretaria de Educação? Professor Autor?

Professora: É, Professor Autor.

Pesquisadora: Na escola tem projetor nas salas de aula?

Professora: Não tem. Mas, tem dois na escola. Sempre que precisamos, solicitamos na secretaria para levá-lo à sala de aula.

Pesquisadora: Isso é bom, né? Porque aí se precisar nas aulas, vai ter, né?

Professora: Às vezes acontece de faltar quando coincide de está sendo usado, no mesmo dia, no mesmo horário, por outros professores.

Ao questionarmos a professora em quais momentos ela utiliza planilhas/excel, o software Geogebra, calculadora, ela disse:

Professora: Normalmente, a planilha que eu uso é mais Excel, porque é a que eles têm acesso.

Pesquisadora: Para quais conteúdos?

Professora: Usamos muito em Estatística. Naquela parte mais maçante.

Pesquisadora: E o software GeoGebra?

Professora: O GeoGebra, atualmente, eu utilizo mais a parte de função para eles verem as modificações dos gráficos. No estudo dos sólidos geométricos para visualização também.

Pesquisadora: E como acontece com a calculadora?

Professora: Permito em alguns momentos, os estudantes utilizem calculadoras do próprio celular ou a que eles tiverem em mãos.

Em relação às fórmulas, figuras, gráficos estes são colocados em cartazes, construídos e impressos por ela para deixar expostos na sala de aula e por vezes os estudantes costumam

fazer esses cartazes para algum trabalho. Em relação a lista de exercícios, ela costuma utilizar do seu acervo de questões tiradas da internet e de livros.

Pesquisadora: Essas listas de exercícios, resumos, são listas que você já tem? Ou costuma pegar prontas?

Professora: Não, normalmente eu tenho as minhas listas. Aí, eu tenho um monte de questões. Normalmente, eu vou montando as questões.

Pesquisadora: E essas questões você tira da internet? De livros?

Professora: Tiro da internet. Eu já peguei de muitos livros. Mas, como eu já copiei muita coisa, já está guardado.

A professora costuma utilizar também em alguns momentos, cartões com desafios matemáticos, com problemas matemáticos e sobre isso ela afirma:

Professora: É assim, eu gosto de ter uns cartõezinhos com os desafios matemáticos. Para que os meninos, uma vez ou outra na sala, pegue um cartõezinho para resolver um problema de Matemática. Eles gostam desses cartões. São impressos em um papelzinho “durinho”, para cada aluno escolher um. É tipo, sei lá, um jogo.

Pesquisadora: Mas, para todas as aulas, todos os conteúdos? Ou são só para alguns específicos?

Professora: Não, é no geral. Eu não separei direitinho por conteúdo, não. Eu preparei assim, como desafios. Aí, vez ou outra, aparece.

Pesquisadora: Você atribui alguma pontuação, alguma coisa para o desafio?

Professora: Às vezes eu atribuo, sim. para quem acertar, o primeiro que acertar. Aí já vai dando aquele incentivo.

No MRSR, podemos perceber a utilização de régua, esquadros, compasso, transferidor, sendo esses recursos que ela costuma utilizar quando irá construir algo ou trabalhar algum conteúdo que necessite a utilização dos mesmos. Sobre a disponibilidade desses materiais para os estudantes ela comentou:

Pesquisadora: Esses materiais têm na escola disponível para todos os alunos?

Professora: Eles recebem isso no kit da Secretaria de Educação. Esse ano, eles ainda não receberam. Mas todos os anos, eles costumam receber.

Em especial, ao questionarmos acerca da escola incentivar ou colocar restrições para o uso de jogos matemáticos, a professora relatou:

Pesquisadora: A escola incentiva o uso de jogos?

Professora: Incentiva. Há a liberação de espaço para isso.

Pesquisadora: Como isso acontece?

Professora: Todo ano tem algum evento de Matemática e aí propomos jogos.

No que diz respeito ao uso de jogos pela professora para o ensino de Matemática, ela explicou que não costumava usá-los em sala de aula, sendo os fatores externos “tempo e número de aulas de Matemática no Ensino Médio” influenciadores desta decisão.

Professora: Eu acho que é o meu hábito mesmo de ensino de não ter essa prática, de está utilizando os jogos com eles. Agora sim, eles gostam, naqueles momentos, dos eventos, de participar daqueles joguinhos.

Pesquisadora: Então, você não tem o hábito de usar jogos?

Professora: Os jogos matemáticos, a gente trabalha muito nos eventos da escola. Teve dois eventos. Um se chamou até Matemática.

Pesquisadora: No caso desses jogos, você tem utilizado em sala de aula com eles?

Professora: Desculpa, só nesses eventos que acontecem na escola. Em sala de aula, dificilmente, eu uso jogo. Em sala de aula, eu dou conteúdo, peço exercício.

Pesquisadora: Você acha que o jogo favorece o ensino, a aprendizagem deles?

Professora: Eu acho que sim, mas se a gente tivesse uma quantidade de aulas maior, se a gente tivesse mais tempo disponível.

Pesquisadora: Você nunca aplicou nenhum jogo em sala de aula com eles?

Professora: Eu já apliquei.

Pesquisadora: Dentro de sala, né?

Professora: Eu apliquei um sobre funções, mas não lembro o nome.

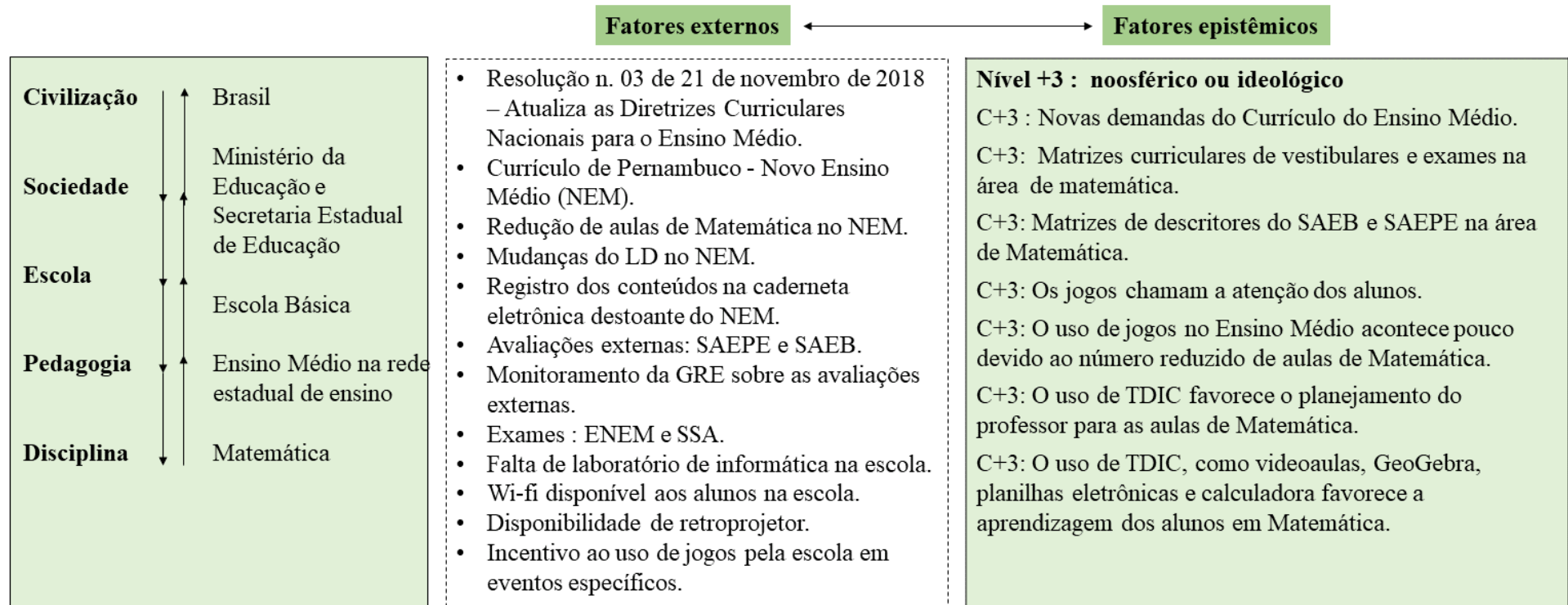
No MRSR da professora, a menção aos projetos interdisciplinares aparecem então relacionados à seguinte explicação: *“Na escola, sempre tem as feiras de ciências, os eventos de matemática, e a gente vai trabalhando essas coisas”*.

Especificamente, sobre o uso de jogos digitais, ao perguntarmos a professora se ela tinha conhecimento de algum tipo, ela explicou:

Professora: Para falar a verdade, durante a pandemia, eu utilizei mais os joguinhos. Preparei atividades no Kahoot e enviei para eles. Mas, agora até esqueci deles um pouquinho. Confesso que foi no período da pandemia mesmo que usei para ver se chamava a atenção deles e observar o retorno deles com os jogos.

Pelo exposto, apresentamos na Figura 10, o que podemos extrair do nível noosférico ou ideológico quanto a fatores suscetíveis de influenciar as decisões didáticas da professora no uso do jogo da senha - Real Code Breaker (Nível 0). Vale ressaltar que os conhecimentos do nível +3 (c+3) são aqueles considerados provenientes da relação com a noosfera (Margolinas, 2002) e de modo geral da relação da professora com o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Figura 10 - Fatores de influência nas decisões didáticas - nível +3



Fonte: Autoria própria (2023).

A partir dos fatores identificados no nível +3 (Figura 10), prosseguimos a análise dos fatores de influência sobre as decisões didáticas da professora em relação ao nível +2, referente ao seu planejamento de ensino sobre Análise Combinatória no Ensino Médio e à inserção do jogo da senha - Real Code Breaker neste. Além disso, como afirma, Neves (2022) trabalhar com os níveis de codeterminação, definidos por Chevallard (2002), nos permite identificar e estudar as condições e restrições que influenciam e controlam desde a preparação das aulas pela professora até a sua execução em sala de aula.

4.2.2 Nível +2 - fatores de influência nas decisões didáticas acerca da inserção do jogo real code breaker na sequência de ensino sobre análise combinatória

4.2.2.1 Os resultados da entrevista sobre o ensino de Análise Combinatória

A propomos à professora o que ela achava sobre a relevância da Análise Combinatória no ensino de Matemática, ela discorreu:

Professora: Dos ramos da Matemática, a Análise Combinatória estimula o raciocínio do aluno, faz ele pensar para resolver o problema. Assim, eu acho que isso é bem importante e é algo que é também prático, né? Conseguimos ver problemas da Análise Combinatória no dia a dia.

No que diz respeito às dificuldades que os estudantes possuem em relação à Análise Combinatória, a professora pontuou as seguintes:

Pesquisadora: Você percebe os alunos com dificuldades mais específicas quando estão estudando Análise Combinatória? Quais são essas dificuldades?

Professora: A dificuldade é, justamente, na maior parte deles: parar e pensar na questão do problema mesmo. É o hábito que eles têm de querer a fórmula e logo perguntar “como é que faz”? E, não pensar “como eu posso fazer para resolver”? Tem também a dificuldade da interpretação textual em Análise Combinatória, que é muito importante. Os cálculos em si, a gente sabe que eles não vão quebrar tanto a cabeça, mas, na parte da interpretação, sim.

Também, ela pontuou que há outros fatores que influenciam nas dificuldades a respeito de Análise Combinatória, tais como: dificuldades em operações básicas (com números naturais, frações, decimais) e em operações algébricas.

Professora: Os alunos têm muita dificuldade nas operações básicas, dificuldade em resolver equações de 1º grau simples. Dificuldade em Matemática básica mesmo, como: operações com frações, com decimais e tudo isso vai se refletindo em qualquer um dos assuntos que a gente trabalha, em Análise Combinatória. Agora, por outro lado, os que têm muita dificuldade na parte mais algébrica, quando chega na parte de Combinatória, que se pergunta quantas filas possíveis são formadas? O que eles veem, o que tem que fazer, são contas de multiplicação. Ai, isso é muito

fácil. Aí, depende do nível da questão. Quando vamos colocando os níveis mais fáceis eles vão conseguindo e é assim que eu tento atraí-los. Vamos tentando atraí-los, mostrando que eles conseguem resolver. Mas também, quando aparecem questões difíceis, vamos tentando aos poucos. Ao perceber as dificuldades deles, vamos tentando aos poucos colocar algumas questões que vão ser exigidas deles no ENEM. E, tentar passar confiança pra eles. Tentar fazer com que eles tentem responder e tentem procurar uma solução.

A professora mencionou que muitos dos alunos que chegam à escola possuem muitas dificuldades em relação aos conteúdos matemáticos por serem oriundos de diferentes escolas da rede municipal, algumas dessas da zona rural.

Professora: Temos um público na escola que infelizmente é assim, recebemos alunos com muita dificuldade. É tão de tal forma, que estamos tentando sair do nível básico. Não é nem sair, é chegar no nível básico. Antes eles chegavam no nível básico, mas, na pandemia, esse nível desceu. Aí está voltando, tentando voltar. É certo que do ano passado para esse, melhorou. As notas da escola já melhoraram, só que percebemos nos alunos, quando chegam à escola, que eles têm muita dificuldade.

Em relação aos motivos que direcionam as escolhas que ela faz das atividades sobre Análise Combinatória para os estudantes, ela explicou:

Professora: Depende muito da turma, porque quando temos turmas diferentes, não trabalhamos a mesma lista, do mesmo jeito com a mesma turma, não. Isso depende da percepção que o aluno tem do conteúdo. Não adianta eu colocar uma questão mais difícil para a turma que está com dificuldade em outra coisa. Aí, eu vou selecionando de um jeito que eles consigam aprender. Que eles consigam “pegar”. De turma para turma: no segundo A eu faço de um jeito, no B eu faço de outro. Mas, percebemos que o que escolhemos para passar numa turma não é a mesma coisa que a gente escolhe pra outra turma.

Através disso podemos verificar que a docente enfatizou a relevância das experiências vivenciadas anteriormente e o conhecimento dos alunos, de forma a considerar a história compartilhada com sua turma, relevando assim, os possíveis aspectos determinantes para sua tomada de decisão. Mediante a isso, Bessot (2019), traz que o fator decisional do tipo história didática refere-se à história compartilhada entre o professor e seus alunos de uma determinada turma referente a um saber ensinado.

Portanto, a partir da resposta da docente participante da pesquisa podemos destacar a presença de uma das categorias apresentadas nos fatores decisoriais do tipo história didática, a “História inter-aluno de uma classe genérica”. Ou seja, através de experiências vivenciadas em turmas o docente recorda alguns episódios observados (níveis -1 ou 0) durante uma situação de ensino e que permanecem em sua memória, sendo elas relacionadas a algum comportamento de seus alunos mediante a abordagem de um conteúdo e às decisões que foram tomadas para conduzir a sua prática (Bessot, 2019).

Quando questionamentos sobre quais recursos ela costuma utilizar no planejamento do ensino de Análise Combinatória, a professora afirmou:

Professora: No planejamento eu uso muito o livro didático e as matrizes que a gente tem, né? O ENEM, o SAEB, a BNCC, também a do Estado, a matriz de referência do ENEM e os descritores do SAEPE. O livro didático eu sempre utilizo bastante. Fora isso, tem aqueles bancos de questões.

Pesquisadora: Esses bancos de questões são de onde?

Professora: Meus, que eu sempre vou acumulando questões.

Acerca das questões que compõem esse “banco”, ela explicou que essas são retiradas de livros didáticos, do SSA, ENEM, da internet e por vezes algumas são elaboradas por ela mesma. Ela costuma utilizar alguns dos sites “o Portal da Matemática” e “Blog do Professor Warles”, que é bastante conhecido e também é indicado nos encontros de formação ofertados para os professores de Matemática na GRE.

Professora: É porque ele tem as listas já prontas por indicador do SAEB.

Pesquisadora: Esse do Warles, é?

Professora: É por isso que ele é bastante conhecido. Porque o material dele já vem separado por indicador do SAEPE e do SAEB. Aí, como esse material é assim e ele é bem divulgado nas formações que a gente tem, também uso. Pois, quando queremos, trabalhar um indicador que os alunos apresentam dificuldade, nele tem a lista imediata com questões de tal indicador. Assim é bem mais fácil.

Especialmente, sobre o portal da Matemática ela explicou:

Professora: Agora tem muitos sites que eu uso assim como consulta. Eu gosto bastante do Portal da Matemática. Aí tem os vídeos, tem exercício resolvido, tem vídeo de aula mesmo, não só de exercício resolvido.

Pesquisadora: O vídeo é voltado para o aluno?

Professora: É, para o aluno e para o professor também. Aula mesmo, e aí tem uns cadernos de material, de exercício resolvido e tem uns aplicativos neste portal.

A propósito da previsão do ensino de Análise Combinatória no calendário escolar, a professora reafirmou a sua intenção de iniciar isto no segundo bimestre (em maio). No tópico 4.2.2.2 expomos suas impressões sobre o jogo e reflexões como inseri-lo em suas aulas.

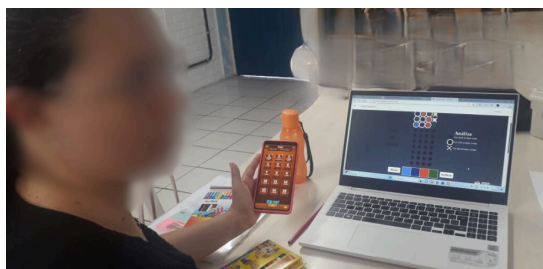
4.2.2.2 Os resultados da entrevista sobre o jogo Real Code Breaker e sua relação com a Análise Combinatória

Ao perguntarmos à professora “Qual foi a sua primeira impressão ao jogar o Real Code Breaker? Ela firmou o seguinte:

Professora: Senti dificuldade, devido tentar descobrir a senha rápido, sem analisar as jogadas anteriores, acredito que por ser no celular ficamos mais estimuladas a simplesmente escolher as cores aleatoriamente sem pensar nas jogadas.

No momento dessa entrevista, a professora estava com seu notebook e ela nos mostrou que tinha realizado algumas pesquisas na internet sobre o jogo.

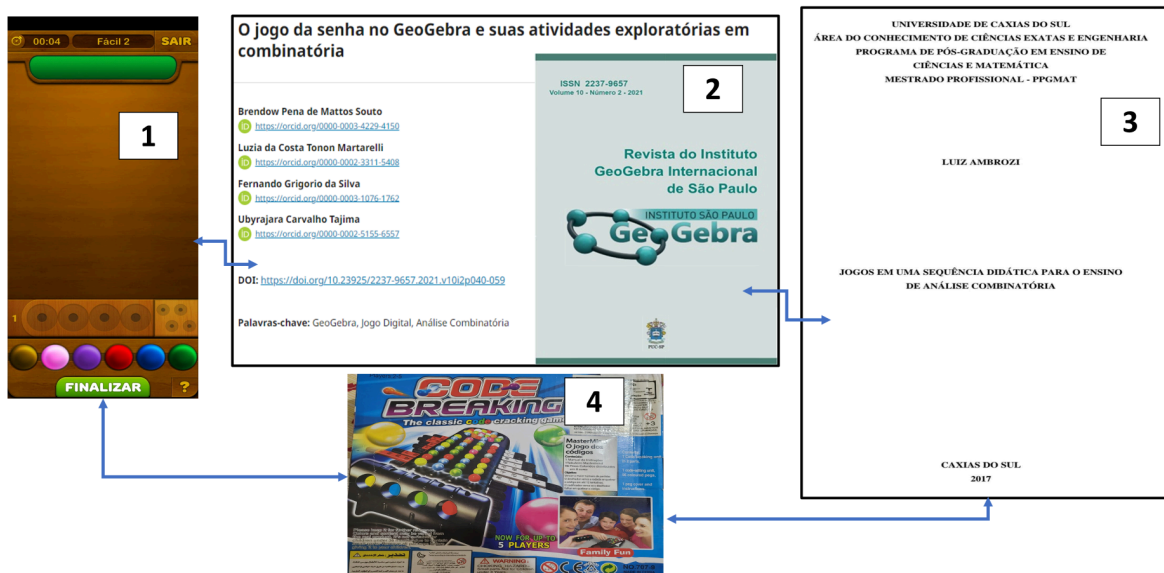
Figura 11 - Explicação das buscas na internet



Fonte: Acervo próprio (2023).

Na Figura 12, expomos um panorama dos recursos que a professora mobilizou para melhor conhecer o jogo e suas aplicações em sala de aula, o que bem caracteriza uma parte do seu trabalho documental (nível +2 e nível +1), no plano de como usá-lo com os alunos.

Figura 12 - Recursos mobilizados pela professora para suas decisões



Fonte: Autoria própria (2023).

Na Figura 12, temos a versão digital que apresentamos à professora, um artigo de periódico (Souto *et al.*, 2021) e uma dissertação (Ambrozi, 2017), encontrados por ela no “Google” ao procurar por “jogo da senha - Análise Combinatória”, além da versão comercial do jogo “Code Breaking”. Com exceção da versão digital e da versão comercial, os demais

recursos foram consultados por iniciativa pessoal da professora, ou seja, não os havíamos indicado. Além disso, ela afirmou ter lembrado que brincou com o jogo na sua infância. Um aspecto interessante suscitado por via da MIR, à luz do acompanhamento reflexivo e confrontação permanente das opiniões dela a respeito de seu trabalho documental.

Professora: Quando eu estava fazendo a pesquisa, ao ver a foto do jogo físico da senha, eu lembrei: já joguei esse jogo na infância. Não era meu, era dos colegas. E, eu não tinha relacionado isso ainda só olhando pelo jogo no celular, que era aquele mesmo jogo que eu jogava na infância.

Pesquisadora: Isso aconteceu quando você teve contato com o jogo comercial que deixamos com você?

Professora: Não. Quando eu já estava fazendo as pesquisas sobre o jogo da senha, eu vi uma foto do jogo físico. Aí eu lembrei...O jogo é conhecido. Então essa parte física de desafiar e depois de ser desafiada, isso já é um estímulo legal.

A professora apontou um elemento desfavorável à versão digital do jogo, pelo fato de no jogo digital, o jogador apenas interagir com o sistema, diferente do jogo físico que permite a interação entre duas pessoas, permitindo desafiar e ser desafiado. Diante disso, a professora afirmou ter decidido usar as duas versões do jogo, sendo a digital primeiro e a analógica, depois desta. Em especial, sobre a versão digital do jogo, ela ponderou em propor aos alunos as jogadas em grupo, influenciada pelo fator externo das condições socioeconômicas dos estudantes de escola pública que os limitam a não possuir um celular para si (nível +3).

Professora: De início, a escolha por grupo foi pelo fato de todos os meninos não terem um celular. Aí, eu resolvi que eles façam em grupo, porque assim um pode ficar olhando o jogo pelo celular do outro. Tem uns que não tem mesmo. Aí, como são uns três ou quatro, eu optei por fazer em grupo.

Pesquisadora: Então, você optou, nesse primeiro momento, utilizar o jogo digital para que eles conhecessem o jogo e tivessem acesso a esse jogo?

Professora: Foi. De início, realmente, penso em conseguir trabalhar o jogo digital.

Particularmente, sobre a versão comercial do jogo (Figura 12), a professora afirmou que a utilizou com seus filhos e isto lhe deu maior segurança.

Professora : Quando levei para casa o jogo, joguei. Joguei e vi os meninos jogarem.

Pesquisadora: Aí, os meninos, são seus filhos?

Professora: É, os meus filhos. Agora mais do que antes. Agora eu tenho mais segurança, porque eu já conheço melhor o jogo.

Acerca dessa relação do jogo da senha com a Análise Combinatória, e de que forma esse jogo poderia ser utilizado para ensinar os diferentes conteúdos, a professora afirmou:

Pesquisadora: Você percebe alguma relação do jogo da senha - Real Code Breaker com a Análise Combinatória?

Professora: Sim, percebo as diferentes senhas sendo formada pelas mudanças de cores e também a ordem delas.

Pesquisadora: Como o jogo pode ser usado para o ensino de Análise Combinatória?

Professora: Pode ser usado para introduzir os conteúdos, como por exemplo permutação, ou também como fixação de conceitos, além de ser um material lúdico para exemplificar os diferentes agrupamentos: arranjo, combinação, permutação.

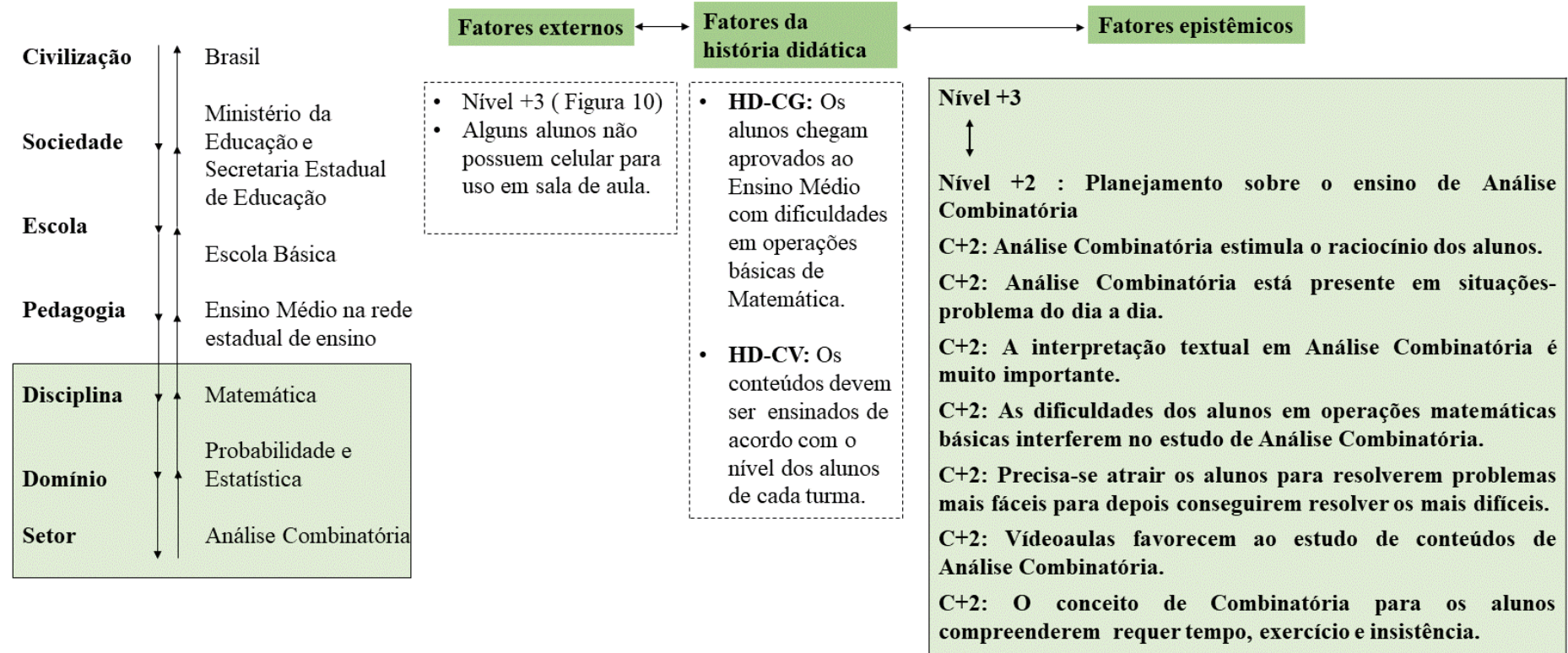
Sobre o intuito de usar o jogo nas aulas de Análise Combinatória, foi dito o seguinte:

Pesquisadora: Então, qual a função do jogo no seu planejamento?

Professora: Eu acho que é de fixação mesmo. Não para introduzir o conceito, mas para “fixar mesmo”, para eles trabalharem a ideia. Porque esse conceito de Combinatória, para eles o compreenderem, requer tempo, requer exercício, requer insistência. Não é algo que com uma aula ou duas, uma resolução de um ou dois problemas, eles vão “pegar”. Aí, o jogo, eu acho que pode surtir efeito nisso, desse pensar. Pensar nas trocas, nas possibilidades. O jogo pode ajudar nessa parte. Assim, de fixar mesmo o que for trabalhado.

Como síntese desta etapa (nível +2), mapeamos alguns fatores de influência nas decisões da professora, do tipo externos, da história didática e epistêmicos (Figura 13, abaixo) com possíveis impactos para uso do jogo. Bem como, conhecimentos (C+2) referentes às escolhas da professora em relação ao que ela considera essencial na aprendizagem dos alunos e que refletem suas experiências e expectativas passadas e futuras sobre o ensino de Análise Combinatória, com as condições e restrições de seu contexto escolar.

Figura 13 - Fatores de influência nas decisões didáticas - nível +2



Fonte: Autoria própria (2023).

No próximo tópico (4.3.2) apresentamos a sequência de ensino sobre Análise Combinatória na turma do 2º ano B e detalhamos como a professora decidiu inserir o jogo da senha (na versão digital e analógica).

4.2.3 A sequência de ensino sobre Análise Combinatória e as decisões didáticas sobre o uso do jogo Real Code Breaker

Um dos aspectos que consideramos importante analisar sobre as decisões didáticas da professora para utilização do Jogo da Senha - Real Code Breaker, no nível +2, diz respeito ao momento da inserção do jogo na sequência de ensino sobre Análise Combinatória. Como já comentado, a professora decidiu utilizar inicialmente o jogo na versão digital. Sobre este fato, detalhamos as aulas que antecederam o uso do jogo pelos alunos em sala de aula. Haja vista que isto só ocorreu na terceira semana após o início deste tema.

4.2.3.1 Decisões sobre o uso do Jogo da Senha digital- Real Code Breaker (nível +2)

No planejamento da professora que antecedeu a aula do dia 23 de maio de 2023 (terça-feira), início da sequência de ensino, ela registrou os recursos utilizados para a escolha dos exercícios em seu diário de bordo, a saber: LD Matemática Paiva e site “Portal da Matemática”. Um *fator decisional externo* para o uso desses recursos diz respeito à nova estruturação dos LD do EM que começaram a partir do PNL2021 a serem organizados por volumes abordando conteúdos específicos e não mais pelos anos do EM. Além disso, os alunos não tinham recebido o LD, até o segundo bimestre letivo.

Na **1ª semana (1ª aula)**, 23/05/2023, a professora propôs cinco exemplos para introduzir o Princípio Fundamental da Contagem, no quadro branco. O 1º exemplo diz respeito a uma situação cotidiana na qual envolveu as possíveis escolhas dentre “2 camisas e 3 bermudas”. O 2º exemplo refere-se a quantos números podem ser escritos com os algarismos 1, 2 e 3, considerando que esses números têm três algarismos. Em ambos os exemplos (Figura 14) podemos constatar que ela executou as resoluções com auxílio da árvore de possibilidades e posteriormente mostrando o seu devido cálculo pelo princípio multiplicativo.

Figura 14 - Introdução sobre o Princípio Fundamental da Contagem (exemplos 1 e 2)

23.05.2023

Análise Combinatória

• Princípio Fundamental da Contagem

Exemplo 1: 2 camisas e 3 bermudas
 * escolher a camisa $\rightarrow 2$
 * escolher a Bermuda $\rightarrow 3$

$2 \cdot 3 = 6$

Exemplo 2: Quantos números podemos escrever com os algarismos 1, 2 e 3, sabendo que esses números tem três algarismos?
 111, 112, 113,

$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

$3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

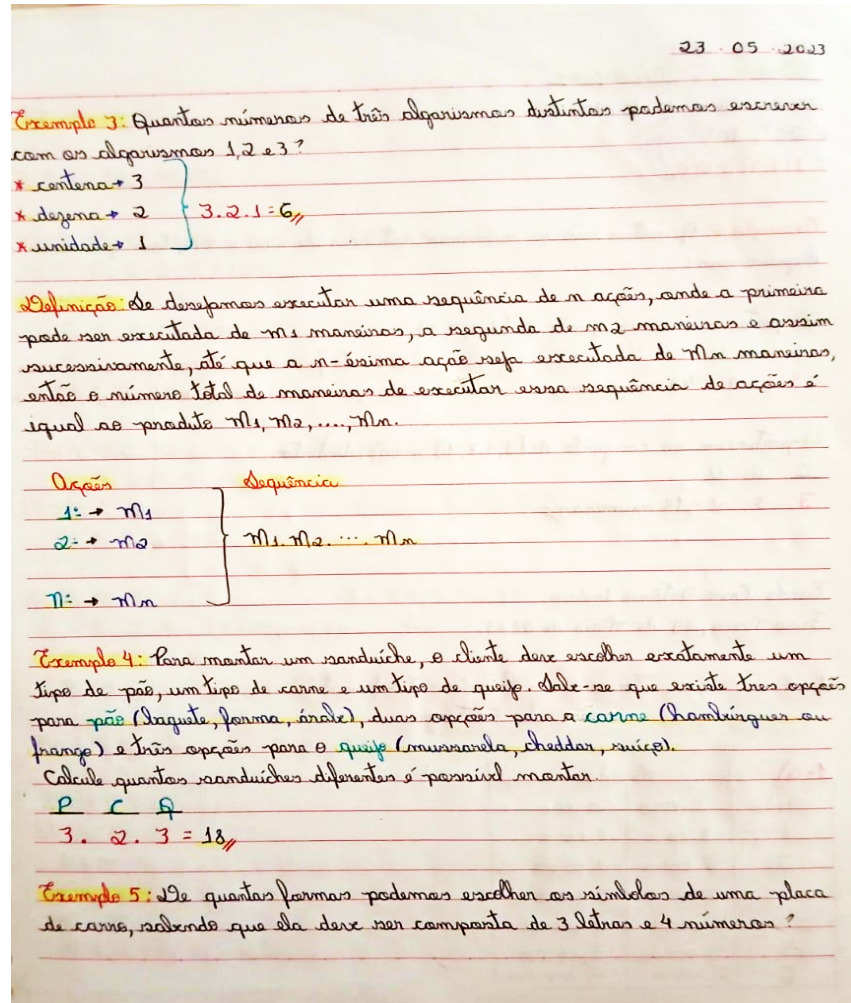
um algarismo do outro ($\frac{1}{3}$)

Fonte: Acervo próprio (2023).

No 3º exemplo, a professora propôs “quantos números de três algarismos “distintos” podemos escrever com os algarismos 1, 2 e 3”, como podemos visualizar na figura a seguir que retrata as anotações do caderno de um estudante.

A partir da explicação dos três exemplos, ela escreveu no quadro branco a definição do Princípio Fundamental da Contagem e prosseguiu com o 4º exemplo, que trata-se de uma situação cotidiana em que envolve a possibilidade de montar diferentes sanduíches escolhendo um tipo de pão, um tipo de carne e um tipo de queijo, dentre três opções para pão, duas opções para a carne e três opções para o queijo. O 5º exemplo diz respeito a quantas formas pode-se escolher os símbolos de uma placa de carro, sabendo que ela deve ser composta de 3 letras e 4 números.

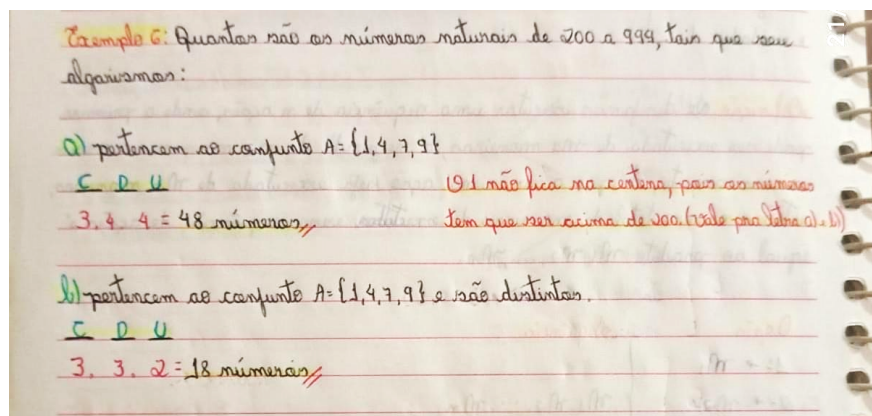
Figura 15- Introdução sobre o Princípio Fundamental da Contagem (exemplos 3, 4, 5)



Fonte: Acervo próprio (2023).

Na 2ª semana (2ª e 3ª aulas), no dia 29/05/2023, a professora iniciou a aula reescrevendo no quadro branco a definição do princípio multiplicativo (já apresentado na aula anterior). E propôs mais um exemplo, exposto na Figura 16.

Figura 16 - Introdução sobre o Princípio Fundamental da Contagem (exemplo 6)



Fonte: Acervo próprio (2023).

Após finalizar a explanação do 6º exemplo, ela enviou ao grupo de WhatsApp da turma uma lista de exercícios (Figura 17, página seguinte), para ser resolvida e corrigida em sala de aula. A professora nos explicou que até então, os exercícios não puderam ser impressos na escola por falta de “toner” na copiadora.

Mediante a lista de exercícios, todas as questões sobre o Princípio Fundamental da Contagem (Figura 17, página seguinte), podemos verificar que a professora escolheu problemas com diferentes contextos: lançamento de dados, linhas de ônibus e moedas, dentre outras. Especialmente, a decisão sobre esses tipos de contextos dos problemas foi influenciada pelo fator da *história inter-aluno de uma classe visada* (HD-CV) tendo em vista o conhecimento que a professora tinha da turma, em relação às dificuldades dos estudantes em “interpretação do texto” para resolver os problemas.

Figura 17 - Lista de exercícios - 2ª e 3ª aulas

Exercícios- Princípio Fundamental da Contagem

01. Um experimento consiste em lançar um dado e uma moeda sobre uma mesa. Um resultado desse experimento é, por exemplo, o par (5, coroa), isto é, face 5 no dado e face coroa na moeda.

a) Escreva todos os possíveis resultados, organizando-os em uma matriz de possibilidades.

b) Determine, pelo princípio fundamental da contagem, quantos são os possíveis resultados

desse experimento.

02. Em um ginásio de esportes, os lugares destinados aos espectadores são separados em quatro setores, com a mesma quantidade de cadeiras em cada um: setor azul, laranja, amarelo e verde. Em um setor, cada cadeira é identificada por uma das 26 letras do alfabeto, seguida de um dos números naturais de 1 a 45. O bilhete de ingresso ao estádio apresenta uma sequência com uma cor, uma letra e um número. Assim, por exemplo (azul, G, 38), indica: setor azul, fila G, cadeira 38. Quantas cadeiras são destinadas aos espectadores se o total de cadeiras é igual ao total de possibilidades de identificação?

03. Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, determine:

a) quantos números naturais de quatro algarismos podem ser representados.

b) quantos números naturais de quatro algarismos distintos podem ser representados.

04. Dez atletas disputam uma corrida. De quantas maneiras diferentes pode ocorrer a classificação dos três primeiros colocados se não pode haver empate?

05. Junte-se a um colega e, com o auxílio do esquema abaixo, respondam:

milhares	centenas	dezenas	unidades
----------	----------	---------	----------

a) Quantos números naturais de quatro algarismos podem ser representados com os algarismos 0, 4, 5, 7 e 9?

b) Quantos números naturais de quatro algarismos distintos podem ser representados com os algarismos 0, 4, 5, 7 e 9?

06. Determine quantos números naturais podem ser representados com os algarismos 1, 3, 4, 5, 7 e 9 de modo que:

a) eles sejam pares e tenham quatro algarismos. 2

b) eles sejam pares e tenham quatro algarismos distintos.

07. Duas linhas de ônibus ligam as cidades A e B, e três linhas ligam as cidades B e C, conforme mostra o esquema:



a) De quantos modos diferentes um usuário pode escolher uma sequência dessas linhas indo de A para C e passando por B?

(Sugestão: Esse experimento é composto de dois outros: ir de A para B e ir de B para C.)

b) De quantos modos diferentes um usuário pode escolher uma sequência dessas linhas fazendo o trajeto de ida e volta de A para C e passando por B na ida e na volta de modo que não use a mesma linha que usou na ida?

08. Qualquer símbolo utilizado na escrita de uma linguagem é chamado de caractere; por exemplo: letras, algarismos, sinais de pontuação, sinais de acentuação, sinais especiais etc. Em computação, cada caractere é representado por uma sequência de 8 bits, e cada bit pode assumir dois estados, representados por 0 ou 1; por exemplo, a sequência 01000111 representa a letra G. Assim, o número máximo de caracteres que podem ser representados por todas as sequências de 8 bits é:

a) 16

d) 128

b) 32

e) 256

c) 64

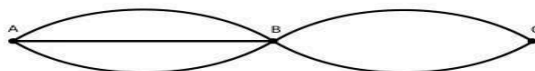
Após os exercícios (Figura 17), ela propôs outra lista de exercícios para ser resolvida em casa (Figura 18) e ser corrigida nas aulas da próxima semana.

Figura 18 - Lista de exercícios - 4^a e 5^a aulas

Princípio Fundamental de Contagem

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Considere três cidades A , B e C , de forma tal que existem três estradas ligando A à B e dois caminhos ligando B à C .



- De quantas formas diferentes podemos ir de A até C , passando por B ?
- De quantas formas diferentes podemos ir de A até C , passando por B , e voltar para A novamente, passando por B ?
- De quantas formas diferentes podemos ir de A até C , passando por B , e depois voltar para A sem repetir estradas e novamente passando por B ?

Exercício 2. Um construtor dispõe de quatro cores (verde, amarelo, cinza e bege) para pintar cinco casas dispostas lado a lado. Ele deseja que cada casa seja pintada com apenas uma cor e que duas casas consecutivas não possuam a mesma cor. Por exemplo, duas possibilidades diferentes de pinturas estão indicadas abaixo:

Primeira: verde, amarelo, bege, verde, cinza;
Segunda: verde, cinza, verde, bege, cinza.
Quantas são as possibilidades?

Exercício 3. Em um computador digital, um bit é um dos algarismos 0 ou 1 e uma palavra é uma sucessão de bits. Por exemplo, todas as possíveis palavras de dois bits são: 00, 01, 10, 11. Qual é o número de palavras distintas de 32 bits?

Exercício 4. De quantas formas se pode dispor quatro pessoas em fila indiana?

Exercício 5. Quantos são os números de 3 algarismos distintos?

Exercício 6. Quantos são os números de 4 algarismos formados apenas por algarismos pares?

Exercício 7. Em uma competição de atletismo, participam 8 corredores. De quantas maneiras diferentes pode ser composto o pódio com os três primeiros colocados?

Exercício 8. De quantos modos 3 pessoas podem se sentar em 6 cadeiras alinhadas?

Fonte: Acervo Próprio (2023).

Na 3^a semana (4^a e 5^a aulas), no dia 05/06/2023, na quarta aula ocorreu a correção das questões da lista de exercícios (Figura 18) que foi passada para casa. Após esse momento, iniciou-se o conteúdo de Princípio Aditivo, sendo apresentado no quadro branco a sua definição e alguns exemplos.

Diante de todos os exercícios propostos pela professora, chamamos a atenção para o fato de ela não ter apresentado problemas envolvendo senhas, pois ela decidiu que este tipo de problema seria tratado somente depois do trabalho como o jogo Real Code Breaker. Ao final da quinta aula a professora decidiu apresentar o jogo da senha digital - Real Code Breaker, como detalhamos no seguinte tópico.

4.2.3.2 Decisões didáticas sobre o uso do jogo Real Code Breaker (níveis +2, +1, 0 e -1)

No dia 05/06/2023, a professora decidiu que iria apresentar o jogo da senha - Real Code Breaker, pela tela do seu celular aos estudantes. Esta decisão, ocorreu durante a aula do dia, como podemos constatar no seu diário de bordo (Figura 19). Além disso, ela iria explicar de que forma esse jogo seria utilizado pela turma. Isso nos remete às considerações de Margolinas (2002) sobre como o professor em classe (nível 0) pode trabalhar em seu projeto de uma futura aula (nível +1).

Figura 19 - Extrato do diário de bordo da professora

DIÁRIO DE BORDO						
Data do planejamento	Atividades do professor	Local	Fontes utilizadas	Fontes não utilizadas	Justificativa	Comentários
05/06	Definição de como o jogo seria utilizado	Escalas (sala de aula)	Jogo App.		Alguns estudantes não têm celular, por isso a opção por grupos.	Todos os estudantes deveriam jogar e enviar o print da tela. Eles formariam grupos, sendo um deles responsável pelo ranking.

Fonte: Acervo próprio (2023).

No extrato do diário de bordo (Figura 19), podemos verificar que a professora mencionou na justificativa sobre a organização da turma, o que consideramos como um fator externo : “ *Alguns estudantes da turma não têm celular, por isso a opção por grupos*”. Além disso, ela registrou nos comentários, de forma resumida, como ocorreria esse momento dos estudantes com o jogo Real Code Breaker: *Todos os estudantes deveriam jogar e enviar o print da tela. Eles formariam grupos, sendo um deles responsável pelo ranking*”.

A apresentação do jogo digital pela professora (nível 0) ocorreu através da tela do seu celular. Durante a aula, ela falou sobre sua funcionalidade e regras e disponibilizou o link de

download no grupo de WhatsApp da turma. A professora orientou que os estudantes “baixarem” em seus celulares o jogo pela loja Play Store, em suas casas. Após esse momento, ela solicitou a formação de grupos de cinco estudantes, como também a formação de um grupo responsável para recolher as informações que seriam solicitadas aos grupos. Diante disso, foi orientado que cada integrante dos grupos jogasse de forma individual e escolhessem entre si, aquele que tivesse a melhor pontuação para enviar o *print* para o grupo responsável pela coleta das informações. Essas jogadas deveriam ser realizadas em casa e compartilhadas até a aula do dia seguinte (06.06.23).

Ainda na **3ª Semana (6ª aula)**, dia 06/06/2023, percebemos a influência de outro *fator externo*: A aula teve o horário reduzido devido a uma reunião pedagógica. Sabendo dessa reunião já prevista, alguns alunos não estavam presentes. Diante disso, constatamos também a decisão da professora em não trabalhar conteúdos neste dia e ter previsto o uso do jogo nesta aula. Ressaltamos que por ser dia de terça-feira, havia apenas uma aula, diferente da segunda-feira (com duas aulas sequenciadas).

Nesta aula foi solicitado aos estudantes que se reunissem com seus grupos para ter um momento de interação com o jogo. Devido a constatar que a maioria dos alunos não tinha utilizado o jogo em casa, alguns terem dúvidas sobre como jogar e ainda ser insuficiente o tempo para uso em sala de aula (nível -1), a professora decidiu que daria uma semana a mais para os alunos interagirem com o jogo. Vale ressaltar, que ela optou por utilizar a aula da próxima terça-feira para socialização do jogo em sala de aula.

Figura 20 - Momento em que a professora tira dúvidas sobre o jogo



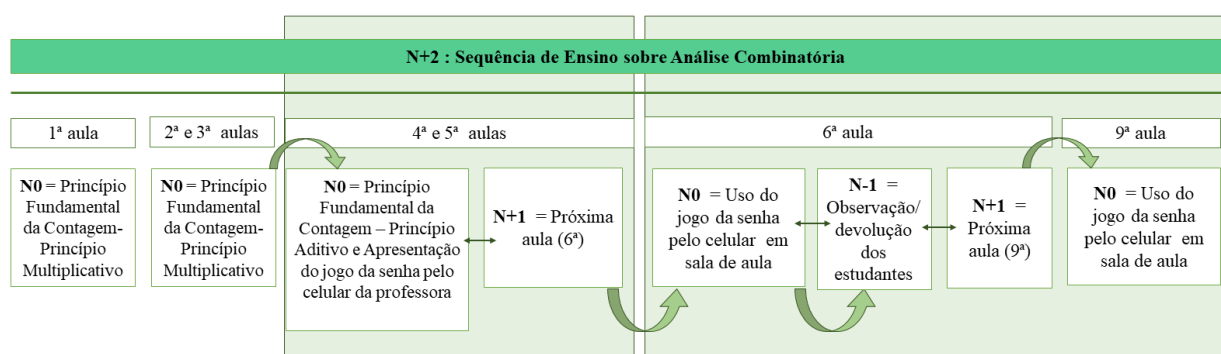
Fonte: Acervo próprio (2023).

Consideramos que a decisão da professora em adiar por mais uma semana a interação do jogo pelos alunos em casa e depois em sala de aula reflete, como o professor está sempre

em tensão entre: “seu projeto ensino (n+1) e reações dos alunos (n -1). Mas mesmo o professor que prepara uma aula (n+1) está em tensão entre o planejamento do tema matemático dentro do qual insere a aula (n +2) e o que sabe sobre as condições para realizá-la na aula (n 0)” (Margolinas, 2002, p.2). Assim, diante dos imprevistos ocorridos na aula anterior, na **4ª Semana (7ª e 8ª aulas)**, no dia 12/06/23, ela iniciou a explicação sobre fatorial. Posteriormente, propôs algumas questões relacionadas ao conteúdo. Em seguida foi entregue uma lista de exercícios sobre o assunto para que os estudantes resolvessem em sala de aula.

Em virtude do que já expomos sobre a sequência de ensino, apresentamos na Figura 20, o curso das ações da professora para retomada do jogo digital na 9ª aula (13.06.23).

Figura 20 - Sequência de ensino para a aplicação do jogo



Fonte: Autoria própria (2023).

Na **4ª Semana (9ª aula)**, no dia 13/06/2023, foi solicitado à turma para que eles se reunissem com seus respectivos grupos e que jogassem de forma individual, para que posteriormente fosse escolhida a melhor classificação para ser enviada ao grupo responsável.

Durante esse momento de interação com o jogo, alguns estudantes auxiliavam alguns colegas, do mesmo grupo, que ficavam com dúvidas em relação às regras, principalmente referente aos pinos de dicas (as cores PRETA e BRANCA). Além disso, aqueles que não possuíam o *smartphone* aguardavam alguém do grupo concluir a sua jogada para poder compartilhar o aparelho e também ter a oportunidade de jogar.

Durante o uso do jogo pelos alunos a professora permaneceu os observando. Percebemos que algum aluno que estava com dúvida, essa foi esclarecida pelos colegas do grupo. Destacamos que a professora orientou que os alunos jogassem no nível “fácil”, o que torna as jogadas mais rápidas. De forma geral, ela deixou os alunos bem à vontade para jogarem, ou seja, ela pouco os auxiliou em relação ao jogo, mas manteve-se atenta à participação de todos nas jogadas.

Figura 21- Interação dos estudantes com o jogo da senha digital



Fonte: Acervo próprio (2023).

Ao final da aula com o uso do jogo digital, ao questionarmos a professora sobre suas impressões, ela comentou como dificuldade a dispersão dos alunos. Este fator da *história inter-aluno de uma classe visada* (HD-CV) influenciou a decisão dela de refazer o uso do jogo para uma versão em papel.

Pesquisadora: Então, você optou nesse primeiro momento utilizar o jogo digital para que eles conhecessem o jogo e tivessem acesso a esse jogo?

Professora: Foi. E eu pensei... De início, realmente, eu pensei que eu ia conseguir trabalhar com o jogo digital. Eu pensei, realmente, que ia servir para aquilo que eu queria que o jogo servisse. Assim, no formato digital. Só que eu percebi que os meninos ficaram muito dispersos no celular, querendo estar em outro jogo que eles estão mais habituados. Aí, eu... Vou tentar fazer o jogo de forma física que eu acho que vai fluir melhor. Principalmente, porque nesse jogo, eu percebi que ele requer: parar e pensar. E o celular já tem aquilo de ser rápido. Para parar e pensar, acho melhor ser um jogo físico. Acho que eles vão parar e pensar e tomar as decisões e fazer a escolha da senha. Por isso resolvi optar por ele físico.

Pelo depoimento da professora, identificamos fatores epistêmicos relacionados ao uso do celular em sala de aula e sobre os jogos digitais. Em virtude de conhecimentos sobre o manejo destes recursos em classe. Estes fatores, de certa forma, impactaram a preferência pelo jogo físico.

Um fato que também nos chamou a atenção foi a professora não propor algum tipo de exercício, alguma questão com o contexto de senhas na aplicação do jogo digital. Isto se limitou apenas à pontuação dos alunos obtida no jogo e o “print” enviado para ela, que serviu como uma forma de comprovação da interação deles com o jogo e valeu “pontos”. O que

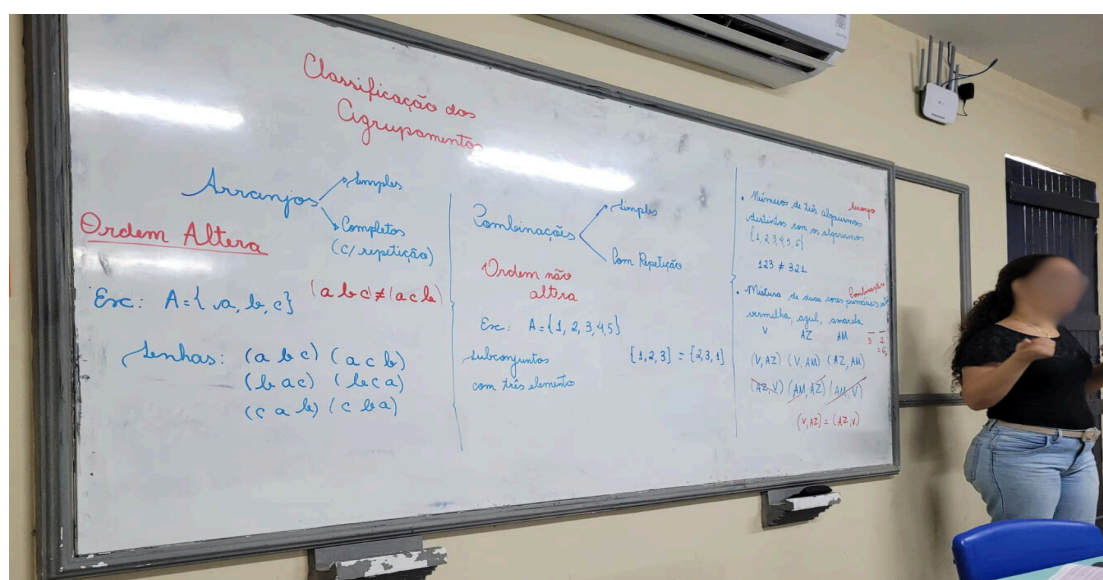
revela a influência da *História inter-aluno de uma classe genérica* (HD-CG) marcada pela condição de atrair os alunos para realizar as atividades escolares em virtude de pontos para compor a nota do bimestre deles. Que também reverbera no fator externo de *restrição genérica* do sistema de avaliação escolar adotado na rede de ensino.

Pesquisadora: Você solicitou aos estudantes que eles tirassem prints das jogadas do jogo Real Code Breaker, por qual razão e o que você fez com os prints enviados, você atribuiu alguma pontuação?

Professora: Pedi os prints primeiro para verificar se eles estavam jogando e como foi o desempenho deles, também para atribuir uma atividade (ela valeu 2,0 pontos). Como foi realizada em grupos, todos participaram, mesmo os que não tinham celular.

Na **5ª Semana (10ª e 11ª aulas)** – 19/06/2023, a aula iniciou-se com a correção do exercício, que foi passado na aula do dia 12/06/2023 e que os estudantes estavam com algumas dúvidas. Em seguida, iniciou-se a explicação de algumas situações-problema sobre classificação de agrupamentos, diferenciando arranjo de combinação. Alguns exemplos foram colocados de forma oral para que os estudantes respondessem se seria um caso de arranjo ou de combinação. Além disso, ela utilizou algumas situações encontradas no *jogo Real Code Breaker* para iniciar o conteúdo de arranjo simples, interagindo a todo o momento com os alunos.

Figura 22 - Classificação dos agrupamentos pela professora



Fonte: Acervo próprio (2023).

Ainda na **5ª Semana (12ª aula)**, 20/06/2023, a professora deu continuidade ao conteúdo de arranjo simples, trazendo alguns exemplos e posteriormente entregou uma lista de exercícios, a qual foi resolvida em conjunto com a turma. Na **6ª Semana (13ª e 14ª aulas)**, 26/06/2023, ocorreu a aplicação de uma prova para os estudantes. Convém explicar, que a prova envolveu outros conteúdos trabalhados na segunda unidade (de Geometria). Na 15ª aula, 27/06/2023, ocorreu a aplicação de uma AT (atividade avaliativa) para os estudantes.

Na **7ª Semana (16ª e 17ª aulas)**, 03/07/2023, a professora deu continuidade aos conteúdos de Análise Combinatória, desta vez utilizou slides para trazer o conteúdo. Iniciou com permutação simples e permutação com elementos repetidos, trazendo alguns exemplos referentes a cada conteúdo. Em seguida entregou uma lista de exercícios, a qual algumas questões foram resolvidas em conjunto com os estudantes.

No dia 04/07/2023, (18ª aula) começou a explicação do conteúdo de combinação simples, com alguns exemplos e com a participação dos estudantes. Após a conclusão da explicação deu-se continuidade a resolução das questões da lista de exercícios, entregue na aula passada. Após este dia de aula, iniciou-se o recesso escolar. Aqui podemos verificar a presença do *Fator decisional externo de restrição genérica* tendo em vista que o recesso escolar faz parte do calendário escolar. Logo após a volta das aulas, a professora nos informou que pretendia utilizar o jogo da senha para revisar os conteúdos de Arranjo e Combinação. Antes da aula para aplicação do jogo, realizamos uma entrevista, como apresentamos os resultados desta (4.2.3.2), a seguir.

4.2.3.2 Decisões didáticas sobre o uso do jogo da senha - Real Code Breaker na versão adaptada (níveis +2, +1)

Na entrevista com a professora sobre o seu planejamento para a aula de aplicação do jogo da senha na versão em papel (nível +1), ela apresentou o material que havia confeccionado para a aula. Após análise da professora sobre as versões do **Jogo da Senha - Real Code Breaker** (digital e analógica), podemos identificar diversas adaptações (Quadro 13) que ela realizou no planejamento da aula para sua utilização em sala de aula.

Quadro 13 – Adaptações do jogo pela professora

CARACTERÍSTICAS	JOGO REAL CODE BREAKER	JOGO ADAPTADO
Tipo de versão do jogo	Versão digital	Versão de papel
Níveis de dificuldade	Fácil, Médio, Difícil e Insano	Fácil
Quantidade de cores disponíveis no conjunto gerador	6 cores distintas - Nível fácil 7 cores distintas- Nível Médio 8 cores distintas - Nível Difícil 10 cores distintas - Nível Insano	6 cores distintas
Quantidade de cores para escolher para formar a senha	4 cores - Nível fácil 6 cores - Nível médio 6 cores - Nível Difícil 8 cores- Nível Insano	4 cores
Pinos de dicas/ palpite	-Pino na cor BRANCA: Cor certa , mas está na posição errada . -Pino na cor PRETA: Cor certa e está na posição certa .	- Pino na cor VERMELHA: Cor certa , mas está na posição errada . -Pino na cor PRETA: Cor certa e está na posição certa .
Quantidade de tentativa para jogada	Não há uma quantidade mínima de tentativas, é até acertar a senha	10 tentativas
Cores disponíveis no conjunto gerador	Nível Fácil: Laranja, dourado, rosa, lilás, vermelho e azul escuro. Nível Médio: Vermelho, azul escuro, verde escuro, amarelo, laranja, dourado. Nível Difícil: Lilás, vermelho, azul escuro, verde escuro, amarelo, laranja, dourado e rosa. Nível Insano: Azul escuro, verde escuro, amarelo, laranja, dourado, rosa, lilás, azul claro, verde claro e vermelho.	Cores escolhidas pelos estudantes
Quantidade de jogadores	1 jogador	2 Jogadores: 1 desafiador e 1 desafiante

Fonte: Autoria própria (2023).

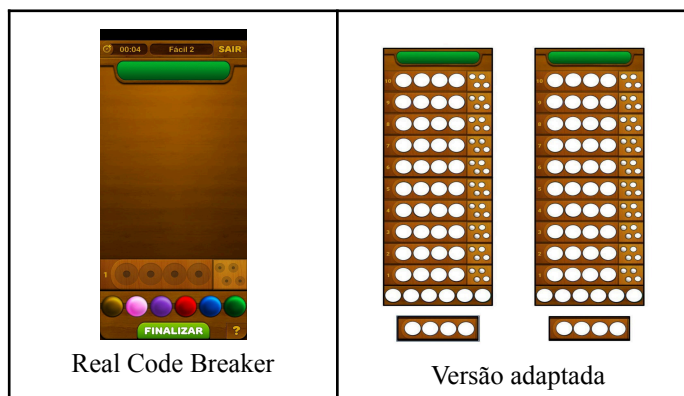
Em relação ao início do jogo, podemos perceber que a professora buscou (re) produzir em papel (Figura 23), o local destinado a indicação do código secreto

Figura 23 - Material para a aula com aplicação do jogo

Fonte: Acervo próprio (2023).

Ela colocou 10 tentativas no tabuleiro. Ou seja, ele decidiu reduzir o número de tentativas (de 12 para 10), em virtude do fator externo: tempo das aulas de 50 min.

Figura 24 - Adaptação do jogo da senha- Real Code Breaker



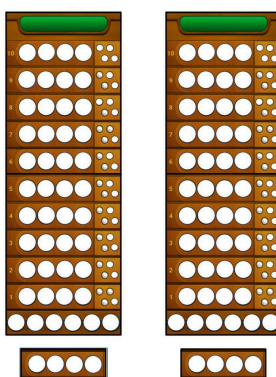
Fonte: Acervo próprio (2023).

Pelas adaptações realizadas pela professora podemos identificar a possibilidade de uso do jogo para tratar Princípio Fundamental da Contagem, Permutação Simples, Arranjo Simples e Combinação Simples.

A professora planejou realizar a aplicação em três aulas, nos dias 31/07/2023 (duas aulas) e no dia 01/08/2023 (uma aula). Primeiramente, ela decidiu confeccionar dois protótipos do tabuleiro do jogo para expor no quadro branco e jogar com um de seus estudantes, com o objetivo explicar de que forma a dinâmica iria ser realizada. Para essa ocasião em que ela iria jogar com o estudante, ela decidiu realizar da seguinte forma: cada tabuleiro exposto no quadro serviria para duas situações distintas respectivamente, na primeira situação o estudante seria o desafiador e ela a desafiada, na segunda situação ela seria a desafiadora e o estudante o desafiado.

Logo em seguida, seria solicitado para a turma se direcionar ao espaço de convivência da escola, onde os estudantes se dividiram em duplas para competirem entre si. Esse momento, ela decidiu que seria realizada em duas fases e em cada um delas seriam formadas duplas. Na primeira fase cada dupla receberia dois tabuleiros e dois retângulos menores (para colocar o código secreto), como mostra a Figura 25 abaixo, com o hidrocor eles iriam escolher quais as cores seriam selecionadas para colocar no conjunto gerador e a partir dele selecionar as cores escolhidas para o código secreto e as senhas. A respeito das cores dos pinos de dicas, foram escolhidas as cores : vermelha para indicar a *cor certa* , na *posição errada* e preta para indicar a *cor certa*, na *posição certa*.

Figura 25 - Tabuleiros do jogo adaptado



Fonte: Acervo pessoal (2023).

Nessa situação, um estudante seria o desafiador e o outro o desafiado, em que o desafiado teria que descobrir qual o código secreto escolhido pelo desafiador, além disso o desafiador analisaria as jogadas realizadas pelo desafiado, pintando os pinos de dicas com suas respectivas cores. Cada estudante teria a oportunidade de ser o desafiado e o desafiador, ou seja, no primeiro momento ele seria o desafiador e após a primeira partida ele seria o desafiado, salienta-se que o tempo de cada partida deveria ser cronometrado.

Venceria aquele que encontrasse o código secreto em menos jogadas e em caso de empate, o que tivesse realizado no menor tempo. O estudante que perdesse nessa fase, ganharia jujubas e o vencedor seguiria para a segunda fase. Essa fase ocorreria da mesma forma da primeira, porém, as duplas seriam formadas pelos vencedores da primeira fase. Assim como ocorreu na primeira fase, aquele que perdesse receberia jujubas e o que ganhasse receberia chocolates. Um fator decisional da *história inter-aluno de uma classe genérica* (HD- CG): Os alunos precisam de incentivo, como uma recompensa, ao final de um jogo.

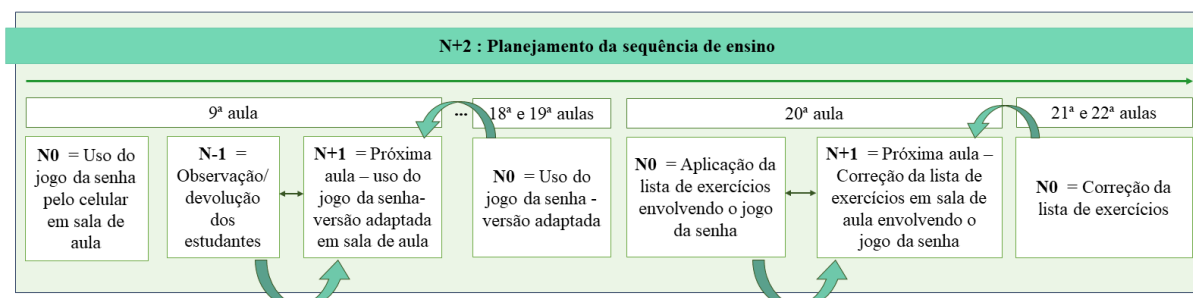
Para a aula seguinte, ela decidiu aplicar uma lista de exercícios contendo questões que relacionassem conteúdos de Análise Combinatória com o jogo da senha. A respeito da aplicação dessa lista, a professora comenta:

Pesquisadora: Sobre a aplicação da lista de exercícios que ocorrerá após a aula com o jogo, de que forma você planeja aplicá-la?

Professora: Eu penso em aplicar e corrigir no mesmo dia. Pensei em uns 20 minutos para eles responderem e depois fazer a correção.

Salienta-se que de acordo com seu planejamento, os estudantes deveriam respondê-la individualmente e entregá-la, tendo em vista que a lista serviria como uma AT (atividade avaliativa). Na Figura 26, expomos um panorama das ações da professora concernentes ao uso do jogo adaptado (níveis +2, +1, 0).

Figura 26 - Planejamento para uso do jogo adaptado (em papel)



Fonte: Acervo Próprio (2023).

4.2.3.3 Decisões didáticas sobre o uso do jogo da senha - Real Code Breaker na versão adaptada (níveis +1, 0 e -1)

Como previsto pela professora, na **8ª Semana (19ª e 20ª aulas)**, 31/07/2023, ocorreu a aplicação do jogo, em três etapas. Na primeira etapa, a professora explicou as regras do jogo; na segunda etapa, ela fez a demonstração do jogo com um estudante utilizando o quadro branco e na terceira etapa, os estudantes jogaram em duplas em uma área de lazer da escola.

Na primeira etapa, a professora ao entrar na sala de aula, colocou no quadro branco dois tabuleiros do jogo Real Code Breaker impressos em folha de papel, conforme modelo adaptado de sua versão digital, disponível no *Google Play Store*. Influenciada por um *fator externo de restrição circunstancial*, ela decidiu esperar alguns alunos chegarem, devido ao atraso no transporte escolar da zona rural. Inicialmente, ela explicou aos alunos a finalidade dos tabuleiros, referindo-se ao objetivo do jogo:

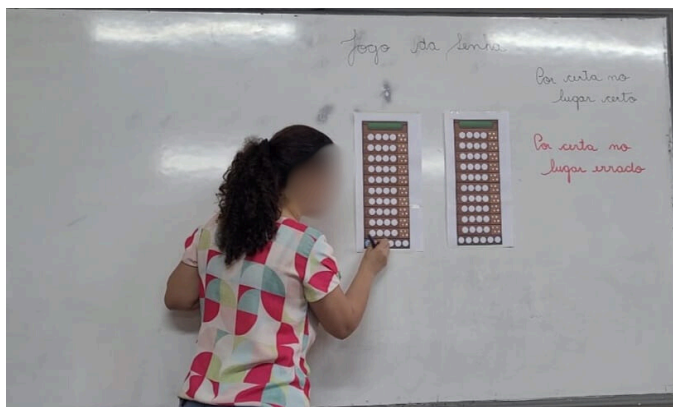
Professora: Vejam qual é o objetivo desse jogo. É você descobrir a senha e nesse formato, nós vamos jogar aos pares.

Estudante : Vai ser a mesma senha para dupla?

Professora: Não. Aos pares, inicialmente, alguém vai ser desafiado e alguém vai desafiar. Quem desafiar vai propor a senha. Primeiro, você vai escolher quais são as cores que vai utilizar, exceto o preto e o vermelho. Uma pessoa que está desafiando vai escolher as cores a serem utilizadas.

Neste momento da aula, a professora começou a escolher as seis cores a serem utilizadas no conjunto gerador para formar a senha secreta. Ao colorir o conjunto gerador (Figura 27): azul escuro, amarelo, verde, rosa, marrom e azul claro, explicando que o preto e vermelho deveriam ser reservados para “as dicas” dadas pelos alunos.

Figura 27 - Explicação das regras do jogo



Fonte: Acervo Próprio (2023).

Ao colorir o conjunto gerador, visível na parte inferior do tabuleiro (Figura 27), ela sugere que algum aluno a desafie a descobrir a senha dele.

Professora: Então, alguém vai propor uma senha. Aí eu vou dar aqui essas cores para algum de vocês fazerem essa senha pra mim.

Estudante: Oh professora, vai permitir repetir as cores?

Professora: Não, sem repetição, tá certo? Sem repetição. O objetivo é descobrir a senha, mas você vai desafiar uma vez e vai ser desafiado, tá certo? Para vermos o vencedor.

Estudante: O tempo vai contar também?

Professora: Não, o tempo eu vou deixar livre, mas anota no papelzinho só o tempo. Por que quem vai ganhar o jogo no final? É quem descobrir a senha no menor número de tentativas.

Podemos perceber que a professora teria, na composição da senha pelos estudantes, a escolha de permitir a repetição de cores ou não. Contudo, ela decidiu por “não permitir”. Esta decisão nos chamou a atenção a fim de ser esclarecida em posterior entrevista.

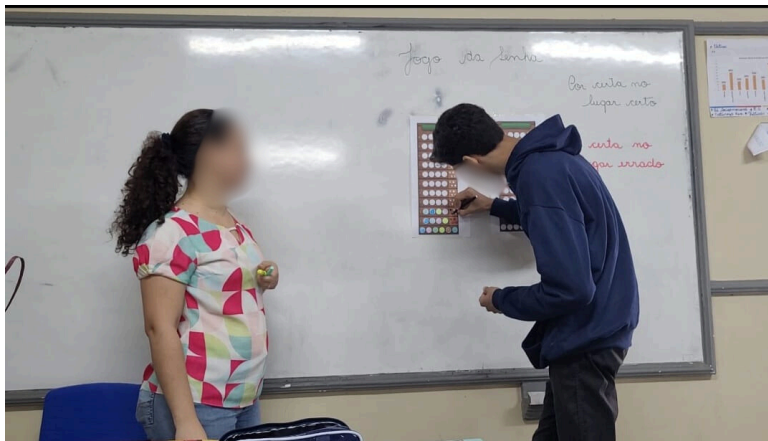
Durante a sua explicação das regras do jogo, a professora expôs que no caso de empate do número de tentativas, o critério de desempate seria o menor tempo.

Professora: Se você jogou com o seu colega, você descobriu a senha já na terceira tentativa e ele só descobriu a senha na quinta tentativa, quem ganhou o jogo do par foi você. Se acontecer dos dois acertarem a senha na mesma tentativa, você acertou a senha na tentativa 5 e o seu colega também acertou a senha na tentativa 5. Então, como é que vamos ver quem é o ganhador do jogo? Eu vou dar um papelzinho pra vocês anotarem o tempo de cada um. Então, quem fez em menor tempo é quem vai vencer a partida, tá certo?

Após finalizar as explicações sobre a regra do jogo, ela convidou um estudante para ser “o desafiador” e ela ser “a desafiada” e em seguida marcou quatro cores no tabuleiro. para apontar as dicas (Figura 28): “cor certa no lugar certo” - indicada pela cor preta ou “cor certa no lugar errado” - indicada pela cor vermelha. Sobre isto ela explicou: “Então, quando você é

desafiado, quem está desafiando é que vai fazer as dicas de cores. Então, vocês têm que ter cuidado para não errar também, porque depois vamos conferir”.

Figura 28 - Interação da professora com o estudante “desafiador”



Fonte: Acervo Próprio (2023).

Na segunda etapa, a professora iniciou sua primeira tentativa, marcando no tabuleiro “azul, azul escuro, rosa e amarelo”. Na sequência o estudante marcou vermelho, ou seja, cor certa na posição errada. Neste momento, houve uma reação de surpresa, por parte dos demais estudantes, sobre ela ter acertado já todas as cores que ele tinha escolhido (4 em 6 cores).

Estudante: Eu acho que ela viu.

Professora: Sério? Eu acertei na primeira? Quatro cores certas em lugares diferentes, é isso?

Estudante: Eita, tá confiante, né?

Professora: Tá, primeiro eu acertei as quatro, né? Tá no lugar certo? Não. Está tudo vermelho. Vocês entenderam como é que vocês vão fazer? Eu vou supor que sejam essas duas. E vou supor que estejam certas, vou trocar o lugar. Eita não era pra eu ter trocado, porque essa aqui tá no lugar errado, né? Mas agora foi.

Ao chegar na quarta tentativa, a professora comenta:

Professora: Não, aqui eu coloquei errado, foi. Eu só percebi depois, porque eu já tinha pintado, né? Não dava pra tirar do lugar.

Estudante: Eu acho que ela já sabe assim, hein? Tá fazendo isso só para enrolar.

Professora: Poxa, eu errei tanto assim, foi.

Na quinta tentativa, a professora verifica as cores já colocadas, em silêncio, por cerca de 2 minutos. Então, ela afirma que já está prestes a desistir:

Professora: Aqui eu sei que tem duas no lugar correto, mas essas duas, a primeira [...] Eu vou encerrar o jogo pra gente começar com vocês, se eu não acertar...

Estudante: Eita, por que a senhora trocou tudo?

Professora: Era para eu ter deixado alguém sem ver a senha pra me ajudar, né?

Os alunos começam a rir da situação por ela não conseguir acertar a senha e em tom de brincadeira, ela comenta:

Professora: Em silêncio. Olha, quem joga não fica dando sugestão não, fica em silêncio, deixa o outro pensar. Porque aí você tem mais chance de ganhar.

Professora: Já sei as cores. Só a ordem eu ainda não tô encontrando.

Neste momento, um dos estudantes começa a sugerir que a professora observe as tentativas anteriores, para que ela consiga chegar na senha correta.

Estudante: Oh, professora, olha para a que a senhora acertou mais, onde a senhora acertou duas. Pronto, tem duas aí que estão certas. A senhora tenta repetir duas iguais e muda as outras duas.

A professora então decide avançar para outras tentativas e na sétima ela acerta a senha. Sobre este fato, ela comentou de ter esquecido anotar o tempo em que iniciou e concluiu o jogo. Podemos perceber a influência do *fator epistêmico*, a propósito da gestão do tempo de aula, na decisão da professora de não utilizar os dois tabuleiros expostos no quadro branco, visto que ela a princípio tinha pensado em interagir com o aluno sendo a desafiadora do jogo, mas devido ao tempo que levou jogando, ela decidiu em não prosseguir.

Na terceira etapa, a professora sugeriu que os alunos se dirigissem a outro espaço da escola para jogar, tendo em vista que o local era mais espaçoso que a sala de aula e possuía mesas. Neste momento, ela solicitou que os estudantes se dividissem em duplas para competir entre si, sendo um o desafiante e o outro o desafiador.

Figura 29 - Organização dos alunos na área de lazer



Fonte: Acervo Próprio (2023).

Já quando os estudantes estavam acomodados, a professora explicou que haveria duas fases de competições. Na primeira fase, o estudante que vencesse o oponente, seguiria para segunda fase para formar uma dupla com algum outro vencedor da primeira fase, ou seja, os estudantes que venceram na primeira rodada competiriam em dupla na segunda rodada, para só assim ter os vencedores finais.

Figura 30 - Realização do jogo com as duplas de alunos



Fonte: Acervo Próprio (2023).

Durante a competição, a professora foi passando em cada mesa, acompanhando as jogadas dos estudantes. Alguns deles ficaram com dúvidas em relação às regras do jogo, em específico, como analisar cada jogada utilizando as cores de dicas (preto e vermelho). Diante disso ela decidiu reforçar a explicação, dirigindo-se a todos:

Estudante: Professora, o que a cor preta e a cor vermelha significam?

Professora: A cor vermelha representa a cor certa no lugar errado e a preta, a cor certa no lugar certo, compreendeu?

Podemos constatar, no decorrer das jogadas, que as duplas foram se revezando naturalmente. Um fato que nos chamou a atenção, foi que a professora ofereceu uma recompensa ao estudante que foi eliminado das jogadas (júbilas) e aos vencedores, ao final da segunda fase ela entregou chocolate. Isto gerou uma euforia entre eles.

As duplas terminaram a primeira fase em tempos diferentes. Pois, isso dependia do raciocínio e estratégias de cada estudante para encontrar a senha secreta proposta pelo oponente. Então, foi necessário que alguns estudantes que venceram a primeira fase aguardassem o vencedor da outra dupla concluir para então ir para a segunda fase e competirem entre si. Por ser um jogo que requer boas estratégias e um bom raciocínio lógico, levando o estudante a pensar quais as melhores jogadas, pôde -se observar que alguns deles obtiveram um melhor desempenho que outros, tanto na questão de analisar as jogadas do desafiante, quando este seria o desafiador, quanto na questão de tempo e quantidade de jogadas realizadas para acertar o código secreto.

Ao final da aula, constatamos que cada estudante conseguiu jogar ao menos uma partida, tendo em vista que todos participaram da primeira fase. Além disso, ao concluir as duas aulas de aplicação do jogo, a professora se despediu dos estudantes e avisou que na aula seguinte haveria a aplicação de um exercício relacionado ao jogo.

Na **8ª Semana (21ª aula)**, 01/08/2023, a professora propôs a aplicação da lista de exercícios relacionada ao Jogo da Senha- Real Code Breaker que só tivemos acesso a esta neste dia de sua aplicação. Abaixo apresentamos detalhes sobre a elaboração da lista (nível +1) e como ocorreu a sua utilização em sala de aula (nível 0 e -1).

4.2.3.3 A aplicação da lista de exercícios baseada no jogo da senha adaptado

Na Figura 31, podemos identificar as decisões da professora em relação à retomada dos conteúdos de Análise Combinatória a partir do uso do jogo em sala de aula (nível +1).

Figura 31 - Lista de exercícios baseada no jogo da senha

Sobre o jogo da senha, responda:

01. Seu conjunto de hidrocor tem 12 cores, separando as cores preta e vermelha para as dicas dadas ao desafiado, de quantas formas você poderá escolher 6 cores que serão utilizadas? Que tipo de agrupamento é esse?

02. Sem haver repetições de cores, quantas senhas de quatro cores podem ser formadas com 10 cores diferentes? Indique o tipo de agrupamento nesse caso.

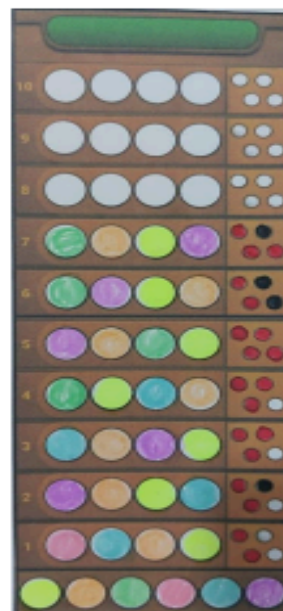
03. Definidas as seis cores que serão utilizadas, ainda sem a repetição de cores, quantas senhas de quatro cores podem ser formadas?

04. Considerando apenas as seis cores disponíveis, de quantas formas você poderá escolher quatro cores diferentes, sem considerar sua ordem?

05. O jogo é difícil?

06. Você desenvolveu alguma estratégia para tentar descobrir a senha? Explique.

07. Observe a imagem de um jogo incompleto e responda as questões sobre ele:



a) Já é possível identificar as quatro cores que fazem parte da senha? Se possível, quais são?

b) Já é possível identificar alguma cor certa na posição certa? Caso seja, descreva a cor e a posição.

c) Qual a cor que não faz parte da senha?

d) Qual é a senha?

Fonte: Acervo Próprio (2023).

Consideramos que o uso da lista (Figura 31) traz à tona o fato de que dentre todas as decisões que um professor deve tomar em sua prática profissional, as decisões didáticas são

aquelas que visam permitir aos alunos o estudo de um saber a ensinar (Bonnat *et al.*, 2020). Podemos dizer, que observamos especialmente, no trabalho com a lista de exercícios, de que forma os conteúdos da Análise Combinatória foram relacionados ao Jogo da Senha, pondo em evidência a influência de fatores epistêmicos relacionados aos conhecimentos dela sobre o conteúdo e sobre o ensino do conteúdo.

Das 7 questões (Figura 31) da lista de exercícios, as quatro primeiras são de cálculos e para resolvê-las, utilizam-se de alguma técnica de contagem. Em relação às três últimas, essas questões discursivas. A primeira e a quarta questão utilizam por técnica de contagem a combinação simples, tendo em vista que os agrupamentos que serão formados se diferem pela natureza de seus elementos. A segunda e a terceira questão utilizam por técnica de contagem o arranjo simples, considerando que nessas questões contam-se as mudanças de ordem e natureza dos elementos.

Em relação a quinta e a sexta questões estão direcionadas à opinião pessoal dos estudantes em relação ao jogo. Já a sétima questão apresenta uma imagem do jogo da senha adaptado com algumas jogadas realizadas para que a partir da análise delas, se responda algumas perguntas. Em relação a essa 7ª questão questionamos a professora se ela tinha produzido a imagem que constava nessa questão.

Pesquisadora: Essa imagem da 7ª questão foi você que fez ?

Professora: Essa daí foi.

Pesquisadora: Ah, então você fez uma jogada, né?

Professora: Eu fiz uma jogada e tirei a foto e coloquei o *print* aí.

Pesquisadora: Então a partir dessa jogada você vai fazer uma análise com questões?

Professora: Era pra ver se eles entenderam qual era a estratégia. Queria, na realidade, também saber qual era a estratégia que eles estavam usando, se eles estavam realmente fazendo a troca...Aí, nessa jogada, desse jeitinho aí, já dá pra dizer qual é o resultado, só com essas respostas que estão.

De uma forma geral, de acordo com a professora, a lista de questões teve por objetivo avaliar a dinâmica do Jogo da Senha na compreensão de conteúdos de Análise Combinatória. À vista disso, no Quadro 14, abaixo, apresenta-se os objetivos de cada uma das questões em conformidade com o que foi posto por ela.

Quadro 14 – Objetivos das questões

QUESTÃO	OBJETIVOS
1ª	O objetivo da questão é saber se o aluno é capaz de identificar e resolver um problema de combinação simples, a partir do exemplo do jogo. Também, perceber que a proposta de cores já é um agrupamento.
	Essa questão tem como objetivo perceber se o aluno identifica e resolve um arranjo simples,

2 ^a	além de mostrar o número de senhas possíveis, caso sejam utilizadas todas as cores (exceto preto e vermelho).
3 ^a	Ainda, com o mesmo objetivo da questão anterior, fazer o estudante perceber e comparar o número de senhas possíveis, relacionando o fato com o grau de dificuldade em acertar a senha.
4 ^a	Nesta questão, o intuito é fazer o estudante perceber que a escolha das cores é uma combinação simples, e pode ser usada no processo de descobrir a senha como uma primeira etapa para posterior permutação na ordem das cores.
5 ^a	O objetivo é saber a opinião dos estudantes quanto a dificuldade do jogo, e relacionar isso com as respostas obtidas.
6 ^a	Perceber quais foram as estratégias formuladas pelos estudantes para a descoberta da senha, se eles relacionaram os conteúdos com o jogo e verificar a argumentação lógica deles.
7 ^a - A	Verificar se o estudante está atento às dicas dadas nas jogadas anteriores, mas especificamente na jogada nº 5 (roxo, laranja, verde e amarelo).
7 ^a - B	Perceber se o estudante relaciona as jogadas anteriores com a posição correta da cor na senha. Por exemplo: Comparando as jogadas nº2 e nº5 percebe-se que o amarelo está na 3 ^o posição (da esquerda para direita). A questão também tem como objetivo a exposição oral das estratégias num momento posterior.
7 ^a - C	Mais um item para verificar a atenção do estudante, pois tendo respondido o item a) corretamente, já obtém a resposta.
7 ^a - D	O objetivo é perceber se os estudantes conseguiram utilizar as dicas dadas na obtenção do resultado.

Fonte: Acervo Próprio (2023).

Na **8^a Semana (21^a aula)**, 01/08/23, a professora entregou aos estudantes a lista de exercícios (Figura 30) e orientou que eles respondessem individualmente durante a aula. Enquanto os estudantes respondiam a lista de exercícios, a aula foi interrompida pela coordenadora da escola para dar uns avisos referentes às disciplinas eletivas e perguntar a cada estudante quais disciplinas eles iriam escolher. Este *fator externo de restrição circunstancial* levou a professora modificar seu planejamento de aula, sugerindo assim, que eles levassem para finalizá-la em casa para ser corrigida na aula seguinte.

Na **9^a Semana (22^a e 23^a aulas)**, 07/08/2023, a professora iniciou a aula fazendo a chamada e conforme chamava o nome de cada estudante, recolhia a lista de exercícios com suas respectivas respostas. Logo após esse momento com o auxílio do *data show* (Figura 32) colocou os slides para projetar as questões e explicar e corrigir cada uma das sete questões desta lista.

Durante toda a correção da lista a professora perguntava aos alunos quais as respostas correspondentes às questões e alguns davam suas soluções. No decorrer da aula ela também

trazia conceitos referentes aos assuntos abordados nas questões, como também buscava fazer relação com o Jogo da Senha.

Professora: Sem haver repetições de valores, quantas senhas de 4 cores podem ser formadas com 10 cores diferentes? Indique o tipo de agrupamento neste caso.

Estudantes: É arranjo, $A_{10,4}$.

Professora: E vocês, fizeram como os outros? Fizeram assim também? Alguém fez diferente? Então, é isso mesmo, desse jeito que vocês fizeram. Um arranjo, aí sim, um $A_{10,4}$. Como se trata aqui o caso de quantas senhas, a senha, a ordem da cor, não é extremamente importante? Não foi isso que a gente viu no jogo?

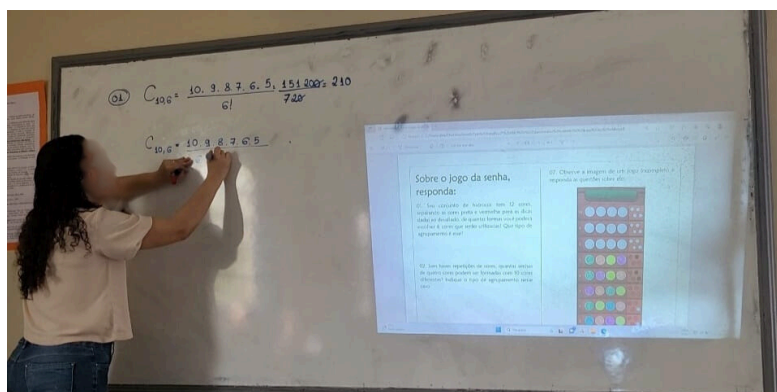
Estudantes: Sim, isso.

Professora: Então, a ordem é importante, é um arranjo. Então, o arranjo, a gente vai, simplesmente, começando com 10, o antecessor de 10, 9, vezes 8, vezes 7, em 1, 2, 3, 4 fator, não é isso? Quanto deu ?

Estudantes: 5040.

Nota-se que nessa situação ela menciona que a ordem das cores é importante, assim como no jogo, devido a isso a questão trata-se de arranjo, de acordo com ela.

Figura 32 - Explanação da ficha de exercícios sobre o jogo



Fonte: Acervo próprio (2023).

Em uma outra questão a professora expõe uma nova situação:

Professora: Considerando apenas as 6 cores disponíveis, de quantas formas você poderá escolher 4 cores diferentes, sem considerar a sua ordem? E aí? Sem considerar a ordem, não estou falando de senha, estou falando de quantas formas você poderá escolher 4 cores diferentes, sem considerar a sua ordem?

Estudante: É uma combinação

Professora: É uma combinação, porque eu estou escolhendo só as cores. Por que eu fiz essa pergunta para vocês? Porque, às vezes, no jogo, quando a gente descobre quais são as cores que fazem parte da senha, não é mais fácil, depois, encontrar a senha? Então, eu estou querendo saber isso. Qual é a quantidade de 4 cores que eu posso formar no grupo 6, sem considerar a ordem? Ou seja, eu não estou querendo saber a ordem, a senha. Eu quero saber quais são as cores que pertencem à senha.

Nessa questão ela enfatiza que trata-se de uma combinação tendo em vista que a ordem das cores não deve ser considerada. Na quinta questão ela perguntou de forma individual aos

estudantes a opinião deles a respeito do jogo da senha (ambas as versões, a digital e a adaptada), tiveram diversas opiniões.

Professora: Vão me dizendo assim individualmente, certo? Todos jogaram, foi um dia, todos participaram, basicamente, todos jogaram. Tem alguém na turma que não conseguiu jogar nem o jogo FÍSICO, nem o digital? Não, né? Todo mundo chegou a jogar. Então, o jogo é difícil? Vou começar assim, estudante A.

Estudante A: Não

Professora: Estudante B, o jogo é difícil ou fácil?

Estudante B: Fácil. Fácil.

Professora: Estudante C, o jogo é difícil

Estudante C: Sim

Professora: Estudante D?

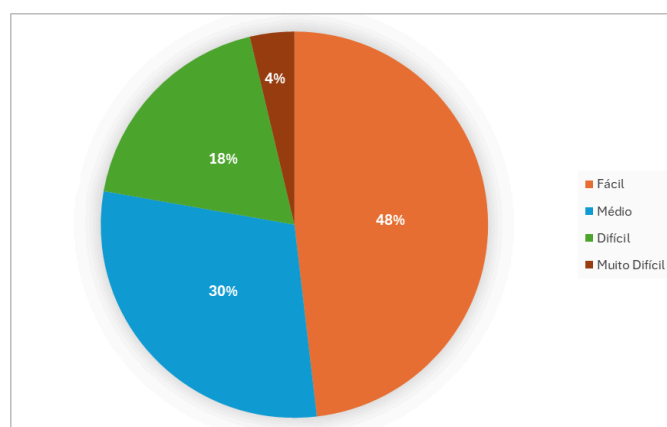
Estudante D: Muito.

Professora: Estudante E, o jogo é difícil?

Estudante E: Mais ou menos.

Tomando como base as respostas dadas pelos estudantes em relação a opinião deles sobre o jogo da senha, elaboramos um gráfico, como mostrado na Figura 33.

Figura 33 - Avaliação dos alunos sobre o jogo da senha



Fonte: Acervo próprio (2023).

Observando os dados apresentados no gráfico, nota-se que 48% da turma considerou o Jogo da Senha fácil, no entanto, 30% dos estudantes consideraram o nível de dificuldade do jogo médio, ou seja, nem tão fácil e nem tão difícil. Além disso, a professora observou no momento em que os estudantes jogavam, como também na lista de exercícios, que alguns desenvolveram estratégias para encontrar a senha. Mediante a isso, ela perguntou a eles quais as estratégias foram desenvolvidas por eles.

Professora: Agora eu quero saber. Porque tem gente que desenvolveu sim. Eu percebi. Você desenvolveu alguma estratégia para tentar descobrir a senha? Eu vou perguntar. Para quem desenvolveu, vai me dizer. O que você fazia para tentar descobrir a senha? Qual a estratégia do jogo? Começando aqui. Vamos lá.

Estudante A: Eu repetia todas as bolinhas. E tirava só uma e mudava só uma, Para ver qual era a bolinha certa. De acordo com a dica, por exemplo, se tivesse uma

bolinha preta e eu tivesse colocado quatro cores, eu repetisse três, mudava uma para ver se a outra mudava. Se mudasse, era porque a bolinha que eu tirei era a certa.

Professora: Mudava só uma a cada vez?

Estudante A: Sim, só mudava uma.

Professora: Funcionou a estratégia?

Estudante A: Funcionou.

Alguns estudantes desenvolveram estratégias diferentes para encontrar a senha, como mostra no diálogo abaixo:

Professora: Alguém aqui dessa terceira fila fez alguma estratégia para tentar resolver o jogo? Para tentar descobrir a senha?

Estudante B: Olhando a anterior.

Professora: Só a anterior ou as anteriores?

Estudante B: Só a anterior. Só?

Professora: Mas o que você olhava?

Estudante B: Se tinha uma certa, se tava errada, se tava no lugar.

Professora: Aqui na quarta fila. E aqui?

Estudante C: Eu fazia as mesmas coisas, só observando as senhas.

Professora: Alguém tentou achar primeiro as cores para depois achar a senha?

Estudante D: Eu tentava acertar as cores e depois trocava de duas em duas.

Professora: Alguém lembra um jeito de fazer para tentar descobrir essa senha?

Estudante E: Saia permutando.

Na última questão, no caso a 7^a a professora trouxe a imagem do jogo da senha adaptado, com algumas jogadas já realizadas para que respondessem algumas perguntas relacionadas a esta situação.

Professora: Então vamos lá. Vamos a um jogo propriamente dito. Eu quero que vocês façam análise desse jogo aqui. Deixa eu diminuir para cá para a gente ver o jogo completo.

Professora: Laranja, verde, rosa, esse azul clarinho aí, azul, e roxo. Tem verde e tem azul. Vou mostrar aqui para vocês, esse daqui primeiro é o verde, esse daqui é o azul. Esse é o azul, aqui, rosa, azul, laranja, amarelo. Então vejam, a primeira pergunta foi se já é possível identificar as quatro cores que fazem parte da senha. Se for possível, quais são?

Estudante: Verde, laranja, amarelo, e roxo.

Professora: Alguém acha diferente? Por que?

Estudante: Porque na quinta tentativa já diz, na quinta dica, a gente tem todas as bolas pintadas de vermelho, já nos mostram que as cores que fazem parte da senha são roxo, laranja, verde, e amarelo.

Professora: Sabendo disso, em quantas tentativas você acertaria com certeza?

Estudante: Quatro.

Professora: Só quatro? Quantas senhas são possíveis fazer com quatro cores? Roxo, laranja, verde e amarelo. Quantas senhas são possíveis ser feitas com essas quatro cores?

Estudante: Vinte e quatro.

Professora: Por que vinte e quatro?

Estudante: Porque $4 \times 3 \times 2 \times 1$?

Professora: Porque vocês fizeram uma permutação das quatro, $4 \times 3 \times 2 \times 1$ trocaram a ordem. Mas, com certeza, vocês iriam descobrir que com menos de vinte e quatro vocês conseguiriam. Quando você descobre a posição de três, automaticamente você já descobre a posição da quatro.

Nesta mesma questão 7, na alternativa “b” é questionado se já é possível identificar alguma cor certa na posição certa, caso seja, solicita-se para descrever a cor e a posição, mediante a isso, a professora perguntou aos estudantes quais foram as respostas deles.

Professora: Já é possível identificar alguma cor certa na posição certa? Caso seja, escreva a cor e a posição. Agora é para você pensar um pouquinho.

Estudante: roxo no segundo e amarelo no terceiro

Professora: Mas, alguém respondeu? Qual foi a primeira vez que você disse, a primeira cor?

Estudante: Roxo no segundo e amarelo no terceiro.

Professora: Roxo no segundo e amarelo no terceiro. Roxo no segundo e amarelo no terceiro. Explica para a gente. Você pode vir aqui e mostrar apontando para o pessoal acompanhar, só para a gente acompanhar o raciocínio. Mais alguém acha isso também? Já está certo essas duas? Explica aí, Por que?

Estudante: Aqui tem a dica de todas as cores. Ele colocou aqui as cores, só que não acertou nenhuma. E aqui ele acertou duas, mas não acertou. e aqui ele repetiu o verde e repetiu o amarelo. E aqui ele só acertou uma, então quer dizer que o amarelo está certo. Porém, o laranja não está certo.

Professora: Pessoal vocês entenderam o por que o amarelo está certo. O raciocínio dele, todo mundo entendeu?

Estudante: O laranja não está certo aqui porque para justificar, essa daqui pode ser qualquer uma. Mas não é o verde porque ele repetiu aqui e aqui também e não acertou. Não é também o laranja porque ele repetiu aqui e não acertou nenhuma. E também não é o amarelo porque ele repetiu aqui e não acertou. Então, o roxo e o amarelo. E foi a única senha que ele colocou as duas e acertou duas.

Professora: É isso mesmo. Uma boa estratégia. Eu ia mostrar para vocês de outra forma, mas a estratégia dele ficou ainda melhor.

Após a correção de cada uma das 7 questões da lista de exercícios, a professora perguntou se alguém estava com dúvidas em algum dos conteúdos trabalhados em sala de aula durante aquele período, como também se havia dúvidas sobre alguma questão da lista. Não havendo reação dos alunos, ela encerrou a aula.

4.2.4 Os resultados da entrevista final sobre o uso do jogo pela professora

Como parte final da pesquisa, realizamos uma entrevista (Apêndice D) com a professora a fim de verificar suas impressões sobre o uso do Real Code Breaker. Inicialmente, questionamos sobre a versão digital do jogo.

Pesquisadora: O que você achou do jogo?

Professora: Eu comecei a aprender o jogo. Mas, não achei difícil de usar. Agora eu fiquei em dúvida. Pensando qual seria o momento de apresentar o jogo aos meninos. Justamente, como decidir usar o jogo.

Pesquisadora: Qual foi o seu objetivo ao trabalhar com o Real Code Breaker? Apenas para os estudantes conhecerem o jogo?

Professora: Naquele momento, o objetivo foi de conhecimento do jogo e também de percepção, queria saber como eles iriam jogar, se achariam fácil, se gostariam, quais as dificuldades, enfim, queria saber como poderia utilizar o jogo de forma eficiente nas aulas.

O jogo Real Code Breaker foi inserido em sala de aula no período em que estava sendo trabalhado em sala, princípio fundamental da contagem e fatorial. Com o intuito de compreender qual o papel que o jogo teve na sequência didática, questionamos o seguinte:

Pesquisadora: Quando você apresentou e colocou os estudantes para jogarem o jogo Real Code Breaker que relação teve com os conteúdos que estavam sendo trabalhados naquele momento?

Professora: Usei o jogo apenas de forma complementar, como estava no princípio multiplicativo, o jogo se encaixou bem. Se recordo, a aula de fatorial deve ter sido uma correção de exercícios anteriores, porque normalmente apresento o fatorial antes do princípio multiplicativo, mas não tenho certeza se foi realmente assim.

Retomamos a questão sobre a utilização do jogo da senha digital e a decisão por utilizar o jogo adaptado por ela (em papel).

Pesquisadora: Por que você optou por fazer uma versão adaptada do jogo da senha, ao invés de utilizar apenas o Real Code Breaker?

Professora: No decorrer das aulas, observando a relação dos estudantes com o jogo digital, eu percebi que eles ficavam muito dispersos no celular, então achei que seria melhor se fosse o “físico” dele.

Pesquisadora: No primeiro momento em que você trouxe o jogo digital, o que você pensou? Você fez com que eles conhecessem antes esse jogo, não foi?

Professora: Sim, durante o uso do jogo digital, foi assim, no começo eu apresentei o jogo pra eles e aí, durante esse período que a gente tava trabalhando com a Combinatória, apareceram algumas questões que eu fui remetendo ao jogo que eles estavam jogando. Estavam jogando, né? Então, aquilo aí já foi clareando, o jogo foi acompanhando todo o processo, não foi só o jogo, mas o jogo ajudou bastante.

No que diz respeito à lista de exercícios explorando o jogo, a professora comentou:

Pesquisadora: Por que a lista de exercícios foi dada para eles responderem em casa?

Professora: Na realidade, era pra ter sido feito num dia só, num momento só. Mas assim, no dia, foi o dia em que a coordenadora precisava realmente dividir os meninos nas eletivas. Porque já estavam começando e na quarta-feira, o dia da eletiva no horário, eles já iam ter aula dessa eletiva. Aí as turmas precisavam estar divididas e essa divisão era feita na sala.

Pesquisadora: Na aula?

Professora: Por que precisava ser feito, né? Aí foi feito e ela ia perguntando a cada aluno qual a eletiva ele iria escolher. Aí, pronto. Ficou para eles responderem em casa e na outra aula, a gente voltou com a atividade.

A respeito das questões que constavam na ficha, ela afirmou o seguinte:

Pesquisadora: Essas questões da ficha aqui, você já mostrou assim colorida e tudo? Foi você mesmo que pensou?

Professora: Foi, foi.

Pesquisadora: Não tirou de algum material?

Professora: Não, foi eu que desenvolvi mesmo. Com o intuito daquilo que a gente tava trabalhando, né? Do passo a passo do jogo. Desde o momento que eu pedi pra eles escolherem as cores... Como é que a gente pode revisar?

A respeito do encerramento da sequência sobre Análise Combinatória, questionamos se esta foi encerrada com a lista de exercícios ou se ela ainda daria continuidade.

Pesquisadora: Aí, depois dessa lista, encerrou a sequência didática de Análise Combinatória ?

Professora: A gente usa a Análise Combinatória em Probabilidade. Próximo assunto. Aí não acabou, acabou, né? A gente continua usando em Probabilidade. Mas o assunto de Combinatória... Pronto, encerrei aí, nessa atividade e a gente foi para Probabilidade. E aí, Probabilidade, a gente retoma, né? O assunto. Vez ou outra, retoma. Nas questões de Probabilidade, a gente utiliza a Combinatória.

Pesquisadora: Porque tem uma relação. Mas o conteúdo em si mesmo encerrou aí. Encerrou nesta atividade?

Professora: Terminou nesta atividade.

Também perguntamos à professora sobre sua percepção a respeito dos alunos em relação ao jogo, nas duas versões: analógica e digital.

Pesquisadora: Qual sua percepção observando os alunos jogando a versão digital e a versão adaptada feita por você, falo no sentido do que você percebeu, se eles gostaram ou ficaram dispersos, se gostaram mais do jogo digital ou da versão adaptada?

Professora: Durante o jogo digital notei eles menos entusiasmados. Acho que seria pelo fato do jogo ser diferente daqueles que normalmente jogam no celular. A dinâmica do jogo físico foi melhor, a forma como ele foi proposto (competição entre duplas) também ajudou a participação. No jogo físico, eles realmente refletiam sobre as opções, já no digital, nem sempre. Apenas escolhiam aleatoriamente as cores e estavam para ver se estava correto. Com certeza eles gostaram mais do jogo físico. Eu também! Outra coisa foi o espaço, eles gostam de sair da sala, se fosse com o jogo no celular eles iriam ficar bem dispersos, num espaço maior, certamente iriam usar o celular de outra forma. Os que gostaram, gostaram muito. Teve alguns alunos que gostaram mais. E os que não gostaram é porque não conseguiram entender, porque têm mais dificuldade. Mas, não foram muitos, foram poucos. Tem alguns que realmente ficavam com dificuldade. Até nas regras do jogo mesmo. Natural, né?

Em relação a experiência de trabalhar como jogo da senha em Análise Combinatória, principalmente em sua sequência didática, perguntamos qual foi o seu *feedback*.

Pesquisadora: Qual o seu feedback em relação a utilização do Jogo da Senha na sua sequência didática ? Gostaria que você me contasse sobre essa experiência.

Professora: Realmente gostei de utilizar o jogo na minha sequência didática, a princípio fiquei um pouco insegura, queria conhecer melhor o jogo antes de utilizá-lo nas aulas. Mas no fim percebi que ajudou, tanto na construção de exemplos, como no estímulo ao pensamento combinatório.

Por fim, perguntamos sobre se ela utilizaria novamente o jogo em outras aulas.

Pesquisadora: Esse jogo é um recurso que você pensa em usar ainda?

Professora: Eu gostei. Eu penso em usar, sim. Gostei. E agora melhor, porque antes eu não tinha contato com o jogo. Então, assim, tudo que é novidade eu analiso. Aí, me apresentaram o jogo e eu fui analisar, ou seja, tomar segurança para jogar um jogo digital.

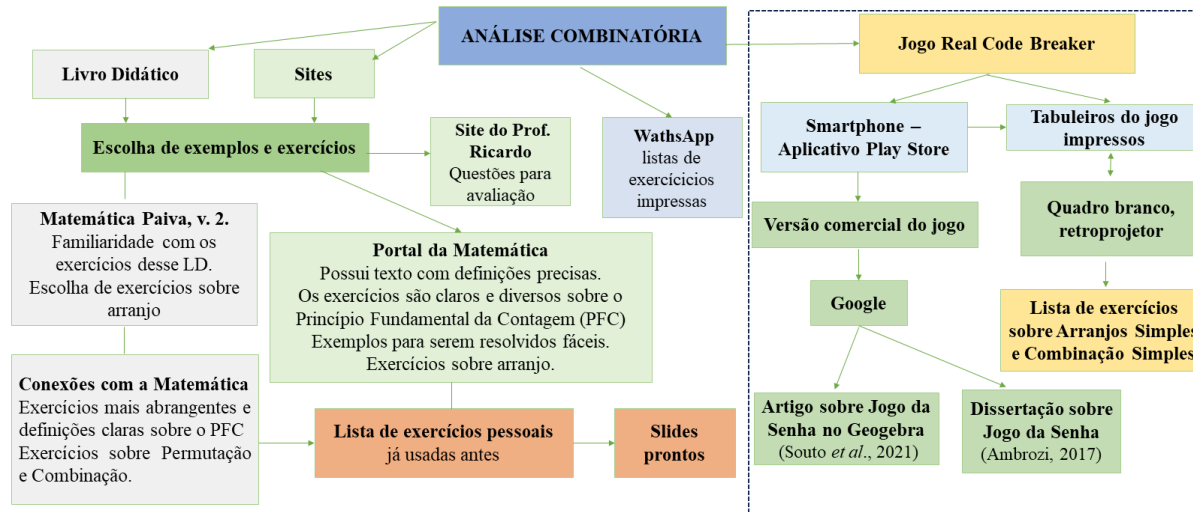
De acordo com Brassat (2017, p.19) uma decisão do professor é “um ato pelo qual o professor opta por uma solução a partir de um conjunto de escolhas à sua disposição; este professor está ciente ou não dessas escolhas”. Ao final de nossas análises sobre as decisões da professora, especificamente sobre o uso do Jogo da Senha, apresentamos a seguir, no tópico

4.2.4.1, um panorama de como o jogo se integrou a outros recursos utilizados para a professora no ensino deste tema e os fatores decisoriais identificados nos níveis +1, 0, -1 e a correlação com os níveis de codeterminação didática superiores (nível +3) e o planejamento global do tema (nível +2).

4.2.4.1 Síntese das decisões didáticas da professora sobre o planejamento e uso do jogo Real Code Breaker

A partir do diário de bordo e das observações de classe podemos elaborar o Mapeamento Inferido sobre o Sistema de Recursos (MISR) (Figura 34) da professora acerca, especificamente, do ensino de Análise Combinatória desenvolvido nas aulas para os estudantes do 2º ano do EM. E, especialmente, situar o Jogo Real Code Breaker neste sistema. De acordo com Rocha (2021, p. 43), esse sistema não é “apenas uma lista de recursos, pois os recursos possuem vínculos e estão relacionados. É importante enfatizar que só podemos acessar uma parte desse sistema, pois ele é dinâmico e vivo estando em constante evolução”.

Figura 34 - Mapeamento Inferido do Sistema de Recursos sobre Análise Combinatória



Fonte: Autoria própria (2023).

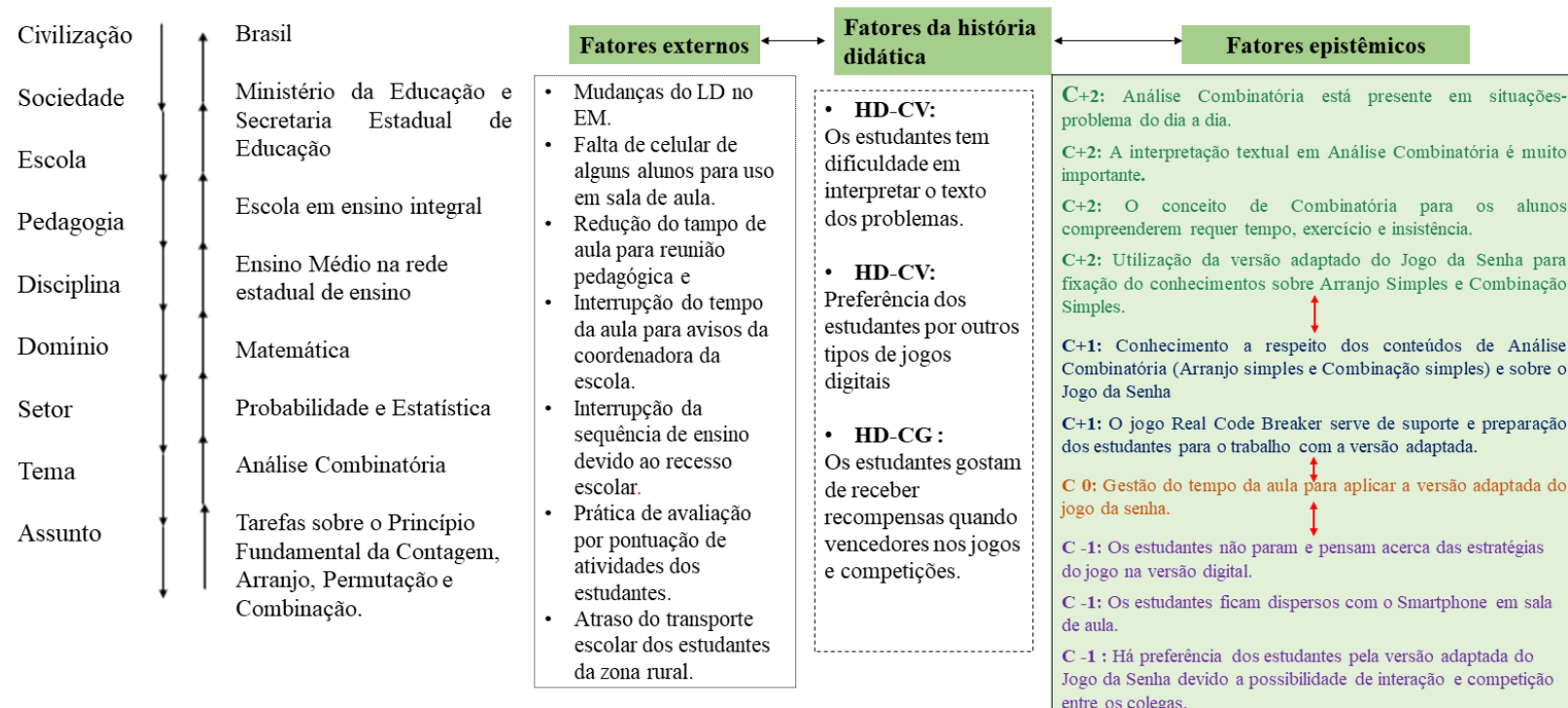
Compreende-se que alguns aspectos do sistema de recursos (Figura 34) permite compreender melhor algumas características do trabalho documental dos professores e da sua atividade em sala de aula, em relação à Análise Combinatória. Bem podemos perceber, as diferenças entre o Mapeamento Reflexivo, apresentado em relação ao nível +3 (Figura 9, tópico 4.2.1), no qual foi marcado, por exemplo: SSA, ENEM, SAEB, SAEPE e como, foi melhor especificado os motivos para a escolha dos LD (das coleções: Matemática Paiva e

Conexões com a Matemática), Bem como, dos sites “Portal da Matemática⁸” e “Prof. Ricardo” para a elaboração dos exemplos e exercícios (n+2, n+1). Quanto ao Real Code Breaker, vale destacar, como a professora, buscou se informar sobre pesquisas acerca deste jogo e investiu tempo e dedicação em elaborar uma lista de exercícios diante de toda a sua apropriação deste recurso. Tal fato nos remete ao trabalho docente “fora da sala de aula” (identificado por trabalho documental na ADD) e o quanto são necessárias pesquisas sobre isto para melhor entender as suas decisões didáticas “dentro de sala de aula”.

Diante dos fatores decisoriais analisados durante o acompanhamento do trabalho da professora, ilustramos na Figura 35, uma síntese do que identificamos do planejamento à execução do jogo em sala de aula (níveis +2,+1,0 e -1) correlacionados aos conhecimentos (C+2, C+1, C0 e C-1). Tendo em vista os achados da pesquisa em torno das questões: Que fatores influenciam as decisões didáticas de uma professora na inserção do Jogo da Senha digital no planejamento do ensino de Análise Combinatória? Que fatores influenciam as decisões didáticas de uma professora na aplicação do Jogo da Senha digital em sala de aula?

⁸ Para saber mais: <https://portaldaoemep.impa.br/>.

Figura 35 - Fatores de influência nas decisões didáticas da professora no ensino de Análise Combinatória e uso do jogo Real Code Breaker



Fonte: Autoria própria (2023).

Os dados apresentados na Figura 35, demonstram que vários fatores externos impactam o ensino de Matemática, em particular de Análise Combinatória, na instituição de atuação da professora que se expressaram em certas condições e restrições ao uso do Jogo Real Code Breaker, como redução do tempo das aulas por questões administrativas e a sua preocupação em não interromper suas aulas sobre o tema em virtude da aplicação do jogo.

No cenário dos fatores da História Didática foi marcante a falta de prática da professora e dos estudantes no uso de jogos digitais com finalidades didáticas. E, a constante proposição de listas de exercícios para os alunos exercitarem a resolução de problemas.

Do ponto de vista epistêmico ressaltamos, sobretudo, o lugar do jogo Real Code Breaker no cenário das decisões da professora. Temos a impressão que por ser a primeira vez que ela estava usando o jogo na versão digital, sua insegurança inicial deu lugar à curiosidade de melhor conhecer sobre este e de certa forma serviu como uma “testagem” deste recurso em sala de aula. Uma forma de antecipação para o uso do jogo adaptado por ela. Desde da fase da pesquisa no nível +3, a professora tinha revelado que não costuma utilizar jogos em suas aulas, no planejamento (nível +2), ela se demonstrou mais suscetível a utilizar o jogo na versão analógica e durante a fase do plano de aula (nível +1) isto acabou em fazer do jogo digital, um tipo de pretexto, para aprofundar posteriormente, por via do jogo adaptado por ela, exercícios de fixação dos conteúdos de arranjos simples e combinação simples (nível 0).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo analisar as decisões didáticas de uma professora no planejamento e na utilização do jogo da senha digital (Real Code Breaker) para o ensino de Análise Combinatória em uma turma do 2º ano do Ensino Médio.

Consideramos que o trabalho com as TDICs é um desafio contemporâneo e que se faz necessária a reflexão sobre o papel do professor na construção da melhoria do ensino de Matemática a partir do uso dessas tecnologias. No cenário do estado da arte, dentro das limitações do que conseguimos mapear (no Capítulo 1), ainda percebemos uma carência de pesquisas sobre o uso de TDICs e especialmente sobre uso de jogos digitais para o ensino de Análise Combinatória.

Embora já tivéssemos desenvolvido pesquisas envolvendo o Real Code Breaker, como destacamos, nas motivações iniciais (no Capítulo 1), inicialmente, como primeira etapa da pesquisa, sentimos a necessidade de atualizarmos as informações sobre este jogo, devido ao avanço constante das TDICs. Assim como, discutir contribuições acerca de sua relação com a Análise Combinatória. Para isso, realizamos um mapeamento e análise de tipos do jogo da senha digital e possíveis explorações didáticas deles para o estudo de Análise Combinatória no Ensino Médio. A partir disso escolhemos a versão digital mais apropriada a ser utilizada pela professora, o jogo Real Code Breaker.

Em relação aos resultados da primeira etapa, por exemplo, destacamos as diferenças das versões digitais do jogo em relação a possibilidade de ter ou não cores repetidas na formação da senha e as semelhanças em relação às informações sobre os pinos de dicas que as diversas versões possuem em relação às regras apresentadas na versão do jogo da senha tradicional. Além disso, identificamos que todas as versões do Jogo da Senha possibilitam trabalhar o desenvolvimento do raciocínio combinatório, no entanto, há versões que viabilizam explorar Arranjo com repetição e Combinação com repetição e isso só é possível, visto que, nesses jogos no código secreto há a possibilidade de conter cores repetidas.

Dentre de nossas expectativas para o uso do jogo Real Code Breaker, compreendemos que poderia haver por parte da professora, a exploração dos conceitos estruturantes do campo da Combinatória, como: agrupamento, condições para agrupar, contagem, ordem e natureza, principalmente esses dois últimos, tendo em vista que eles são fundamentais para compreender e diferenciar as técnicas de contagem da Análise Combinatória. Ademais, a exploração dos conteúdos de Arranjo com repetição, Combinação com repetição e

Permutação com repetição através dele, visto que, conforme os resultados da primeira etapa dessa pesquisa isso seria possível. No entanto, isso não aconteceu pois ela explorou apenas Arranjo Simples e Combinação Simples.

Em uma segunda etapa buscamos analisar as decisões didáticas em relação ao uso do jogo. A princípio, pensamos em realizar a pesquisa com duas professoras ou com uma professora em duas turmas, o que não foi possível ocorrer devido ao tempo de acompanhamento necessário para isto. Haja vista, a Metodologia de Investigação Reflexiva que adotamos na pesquisa voltada para o acompanhamento do trabalho documental da professora, dentre outros princípios desta metodologia, por um período significativo de tempo e por uma ampla coleta de informações em torno da relação da professora com os recursos (selecionados, adaptados, modificados, utilizados) para o ensino de Matemática e em particular, para o ensino de Análise Combinatória.

Através dos resultados obtidos, observamos os fatores decisoriais que mais influenciaram as decisões didáticas tomadas por ela em seus diferentes níveis de atividade (Nível +2, +1, 0), sendo possível observar a presença dos três tipos de fatores decisoriais: os fatores *externos*, os fatores *epistêmicos* e os fatores *história didática*. No entanto, os dois últimos fatores foram mais evidentes, a respeito deste último, em específico a *História inter-aluno de uma classe visada* foi marcante nas decisões didáticas que ela tomou em relação a sequência didática de Análise Combinatória e a forma que optou por trazer o jogo da senha-Real Code Breaker. A adaptação que ela realizou do jogo, pode ser relacionada à história compartilhada com seus alunos da turma em tela, sobretudo pelo que ele observou (nível -1) da interação dos alunos com a versão digital do jogo. Por ela, considerada insatisfatória para chegar ao ponto de discutir questões sobre o conteúdo.

Como fator externo de *restrição genérica*, houve uma preocupação por parte dela de inserir o jogo na sequência de ensino de forma que não prejudicasse, mas sim, complementasse o andamento dos conteúdos “cobrados” pela equipe pedagógica da escola e pelas orientações curriculares de Pernambuco. De nossa parte, isto também foi um cuidado nosso, no sentido de deixar a professora à vontade para que ela pudesse trabalhar o jogo quando ela achasse que seria o momento mais oportuno.

A escolha da professora por apresentar tanto o jogo Real Code Breaker, como a sua versão adaptada nos revela o seu conhecimento acerca dos usos dos jogos digitais e jogos analógicos, como também as suas adequações para/na sala de aula. Na entrevista sobre o nível+3, foi constatado a falta do hábito dela de utilizar jogos no ensino de Matemática, tendo

em vista que é algo que não costuma fazer parte da sua prática pedagógica. Além disso, percebemos que os fatores externos “tempo e quantidade de aulas” influenciam nessa decisão.

Isto nos leva a refletir sobre o uso das TDICs e em especial, dos jogos digitais, como recursos didáticos em sala de aula e seus impactos no processo de ensino e aprendizagem. Até que ponto eles podem trazer mais benefícios nesse processo, comparado aos jogos analógicos.

Pode-se observar a partir das decisões didáticas tomadas pela professora, em relação ao modelo de níveis da atividade do professor, a interação ou variação entre esses. Haja vista que foi evidente a tomada de decisões sobre o uso do jogo durante a situação didática (nível 0) que refletiu no planejamento da sequência de ensino (nível +2). Como também a partir de observações dos estudantes (nível -1) ocorreram mudanças tanto na situação didática (nível 0), quanto no planejamento das aulas (nível +1).

No Modelo dos Fatores Decisionais, a Teoria Antropológica do Didático e os níveis de codeterminação do didático é um dos quadros teóricos que o constitui. Sentimos que em nosso trabalho, sobretudo, analisamos os níveis de codeterminação superiores (Sociedade, Escola, Pedagogia) ligados aos fatores externos relativos ao nível noosférico (nível +3). Cremos que uma análise em relação aos níveis inferiores de codeterminação com foco na análise praxeológica dos tipos de tarefas e técnicas, empregadas pela professora, nos daria uma ótima visão de suas decisões didáticas sobre o ensino de Análise Combinatória. Contudo, buscamos nos restringir, sobretudo, no trabalho dela em relação ao planejamento e execução do jogo em sala de aula.

Embora, por meio da entrevista final sobre as impressões da professora acerca do trabalho com o jogo, tenhamos identificado elementos marcantes de suas decisões didáticas, apontamos como limitação metodológica o fato de não termos realizado a entrevista de autoconfrontação, comumente utilizada na Metodologia de Investigação Reflexiva. Por consequência, não foi possível apresentar a ela, as imagens de sua própria atividade, para sua interpretação sobre o seu trabalho na situação didática (nível 0) e sobre as observações da atividade dos estudantes (-1). O que recomendamos em outras investigações para uma análise mais aprofundada para o estudo de microdecisões, sobretudo, naquelas que também tomem os estudantes como protagonistas da pesquisa.

Ademais, para futuras investigações sobre as decisões didáticas envolvendo jogos digitais, em especial o jogo Real Code Breaker, consideramos algumas possibilidades como: no âmbito da Abordagem Documental do Didático, um olhar sobre os os processos de

transformação de recursos, durante a sua apropriação por professores (instrumentalização) e desenvolvimento profissional docente induzido por trabalhar esses recursos (instrumentação) (Gueudet; Trouche, 2009). No âmbito do Modelo de Fatores Decisionais, uma análise sobre as decisões didáticas de dois professores acerca da utilização do mesmo jogo, a fim de ter uma visão mais ampla de seu uso pelos professores no ensino de Análise Combinatória; ou mesmo, uma análise das decisões didáticas de um professor em turmas diferentes. Também é possível aprofundar as diferenças entre os usos dos professores de jogos na versão analógica e digital; focar no impacto da utilização do jogo Real Code Breaker na aprendizagem da Análise Combinatória, tendo os estudantes como os principais participantes da pesquisa.

De modo geral, esperamos que o quadro teórico-metodológico e os resultados obtidos em nosso trabalho, contribua para futuras pesquisas sobre a utilização de jogos (digitais e/ou analógicos) no ensino de Matemática e especialmente, de Análise Combinatória.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. B.L. *et al.* O uso de Jogos Digitais e Gamificação no ensino de Matemática durante a pandemia da Covid-19. *In: Workshop de Informática na Escola*, 28, 2022, Manaus. **Anais Eletrônicos**. Manaus: 2022. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/366486238_O_uso_de_Jogos_Digitais_e_Gamificacao_no_ensino_de_Matematica_durante_a_pandemia_da_Covid-19/references. Acesso em: 02 jan. 2023.
- ALMEIDA, M.L.B. **Organizador Prévio como estratégia para despertar a predisposição para Aprendizagem Significativa de Combinatória:** uma sequência didática gamificada com o uso de jogos digitais. 2020. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Matemática) – Centro Universitário da Vitória de Santo Antão, Vitória de Santo Antão, 2020.
- ALMEIDA, M.L.B.; ESPINDOLA, E.B.M. Mapeamento de teses e dissertações sobre o Jogo da Senha para o estudo de Análise Combinatória no Ensino Médio. *In: Encontro de Matemática do IFPE campus Pesqueira*. 3, 2022, Pesqueira. **Anais Eletrônicos**. Pesqueira: 2022. Disponível em: <https://sites.google.com/pesqueira.ifpe.edu.br/anaisemip/edi%C3%A7%C3%B5es-anteriores/anais-do-emip-2022-vol-2-2022?authuser=0>. Acesso em: 20 nov. 2023.
- AMBROZI, L. **Jogos em uma sequência didática para o ensino de análise combinatória**. 2018. 162 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2017.
- ANDRADE, M. M. **Introdução à metodologia do trabalho científico**. 9 ed. São Paulo: Atlas, 2009.
- ANDRÉ, M. **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional**. 3. ed. Brasília: Liber Livros, 2008.
- AZEVEDO, J.; COSTA, D. M. E.; BORBA, R. E. S. R. O impacto do software Árvor no raciocínio combinatório. *In: Conferência Interamericana de Educação Matemática*. 8, 2011, Recife. **Anais Eletrônicos**. Recife: 2011. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/626/902. Acesso em: 15 jun. 2023.
- BALL, D. L., *et al.* (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59 n.5, 389-407.
- BARBOSA, P. V. S. et al. O ensino de Análise Combinatória através do jogo da senha. *In: Congresso Nacional de Educação*, 8, 2022, Alagoas. **Anais Eletrônicos**. Alagoas: 2022. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2022/TRABALHO_COMPLETO_EV174_MD4_ID8786_TB3362_01122022121651.pdf. Acesso em: 20 dez. 2023.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Trad. Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2011.

BASTOS, A. C.; LOPES, J. R.; VICTER, E. F. Reflexões acerca do ensino da Análise Combinatória no Ensino Médio. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 3, p. 330-344, 2020. DOI: <https://doi.org/10.26843/rencima.v11i3.2491>. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2491>. Acesso em: 18 set. 2022.

BAUMGARTEL, P. O uso de jogos como metodologia de ensino da Matemática. *In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*, 20, 2016, Cuiabá. **Anais Eletrônicos**. Curitiba: 2016. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd2_priscila_baumgartel.pdf. Acesso em: 5 mai. 2022.

BELLEMAIN, F.; TROUCHE, L. Compreender o trabalho do professor com os recursos de seu ensino, um questionamento didático e informático. **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, Aracajú, v. 9, n. 1, p. 105-144, 2019. Disponível em: https://aplicacoes.ifs.edu.br/periodicos/index.php/caminhos_da_educacao_matematica/article/download/300/205. Acesso em: 20 jan. 2023.

BENÍTEZ, P. A.; BRAÑAS, J. R. F.. **Introducción a la matemática aplicada:(matemática discreta)**. Canarias: Litografía A. Romero S. A., 2001.

BESNIER, S. **Le travail documentaire des professeurs à l'épreuve des ressources technologiques**: le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle. 489f, 2016, Education. Université de Bretagne Occidentale - Brest, 2016.

BESSOT, A. Les décisions didactiques de l'enseignant: un modèle pour tenter de les comprendre. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 01-20, 2019. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/45577>. Acesso em: 18 ago. 2022.

BESSOT, A.et al. Décisions didactiques prises par des enseignants de sciences dans la conception de séquences d'enseignement. *In: MATHERON, Y. et al. (Dir.). Problèmes du rapport scolaire et social aux mathématiques*: identification des causes et propositions de solutions.Lyon: l'IFE, 2013. p. 4-5.

BONNAT, C. et al. Proposition d'un modèle pour la compréhension des décisions didactiques d'un enseignant. **Éducation et didactique**, v. 14, n. 3, p. 69-90, 2020. Disponível em: <https://journals.openedition.org/educationdidactique/7793>. Acesso em: 20 jun. 2023.

BORBA, E. S. R.; ROCHA, C. A.; AZEVEDO, J. Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 29, p. 1348-1368, 2015. DOI:<https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a27>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/d78Jmtspzcc9jzGzmBSc4rg/>. Acesso em: 20 out. 2023.

BORBA, R.; ROCHA, C.; MARTINS, G.; LIMA, R. O que dizem estudos recentes sobre o raciocínio combinatório. *In: Encontro Gaúcho de Educação Matemática*, 10. 02-05 jun. 2009, Ijuí. **Anais Eletrônicos**. Ijuí: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional Rio Grande do Sul, 2009.Disponível em: https://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_8.pdf. Acesso

em: 06 jan. 2024.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BRASILEIRO, A. A autoconfrontação simples aplicada à formação de docentes em situação de trabalho. **SCRIPTA**, Belo Horizonte, v. 15, n. 28, p. 205-224, 1º sem. 2011. Disponível em: <<http://periodicos.pucminas.br/index.php/scripta/article/view/4316>>. Acesso em: 12 out. 2015.

BRITO, A. L. S. **Lev up: uma proposta de processo gamificado para educação**. 2017. 135 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Software) - Instituto Metrôpole Digital, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2017.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008

BROUSSEAU, G. **Théorie des situations didactiques**, Grenoble: La Pensée Sauvage - Éditions, coll. Recherches en Didactique des Mathématiques, 1998.

BUSARELLO, R. I. **Gamification**: princípios e estratégias. São Paulo: Pimenta Cultural, 2016.

CAMPOS, C. E.; IGLIORI, S. B. C. Teses e dissertações sobre o ensino e a aprendizagem da combinatória: perspectivas investigativas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 16, p. 01-20, jan./dez., 2021. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2021.e79022>. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/79022>. Acesso em: 5 mai. 2023.

COSTA, J. O. **Guia de ensino para Análise Combinatória a partir dos livros didáticos, ENEM e BNCC**. 2021. 103f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2021.

CHAACHOUA, H; BESSOT, A. **Proposition d'un modèle pour la compréhension des décisions didactiques d'un enseignant**. Education & didactique, p. 69-90, 2020. Disponível em <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.7793> Acesso em: 08 jul. 2023.

CHEVALLARD, Y. Organiser l'étude. Cours 3 - Structures & Fonctions. **Actes de la XIème Ecole d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble, La Pensée Sauvage, 2002.

ESPÍNDOLA, E.B.M.; TRGALOVÁ, J. trabalho documental e decisões didáticas do professor de matemática: um estudo de caso. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**, Recife, v. 6, n. 3, p. 1-25, 2015. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2251>>. Acesso em: 18 ago. 2022.

FIALHO, F. A. P. *et al.* Aprendizagem baseada em jogos digitais: a contribuição dos jogos epistêmicos na geração de novos conhecimentos. **Revista de Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v.14, n. 1, 2016. DOI: <https://doi.org/10.22456/1679-1916.67323>. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/67323/38417>. Acesso em: 20 mai. 2022.

GAMA, Y. M. S. O uso de entrevistas de autoconfrontação na pesquisa sobre alfabetização: refletindo sobre a gênese das práticas cotidianas. 38º reunião nacional ANPED. 2017, São Luiz. Disponível em: http://38reuniao.anped.org.br/programacao/2?field_prog_gt_target_id_entityreference_filter=13 . Acesso em 20 fev. 2023.

GONÇALVES, A. R. **Raciocínio Combinatório**: Uma proposta de aula para o 6º ano do Ensino Fundamental utilizando o Jogo da Senha. 2017. 48 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro , Rio de Janeiro, 2017.

GUEUDET, G. ; TROUCHE, L. Vers de nouveaux systèmes de documentation pour les professeurs de mathématiques ?. **Éducatif Études en Mathématiques**, v.71,n.3, p. 199-218, p. 2009.

GUEUDET, G.; TROUCHE, L. Genèses communautaire, genèses documentaires: histoire en miroir. In: GUEUDET, G.; TROUCHE, L. **Ressources vives**: le travail documentaire des professeurs en mathématiques. Rennes: Presses Universitaires de Rennes, 2010, p. 129-145.

HAMARI, J. **Gamification**, chapter Gamification, p.1–3. The Blackwell Encyclopedia of Sociology, 2019.

HAZZAN, S. **Fundamentos de Matemática elementar, 5**: Combinatória, probabilidade. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

HOMA, A. I. R.; GROENWALD, C. L. O. Jogos didáticos e tecnologias digitais: uma integração possível no planejamento didático do professor de Matemática. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 9, n. 3, p. 30–45, 2020. DOI: 10.23925/2237-9657.2020.v9i3p030-045. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/49624>. Acesso em: 20 jun. 2022

HUIZINGA, J. **Homo Ludens**: o jogo como elemento da cultura. Traduzido por João Paulo Monteiro. 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 2000.

IGNÁCIO, R. S. **Criação de capítulo de livro didático digital no estágio curricular supervisionado**: uma análise da documentação na formação inicial do professor de matemática. 2018. 171f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, 2018.

KASHIMOTO, L. K; OLIVEIRA, G. R. O Ensino de Análise Combinatória como referências curriculares para saberes docentes. **Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, São Paulo, v.1, p. 1-13, 2015. Disponível em: DOI: <https://doi.org/10.31417/educitec.v1i01.13>. <https://sistemascmc.ifam.edu.br/educitec/index.php/educitec/article/view/13>. Acesso em: 10 Jun. 2022.

KRIPTA, R.; SCHELER, M; BENOTTO, D. **Pesquisa Documental**: considerações sobre conceitos e características na Pesquisa Qualitativa. Atas, v.2, p. 1-5. 2015.

KOIVISTO, J.; HAMARI, J. The rise of motivational information systems: A review of gamification research. *International Journal of Information Management*. **International Journal of Information Management**, v. 45, p.191–210, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijinfomgt.2018.10.013>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0268401217305169>. Acesso em: 25 jun. 2023.

LEITE, B. S. elaboração do jogo memoráveis nobéis da química para o ensino de química utilizando o MIT App Inventor. **Revista de Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 18, n. 1, 2020. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/105964/57823>. Acesso em: 20 jun. 2022.

LIMA, E. T; BORBA, R. E. S. R. Combinatória, Probabilidade e suas relações em livros didáticos de Matemática dos Anos Finais. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 13, 2019, Cuiabá. **Anais Eletrônicos**. Cuiabá: 2019. Disponível em: <https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/view/352/616>. Acesso em: 01 jul. 2022.

LIMA, I. Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de sequências didáticas. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.13, n.2, p.359-385, 2011. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/6347/4984>. Acesso em: 24 fev. 2023.

LIMA, I. Uma sequência didática: escolhas e decisões de um professor de matemática. **Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación**, Bogotá, v. 2, n. especial, p.22-37, 2011. Disponível em: <https://revistas.uniandes.edu.co/index.php/vys/article/view/7731>. Acesso em: 24 fev. 2023.

LOPES, C.; RODRIGUES, K.; DE CHIARO RIBEIRO RODRIGUES, S. Jogos cooperativos e argumentação: potencialidades para a promoção do pensamento crítico e reflexivo no ensino de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 3, p. 244-263, Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2293>. Acesso em: 5 mai. 2022.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E. D. A. **Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MANZINI, E.J. **Considerações sobre a elaboração de roteiro para entrevista semi-estruturada**. *In: MARQUEZINE: M. C.; ALMEIDA, M. A.; OMOTE; S. (Orgs.) Colóquios sobre pesquisa em Educação Especial*. Londrina:eduel, 2003. p.11-25.

MARGOLINAS, C. La situation du professeur et les connaissances en jeu au cours de l'activité mathématique en classe. *In: SIMMT, E.; DAVIS, B. (ed.). Actes 2004 de la rencontre annuelle du groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques*. Edmonton: CMESG/GCEDM, 2005. p.1-12. Disponível em: halshs-00430020. Acesso em 08 jan. 2024.

MARGOLINAS, C. **Le point de vue de l'élève et du professeur**. Essai de développement de la théorie des situations. Mémoire (Habilitation à diriger les recherches en Sciences de l'Éducation) - Université de Provence, Aix-Marseille, 2004.

MARGOLINAS, C. Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. *In: DORIER, J.-L. et al. (Eds.) Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques*. p. 141-156. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/49298478.pdf>. Acesso em: 08 jan.2024.

MARGOLINAS, C. **De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1993.

MARGOLINAS, C.; WOZNIAK, F. Rôle de la documentation scolaire dans la situation du professeur: le cas de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *In: GUEUDET, G.; TROUCHE, L. (Eds.) Ressources vives: le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes: Presses Universitaires de Rennes, 2010. p.223- 269.

MARTARELLI, L. C. T. *et al.* O jogo da senha no GeoGebra e suas atividades exploratórias em combinatória. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 040-059, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/53710/38627>. Acesso em: 20 set. 2022.

MARTINS, J. C. D. **A gamificação na perspectiva de ensino híbrido e sua relação com a aprendizagem significativa no ensino superior**. 2018. 140 f. Dissertação (Mestrado em Educação) -Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2018.

MATOS FILHO, M.; PESSOA, C. Livro Didático: como estão abordando os problemas de raciocínio combinatório no Ensino Fundamental? *In: Encontro Pernambucano de Educação Matemática*, 6, 2006, Caruaru. **Anais Eletrônicos**. Caruaru, 2006.

MCGONIGAL, J. **A realidade em jogo: porque os games nos tornam melhores e como eles podem mudar o mundo**. Rio de Janeiro: BestSeller, 2012.

MELLO, H. P. M. **Desmistificando o ensino da Análise Combinatória**. 2017. 64 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2017.

MERAYO, F. G. **Matemática discreta**. 3. ed., Madrid: Ediciones Paraninfo, 2015.

MINAYO, M.C.S. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 34. ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 2015.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological Pedagogical Content Knowledge: A new framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, 108(6), 1017-1054, 2006.

MOREIRA, F. M. B.; MAGINA, S. M. P. A Análise Combinatória na formação de professores: um estudo diagnóstico. *In: Congresso Iberoamericano de Educação Matemática*, 7, 2013, Motevideo. **Anais Eletrônicos**. Montevideo, 2013. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/17606/1/Barbosa2013A.pdf>. Acesso em: 12 Jul. 2022.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

MORGADO, A. C. O. *et al.* **Análise Combinatória e Probabilidade**. 9. ed. Rio de Janeiro: Coleção do Professor de Matemática – SBM, 2006.

OLIVEIRA, A. L. C. *et al.* O jogo kalah: uma investigação para a construção do raciocínio lógico matemático. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 13, 2019, Cuiabá. **Anais Eletrônicos**. Cuiabá: 2019. Disponível em: <https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/view/352/616>. Acesso em: 12 mai. 2022.

PAULA, B.; VALENTE, J. Jogos digitais e educação: uma possibilidade de mudança da abordagem pedagógica no ensino formal. **Revista Iberoamericana de Educación**, v.70, n.1, p. 9-28, 2016. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/333516674_Jogos_digitais_e_educacao_uma_possibilidade_de_mudanca_da_abordagem_pedagogica_no_ensino_formal. Acesso em: 15 jun. 2022.

PEREZ, G.; COSTA, G. L. M.; VIEL, S. R. **Desenvolvimento Profissional e Prática Reflexiva**, Boletim de Educação Matemática (BOLEMA). Rio Claro, v. 15, n. 17, pp. 59-70, 2002.

PERNAMBUCO. **Currículo de Pernambuco: Ensino Médio**. Recife: Secretaria de Educação e Esportes, Recife. 2021. Disponível em: https://portal.educacao.pe.gov.br/wp-content/uploads/2023/11/CURRICULO_DE_PERNAMBUCO_DO_ENSINO-MEDIO-2021_Final.pdf. Acesso em: 10 dez. 2023.

PESSOA, C. A. S.; BORBA, R. E. S. R. O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, v.1, n.1, p.1-22, 2010. Disponível em: <https://funes.uniandes.edu.co/31781/>. Acesso em: 20 out. 2023.

PRENSKY, M. **Aprendizagem baseada em jogos digitais**. São Paulo: Senac, 2012.

RAMOS, D. K. *et al.* Jogos digitais, habilidades cognitivas e motivação: percepção das crianças no contexto escolar. *In: SBGames*, 17, 2018, Foz do Iguaçu. **Anais Eletrônicos**. Foz do Iguaçu: 2018. Disponível em: <http://www.sbgames.org/sbgames2018/files/papers/EducacaoFull/188319.pdf>. Acesso em: 15 mai.2022.

ROCHA, K. O aporte do conceito de trajetória documental para análise do desenvolvimento profissional de professores de matemática. *In: IGLIORI, S. (Org). Compreender o Trabalho dos Professores Brasileiros do Ensino Básico: Uma abordagem pelos Recursos*. São Paulo: Blucher, p. 41 -64, 2021.

RUFINO, M. A. S. **Aprendizagem Significativa na Resolução de Problemas de Matemática: o Arsenal Operatório Cognitivo dos Professores do Ensino Básico**. 2015. 307 f. Tese (Programa Internacional de Doctorado Enseñanza de las Ciencias) – Departamento de Didácticas Específicas. Universidad de Burgos - Espanha

SÁ-SILVA, J. R.; ALMEIDA, C. D.; GUINDANI, J. F. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História & Ciências Sociais**, São Leopoldo, v.1, n.1,

p.1-15, 2009. Disponível em: <https://periodicos.furg.br/rbhcs/article/view/10351/pdf>. Acesso em: 25 ago. 2023.

SADALLA, A. M.; LAROCCA, P. Autoscopia: um procedimento de pesquisa e de formação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 419-433, 2004.

SANDOVAL, I.; TRIGUEIROS, M.; LOZANO, D. Uso de un interactivo para el aprendizaje de algunas ideas sobre combinatoria en primaria. *In*: Comitê Interamericano de Educação Matemática, 12, 2007. **Anais**. Querétaro, México, 2007.

SANTOS JUNIOR, M. R. **A Análise Combinatória e o jogo Mastemind na forma de aplicativo como recurso didático**. 2020. 40 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2020.

SANTOS, J. P.; MELLO, M. P.; MURARI, I.T. C. **Introdução à Análise Combinatória**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

SANTOS, M. C. F. S.; SANTOS, T. E.; ALBUQUERQUE, E. S. C. Sem mais nem menos on-line: jogo senha - explorando o raciocínio lógico nas jogadas. *In*: Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, 14, 2022. **Anais Eletrônicos**. Brasília, On-line: 2022. Disponível em:
<<https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/483567-SEM-MAIS-NEM-MENOS-ON-LINE--JOGO-SENHA---EXPLORANDO-O-RACIOCINIO-LOGICO-NAS-JOGADAS>>. Acesso em: 28 fev. 2023.

SHULMAN, L. S. **Knowledge and teaching: foundations of a new reform**. Harvard Educational Review, Cambridge, HGSE Publishing, p. 1-22, 1987.

SILVA, E. C. A. **O jogo senha e o princípio fundamental da contagem: uma aplicação no Ensino Médio**. 2018. 73 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2018.

SILVA, J. R. **Uso de textos de apoio como organizador previo: matemáticas para la enseñanza fundamental y media**. 2009. 398 f. Tese (Doctorado Educación em Ciencias) - Universidad de Burgos, Burgos, 2009.

SILVA, M. C.; PESSOA, C. A. S. A combinatória: estado da arte em anais de eventos científicos nacionais e internacionais ocorridos no brasil de 2009 a 2013. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.17, n.4, p.670-693, 2015. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/20665/pdf>. Acesso em: 18 mai. 2022.

SILVA, T. P. de S.; MENEZES, M. B. de. Decisões didáticas do professor nas pesquisas acadêmicas: reflexões a partir de estudos desenvolvidos. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 11, n. 25, p. 178–193, 2022. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/5134>. Acesso em: 01 dez. 2022.

SILVA, T. P. S. **Área de figuras planas: decisões didáticas de um professor nas aulas de Matemática**. 2022. 104 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2022.

SILVA, T. R. F. **Decisões didáticas e contrato didático: inter-relações no ensino de um saber algébrico.** Tese (Doutorado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Recife - 2020.

SILVA, R. M. **Residência pedagógica: aproximações e distanciamentos entre as documentações do preceptor e do residente.** 2021. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

SILVA, T. R. F.; BRITO, A. P. A. B.; MENEZES, M. B. Fatores do tipo história didática e suas influências nas decisões didáticas no ensino de expressões algébricas. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, v.22 , p. 200–221, 2021. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6303>. Acesso em: 18 set. 2022

SILVEIRA, A. A.; ANDRADE, S. Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória via exploração, resolução e proposição de problemas no Ensino Médio. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, n. 17, p. 1-29. Disponível em: <https://revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/259>. Acesso em: 15 jun. 2022.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação.** São Paulo: Atlas, 1987.

VARANI, R. **Senha.** 2009. Disponível em: <http://www.autobahn.com.br/brinquedos/senha.html>>. Acesso em: 17 out. 2022.

VAZ DA SILVA, A. S. **Atividades Escolares que envolvem a Análise Combinatória, a partir da expectativa do desenvolvimento da Habilidade de Contagem, segundo a BNCC.** 2020. 101 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São Paulo, São José dos Campos, 2020.

WANG, C. **An investigation of mathematics teachers' documentation expertise and its development in collectives: two contrasting cases in China and France.** 2019. Tese de Doutorado. Université de Lyon. lyon, 2019

LOPES, R. M. Práticas de ensino de Análise Combinatória: um estudo de revisão integrada. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento.** Ano. 08, Ed. 03, Vol. 03, p. 79-93. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/analise-combinatoria>. Acesso em: 20 jun 2023.

SANTOS, C. M. **Possibilidades e Limitações de Micropercursos de Estudo e Pesquisa em Geometria: uma experiência de formação continuada com professores da rede pública.** 2019. 243 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2019.

NEVES, T. G. **Um estudo com uma professora da educação básica e os fatores que interferem na prática de ensinar matemática.** 2022. 200 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2022.

MORGADO, A. C. de O.; CARVALHO, J. B. P.; CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade** com as soluções dos exercícios. 9. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. **Matemática Discreta**. 2. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2015.

TROUCHE, L. *et al.* **A abordagem documental do didático**. Encyclopedia of mathematics education. DAD-Multilingual, 2020, Disponível em: <https://hal.science/hal-02664943v1/document>. Acesso em: 20 dez. 2023.

APÊNDICES

Apêndice A- Roteiro da entrevista semiestruturada: nível +3



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS
MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

Questões relativas ao nível +3

1. Quais são as orientações institucionais para o seu trabalho como professora de Matemática na escola/rede que você atua?
2. Quais recursos você costuma utilizar em suas aulas de Matemática? Por quê?
3. Quais os critérios que você aplica antes de escolher algum recurso para ser utilizado em suas aulas?
4. O que você pensa sobre a utilização de jogos para o ensino e aprendizagem de Matemática? Você costuma usar jogos matemáticos? Quais?
5. A escola incentiva ou coloca restrições para o uso de jogos matemáticos?
6. O que você pensa sobre a utilização das TDICs para o ensino e aprendizagem de Matemática?
7. A escola incentiva ou coloca restrições para o uso das TDICs nas aulas de Matemática?

Apêndice B - Roteiro da entrevista semiestruturada : nível +2



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS
MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

Questões relativas ao ensino de Análise Combinatória

1. Na área da Matemática, como você descreve a relevância da Análise Combinatória?
2. Quais recursos você costuma utilizar no planejamento do ensino de Análise Combinatória? Por quê?
3. Em relação às atividades realizadas sobre Análise Combinatória para os estudantes, quais são os motivos que direciona as escolhas que você faz dos exercícios?
4. Quando e de que forma você planeja iniciar o ensino de Análise Combinatória em suas turmas?
5. Quais são as dificuldades que você encontra nos seus alunos em relação a Análise Combinatória?

Questões sobre o jogo da senha - Nível +2

1. Você conhece o jogo da senha?
2. Você percebe alguma relação desse jogo com a Análise Combinatória?

Questões sobre o jogo da senha -Real Code Breaker - Nível +2

1. Você conhece o jogo da senha digital?
2. Como esse jogo poderia ser usado para o estudo de Análise Combinatória?
3. Em que momento do seu planejamento de ensino sobre Análise Combinatória, você incluiria esse jogo?

Apêndice C- Roteiro da entrevista semiestruturada :Nível +1



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS
MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

ROTEIRO DA ENTREVISTA

3. Questões sobre o jogo da senha - Nível +1

1. Como você planejou a aula para o uso do jogo Real Code Breaker.
2. Onde ocorrerá?
3. Qual o tempo de uso do jogo?
4. Como será a organização da classe?
5. Há outros recursos previstos (quadro, datashow, cadernos, etc.)?

Apêndice D - Roteiro da Entrevista Final: Nível 0 e -1



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS
MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

ROTEIRO DA ENTREVISTA APÓS APLICAÇÃO DO JOGO

1. O que você achou da experimentação do jogo em sala de aula?
2. Quais as dificuldades dos alunos e as suas para usar o jogo?

ROTEIRO DA ENTREVISTA FINAL

3. O que você poderia nos falar sobre a diferença de usar o jogo Real Code Breaker e a versão adaptada do Jogo da Senha?
4. Você pretende usar esse jogo novamente? De que forma?
5. Qual foi o seu objetivo ao trabalhar com o jogo da senha - Real Code Breaker?
6. Por que você optou por fazer uma versão adaptada do jogo da senha, ao invés de utilizar apenas o jogo da senha - Real Code Breaker?

Apêndice E - Acompanhamento da Sequência de Ensino

AULAS		DATAS	TEMAS	ATIVIDADES PROPOSTAS	RECURSOS UTILIZADOS
1ª SEMANA	1ª aula	23.05.23	Princípio Fundamental da contagem - Princípio Multiplicativo.	Introdução dos temas com 3 exemplos de situações-problema resolvidas pela professora. Definição do Princípio Fundamental da contagem.	Quadro branco e piloto
2ª SEMANA	2ª e 3ª aulas	29.05.23	Princípio Fundamental da Contagem -Princípio Multiplicativo	Exemplificação do conteúdo e lista de exercícios	Quadro branco, piloto e lista de exercícios compartilhada via WhatsApp.
3ª SEMANA	4ª e 5ª aulas	05.06.23	Princípio Fundamental da Contagem -Princípio Aditivo. Jogo da senha- Real Code Breaker	Lista de exercícios, explicação do conteúdo. Apresentação do jogo da senha- Real Code Breaker	Quadro branco, piloto, lista de exercícios compartilhada via WhatsApp e Smartphone.
	6ª aula	06.06.23	Jogo da senha- Real Code Breaker	Interação com o jogo da senha - Real Code Breaker	Smartphone
4ª SEMANA	7ª e 8ª aulas	12.06.23	Fatorial	Explicação do conteúdo, lista de exercícios	Quadro branco, piloto, material impresso e Smartphone
	9ª aula	13.06.23	Jogo da senha- Real Code Breaker	Interação com o Jogo da Senha - Real Code Breaker	Smartphone
5ª SEMANA	10ª e 11ª aulas	19.06.23	Arranjo Simples	Explicação do conteúdo e exemplos.	Quadro branco e piloto
	12ª aula	20.06.23	Arranjo Simples	Lista de exercícios.	Quadro branco piloto e material impresso

6ª SEMANA	13ª e 14ª aulas	26.06.23	Princípio Fundamental da Contagem, Fatorial e Arranjo Simples	Aplicação de prova	Material impresso
	15ª aula	27.06.23	Princípio Fundamental da Contagem, Fatorial e Arranjo Simples	Aplicação de AT	Material impresso
7ª SEMANA	16ª aula	03.07.23	Permutação Simples, Permutação com Elementos repetidos	Explicação do conteúdo e resolução da lista de exercícios	Notebook, projetor, Slides e material impresso
	17ª aula	04.07.23	Combinação Simples	Explicação do conteúdo e resolução da lista de exercícios	Notebook, projetor, Slides e material impresso
8ª SEMANA	18ª e 19ª aulas	31.07.23	Combinação Simples e Arranjo Simples	Aplicação do jogo na versão adaptada em papel	Quadro branco, tabuleiros impressos (grandes, médios e pequenos) e hidrocores
	20ª aula	01.08.23	Combinação Simples e Arranjo Simples	Aplicação da lista de exercícios relacionada ao jogo da senha	Material impresso
9ª SEMANA	21ª e 22ª aulas	07.08.23	Combinação Simples e Arranjo Simples	Correção da atividade proposta do jogo	Notebook, projetor, Slides, quadro branco e piloto.

Fonte: Autoria Própria (2023).

ANEXOS

Anexo A- Carta de Anuência



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

CARTA DE ANUÊNCIA

Declaramos para os devidos fins, que aceitaremos (o) a pesquisador (a) (**nome do pesquisador**), a desenvolver o seu projeto de pesquisa (**título do projeto completo**), que está sob a coordenação/orientação do (a) Prof. (a) (**nome do orientador ou coordenador da pesquisa**) cujo objetivo é (**breve objetivo da pesquisa**), no (**nome do setor ou instituição**).

Esta autorização está condicionada ao cumprimento do (a) pesquisador (a) aos requisitos das Resoluções do Conselho Nacional de Saúde e suas complementares, comprometendo-se utilizar os dados pessoais dos participantes da pesquisa, exclusivamente para os fins científicos, mantendo o sigilo e garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades.

Antes de iniciar a coleta de dados o/a pesquisador/a deverá apresentar a esta Instituição o Parecer Consubstanciado devidamente aprovado, emitido por Comitê de Ética em Pesquisa, credenciado ao Sistema CEP/CONEP.

Local, em ____ / ____ / _____.

Nome/assinatura e **carimbo** do responsável onde a pesquisa será realizada

Anexo B- Termo de Consentimento Livre e Esclarecido



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS
MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA MAIORES DE 18 ANOS OU EMANCIPADOS)

Convidamos o (a) Sr. (a) para participar como voluntário (a) da pesquisa (título completo da pesquisa), que está sob a responsabilidade do (a) pesquisador (a) (**nome COMPLETO do pesquisador, com endereço COMPLETO e CEP – Telefone do pesquisador e e-mail para contato do pesquisador responsável** (inclusive ligações a cobrar). Também participam desta pesquisa os pesquisadores: (_____) Telefones para contato: (DDD) _____ e está sob a orientação de: _____ Telefone: (DDD) _____), e-mail (_____).

Todas as suas dúvidas podem ser esclarecidas com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubriche as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável.

Você estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

- Descrição da pesquisa:** justificativa, objetivos, detalhamento dos procedimentos da coleta de dados, forma de acompanhamento (informar a possibilidade de inclusão em grupo controle ou placebo, se for o caso).
- Esclarecimento do período de participação do voluntário na pesquisa, início, término e número de visitas para a pesquisa.** Em caso de pesquisa onde o voluntário está sob qualquer forma de tratamento, assistência, cuidado, ou acompanhamento, explicar procedimentos, intervenções ou tratamentos a que será submetido e quais os métodos alternativos (atualmente empregados no atendimento aos pacientes que não estão em pesquisas).
OBS: Em caso de coleta de material biológico esclarecer com detalhes a quantidade e procedimentos para sua obtenção (Ex.: serão colhidos 20ml de sangue – 1 colher das de sopa – por punção de veia do braço).
- RISCOS diretos para o voluntário** (prejuízo, desconforto, constrangimento, lesões que podem ser provocados pela pesquisa) **informando as formas de amenizar os riscos bem como indenização, ressarcimento de despesas em caso de dano.**
- BENEFÍCIOS diretos e indiretos para os voluntários.**

OBS: Em casos de pesquisas para avaliação de prevalência ou de diagnóstico de doenças, especificar onde será o acompanhamento do paciente após o diagnóstico.

Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre

os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa (gravações, entrevistas, fotos, filmagens, etc), ficarão armazenados em (Ex. pastas de arquivo, computador pessoal), sob a responsabilidade do (pesquisador Orientador), no endereço (acima informado ou colocar o endereço do local), pelo período mínimo 5 anos.

Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extra-judicial. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento de transporte e alimentação), assim como será oferecida assistência integral, imediata e gratuita, pelo tempo que for necessário em caso de danos decorrentes desta pesquisa.

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UFRPE no endereço: Rua Manoel de Medeiros, S/N Dois Irmãos – CEP: 52171-900 Telefone: (81) 3320.6638 / e-mail: cep@ufrpe.br (1º andar do Prédio Central da Reitoria da UFRPE, ao lado da Secretaria Geral dos Conselhos Superiores). Site: www.cep.ufrpe.br.

(assinatura do pesquisador)

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, _____, CPF _____, abaixo assinado pela pessoa por mim designada, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo _____(colocar o nome completo da pesquisa)_____, como voluntário (a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Por solicitação de _____, que é (deficiente visual ou está impossibilitado de assinar), eu _____ assino o presente documento que autoriza a sua participação neste estudo.

Local e data _____

Assinatura do participante/responsável legal

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e o aceite do voluntário em participar. (02 testemunhas não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

Anexo C- Autorização de uso de arquivos/dados de pesquisa



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS
MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

AUTORIZAÇÃO DE USO DE ARQUIVOS/DADOS DE PESQUISA

Declaramos para os devidos fins, que cederemos ao/à pesquisador/a (**nome completo do pesquisador**), o acesso aos arquivos de (**prontuários / de base de dados de pesquisa / etc.**) para serem utilizados na pesquisa: (**nome completo da pesquisa**), que está sob a orientação do/a Prof/a. (**nome do orientador/a**).

Esta autorização está condicionada ao cumprimento do (a) pesquisador (a) aos requisitos das Resoluções do Conselho Nacional de Saúde e suas complementares, comprometendo-se o(a) mesmo(a) a utilizar os dados pessoais dos participantes da pesquisa, exclusivamente para os fins científicos, mantendo o sigilo e garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades.

Antes de iniciar a coleta de dados o/a pesquisador/a deverá apresentar o Parecer Consubstanciado devidamente aprovado, emitido por Comitê de Ética em Pesquisa, credenciado ao Sistema CEP/CONEP.

Nome/assinatura e carimbo do responsável pela Instituição ou pessoa por ele delegada

Anexo D- Termo de compromisso e confidencialidade



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS
MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

TERMO DE COMPROMISSO E CONFIDENCIALIDADE

Título do projeto: Preencher

Pesquisador responsável: Preencher

Instituição/Departamento de origem do pesquisador: Preencher

Telefone para contato: Preencher

E-mail: Preencher

O pesquisador do projeto supramencionado assume o compromisso de:

- Garantir que a pesquisa só será iniciada após a avaliação e aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UFRPE e que os dados coletados serão armazenados pelo período mínimo de 05 anos após o término da pesquisa;
- Preservar o sigilo e a privacidade dos voluntários cujos dados serão estudados e divulgados apenas em eventos ou publicações científicas, de forma anônima, não sendo usadas iniciais ou quaisquer outras indicações que possam identificá-los;
- Garantir o sigilo relativo às propriedades intelectuais e patentes industriais, além do devido respeito à dignidade humana;
- Garantir que os benefícios resultantes do projeto retornem aos participantes da pesquisa, seja em termos de retorno social, acesso aos procedimentos, produtos ou agentes da pesquisa;
- Assegurar que os resultados da pesquisa serão anexados na Plataforma Brasil, sob a forma de Relatório Final da pesquisa;

Recife, de de 20.....

Assinatura Pesquisador Responsável

Anexo E- Diário de Bordo

DIÁRIO DE BORDO						
Data do planejamento	Atividades do professor	Local	Fontes utilizadas	Fontes não utilizadas	Justificativa	Comentários
O dia em que foi realizada a atividade docente.	Todas as atividades que foram realizadas pelo professor	Sala de aula, laboratório, sala dos professores, em casa...	Indicar as fontes que foram utilizadas e se as mesmas foram modificadas.	Indicar quando não forem utilizadas nenhuma fonte.	Explicar por que da (s) escolha (s)	Inserir outras informações que achar pertinente.
22/05/2023	- Plano de aula (Expositiva)	- Sala dos professores	- Livro: Paiva V.2. (Moderna)	- Livro didático	- Familiaridade com o livro	- O livro que os alunos receberam
	- Escalho de exercícios		- Lista de Portal da Matemática		- Texto com depicções gráficas.	- mas contém o conteúdo.
28/05/2023	- Escalho de exemplos p/ serem resolvidos	- Casa	- Portal da Matemática, Livro Paiva		- Facilidade nos exercícios	
23/05/2023	- Produção de lista de exercícios	- Casa	- Lista de Exercícios do Portal da Matemática, os exercícios foram retirados da lista sem modificações.		- Os exercícios são claros e diversos. Foram escalhidos apenas os exercícios que utilizam o princípio fundamental da contagem.	- Os exercícios não podem ser impressos no escalho pa qalter de tôner, os alunos acompanham com pdq. pela escola. Foram elaborados duas listas, uma para cada dia. A segunda foi impressa.
			- Livro de Paiva (Exercícios)			

DIÁRIO DE BORDO

Data do planejamento	Atividades do professor	Local	Fontes utilizadas	Fontes não utilizadas	Justificativa	Comentários
25/05/2023	• Pesquisa sobre fogos	• Casa	• Diversos sites por busca no Google			
04/06/2023	• Plano de aula (inpositivo) (P. Aditivo)	• Casa	• Busca no Google	• Links de sites	• Procurei alguns definições de problemas exemplo e pesquisa do P. Aditivo	• Também foram pesquisados problemas exemplo
04/06/2023	• Seleção de questões	• Casa	• Livro: Conexões com a Matemática / Moderna	• Listas de sites	• Os exercícios da lista são mais abrangentes	• Exercícios foi enviado pela WhatsApp da turma
02/06/2023	• Conhecendo o fogo	• UFRAE	• O fogo App			• Fiz a experiência de jogar tentei apagar

DIÁRIO DE BORDO

Data do planejamento	Atividades do professor	Local	Fontes utilizadas	Fontes não utilizadas	Justificativa	Comentários
05/06	Definição de como o jogo será utilizado	Escuela (sala de aula)	Ofego App.		<ul style="list-style-type: none"> Alguns estudantes da turma não tem celular, por isso a opção por grupos. 	<ul style="list-style-type: none"> Todos os estudantes deverão jogar e enviar o print da tela. Eles formarão grupos, sendo um deles responsável pelo ranking.
11/06	Plano de aula e escolha de exercícios (Avança)	Casa	Portal da Matemática Linha: Poiva Listas próprias	Linha de discussão	Familiaridade com as fontes utilizadas	

DIÁRIO DE BORDO

Data do planejamento	Atividades do professor	Local	Fontes utilizadas	Fontes não utilizadas	Justificativa	Comentários
19/06	Elaboração de listas de exercícios	Escola	Listas anteriores próprias	Livros didáticos	Facilidade	
22/06	Elaboração de avaliações	Casa	Avaliações anteriores Site do Proq. Ricardo		Praticidade	
21/06	Análise do jogo (ranking)	Escola	Fotos enviadas	Foto do resultado individual	Pedi apenas a foto do ranking	• Podem ter pedido a foto do resultado também
01/07	Modificações na folha de jogo	Casa	-	-	Deixar espaços brancos para serem coloridos	• Incompleto

DIÁRIO DE BORDO

Data do planejamento	Atividades do professor	Local	Fontes utilizadas	Fontes não utilizadas	Justificativa	Comentários
02/07	<ul style="list-style-type: none"> Plano de Aula (Permutações e Combinações) Elaboração de lista Elaboração de slides 	Casa	<p>Livro: Conexões com a matemática</p> <p>"</p> <p>"</p>	<p>"</p> <p>"</p> <p>slides prontos</p>	<ul style="list-style-type: none"> Slides prontos Apresentar o conteúdo de forma mais rápida 	
	<ul style="list-style-type: none"> Contato com o jogo físico 	Casa			<ul style="list-style-type: none"> Conhecer a dinâmica do jogo com o desafio de desajuste 	<ul style="list-style-type: none"> Pode estimular melhor o tempo de jogo quando meus filhos jogarem

DIÁRIO DE BORDO

Data do planejamento	Atividades do professor	Local	Fontes utilizadas	Fontes não utilizadas	Justificativa	Comentários
27/07	Elaboração das folhas para o jogo	Escola	Print do jogo App.			
	Elaboração do questionário sobre o jogo	Escola				
29/07	Definição da dinâmica do jogo Compreensão de laudas e do cartaz para explicação do jogo	Casa				

DIÁRIO DE BORDO


Data do planejamento	Atividades do professor	Local	Fontes utilizadas	Fontes não utilizadas	Justificativa	Comentários
02/08	Reflexão sobre o questionário e jogo Escrita de gabarito	Escola		Respostas dos alunos		

Anexo F- Registros das atividades sobre Análise Combinatória

Princípio Fundamental de Contagem

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. Considere três cidades A , B e C , de forma tal que existem três estradas ligando A à B e dois caminhos ligando B à C .



a) De quantas formas diferentes podemos ir de A até C , passando por B ?

b) De quantas formas diferentes podemos ir de A até C , passando por B , e voltar para A novamente, passando por B ?

c) De quantas formas diferentes podemos ir de A até C , passando por B , e depois voltar para A sem repetir estradas e novamente passando por B ?

Exercício 2. Um construtor dispõe de quatro cores (verde, amarelo, cinza e bege) para pintar cinco casas dispostas lado a lado. Ele deseja que cada casa seja pintada com apenas uma cor e que duas casas consecutivas não possuam a mesma cor. Por exemplo, duas possibilidades diferentes de pinturas estão indicadas abaixo:

Primeira: verde, amarelo, bege, verde, cinza;
Segunda: verde, cinza, verde, bege, cinza.
Quantas são as possibilidades?

Exercício 3. Em um computador digital, um bit é um dos algarismos 0 ou 1 e uma palavra é uma sucessão de bits. Por exemplo, todas as possíveis palavras de dois bits são: 00, 01, 10, 11. Qual é o número de palavras distintas de 32 bits?

Exercício 4. De quantas formas se pode dispor quatro pessoas em fila indiana?

Exercício 5. Quantos são os números de 3 algarismos distintos?

Exercício 6. Quantos são os números de 4 algarismos formados apenas por algarismos pares?

Exercício 7. Em uma competição de atletismo, participam 8 corredores. De quantas maneiras diferentes pode ser composto o pódio com os três primeiros colocados?

Exercício 8. De quantos modos 3 pessoas podem se sentar em 6 cadeiras alinhadas?

Aluno: _____

Série: _____ Data: 20/06/23

ARRANJO SIMPLES

01. De quantos modos 3 pessoas podem sentar em um sofá de cinco lugares?

02. Em uma empresa, 10 de seus diretores são candidatos aos cargos de presidente e vice-presidente. Quantos são os possíveis resultados da eleição?

03. Cinco cavalos disputam um páreo. Admitindo que não haja empates, qual é o número de possíveis resultados para as 3 primeiras colocações?

04. Um campeonato de futebol escolar vai ser disputado por 20 equipes. Admitindo que não haja empates quantas são as possibilidades de classificação para os dois primeiros lugares?

05. Uma sala possui seis portas. De quantas maneiras uma pessoa pode entrar por uma porta e sair por outra diferente?

06. Um cofre possui um disco marcado com os dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. O segredo do cofre é dado por uma sequência de três dígitos distintos. Se uma pessoa tentar abrir o cofre e gastar 10 segundos em cada tentativa, quanto tempo levará (no máximo) para conseguir abri-lo?

07. A urna I contém 5 bolas numeradas de 1 a 5. A urna II, contém 3 bolas numeradas de 1 a 3. Qual é o número de sequências que podemos obter se extrairmos, sem reposição, 3 bolas da urna I e em seguida 2 bolas da urna II?

Aluno: _____ Série: _____ Data: 03/10/7

Prof.: _____

EXERCÍCIO PERMUTAÇÕES (Página 208, do Livro Conexões com a Matemática. V2)

22. Quantos são os anagramas da palavra SABER?

23. Com as letras da palavra PROVA, quantos são os anagramas que começam por vogal e quantos são os anagramas que começam e terminam por consoante?

24. Quantos são os anagramas da palavra CARREIRA?

25. Oito clientes de um banco, dos quais 3 são mulheres, estão na fila única dos caixas. De quantas maneiras as pessoas dessa fila podem se posicionar de modo que as mulheres fiquem juntas?

26. Com 2 bandeiras vermelhas indistinguíveis, 3 azuis também indistinguíveis e 1 branca, quantos sinais diferentes podemos emitir pendurando todas elas, enfileiradas, no mastro de um navio?

27. Deseja-se arrumar em uma estante 4 livros de Matemática, 3 de Química e 5 de Português, todos diferentes. Quantas são as possibilidades de arrumação se:

- não houver restrições?
- os livros de uma mesma matéria permanecerem juntos?

28. (FGV) Um processo industrial deve passar pelas etapas A, B, C, D e E.

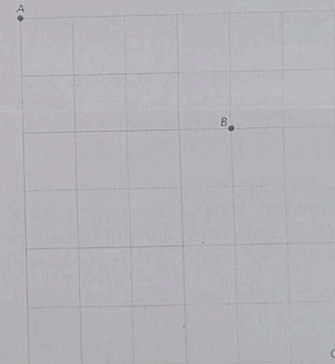
a) Quantas sequências de etapas podem ser delineadas se A e B devem ficar juntas no início do processo e A deve preceder B?

b) Quantas sequências de etapas podem ser delineadas se A e B devem ficar juntas, em qualquer ordem, e não necessariamente no início do processo?

29. Qual é a soma de todos os números de 5 algarismos distintos que podemos escrever com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5?

30. De quantos modos podemos guardar 10 objetos em 3 caixas: a primeira com 5 objetos, a segunda com 3 e a terceira com 2? (Sugestão: Numere os objetos: 5 objetos com o número 1, 3 com o número 2 e 2 com o número 3.)

31. Uma pessoa vai de A para B e, então, de B para C. Sempre andando para baixo ou para a direita, conforme o diagrama a seguir.



Quantos caminhos diferentes são possíveis?

EXERCÍCIO COMBINAÇÃO SIMPLES (Página 213, do Livro Conexões com a Matemática, V2)

40. Uma prova é composta de 15 questões, das quais o aluno deve resolver 10. De quantas formas ele poderá escolher as 10 questões?
41. Quantas são as diagonais de um polígono convexo de n lados?
42. Quantas comissões diferentes de 3 pessoas podem ser formadas com um grupo de 7 pessoas?
43. Ao sair de uma festa, 10 amigos se despediram com um aperto de mão. Quantos apertos de mão foram trocados?
44. Em um congresso de Educação, há 6 professores de Física e 6 de Matemática. Quantas são as possibilidades de se formar uma comissão de 5 professores com 2 professores de Matemática e 3 de Física?
45. Usando as 5 vogais e os algarismos de 0 a 9, quantos conjuntos de 5 elementos podemos formar, sendo 2 letras diferentes e 3 algarismos distintos?
46. Quantos grupos de 3 letras distintas podem ser constituídos com as letras da palavra SUCESSO? Quantos desses grupos não contém vogal?
47. Entre os números 1, 2, 3, 4, 15, serão selecionados 5 números ímpares e 3 números pares. Calcule quantos diferentes grupos de 8 números podem ser escolhidos.
48. Com um baralho de 52 cartas, quantos grupos de 3 cartas de espadas podem ser selecionados?
49. Uma urna contém 3 bolas vermelhas e 5 bolas azuis. De quantas maneiras diferentes podemos retirar 3 bolas de modo que não saiam somente bolas vermelhas?
50. Considere 7 pontos distintos sobre uma reta e 4 pontos, também distintos, sobre outra reta, paralela à primeira. Quantos triângulos podemos obter ligando 3 quaisquer desses 11 pontos?
51. Certa loteria é denominada "6/53", significando que o vencedor deve acertar 6 números entre os números de 1 a 53. De quantas maneiras um jogador pode escolher 6 números nessa loteria?

BOA ATIVIDADE!