UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO PROGRAMA DE PÓS-
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

VITÓRIA DA SILVA FARIAS

ENSINO DE PROBABILIDADE: UM OLHAR SOBRE OS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS A PARTIR DA ANÁLISE DA RELAÇÃO CONTRATUAL ENTRE PROFESSOR-ALUNO-SABER

RECIFE - PE
2024

VITÓRIA DA SILVA FARIAS

ENSINO DE PROBABILIDADE: UM OLHAR SOBRE OS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS A PARTIR DA ANÁLISE DA RELAÇÃO CONTRATUAL ENTRE PROFESSOR-ALUNO-SABER

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências - PPGEC da Universidade Federal Rural de Pernambuco para obtenção do título de Mestre em Ensino das Ciências, na linha de pesquisa Processos de construção de significados em ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Anna Paula de Avelar Brito Lima.

RECIFE - PE

2024

VITÓRIA DA SILVA FARIAS

ENSINO DE PROBABILIDADE: UM OLHAR SOBRE OS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS A PARTIR DA ANÁLISE DA RELAÇÃO CONTRATUAL ENTRE PROFESSOR-ALUNO-SABER

Dissertação apresentada ao curso de Pós-graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino das Ciências.

Aprovado em 27 de fevereiro de 2024

BANCA EXAMINADORA

____

Profª. Drª Anna Paula de Avelar Brito Lima (Presidente)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

____

Profª. Drª Elisangela Bastos de Melo Espíndola (Membro interno)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

____

Prof. Dr. Fernando Emilio Leite de Almeida (Membro externo)
Instituto Federal de Pernambuco

____

Prof. Dr. José Luiz Cavalcante (Membro externo)
Universidade Estadual da Paraíba

RECIFE – PE
2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F224e Farias, Vitória da Silva
Estudo de Probabilidade: um olhar sobre os obstáculos didáticos a partir da análise da relação contratual entre professor-aluno-saber / Vitória da Silva Farias. - 2024.
152 f. : il.

Orientadora: Anna Paula de Avelar Brito Lima.
Inclui referências e apêndice(s).

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Recife, 2024.

1. Contrato didático. 2. Obstáculo didático. 3. Probabilidade. I. Lima, Anna Paula de Avelar Brito, orient. II. Título

CDD 507

Dedicatória

À minha vó materna, Maria Leonides (em memória), por ser o melhor sinônimo de grandeza e amor que eu poderia receber em minha vida. Pelas marcas de carinho que deixou na minha alma e pela saudade que se acalma quando nossa conexão transcende essa dimensão e nos encontramos na fé a partir da interseção de Deus e Nossa Senhora que permite que minha rainha veja, lá de cima, os lindos caminhos que estou traçando.

AGRADECIMENTOS

As diversas versões que assumimos ao longo da vida são, na verdade, resultados de uma equação que encontra um novo termo a cada aspecto do destino. As faíscas do medo, os aprendizados pelas quedas e as experiências ouvidas, são fatores que nos tornam cada dia mais fortes, sendo capazes de formar, a cada vivência fortalecedora, uma barreira avessa à sensibilidade. Por outro lado, nessa mesma caminhada e no entrelaçar dessa mesma história, encontramos pessoas que são sinônimos de afeto profundo e verdadeiro, espaços perfeitos para a demonstração de nosso lado mais humano. São a essas pessoas que dedicarei meus agradecimentos.

Ao meu Deus, pela sua infinita bondade e por todos os sinais de amor que tem demonstrado em minha vida. À nossa senhora, pelo colo de mãe concedido nos momentos de choro e nos momentos de alegria.

À minha mãe, Jaidete Batista, por ser minha melhor amiga e dedicar toda sua vida pela minha proteção e afeto, sendo minha maior força familiar aqui na terra. À minha família, que sempre deixou abertas as portas para as necessidades e carinhos. E, ao meu companheiro, Evanderson Ruy, por estar ao meu lado em diversos momentos.

À minha orientadora, Anna Paula Avelar, por ser meu exemplo de profissional e pessoa. Durante minha trajetória no mestrado, Anna foi o melhor sinônimo de leveza humana que poderia encontrar em uma professora. Com toda sua delicadeza, soube utilizar as palavras certas nos momentos oportunos, me proporcionou o encontro com o conhecimento de forma prazerosa e leve.

Às minhas amigas e amigos que me acompanharam desde o ingresso no mestrado, e que em diversos momentos foram meu colo e escuta, que me protegeu em momentos difíceis e vibraram todas minhas vitórias. Meus sinceros agradecimentos a Ana Paula, Iasmim Brito, Laryssa Lucena, Thayna Mouzinho e Jefferson Bernardo. Também agradeço aos meus colegas de profissão, docentes da escola Municipal Rosina Labanca e do curso preparatório SóCucas, que me acompanharam de perto nesses dois anos.

Aos meus colegas de turma, que compartilharam angústias, momentos de diversão, troca de experiência e comemorações de conquista, e que foram parceiros nos estudos e trabalhos, Letícia Rayane, Adriana Conrado, Magda Beatriz e Gabrielle. Em especial, à duas amigas que marcaram positivamente minha história no mestrado e são um dos melhores presentes que recebi: Simone Ferreira e Beatriz Sousa.

Simone Ferreira, minha parceira de vida, que soube me conquistar em cada detalhe, que abriu as portas de sua casa e teve os conselhos de uma mãe, demonstrando o afeto e dando a liberdade de ser quem eu realmente sou.

Beatriz Sousa é minha amiga desde a graduação e traça, ao meu lado, um caminho lindo de ajuda mútua e parceria. Bia chegou após decorrido 1 ano de mestrado e trouxe consigo uma sensação de alívio e demonstração do amor mais puro de uma amizade.

Agradeço também ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciência, especialmente à docentes que tenho grande admiração, destaco Jadilson Almeida, Juliana Martins, Elisângela Espíndola e Rodrigo Lins. À minha banca de qualificação que trouxe grandes contribuições para o desenvolvimento da minha pesquisa, Prof. Dr. Fernando Emílio, Prof. Dr. José Luís Cavalcante e Profa. Dra. Elisângela Espíndola. Aos meus participantes da pesquisa, que sempre demonstraram prazer na contribuição. Para encerrar, agradeço à CAPES e a instituição que foi minha casa nesse período, Universidade Federal Rural de Pernambuco.

“Uma vida sem investigações não é digna de ser vivida pelo homem.”

- Platão, Apologia de Sócrates.

RESUMO

A presente pesquisa teve por objetivo analisar de que forma a relação contratual pode influenciar no surgimento de obstáculos didáticos no ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental, mais especificamente no 9° Ano. Utilizamos como aporte teórico desse trabalhado, duas noções teóricas desenvolvidas por Guy Brousseau, o Contrato Didático e o Obstáculo Didático. O Contrato Didático diz respeito às cláusulas estabelecidas, sobretudo de maneira implícita, a partir da relação entre professor e aluno diante de um saber pertencente à situação didática. O Obstáculo Didático, por sua vez, diz respeito às escolhas do professor ao conduzir à situação didática, refletidas em suas ações, falas e gestos, que têm a potencialidade de criar barreiras na apropriação do saber. O saber matemático que entrelaçou a pesquisa foi a Probabilidade, campo matemático regido pelo indeterminismo que tem por objeto de estudo, o acaso. A pesquisa é de cunho exploratório e contou com a participação de quatro professores de Matemática de uma escola pública do município de São Lourenço da Mata, na região da Mata Norte do estado de Pernambuco. Metodologicamente a construção de seus dados ocorreu a partir de três etapas: mapeamento dos obstáculos didáticos em Probabilidade; entrevista semiestruturada; observação de aula. Os resultados indicam que a emergência de fatores obstaculizadores ocorrem sobretudo a partir do elemento didático contratual denominado negociação, mas que também podem emergir em outros elementos do Contrato Didático como a expectativa, a regra e a ruptura. Além disso, o estudo aponta que existem alguns tipos de situações didáticas frente à emergência desses obstáculos: aquelas que já favorecem à emergência de obstáculos pois já são idealizadas de maneira inadequadas; aquelas que, em tese, não favoreceriam os obstáculos didáticos, mas a forma como o professor a negocia, torna a situação obstacularizante.

Palavras-chave: Contrato Didáticos; Obstáculo Didático; Probabilidade.

ABSTRACT

The present research aimed to analyze how the contractual relationship can influence the emergence of didactic obstacles in the teaching of Probability in the Final Years of Elementary School, more specifically in the 9th Grade. Therefore, we used as a theoretical contribution of this work, two theoretical notions developed by Guy Brousseau, the Didactic Contract and the Didactic Obstacle. The Didactic Contract refers to the clauses established, especially implicitly, from the relationship between teacher and student in the face of knowledge belonging to the didactic situation. The Didactic Obstacle, in turn, concerns the teacher's choices when leading to the didactic situation, reflected in their actions, speeches and gestures, which have the potential to create barriers in the appropriation of knowledge. The mathematical knowledge that intertwined the research was Probability, a mathematical field governed by indeterminism that has chance as its object of study. The research is exploratory and had the participation of four Mathematics teachers from a public school in the municipality of São Lourenço da Mata, Mata Norte region of Pernambuco. Methodologically, the construction of their data occurred from three stages: mapping of didactic obstacles in Probability; semi-structured interviews; class observation. The results indicate that the emergence of obstacle factors occurs mainly from the didactic contractual element called negotiation, but that they can also emerge in other elements of the Didactic Contract such as expectation, rule and rupture. In addition, the study points out that there are some types of didactic situations in the face of the emergence of these obstacles: those that already favor the emergence of obstacles because they are already inadequately idealized; those that, in theory, would not favor the didactic obstacles, but the way the teacher negotiates it, makes the situation obstacle.

Keywords: Didactic Contracts; didactic obstacle; Probability.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-	O triângulo das situações didáticas e o milieu (meio).........................	20
Figura 2-	Representação da Assimetria em Relação ao Saber............................	25
Figura 3-	Mapa conceitual de tratamento da informação proposto nos PCN......	58
Figura 4-	Etapas metodológicas da pesquisa..	72
Figura 5-	Recorte da entrevista da participante I..	81
Figura 6-	Perfil do professor Lucca a partir da análise da etapa 2......................	85
Figura 7-	Registro 1 da aula do professor Lucca...	88
Figura 8-	Registro 2 da aula do professor Lucca...	91
Figura 9-	Registro 3 da aula do professor Lucca...	94
Figura 10-	Perfil da professora Maria a partir da análise da etapa 2....................	96
Figura 11-	Registro 1 da aula da professora Maria...	102
Figura 12-	Registro 2 da aula da professora Maria...	103
Figura 13-	Representação do quadro do jogo realizado na aula da professora Maria..	108
Figura 14-	Registro 3 da aula da professora Maria...	109
Figura 15-	Registro 4 da aula da professora Maria...	111
Figura 16-	Registro 5 da aula da professora Maria...	112
Figura 17-	Registro 4 da aula do professor Lucca...	116
Figura 18-	Registro 5 da aula do professor Lucca...	117
Figura 19-	Registro 6 da aula do professor Lucca...	119
Figura 20-	Registro 1 do episódio 1...	124
Figura 21-	Registro 2 do episódio 1...	125
Figura 22-	Registro 3 do episódio 1...	127
Figura 23-	Registro 1 do episódio 2...	129
Figura 24-	Registro 2 do episódio 2...	129
Figura 25-	Registro 3 do episódio 2...	132
Figura 26-	Registro 4 do episódio 3...	133

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Objetos de conhecimento e habilidades acerca da Probabilidade propostos pela BNCC para o EF..	58
Quadro 2	Perfis dos professores participantes..	76
Quadro 3	Respostas dos participantes ao questionamento I da etapa II.......	77
Quadro 4	Respostas dos participantes ao questionamento II da etapa II......	79
Quadro 5	Respostas dos participantes ao questionamento I da etapa III......	80
Quadro 6	Recorte 1 da aula do professor Lucca...	86
Quadro 7	Recorte 1 da aula do professor Lucca...	87
Quadro 8	Recorte 3 da aula do professor Lucca...	88
Quadro 9	Recorte 4 da aula do professor Lucca...	90
Quadro 10	Recorte 5 da aula do professor Lucca...	90
Quadro 11	Recorte 6 da aula do professor Lucca...	91
Quadro 12	Recorte 7 da aula do professor Lucca...	93
Quadro 13	Recorte 8 da aula do professor Lucca...	94
Quadro 14	Recorte 1 da aula da professora Maria.......................................	97
Quadro 15	Recorte 2 da aula da professora Maria.......................................	98
Quadro 16	Recorte 3 da aula da professora Maria.......................................	98
Quadro 17	Recorte 4 da aula da professora Maria.......................................	99
Quadro 18	Recorte 5 da aula da professora Maria.......................................	100
Quadro 19	Recorte 6 da aula da professora Maria.......................................	101
Quadro 20	Recorte 7 da aula da professora Maria.......................................	102
Quadro 21	Recorte 8 da aula da professora Maria.......................................	103
Quadro 22	Recorte 9 da aula da professora Maria.......................................	105
Quadro 23	Recorte 10 da aula da professora Maria.....................................	105
Quadro 24	Recorte 11 da aula da professora Maria......................................	106
Quadro 25	Recorte 12 da aula da professora Maria.....................................	107
Quadro 26	Recorte 13 da aula da professora Maria.....................................	107
Quadro 27	Recorte 14 da aula da professora Maria.....................................	110
Quadro 28	Recorte 15 da aula da professora Maria.....................................	110
Quadro 29	Recorte 16 da aula da professora Maria.....................................	112
Quadro 30	Recorte 8 da aula do professor Lucca..	113

Quadro 31	Recorte 9 da aula do professor Lucca...	115
Quadro 32	Recorte 10 da aula do professor Lucca...	118
Quadro 33	Recorte 17 da aula da professora Maria.......................................	120
Quadro 34	Recorte 18 da aula da professora Maria.......................................	121
Quadro 35	Comparativo entre os caminhos didáticos traçados nas aulas de Lucca e de Maria..	122
Quadro 36	Recorte 1 do episódio 1..	124
Quadro 37	Recorte 2 do episódio 1..	127
Quadro 38	Recorte 1 do episódio 2..	130
Quadro 39	Recorte 2 do episódio 2..	131
Quadro 40	Recorte 3 do episódio 2..	132

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 14
2. A TRÍADE DIDÁTICA: O PROFESSOR, O ALUNO E O SABER 18
2.1 O OLHAR SOB O ALUNO 20
2.2 O OLHAR SOB O PROFESSOR 22
3. O CONTRATO DIDÁTICO 26
3.1 O PERCURSO HISTÓRICO DOS CONTRATOS 26
3.2 O CONTRATO DIDÁTICO: A PEDRA DE TOQUE DO JOGO DIDÁTICO 28
3.3 OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO 33
3.3.1 Efeito Topázio 33
3.3.2 Efeito Jourdain 34
3.3.3 Efeito de uso abusivo da analogia 34
3.3.4 Deslize Metacognitivo 35
3.3.5 Efeito Dienes 35
4. A NOÇÃO DE OBSTÁCULO 37
4.1 OS OBSTÁCULOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA 38
4.2 OS OBSTÁCULOS E OS ERROS: REFLEXÕES A PARTIR DA RELAÇÃO DIDÁTICA CONTRATUAL 43
5. PROBABILIDADE: A LEI DO ACASO 46
5.1 NOÇÕES CONCEITUAIS DO SABER PROBABILÍSTICO 46
5.2 O PERCURSO HISTÓRICO DAS PROBABILIDADES 50
5.3 A PROBABILIDADE NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA 55
5.4 UM OLHAR SOBRE A RELAÇÃO DOCENTE COM O SABER PROBABILÍSTICO 61
5.5 BREVE LEVANTAMENTO DOS POSSÍVEIS OBSTÁCULOS NO CAMPO DA PROBABILIDADE 64
6. PERCURSO METODOLÓGICO 67
6.1 CARACTERIZAÇÃO DA ABORDAGEM NA PESQUISA 67
6.2 INSTRUMENTO PARA CONSTRUÇÃO E REGISTRO DE DADOS 68
6.3 DESCRIÇÃO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA E DA ESCOLA CAMPO 69
6.4 ETAPAS METODOLÓGICAS 70
6.5 CRITÉRIOS PARA ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS CONSTRUÍDOS 72
6.6 QUESTÕES ÉTICAS DA PESQUISA 74
7. ANÁLISES E DICUSSÕES 0
7.1 DADOS CONSTRUÍDOS NA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA: ANÁLISES E INTERPRETAÇÕES 0
7.1.1 Análise da etapa 1 da entrevista: mapeamento dos perfis acadêmicos e profissionais

dos participantes 1
7.1.2 Análise da etapa 2 da entrevista: interpretação das concepções teóricas e didáticas sobre o saber Probabilidade 2
7.2 ANÁLISE DAS RELAÇÕES CONTRATUAIS ESTABELECIDAS NAS AULAS DO PROFESSOR LUCCA.. 9
7.3 ANÁLISE DA RELAÇÃO CONTRATUAL DA PROFESSORA MARIA.................... 21
7.4 ANÁLISE DOS POSSÍVEIS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS NA AULA DO PROFESSOR LUCCA.. 38
7.5 ANÁLISE DOS POSSÍVEIS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS NA AULA DA PROFESSORA MARIA 45
7.6 ANÁLISE DE EPISÓDIOS: OS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS A PARTIR DOS ELEMENTOS DIDÁTICOS CONTRATUAIS.. 46
7.6.1 Episódio 1: o lançamento do dado de papel 48
7.6.2 Episódio 2: o jogo do "chute" 54
7.7 OS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS A PARTIR DA RELAÇÃO DIDÁTICA CONTRATUAL 58
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS... 61
REFERÊNCIAS 68
APÊNDICE 1: ROTEIRO DA ENTREVISTA 74
APÊNDICE 2: ROTEIRO DA OBSERVAÇÃO 76

1. INTRODUÇÃO

Os estudos dos fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem são responsáveis por refletir a realidade educacional e apontar possíveis diretrizes para sua melhoria. O cenário didático, protagonizado pelas figuras do professor e do aluno, e entrelaçado por um saber, é propício à emergência de diversas nuances que podem provocar, entre elas, dificuldades, bloqueios e rupturas.

Dito isso, faz-se necessário o desenvolvimento de pesquisas que se debrucem sobre esse cenário, intencionando revelar dificuldade(s) e meio(s) de compreendê-la(s) e, assim, ser capaz de propor caminhos para sua superação. Destaca-se, portanto, a relevância do ato de conhecer e o desejo humano de procurar respostas, ressaltado pelo filósofo francês Gaston Bachelard (1884-1962), como os fatos que explicam a formação de um espírito científico, e que, por sua vez, permitem mergulhar na simplicidade das ações cotidianas, como fez os estudiosos da Didática da Matemática.

A Didática da Matemática é um campo de investigação que se ocupa dos fenômenos que emergem na sala de aula, relacionados ao ensino e à aprendizagem de um dado saber matemático. As investigações nessa área trouxeram a ainda trazem grandes contribuições, sendo um dos principais marcos da constituição desse campo, a criação, no final dos anos 60, dos Instituts Universitaire de Recherche sur L´enseignement des Mathématiques (IREM-traduzido para o português: Institutos de Pesquisa no Ensino de Matemática), localizados na França (Brito Menezes, 2006).

Esse ramo da pesquisa revelou grandes nomes e perspectivas teóricas que se desenvolvem até os dias atuais, especialmente em países como França e Espanha, e de maneira significativa, no Brasil. Teorias como a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1996), e a ideia de Transposição Didática e a Teoria Antropológica do Didático de Yes Chevalard (1991), por exemplo, tem ganhado destaque nas pesquisas científicas, e relevam um outro olhar para o ensino de Matemática.

Partindo dos pressupostos apresentados, há conhecimento que as situações vivenciadas no processo de ensino e de aprendizagem envolvem uma esfera carregada de influências, regras e condições, muitas vezes não previsíveis no sistema didático. Por isso, faz-se tão pertinente o estudo do contrato didático, descrito por Guy Brousseau (1996), que se refere ao conjunto de regras e condições pertencentes ao funcionamento da relação didática, seja no espaço físico, destinado à sala de aula, ou em qualquer dimensão do sistema educativo.

A relação contratual é o coração do sistema didático, o espaço de expectativas, de rupturas e de negociações. Nessa perspectiva, a escolha dos aspectos de um contrato didático condiciona aspectos importantes no sistema didático, que podem contribuir para a aprendizagem do aluno, mas também, igualmente, podem suscitar o surgimento e/ou desenvolvimento de dificuldades no âmbito didático, de efeitos e obstáculos.

Além disso, assim como afirma Charnay (1996), a escolha de uma estratégia de ensino condicionada pelo professor é composta por múltiplas influências que envolvem, entre outros aspectos, suas concepções em relação à Matemática, ao saber em questão e aos objetivos do processo de ensino e de aprendizagem. Brousseau (1996) debruçou-se de forma cuidadosa sobre a tríade didática (professor-aluno-saber), e investigou, para além do que é ensinado, o que impede o ensino de acontecer conforme planejado, como os obstáculos didáticos, sendo esses, o que particularmente nos interessam nesse estudo.

Pais (2019) revela que é preciso reportar-se à ideia de obstáculos didáticos quando existem conhecimentos e/ou ações no plano pedagógico que podem dificultar a evolução da aprendizagem. Cury (2013) ainda aponta que é necessária uma análise dos erros que ocorrem dentro da sala de aula, a fim, de compreender como se expressam esses conhecimentos que foram mal generalizados ou erroneamente aplicados a uma nova situação.

De forma a corroborar as reflexões e a compreensão de fenômenos que permeiam o ensino de matemática no Brasil, realizou-se um levantamento sobre as pesquisas publicadas nos anais do VIII, IX, X, XI, XII, XIII e XIV Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), que aconteceram, respectivamente, em Recife (2004), Belo Horizonte (2007), Bahia (2010), Curitiba (2013), São Paulo (2016), Cuiabá (2019) e Edição virtual (2022). O levantamento revelou que apenas 18 trabalhos, no formato de comunicação científica, buscaram se aprofundar no estudo da psicologia do erro, da ignorância e da irreflexão, concebendo esse problema em termos de obstáculos didáticos, o que representa uma média aproximada de três trabalhos produzido por ano para esse evento.

Sendo o ENEM o maior evento nacional de comunicação e discussão das produções dos professores envolvidos com a área da Educação Matemática, pode-se dizer que o dado acima apresentado se deve ao fato dos professores desconhecem a temática ou não a valorizam suficientemente. Talvez esse dado também aponte para o fato de que, no imaginário dos professores, eles acreditam que tudo pode ser resolvido mediante uma boa explicação, seguindo uma sequência passo a passo do conteúdo expressa no livro didático, não se dando conta de que eles próprios possuem ideias ou pensamentos que podem comprometer a compreensão adequada de um conteúdo e influenciar na forma de abordá-lo ao ensinar.

Portanto, com o intuito de fomentar esse diálogo, o campo da Probabilidade será tomado como espaço para a discussão, pois, diversas pesquisas, como as de Brum e Silva (2015), Almeida e Farias (2018) e Cavalcante, Lima e Andrade (2021) revelam o cenário problematizador dos estudos acerca da Teoria das Probabilidades. O entendimento da Matemática pelo viés do determinismo e da exatidão, segundo esses pesquisadores, é o principal fator que obstaculiza a compreensão do acaso e da aleatoriedade, objetos de estudo do campo probabilístico.

Além disso, a estrutura repetitiva dos problemas utilizados nas aulas e a limitação a espaços equiprováveis são outros fatores que contribuem para essa dificuldade. Chama-se a atenção também para a conceptualização limitada desse saber nos cursos de formação de professores e para a escassez de formação continuada na área, que contribuem para a falta do "modo probabilístico de pensar" de muitos professores (Rufino e Silva, 2015). Todavia, essa é uma visão já bastante ultrapassada que se contrapõe, inclusive, à proposta dos documentos oficiais de educação, a exemplo da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018).

Desde a promulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997, 1998) já se chamava a atenção para a importância acerca das ideias de Probabilidade serem apresentadas desde a etapa inicial do Ensino Fundamental. Borba et. al. (2018) discutem que embora o ensino de Probabilidade venha recebendo maior atenção desde que se iniciou uma reformulação nos currículos de vários países, porém, ainda não é uma realidade presente em todas as salas de aula brasileiras. A partir das considerações apresentadas, a inquietação central que levou a essas discussões foi: de que forma a relação contratual pode influenciar no surgimento de obstáculos didáticos no ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental?

Portanto, essa pesquisa objetivou analisar de que forma a relação contratual pode influenciar no surgimento de obstáculos didáticos no ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Especificadamente, foi pretende-se identificar as cláusulas contratuais que regem as relações entre os três elementos das situações didáticas (Professor-Aluno-Saber) e quais os obstáculos didáticos mais comumente identificados no campo da Probabilidade.

Dessa forma, a organização dos capítulos que contemplarão o aporte teórico desse estudo se dará da seguinte forma: o segundo capítulo abordará alguns conceitos do Sistema Didático; no terceiro capítulo nos aprofundaremos na ideia de Contrato Didático, desde seu percurso histórico até seus efeitos; o quarto capítulo será dedicado à discussão sobre o conceito de Obstáculo Didático; e no quinto capítulo, a fundamentação teórica abordará os aspectos curriculares, históricos, conceituais, e didáticos do objeto matemático do estudo, a Probabilidade.

Mais adiante, no sexto capítulo, será apresentada toda caracterização dos procedimentos metodológicos da pesquisa, assim como, a descrição dos participantes da pesquisa, o detalhamento das etapas a serem percorridas no desenvolver do estudo, os critérios para a análise dos dados construídos e os cuidados éticos a serem tomados a cada passo a ser percorrido, com vistas a atender os objetivos aqui estabelecidos.

O sétimo capítulo será dedicado às análises dos dados construídos na pesquisa e suas discussões. Para tanto, o primeiro tópico trará uma análise detalhada na entrevista semiestruturada, mapeando os perfis dos professores e discutindo sobre suas as respostas atribuídas. Os próximos tópicos desse capítulo será uma abordagem dos elementos contratuais e dos obstáculos didáticos a partir das aulas observadas. Ainda nesse capítulo, com o intuito de fomentar todas as análises realizadas e contemplar o objetivo da pesquisa, os últimos tópicos trazem a relação das análises realizadas, buscando, através de uma análise mais aprofundada de dois episódios destacados das aulas, a relação entre os elementos do Contrato Didático e os fatores que podem obstaculizar o saber.

2. A TRÍADE DIDÁTICA: O PROFESSOR, O ALUNO E O SABER

> Todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão, elementos naturalmente não contraditórios entre si e que influenciam uns aos outros. [...]. O processo, extremamente dinâmico e jamais finalizado, está obviamente sujeito a condições muito específicas de estímulos e de subordinação ao contexto natural, cultural e social. Assim é o ciclo de aquisição individual e social de conhecimento. (D'AMBROSIO, 2012, p. 16)

Imaginemos uma cena tradicional, que se repete em diversos filmes e séries: um professor em pé, ao lado do quadro negro, com um piloto na mão, e seus alunos, enfileirados em carteiras, tentando acompanhar a explicação. Lançar o olhar para essa cena parece ser simples, sem atenção para os detalhes, algo tão repetitivo e nítido, parece não ter o mínimo de mistério, tudo parece já ter sido desvendado, é apenas o retrato de uma sala de aula comum, como aquela dos filmes mais antigos ou a primeira lembrança que muitos adultos do século XXI tem ao falar sobre seu tempo na escola.

Mas, a questão que se impõe é: tudo será permeado por elementos complexos e, sobretudo, implícitos se o olhar for sob a ótica da Didática da Matemática, que, nas próprias palavras de Brousseau (1996, p.60): "Não consiste em oferecer um modelo para o ensino, mas sim em produzir um âmbito de questões que permita colocar à prova qualquer situação de ensino, corrigir e melhorar as que forem produzidas, formular perguntas a respeito dos acontecimentos".

A Didática da Matemática é uma grande área de pesquisa que mudou o olhar sobre a Matemática, particularmente, sobre seu ensino. Após a reforma educativa do final dos anos 60 que impulsionou a "Matemática moderna", todas as relações epistemológicas, sociais e didático-pedagógicas passaram a ser objeto de investigação dos Instituts Universitaire de Recherche sur L´enseignement des Mathématiques (IREM) (traduzido para o português: Institutos de Pesquisa no Ensino de Matemática), localizado na França. (Gálvez, 1996)

As atividades desenvolvidas nos IREM debruçaram-se, e ainda hoje o fazem, sobre a formação matemática de professor, seja por meio de formação continuada, para aqueles que já atuavam profissionalmente, ou como programas preparatórios de novos professores. Além disso, eram desenvolvidos materiais de apoio para a atuação dos professores em sala de aula e, mais adiante, centraram-se na produção científica que versava sobre as ações sobre o ensino de Matemática.

O francês, Doutor em Ciências e professor da Universidade de Bordeaux, Guy Brousseau, foi um dos grandes pesquisadores nessa área. Propôs o estudo das condições da construção de conhecimento e definiu o objeto de estudo da Didática da Matemática: a situação didática. Para Brousseau (1982), a situação didática pode ser compreendida como uma situação organizada por um professor, com vistas à apropriação de um saber constituído ou em vias de constituição por um aluno, ou um grupo de alunos, um meio composto, eventualmente, por objetos.

Vale destacar que a marca de uma situação didática não é o ambiente escolar, mas, sim, a intenção didática, que vai caracterizar a relação professor-aluno sempre associada a seu elemento definidor, o saber. Esses três elementos, professor, aluno e saber, constituem uma relação ternária, que Brousseau nomeou de "triângulo das situações didáticas" estudado, a partir da complexidade e profundidade de suas relações por esse pesquisador e seus colaboradores.

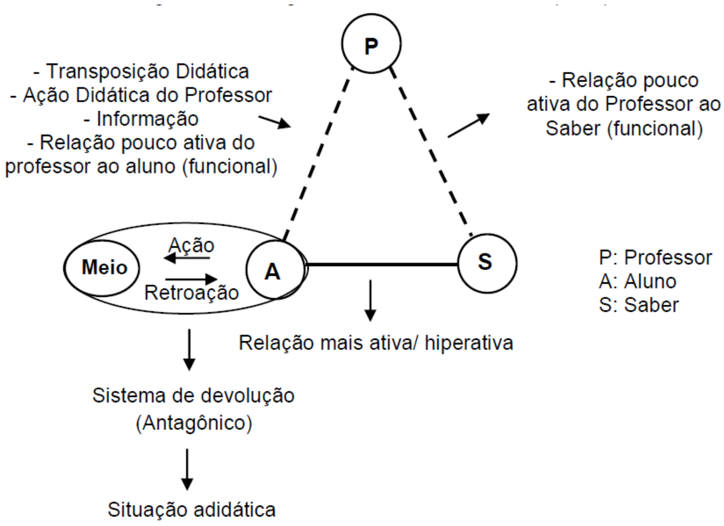
> o ponto de partida da relação didática é a *intenção* alimentada por alguém (em geral, um professor) de estabelecer as condições para que uma ou várias outra(s) pessoa(s) (em geral, alunos) *aprendam com êxito* um conteúdo de aprendizagem (em geral conteúdos, sejam ou não saberes, relativos a uma disciplina escolar) (Jonnaert; Borght, 2002, p. 83).

A implementação do saber como um dos polos, formando essa triangulação, significou um avanço nos estudos da Psicologia e da Pedagogia na segunda metade do século XX. Anteriormente, todos os estudos centravam-se no aluno e/ou do professor, uma relação em par que parecia não ser impactada pelas suas relações com o saber, mesmo que de forma individual (professor-saber, aluno-saber). Vergnaud (1990) propôs essa discussão sobre o saber, afirmando que o ensino não pode ser compreendido com intransitivo, uma vez que é ele que irá definir algumas relações entre o professor e o aluno.

Para o funcionamento dessa relação triangular, é necessária uma negociação que possibilite o estabelecimento das regras que nortearão a divisão de responsabilidades entre os polos humanos da tríade (professor e aluno), as expectativas, os prazos, as proibições e permissões, mesmo que, na sua maioria, ocorram de forma implícita, na cultura de funcionamento do sistema didático aceita socialmente. Esse acordo de compromisso, que "nessa 'metáfora do jogo' [...] às vezes é regra, às vezes é estratégia" (D'Amore, 2007, p. 235), é denominado contrato didático e é o objeto de estudo dessa pesquisa, o qual será aprofundado no próximo capítulo.

Lançar o olhar sobre o triângulo das situações didáticas requer muita cautela. Tudo dependerá da lente que constituirá nossa perspectiva teórica (psicologia, antropologia, sociologia, didática, etc). Além disso, existe um grau de transversalidade que versa essa perspectiva como reflete Almeida (2016) quando coloca o milieu (meio) em constante relação com o aluno sob os processos de ação e retroação (Figura 1).

Figura 1- O triângulo das situações didáticas e o milieu (meio)



Fonte: Almeida (2016)

O estado de conhecimento do aluno é modificado de forma não controlada a partir dessa relação. Cabe à compreensão de que do mesmo modo que os contextos histórico, cultural e social interferem na individualidade do professor e do aluno, como sujeitos que possuem a multiplicidades das suas construções individuais e coletivas da sociedade em que participam, esses também influenciam diretamente o saber, da sua base de pesquisa científica até o que chega nas escolas (Almeida, 2016).

2.1 O OLHAR SOB O ALUNO

Na perspectiva da psicologia, tem-se a teorização de Jean Piaget (1896-1980) como a que mais cuidadosamente reflete sobre a construção do conhecimento. Para esse pesquisador, o aluno é um ser que constrói conhecimento a partir da interação com os objetos do meio, fato que destaca a natureza epistêmica do sujeito. Todavia, podemos refletir que nem sempre o professor consegue construir uma situação didática que coloque o aluno como um sujeito capaz de construir conhecimentos acerca dos objetos de saber que para ele são apresentados. Portanto, concordamos com Brousseau, quando postula que “não é suficiente conhecer o sujeito cognitivo; são necessários meios didáticos (e socioculturais) para reconhecê-lo” (Brousseau, 1996, p. 72). Além disso, corroborando com a hipótese de Piaget, todo conhecimento é construído pela constante interação entre o sujeito que aprende e o objeto, e é a partir de reconstruções, recontextualizações e ressignificações que se dá a aprendizagem.

Ao visualizar o contexto dessa forma, alguns questionamentos que podem ser feitos, como: será que o aluno constrói o conhecimento ou só reproduz de acordo com o desejo do professor? É necessário que haja um interesse pessoal do aluno para o êxito no processo de aprendizagem? Assim como observado por D'Amore (2007), os pressupostos de Brousseau levam à compreensão de que o aluno só constrói o conhecimento se o problema que foi proposto para ele promove um interesse pessoal. Essa reflexão presume que, apesar do professor ser um dos atores principais, que é responsável por organizar, interrogar e articular, as situações do processo de aprendizagem não se restringem àquelas controláveis por ele.

Para Pais (2019), é essa autonomia intelectual do aluno que proporciona condições para sua participação no mundo em que vive, são situações que abrem espaço para o intenso fluxo do espaço maior da vida, o que Brousseau (1986) conceituou como situações adidáticas. Uma situação adidática é aquela que mais se assemelha ao que propôs Piaget, em que, o professor organiza o cenário didático, toma decisões, propõe situações que coloquem o aluno para refletir, e se afasta do "comando" da situação, proporcionando desta forma, o momento do aluno assumir o papel de protagonista.

Esse pensamento e nova definição parece ambíguo ao se comparar o que foi destacado no início do capítulo, quando foi descrito o campo da Didática da Matemática. Johsua (1993) destaca esse fato, e parece ser um questionamento válido: como esse fenômeno não tem um controle didático e é uma das noções pertinentes de estudos na área de Didática da Matemática? Atribuir uma resposta para essa questão vai muito além de enxergar o que está ocorrendo ali na sala de aula. É necessário voltar um pouco e pensar nas fases de planejamento, na qual o professor era um pesquisador e planejador, e seu aluno um ser reflexivo. Por isso, segundo Pais (2019, p. 67) "a intenção pedagógica caracteriza todas as etapas do sistema didático uma vez que todo o trabalho do professor é previamente determinado por objetivos, métodos e noções conceituais".

Além das nuances didáticas e epistemológicas, é necessário lançar o olhar sobre o aluno como ser social, resultado de uma construção histórica, cultural, mas também com sua singularidade. A relação do aluno com o saber, particularmente, o saber matemático, e com o professor são aspectos definidores da evolução do processo de aprendizagem.

Primeiramente, pode-se refletir sobre essa relação do aluno com o saber matemático, em que, por exemplo, a recorrência de repetições e do fracasso escolar ocasionado pela relação do aluno com a disciplina de Matemática já é um fato conhecido há anos (Gomes, 2002). Um dos motivos para que isso seja um fato pode estar atrelado a maneira como é apresentada a Matemática (para aprender Matemática, preciso memorizar, aplicar a fórmula e acertar o cálculo). Pais (2019) ressalta a importância de valorizar o raciocínio lógico e argumentativo, assim como a criatividade, propulsoras da criação de estratégias de resoluções pessoais de pesquisas que devem ser valorizadas.

O pressuposto que deve ser o plano de fundo para o professor, como criador de situações, é a motivação pela busca de conhecimento. Transcender o olhar e criar estratégias para demonstrar ao aluno a importância do saber matemático, valorizar suas tentativas e seus erros, assumir seus diferentes papéis, ora o protagonista, ora o coadjuvante.

Além disso, a visão apresentada corrobora com Almeida (2016), quando este afirma, em relação ao ato de aprender, que existe uma dependência com o envolvimento do aluno com o meio, mais precisamente, com a intensidade da adaptação. Á medida que a adaptação aumenta, o aluno se envolve mais no processo e consequentemente, há indícios para a ocorrência da aprendizagem.

2.2 O OLHAR SOB O PROFESSOR

Para iniciar esse tópico, devemos deixar claro aqui em qual perspectiva corroboramos, quando refletimos sobre o papel do professor. Concordamos com Brousseau (1996, p. 55), quando ele afirma que:

> o trabalho do professor consiste, então, em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor.

Essa problemática nos faz refletir sobre as atitudes que configuram um “ser professor” e o quanto essas são determinantes dos acontecimentos do meio. Muitos fatores presentes no sistema de ensino influenciam diretamente as ações didáticas do professor (gestão do tempo, método avaliativo, recursos pedagógicos utilizados, metodologias escolhidas, etc). Por isso, Brousseau (1996), metaforicamente, comparou o professor com um ator, aquele que atua segundo o contexto, mas, segue a tradição. “Podemos imaginá-lo como um ator da *Commedia dell’arte*: improvisa na hora, em função de um argumento ou uma trama.” (Brousseau, 1996, p. 77).

D’Ambrosio (2012) relata as diversas nuances ao tentar definir um “bom professor” e sua perspectiva muito se assemelha ao que é explicado pela filosofia da educação, pois, acredita que a postura filosófica do professor, sua maneira de enxergar o conhecimento, é a sua essência.

A missão do professor vai muito além da clássica definição do verbo ensinar (“passar adiante o conhecimento”). Seu papel é um gesto de doação, é saber abrir espaço para dividir o protagonismo da cena, para que o conhecimento do aluno se manifeste, o que exige dele algumas características do pesquisador. Sem negação às tensões do sistema educativo e do processo de ensino e de aprendizagem, educar é um ato de amor.

Portanto, a “apreciação” do conhecimento voltado para a ciência e tecnológica deve ser um dos caminhos educacionais para o século XXI. É nesse sentido que se deve valorizar a formação dos professores, ainda um grande desafio para o futuro. D’Ambrosio (2012, p.80) diz que uma resposta para essas nuances implica em pensar um professor de Matemática que deve ser:

> 1.Visão do que vem a ser a matemática; 2. Visão do que constituiu a atividade matemática; 3. Visão do que constitui a aprendizagem da matemática; 4. Visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem da matemática

Além de observar e refletir como o professor se relaciona com o aluno, é necessário a compreensão de como se dá sua relação com o saber, particularmente, o saber matemático. É essa relação que determinará quanto tempo esse saber estará em cena e de que forma será metodologicamente conduzida a apresentação dele.

2.3 O OLHAR SOB O SABER

Quando falamos em saber matemático temos que perpassar a reflexão por três pontos: a sua criação, a sua transposição, a sua apresentação didática. O segundo ponto, responsável pelas transformações necessárias para um saber científico ganhar a sua “cara” pedagógica é recheado de subjetividade, em parte do seu processo, e das particularidades na atividade humana.

Muitas confusões podem surgir acerca dos termos “saber” e “conhecimento”, por isso, vale destacar, antes do aprofundamento dessa discussão, essa diferença. Corroborando com Pais (2019, p. 38), adota-se neste estudo a visão de que:

> enquanto o saber está relacionado ao plano histórico da produção de uma área disciplinar, o conhecimento é considerado mais próximo do fenômeno da cognição, estando submetido aos vínculos da dimensão pessoal do sujeito empenhado pela compreensão de um saber.

Essa dimensão pessoal faz refletir sobre a epistemologia do professor. Ainda segundo Pais (2019), a epistemologia está relacionada à teoria do conhecimento, é o estudo da evolução das ideias de uma determinada ciência. Portanto, a epistemologia de um professor está relacionada às suas concepções acerca da disciplina que trabalha, que influenciam diretamente no seu fazer pedagógico.

Quando se é analisada uma situação sobre essa perspectiva, podem ser observadas crenças enrijecidas pelo tempo que podem influenciar na visão sobre a ciência ensinada, em uma ótica puramente pessoal. É um conflito interno entre a subjetividade e a intenção de objetividade (Pais, 2019). Uma pesquisa realizada por Becker (1993) demonstrou que há o predomínio de uma visão estratificada da educação, e que esse fato leva a uma prática pedagógica baseada na repetição, favorecendo a cristalização de velhas concepções.

Esse fato comprova o quanto é importante estar atento ao processo de Transposição Didática. Essa ideia foi desenvolvida por Chevallard (1991) no século XX e sua primeira sistematização foi apresentada em *"La transposition didactica. Du savoir savant au savoir enseigné"* de Chevallard (1985). O surgimento dessa teoria se justifica pela necessidade de compreender as diferenças entre o saber científico, aquele apresentado à comunidade acadêmica, e o saber escolar, componente de uma situação didática. De acordo com Bosch e Gascón (2007, p. 387), esse "transporte do saber" até sua apresentação didática requer

> uma série de transformações adaptativas para que os conhecimentos que se querem ensinar possam "viver" em um novo ambiente que a escola oferece. Para que certo conhecimento seja ensinado na escola, é necessário um *trabalho transpositivo* que faça possibilitar algo que não foi criado para escola sofra as mudanças necessárias para poder ser reconstruído dentro da escola.

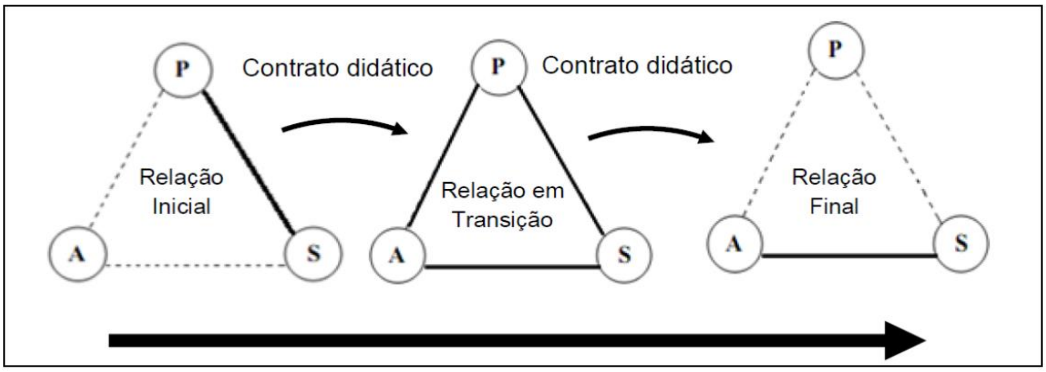
Todas essas transformações sofrem grandes influências do contexto social, histórico e cultural do homem. Ou seja, refletir sobre o saber matemático, sobretudo aquele apresentado na sala de aula, implica em compreender a relação do professor com esse saber e, a relação do aluno com esse saber, que é influenciada por como o professor coloca o saber em jogo.

Sobre esse ponto, cabe destacar a singularidade da Matemática, assim como bem ressalta Brito Menezes (2006, p. 35), "podemos refletir que aprender aritmética é diferente de aprender álgebra, por vários motivos, dentre eles, porque esses dois campos de saber são necessariamente diferentes, epistemologicamente diferentes". Esse ponto nos faz compreender que a relação mais profunda que o professor tem com o saber vai ser o ponto crucial para a organização didática que influenciará todo o processo de ensinar e de aprender.

Quando se fala em profundidade, é buscado destacar a experiência escolar e científica que o professor tem com esse saber (como esse saber foi apresentado, possíveis traumas ou obstáculos desenvolvidos no seu caminho acadêmico), a gestão do tempo que o saber fica em jogo na situação didática, que está relacionado diretamente com o primeiro aspecto, e suas concepções educacionais teóricas e metodológicas.

Todos esses aspectos relacionados ao saber, elencados acima, fazem parte da esfera de influência da relação didática, principalmente no nível de proximidade dos polos humanos, professor e aluno, com esse saber no curso de desenvolvimento das situações. Com relação a assimetria da relação ao saber, observa-se (Figura 2), Ora o professor se encontra em uma relação mais direta com o saber, ora ele se afasta, de forma que o aluno assuma esse papel.

Figura 2- Representação da Assimetria em Relação ao Saber



Eloi e Andrade (2020)

Nesse sentido, quando um novo saber entra em cena, todas as relações são modificadas. Inicialmente, o aluno não tem uma relação tão adequada com o saber, enquanto o professor possui maior proximidade. À medida que ocorrem negociações, rupturas e apropriações, essas relações se modificam e a distância que o aluno tinha com o saber, tende a dminuir. Jonnart e Borght (2002) afirmam que essa função de modificação pertence ao Contrato Didático, noção que discutiremos no capítulo a seguir.

3. O CONTRATO DIDÁTICO

> Não buscai satisfazer vossa vaidade ensinando-lhes coisas demais. Despertai neles a curiosidade. É suficiente abrir a mente, não sobrecarregá-la. Colocai apenas uma faísca. Se tiver boa matéria inflamável, o fogo surgirá.
>
> Anatole France, Le jardin d'Épicure

As entrelinhas dos fenômenos que ocorrem nas situações didáticas são passíveis de grandes reflexões. O caminho didático, as ações e as circunstâncias que circulam no processo de ensino e de aprendizagem "escondem" bem mais nuances do que nossos olhos são capazes de enxergar. Dessa forma, a ênfase nos estudos dos mais variados fenômenos didáticos se destina à compreensão das múltiplas relações que se estabelecem entre a teoria e a prática.

A partir desses pressupostos, e ao firmar a importância dos estudos voltados para as situações didáticas, iremos nos debruçar nas relações que concernem esses aspectos e que envolvem o estudo das regras e condições que condicionam o funcionamento do Sistema Didático. Mais precisamente, neste capítulo iremos mergulhar no universo da ideia de Contrato Didático, idealizado por Brousseau (1986), bem como nas suas possíveis rupturas, seus efeitos e ainda, o percurso histórico dos contratos que permeiam os diversos meios sociais.

3.1 O PERCURSO HISTÓRICO DOS CONTRATOS

O mundo é uma esfera social carregada de regras e contradições. A cada vez que seus sujeitos embarcam em uma nova fase da vida, deparam-se com cláusulas de vivência e de sobrevivência. A própria Constituição Federal (Brasil, 1980) já determina quais direitos podemos cobrar e quais deveres devemos cumprir, parece um manual de harmonia social que condiciona a vida humana.

Estamos tão condicionados a viver sob regras, que algumas ações se tornaram tão naturais a ponto de não serem passíveis de questionamentos. Os "bons" sempre são aqueles que seguem fielmente as regras, e os "maus", claro, são aqueles que as questionam. Porém, são esses questionamentos que fazem as regras seguirem o curso natural do desenvolvimento, o que implica em rupturas e renegociações.

Essas convenções entre duas ou mais pessoas que envolvem um acordo, em que todas as partes precisam cumprir suas obrigações sob pena de punição, quando não cumpridas, podem ser compreendidas como contrato sob a ótica de Jonnaert (1994). Além disso, esse autor afirma que para ser estabelecida uma boa relação contratual, as cláusulas devem ser explícitas com clareza absoluta, dessa forma, “trata-se de um sistema fechado e imutável: as regras não podem ser modificadas no curso da execução do contrato” (Jonnaert, 1994, p. 203).

O ambiente escolar é um dos mais propícios a uma convivência contratual, seja entre instituição e aluno, instituição e professor, professor e aluno ou, até mesmo, instituição e sociedade. Mas, a cada vez que nos aprofundamentos nas subjetividades na sala de aula, a definição de contrato, no sentido mais amplo, abordada por Jonnaert (1994) parece ficar mais distante, e isso será observado no aprofundamento do estudo de Contrato Didático, a ser discutido mais adiante.

Antes de embarcar nos estudos sobre o Contrato Didático, é necessário pontuar alguns outros contratos que acompanham a vida humana, isso porque, o aluno e o professor, ao cumprirem seus papéis dentro da sala de aula, ainda carregam sérias influências das suas vivências fora dos muros da escola. Por isso, a fim de elencar suas semelhanças e diferenças, serão abordados os conceitos de contrato social estabelecido por Jean-Jacques Rousseau (1712-1778) e de contrato pedagógico idealizado por Filloux (1974).

Para Rousseau, a vida humana em sociedade precisa dispor de alguns aspectos contratuais para a garantia dos compromissos e direitos sociais. Segundo Pais (2019), Rousseau elencou três estados do desenvolvimento intelectual do homem: o natural, o social e o contratual. No primeiro estado, o natural, há a prevalência da liberdade e igualdade; no contexto social, a sociedade está condicionada às regras organizadas hierarquicamente, que não favorecem todos os grupos sociais, comprometendo algumas virtudes; o estado contratual chega justamente para combater algumas injustiças e representa uma evolução ao bem-estar coletivo, mesmo que ainda seja determinado pelas relações de poder.

Para compreender essas nuances, é importante destacar a ideia de contrato pedagógico, lançado por Filloux (1973, 1974) sob a ótica de alguns tipos de relações entre professor e aluno. Esse tipo de contato denominado pedagógico faz referência a essa relação mais social do que cognitiva, ou seja, refere-se ao conjunto de cláusulas enunciadas ou não, entre o(s) aluno(s) e o professor para o convívio no ambiente de aprendizagem, mas que não envolve as especificidades do conhecimento em jogo, algo que será fator determinante para o conceito de contrato didático.

> Em uma situação de ensino, preparada e realizada por um professor, o aluno normalmente tem como tarefa resolver o problema (matemático) que lhe é apresentado, mas o acesso a essa tarefa é feito por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das obrigações impostas que são constantes no modo de ensinar do professor. Esses hábitos (específicos) do professor esperados

> pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente constituem o contrato didático. (Brousseau, 1980, p. 127)

D’Amore (2007) ainda destaca que essas “expectativas” nem sempre são ocasionadas por acordos explícitos, estabelecidos pela instituição de ensino, pelos professores ou pelos estudantes. Em muitos casos, diz respeito à concepção das escolas, da Matemática ou modalidades de ensino. A tentativa de encontrar semelhanças e diferenças entre o contrato didático e o contrato pedagógico levou à idealização da noção de metacontrato: “o conjunto das cláusulas que gerem, em um dado campo, todas as adesões a um contrato e as asseguram a sua eficácia, não importando quais sejam seus conteúdos particulares” (Chevallard, 1988, p. 58)

3.2 O CONTRATO DIDÁTICO: A PEDRA DE TOQUE DO JOGO DIDÁTICO

Com os avanços das pesquisas em Didática da Matemática nos anos 70, especificamente, aos aprofundamentos dos estudos dos fenômenos que permeiam as situações didáticas, a ideia de contrato didático foi idealizada por Guy Brousseau (IREM Bordeaux, 1978), revolucionando os olhares para as aulas de Matemática.

O que Brousseau observou naquela época também é fácil de ser encontrado atualmente: o fracasso escolar constantemente associado à disciplina de Matemática. Reconhecida pelo seu nível de complexidade, por muitas vezes, a Matemática era motivo de repetência e evasão escolar, motivos que levaram Brousseau a levantar grandes questionamentos e propor o Caso Gael (D’Amore, 2007), na procura de respostas. D’Amore (2007) descreve o caso Gael, que se trata de um estudo feito a partir de uma criança da segunda série do Ensino Fundamental, com mais de 8 anos, e elenca alguns aspectos. Primeiramente, Gael não exprime seu próprio conhecimento, sempre usa os termos que remetem ao que o professor falou; as suas estratégias nunca são próprias e sim aquilo que o professor disse que deveria fazer. Desta forma, se tornou necessário entender o porquê as experiências do aluno eram vividas através do querer do docente.

A princípio, a definição de contrato didático não foi destacada por Brousseau (1986, 1998) de forma direta e explícita, o que ocorreu foi uma construção das reflexões acerca das relações com o saber e os papéis dos sujeitos didáticos com ele (professor e aluno). Nesse mesmo sentido, foi observado as influências epistemológicas e históricas que afetavam diretamente no decorrer do processo de ensino e de aprendizagem. Dessa forma, Brousseau afirma que:

> Em uma situação de ensino, preparada e realizada por um professor, o aluno normalmente tem como tarefa resolver o problema (matemático) que lhe é apresentado, mas o acesso a essa tarefa é feito por meio da interpretação das questões colocadas, das informações fornecidas, das obrigações impostas que são constantes no modo de ensinar do professor. Esses hábitos (específicos) do professor esperados pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente constituem o contrato didático (Brousseau, 1980, p. 127).

Partindo desse pressuposto, Brousseau (1996) propõe a ideia de contrato didático como "a regra do jogo e a estratégia da situação didática." (p. 50), o sistema de obrigações e expectativas recíprocas que se estabelece quando a relação professor-aluno mantém vínculo com o saber matemático. Brousseau (1996) ainda ressalta que este não se trata de algo fechado e imutável, o contrato se modifica conforme os caminhos percorridos no jogo didático.

Essa relação contratual estabelece papéis para cada componente da tríade e regula o funcionamento de uma situação didática, definindo, explícita ou sobretudo implicitamente, regras e expectativas. De acordo com Jonnaert (1994), para o bom funcionamento do contrato, é necessário criar um espaço de diálogo entre os pares da relação, para que as cláusulas sejam externalizadas e, se necessário, renegociadas.

A partir dos estudos de Jonnaert (1994) destacam-se elementos importantes para a constituição de um contrato didático: a ideia de divisão de responsabilidades, em que o controle da relação didática não deve estar concentrado exclusivamente no professor, é necessário que o aluno aceite seu ofício; a consideração do implícito, o contrato é realizado fundamentalmente sob o "não dito", a despeito das regras explícitas; a relação com o saber, no qual o contrato deve levar em conta a assimetria das relações com o saber em jogo, considerar a relação dos participantes com o saber é uma das especificidades do contrato didático.

Então, a divisão de papéis, a criação de expectativas e a tomada de decisões são pontos cruciais para o desenrolar do contrato didático. O professor, baseado em suas construções ideológicas, sua filosofia pedagógica, seus objetivos e métodos de ensino tem o poder de conduzir o jogo didático, alterando toda a forma da cena e reconduzindo o contrato estabelecido com seus estudantes. Assim, como afirma Brousseau (1996), o professor é um ator, carregado de vontade de demonstrar sua criatividade.

Ainda assim, não cabe ao professor toda a responsabilidade das construções de um contrato, existem em si motivações e papéis que concernem aos outros dois elementos da tríade didática e sem eles, nada funciona ou faz sentido. Partindo da visão do aluno, existe muita expectativa ligada ao seu comportamento que, de diversas formas, são transformadas em "obrigações".

Algumas ideologias pedagógicas, como a tradicional, sobrecarregam o estudante de responsabilidades, e ainda retiram dele a liberdade de expressar seus próprios desejos. A persistência dessa metodologia é tão forte que, mesmo nos dias atuais, é difícil encontrar alunos que colocam em discussão a legitimidade e pertinência das perguntas do professor. Sempre são conduzidos a acreditarem fielmente que para tudo tem uma resposta que é exatamente aquela única, absoluta e verdadeira que está sendo esperada pelo professor. Se isso não ocorrer, haverá ali uma ruptura de um pacto estendido por anos: o professor sabe, me ensina e eu preciso reproduzi-lo.

D'Amore (2007) propõe alguns exemplos para entendermos a multiplicidade de interpretações que se tem ao falar de contrato didático. serão destacados aqui, dois desses exemplos que o autor afirma se aproximar muito do "contrato social".

> Por três segundas-feiras consecutivas, o professor de Matemática pede aos estudantes que resolvam exercícios na lousa; a partir daí, o aluno sabe que toda segunda-feira será assim; uma mudança no programa esperado gera surpresa. O mesmo vale, por exemplo, com relação aos temas possíveis esperados em uma prova oral: se o professor sempre fez apenas perguntas sobre o programa desenvolvido nas últimas aulas, não pode, na visão do estudante, questionar sobre assuntos que foram temas de aulas em um passado mais distante. (D'Amore, 2007, p. 103)

Essas repetições comportamentais que ocorrem na sala de aula condicionam um funcionamento das aulas que, por muitas vezes, parece que virou elemento primordial do processo de ensino e aprendizagem. Para o aluno que vive sob essas situações, se algo sair do "normal" está errado, por isso, se sentem tão incapazes de questionar ou de propor mudanças. Olhar para si próprio e entender o que é melhor para sua aprendizagem parece ser o maior desafio de todos.

Observar nos seus detalhes o contrato didático e o avanço dos estudos de outros fenômenos didáticos proporcionaram outra visão sobre alguns comportamentos dos alunos, antes considerados como sendo ligados a desinteresse, incapacidade lógica ou ignorância (D'Amore, 2007). Um dos estudos mais famosos que vai nessa direção, é conduzido a partir da proposição de um problema denominado a Idade do Capitão, pesquisa realizada na França e publicada em 1980 em Grenoble (IREM Grenoble, 1980). O problema foi aplicado com 97 alunos de séries que, no Brasil, equivalem à 1ª série e 2ª série, e se tornou o título do livro da psicóloga francesa Stella Baruk (1985). O problema consistia no seguinte: "Em um barco existem 26 carneiros e 10 cabras. Qual é a idade do capitão?"

De todos os alunos questionados, 76 realizaram operações aritméticas com os números expostos no enunciado para encontrar a idade do capitão. Brito Menezes (2006) destaca esse como um dos problemas que possibilitam refletir sobre regras cristalizadas do contrato didático. De acordo com essa autora, uma das cláusulas que perduram nos contratos didáticos em Matemática é relativa à resolução de problemas. Os estudantes tendem a sempre realizar operações aritméticas pela observação de palavras-chave, desprezando o contexto do problema e concentrando-se em palavras que conduzam a uma operação. Por exemplo, a palavra “ganhou” remete à adição, já a palavra “perdeu” vai sinalizar uma subtração.

Além disso, as crianças ainda separam completamente o “problema” que pode ser vivenciado fora da escola com aquele problema matemático proposto pelo professor. O problema sempre é proposto pelo professor para o aluno realizar uma operação e encontrar sua solução, assim, o procedimento de resolução envolve algumas cláusulas explícitas no contrato didático (resolver ou tentar resolver o problema sozinho), ou aquelas sugeridas (ler e reler o enunciado). É nesse sentido que Chevallard (1988) ressalta que o contrato didático não é uma realidade estática e imutável, ele é uma realidade em evolução.

D’Amore (2007), apresenta, ainda, outro exemplo que possibilita fazer importantes reflexões acerca da relação contratual: “Os 18 alunos da segunda série querem fazer uma excursão de um dia, de Bolonha a Verona. Devem considerar os seguintes dados: 1. Dois deles não podem pagar; 2. De Bolonha a Verona são 120 quilômetros; 3. um micro-ônibus de 20 lugares custa 200 mil libras por dia mais 500 libras por quilômetro rodado (incluídos os pedágios da estrada). Quanto gastará cada um?”. O autor destaca que grande parte dos estudantes, na tentativa de resolver o problema, realizava uma multiplicação de 500 por 120 sem levar em conta o retorno.

Segundo D’Amore (2007, p. 110), a explicação desse fato está no “esquecimento estratégico ou afetivo: a ida de uma excursão é um momento emotivamente forte, a volta, não.” Castro, Locatello e Meloni (1996) ocuparam-se do mesmo problema e verificaram que muitas crianças não se sentem autorizadas a utilizarem dados que não se encontram explícitos no texto. Ao questionar seus estudantes após a aplicação do problema, os autores encontraram respostas que demonstram com clareza tudo que foi discutido até aqui. As justificativas das crianças se concentravam em: “mas se você queria também a volta deveria ter escrito isso”, “não há nenhuma frase sobre a volta, seria melhor colocá-la”, “para resolver devem-se usar os números do problema”.

Essas e algumas outras regras observadas no sistema de ensino francês também podem ser identificadas no ensino no Brasil. Algumas práticas são tão comuns que parece que estamos falando de algo que nunca poderá ser modificado, como exemplo, pode-se destacar: se os números do enunciado de um problema são simples, a solução também deve ser; sempre existe uma resposta para um problema matemático e o professor sabe qual é; as questões, de modo geral, não tem relação com a realidade cotidiana, só servem para verificar se os alunos compreendem o conteúdo.

Dessa forma, Pais (2019, p. 78) afirma que “as regras de um contrato didático não podem ser identificadas com as regras do contrato jurídico”. Um dos aspectos que aumenta toda a complexidade do sistema educativo é a subjetividade das interpretações das normas e o fato dessas serem se encontrarem totalmente explicitadas. Por isso, delinear alguns possíveis pontos de ruptura de um contrato didático estabelecido possui mais relevância do que a tentativa de explicitar a totalidade de suas regras.

Mesmo sendo tão importantes, também não somos capazes de ter clareza absoluta dos pontos de ruptura da atividade escolar. Os momentos, as causas e as consequências dessas “quebras” não podem ser completamente previstos, pois, ocorrem durante a situação didática, em uma dimensão subjetiva. A superação dessas rupturas, ou seja, a renegociação do contrato, é fundamental para a continuidade do processo educativo e para que não haver uma obstrução do processo de ensino e aprendizagem. Portanto, para que isso ocorra, é necessário que os atores do processo compreendam as razões que levaram aquela ruptura e, se possível, refaçam as regras de maneira a favorecer ambos os lados.

É importante destacar que essas rupturas podem se dar de diversas formas. Vamos imaginar um caso em que o aluno mostra total desinteresse na resolução de problema proposto pelo professor ou quando ele não se envolve das atividades propostas, mudando todo o planejamento. Nesse caso, havia uma expectativa do professor em relação ao seu aluno.

Diversas situações poderiam ser elencadas aqui. O que se observa é que todas a ações que ocorrem na sala de aula advêm de uma fonte de influência, quer seja do cenário educacional, como a metodologia adotada pelo professor, os condicionamentos da instituição escolar, ou a relação do docente ao saber, ou ainda da realidade dos estudantes, das suas vivências fora dos muros da escola, dos tempos de aprendizagem, da sua história e perspectiva com a Matemática.

Com base no que foi colocado até aqui, existe uma associação com a ideia de D’Amore (2007, p. 116) na tentativa de definir contrato didático:

> um conjunto de regras, com verdadeiras e próprias cláusulas, na maioria das vezes, não explícitas (muitas vezes, aliás, não realmente existentes, mas criadas pelas mentes dos personagens envolvidos na ação didática, para tornar coerente um modelo de escola, ou de vida escolar, ou de saber), que organizam as relações entre o conteúdo ensinado, os alunos, o professor e as experiências (gerais e específicas) no interior da classe, nas aulas de Matemática.

Na esfera do contrato didático ainda existem outros contratos que influenciam diretamente no seu funcionamento. Assim como afirma Chevallard (1988), podemos refletir sobre um contrato de ensino que obriga o professor, um contrato de aprendizagem que pré-determina todas as obrigações do aluno no processo e esse contrato didático que regula detalhadamente toda a questão e organiza as relações desses dois elementos humanos com o saber, nesse caso, o saber matemático.

Todos esses aspectos nos fazem refletir sobre a importância de compreender o que se dá de forma subjetiva e nem sempre perceptível, na sala de aula, o que muda quando um saber está em jogo e o que também não muda. Avançando na compreensão do que envolve o jogo didático, Brousseau (1986, 1990) considerou importante o estudo dos efeitos do contrato didático, que serão abordados no próximo tópico.

3.3 OS EFEITOS DO CONTRATO DIDÁTICO

Segundo Pais (2019), os efeitos didáticos do contrato são momentos bem localizados os quais a superação depende dos elementos humanos da tríade didática, ou seja, do professor e do aluno. Da mesma forma que é necessário entender que sua ocorrência não determina o resultado de uma ação, pois, a aprendizagem não deve ser entendida como redutível a uma única dimensão. Todos os efeitos que serão descritos aqui discorrem dos diversos aspectos já comentados acima, ou seja, ideologia pedagógica, obstáculos, formação do professor, nível de conhecimento, entre outros.

3.3.1 Efeito Topázio

É comum, nas aulas de Matemática, encontrarmos muitos alunos que desenvolvem um “bloqueio” ao se deparar com a dificuldade momentânea de resolver um problema. O professor, no entanto, na tentativa de ajudar, ignora a individualidade dos tempos de aprendizagem e antecipa o resultado que o aluno deveria chegar com seus próprios esforços. Brousseau (1996) denomina essa situação de **efeito Topázio**.

Essa denominação foi atribuída por uma analogia a um romance do francês Marcel Pagnol. Em uma passagem, um dos personagens, que é o professor Topázio, realiza um didático com seus alunos e um deles escreve “os carneiro”. De forma precipitada, o professor repete a expressão dando uma ênfase no ‘S’, e o aluno, mesmo sem compreender, acrescente a letra ‘s’ ocasionando o acerto, mas sem consistência ortográfica.

Atualmente, essas ações ainda são bem características das aulas de Matemática e afastam a real aprendizagem significativa. O professor ainda toma como sua responsabilidade a tarefa de compreender e interpretar um problema, e é nesse sentido que "a ocorrência de um efeito Topázio sinaliza para a direção oposta à postura didática defendida pelo pressuposto de que é necessário o aluno participar ativamente na elaboração de seu próprio conhecimento" (Pais, 2019, p.88).

3.3.2 Efeito Jourdain

O **efeito Jourdain** ocorre quando o professor decide tomar para si a responsabilidade da compreensão, que deve competir ao aluno. Pais (2019) explica que essa forma de agir torna o professor protagonista de um cenário artificial, ao passo que é conduzido a identificar o saber escolar em qualquer manifestação do aluno, ou seja, é quando há uma valorização inadequada do conhecimento expresso pelo aluno. Essa denominação foi dada por Brousseau (1996) em analogia a uma cena de um romance francês (*Bourgeois Gentilhomme)* que envolve um personagem chamado Jourdain e seu professor de filosofia.

Esse efeito se origina a partir do momento que o professor tenta relacionar um novo assunto com conteúdos que já foram estudados, mas falha ao acreditar que pode ampliar o significado para o aluno e, na verdade, ocorre uma falta de controle pedagógico e um conhecimento indevido de respostas ingênuas do aluno, que são artificialmente transformadas em um conhecimento válido.

Em Pais (2019), um exemplo é citado: em um momento de ensino do teorema de Pitágoras, o aluno desenha um quadrado em um dos lados do triângulo retângulo e o professor, ao se deparar com aquele desenho, afirma que o aluno já descobriu uma demonstração do teorema, mesmo faltando uma formalização. Dessa forma, a demonstração de um teorema matemático é conduzida a uma superficialidade, na medida que o aluno nem se aproxima do saber matemático em questão.

3.3.3 Efeito de uso abusivo da analogia

O uso das analogias em sala de aula tem grande potencial de ser um excelente propulsor da aprendizagem. Mas, de acordo com Pais (2019), deve-se ter uma vigilância criteriosa quanto ao seu uso, visto que, existe a possibilidade de uma "dupla redução tanto da aplicabilidade do conhecimento do aluno, como do sentido do conteúdo visado" (Pais, 2019, p.92). Podemos pensar em um exemplo aplicado ao campo matemática de interesse do presente estudo: a Probabilidade. É muito comum os professores utilizarem o conceito de “sorte” no seu ensino, o que determina em um reducionismo da teoria e de suas propriedades.

Brousseau (1986) ainda afirma que o **uso abusivo da analogia** pode ser um ponto de partida para o desencadeamento do efeito Topázio e, posteriormente, do efeito Jourdian. O que pode ser um caminho de facilidade, pode-se tornar um péssimo recurso que distorce totalmente a visão de uma efetiva aprendizagem. Ou seja, em vez do aluno realmente aprender, irá focar nos processos de memorização e repetição na busca de semelhanças das analogias utilizadas pelo professor, mas, sem significado conceitual.

3.3.4 Deslize Metacognitivo

Outro efeito didático é o *glissement métacognitif*, traduzido por Pais (2019) como **deslize metacognitivo**, numa tentativa de aproximar-se da noção proposta por Brousseau. Reflete que a partir das dificuldades vivenciadas em sala de aula, ou seja, quando uma situação não transmite satisfação, o professor, ao perceber o esgotamento de seus argumentos didáticos, substitui involuntariamente o discurso científico pelos seus próprios argumentos, fato que não é identificado pelo aluno, o que favorece um desequilíbrio cognitivo gerado pela confusão entre o saber escolar e o senso comum da sua vida cotidiana.

A epistemologia do professor começa a ser dominada por concepções sem validade científica, “passa a predominar o horizonte volátil das opiniões” (Pais, 2019, p. 93). Esse deslize só tem a capacidade de comprometer todo o aspecto científico do conhecimento quando há uma multiplicidade de equívocos que se tornam a prática cotidiana do professor.

3.3.5 Efeito Dienes

O **efeito Dienes** é relacionado a “epistemologia espontânea do professor”, expressão utilizada por Brousseau para relacionar as ações empíricas do professor com a estrutura didática do saber matemático, ou seja, “como se a aprendizagem escolar fluísse ao ritmo cadenciado e linear em que os teoremas são apresentados no texto matemático” (Pais, 2019, p. 95). Esse efeito é desencadeado em situações em que o fato de a aprendizagem ser ou não bem sucedida pode ser explicado apenas com base na estrutura epistemológica do saber ensinado, na qual o professor não teria envolvimento.

Brousseau (1986) observou que na década de 60, na vivência da matemática moderna, os trabalhos de Dienes eram fortes influências. Dienes propôs uma modelização da aprendizagem a partir da analogia excessiva de conceitos matemáticos, ou seja, um modelo que acreditava na repetição e na indução de respostas padronizadas. A partir daí, os fenômenos educacionais passariam a ser explicados por essa teoria e os professores estavam afastados da responsabilidade dos fracassos da aprendizagem de seus alunos. Dessa forma, a visão positivista estruturalista deixa de fora os esforços pedagógicos, atribuindo ao professor um lugar externo ao que é essencial à aprendizagem.

Foram trazidas, ainda que resumidamente, as discussões acerca dos efeitos de contrato, por acreditar que a produção de tais efeitos podem ser convertidas em situações que obstaculizem a aprendizagem do aluno, podendo estar relacionada, mesmo que de forma não direta, aos obstáculos didáticos, que serão discutidos no próximo capítulo.

4. A NOÇÃO DE OBSTÁCULO

> Uma asserção errada, um raciocínio inútil de um cientista do passado, podem ser tão dignos de consideração quanto uma descoberta ou uma intuição genial, se puderem igualmente lançar alguma luz sobre as causas que aceleraram ou retardaram o progresso dos conhecimentos humanos.
>
> Giovanni Vailati, *Sull'importanza dele ricarche relative ala storia dele scienze*.

O processo de ensino e de aprendizagem, em sua essência, pode ser definido como um processo ativo e interativo, que resulta na construção de conceitos, a partir das situações propostas pelo professor que façam o saber fazer sentido para os alunos. Todavia, para que esse processo de fato ocorra, é necessário a passagem por constantes processos de rupturas, descobertas, assimilações e aceitações. É nesse cenário que somos postos diante de um dos maiores desafios da aprendizagem, pois, contextualizar e propor situações de ensino que possibilitem a formação conceitos não é tarefa fácil, visto que, "cada conceito, mesmo simples na aparência, encontra-se circundado por um entorno flutuante e complexo de representações associadas que comportam múltiplos níveis de formulação e níveis de integração do conceito" (Giordan, De Vecchi, 1987, p.178).

Ao debater sobre esses desafios didáticos, não se pode deixar de citar a bagagem conceitual dos alunos. Nesse contexto, se sabe que aluno não é um ser cognitivamente vazio, ele é a representação de um conjunto de experiências e concepções histórica e culturalmente situadas no tempo e no espaço. Outrossim, o conhecimento trabalhado em uma situação didática irá estabelecer relações com essas experiências e concepções de maneira natural, mesmo que, esse fato seja a fonte de uma barreira para aprendizagem.

O que ocorre, em muitos casos, é que as consequências dessas relações são os erros e, consequentemente, a obstacularização do saber. Para entender as causas e efeitos desses erros em uma situação didática, devemos compreender, em primeiro lugar, a conceptualização de aprendizagem. Portanto, corroboramos com Brousseau (1998, p.119, tradução nossa), quando este afirma que "a aprendizagem é feita por tentativas de conceitos sucessivos, temporária e relativamente bons, que ele (o aluno) ia rejeitar ou transformar em uma verdadeira nova gênese de cada vez".

Diante disso, conforme os apontamentos de D'Amore (2007), entendemos a complexidade dos enfrentamentos das questões de ensino e de aprendizagem, visto que, são numerosas as mediações compostas entre os três polos (aluno-professor-saber). É nesse sentido que nos debruçaremos sobre a ideia de obstáculo, na busca do entendimento do seu conceito, mas também, de suas implicações dentro da relação didática.

4.1 OS OBSTÁCULOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

A evolução do conhecimento, seja sob a ótica da história dos saberes ou pela individualidade do ser, é repleta de lacunas e contradições. Nas palavras de Bachelard (1996, p.17), "o conhecimento do real é luz que sempre projeta algumas sombras". É nesse sentido que se afirma que o aprender é dotado de negações e incertezas, bruscamente coberto por erros mal interpretados.

Nessa perspectiva, e considerando a bagagem conceitual do aluno, Bachelard (1996) afirma que o processo de aprendizagem pode ser compreendido como a desconstrução de um conhecimento anterior mal estabelecido, mesmo que esse tenha tido sucesso em contextos passados. Brousseau (2008) esclarece que os erros dos saberes antigos não desaparecem instantaneamente e nem totalmente, é um processo complexo, e mesmo com a crença de sua superação, tendem a reaparecer a depender das circunstâncias.

> Efêmeros, erráticos, são reproduzíveis e persistentes. Além disso, esses erros, em um mesmo sujeito, estão vinculados por uma fonte comum, uma maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente, se não correta, antiga e que teve sucesso em todo um domínio de ações. Esses erros nem sempre são explicáveis. Às vezes, não desaparecem radicalmente de uma só vez, resistem, persistem e depois ressurgem, manifestando-se muito tempo depois de o sujeito ter rejeitado do seu sistema cognitivo consciente o modelo defeituoso. (Brousseau, 1976, p. 105. Tradução nossa)

Em consonância a esses fatores, Gomes (2002), em seu estudo no curso de formação de professores de Matemática, afirmou haver um culturalismo da fobia em relação à disciplina e lacunas no domínio conceitual matemático essencial para uma compreensão coerente que podem contribuir para cristalização dessas barreiras no processo didático. No entanto, não é coerente compreender que tais lacunas se instituem apenas a partir da ignorância ou da incerteza, mas, deve-se pensar em conhecimentos que antes apresentavam algum sentido, mas que em outras situações são inadaptáveis, obstaculizando a evolução no processo de construção do conhecimento, o que Brousseau (2008) denominou **obstáculo**.

Os obstáculos são reconhecidos em estudos de teóricos como Brousseau (1986, 2008) e Bachelard (1996). Gaston Bachelard (1884-1962) foi um influente filósofo francês que se dedicou ao estudo da Filosofia das Ciências, e em sua obra "A Formação do Espírito Científico" datada em 1938 destacou a noção de obstáculos epistemológicos, um dos tipos de obstáculos que iremos nos aprofundar mais adiante. Brousseau (2008) foi o responsável por introduzir a noção de obstáculos ao ensino de Matemática, contradizendo alguns apontamentos de Bachelard a respeito dessa temática na Matemática e destacando a ideia de **obstáculo didático**, objeto de estudo dessa pesquisa. De maneira geral, D'Amore (2007, p. 211-212) elenca algumas características dos obstáculos:

> - É preciso sempre ter presente que um obstáculo não é uma falta de conhecimento, mas é um conhecimento;
> - O aluno utiliza esse conhecimento para responder adequadamente, em um contexto conhecido, já encontrado;
> - Se o aluno tenta usar esse conhecimento fora do contexto conhecido, já encontrado, fracassa, gerando respostas incorretas; percebe-se então que necessita de pontos de vista diferentes;
> - O obstáculo produz contradições, mas o estudante resiste a ela; parece necessitar então de um conhecimento mais geral, maior, mais profundo, que generalize a situação conhecida e resolvida, e que inclua a nova, na qual fracassou; é preciso que esse ponto se torne explícito e que o estudante seja consciente disso;
> - Mesmo depois de superado, esporadicamente, o obstáculo reaparece.

Segundo Bachelard (1996), os obstáculos se manifestam no conhecimento não questionado, ou seja, o ato de conhecer é movido pela manifestação de perguntas e qualquer instinto conservativo que aceita sem questionar as razões, destrói o sistema de reorganização do saber. Nesse sentido, a ciência vai contra a manifestações puras de opiniões traduzidas em conhecimentos, que podem ser compreendidas como resistências à evolução científica, por isso, deve ser o primeiro obstáculo a ser superado. A esse respeito, avança Bachelard:

> E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humana: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos [...]. O conhecimento do real é luz que sempre projeta algumas sombras. Nunca é imediato e pleno. As revelações do real são recorrentes. O real nunca é 'o que se poderia achar', mas é sempre o que se deveria ter pensado. O pensamento empírico torna-se claro depois, quando o conjunto de argumentos fica estabelecido. Ao retomar um passado cheio de erros, encontra-se a verdade num autêntico arrependimento intelectual. No fundo, **o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização**. (Bachelard, 1996, p. 17, grifo nosso)

Portanto, é relevante entender a importância da compreensão dos obstáculos, pois estes fazem parte do processo constitutivo do conhecimento. Segundo Almoud (2007, p. 139), os obstáculos "tiveram um papel importante no desenvolvimento histórico dos conhecimentos e têm sua rejeição integrada explicitamente no saber ensinado aprendido".

Depreende-se também que a prática, cujo conhecimento apresenta-se como dogmático, é um dos pilares de sustentação para os obstáculos. À vista disso, a pesquisa com os obstáculos necessita da profundidade do berço das ciências, pois, esses podem surgir das mais variadas naturezas que interceptam o sistema social e cognitivo humano. Dessa forma, Brousseau (1976), ao considerar os obstáculos no plano didático, distingue diferentes origens para seu surgimento: ontogenética, epistemológica e didática.

Os obstáculos de origem ontogenética são aqueles que surgem a partir das limitações do sujeito no seu desenvolvimento cognitivo (neurofisiológicas, entre outras). Almoud (2007) cita como exemplo a teoria de Piaget quanto a impossibilidade da realização de um cálculo formal quando o indivíduo está na fase das operações concentras.

Os obstáculos de origem epistemológica, já mencionados acima, são inerentes à epistemológica do saber e podem ser identificados na história de evolução de um conceito, a partir de alguma ruptura ou mudança radical. Pesa (2000, p. 9) reforça essa ideia ao afirmar que esses obstáculos podem ser compreendidos como "resistências do pensamento ao pensamento", como pode ser observado pelos exemplos destacados por Almoud (2007, p.118).

> Exemplos de obstáculos epistemológicos
> a) O estatuto de números: "Deus criou os números, os outros são a obra dos homens" declara Kronecker no fim do século 19. A fração não era aceita como um número. [...]
> b) O zero: a associação do zero como "nada" desloca esse obstáculo epistemológico para um aspecto psicológico e é causa de numerosos erros.
> c) O infinito: Causa de grande dificuldade de fundamentos, a história do infinito é rica de ressaltos desde os paradoxos de Zenon até aqueles de Cantor e Russel.
> [...]
> e) o conceito de probabilidade: o conceito de probabilidade foi objeto (entre Pascal e Fermat (1654)) de contradições dialéticas entre as abordagens geométricas e frequentistas, entre as concepções subjetivas e objetivas, e entre a determinação a priori e a poteriori.

Rosa, Fernandes e Pinho (2006) ressaltam a importância do conceito de obstáculo epistemológico para reforçar a independência entre a epistemologia e a didática. Correspondente a esse fato, Bachelard (1996) ressalta que, muitas vezes, os professores desconsideram o conhecimento empírico já presente no estudante, portanto, deve-se pensar em uma modificação da cultura experimental, onde se objetiva superar obstáculos impostos pela vida cotidiana, é o processo de desconstrução de um conhecimento mal estabelecido.

Enquanto, para Bachelard, os obstáculos se constituem no próprio pensamento e no curso das histórias de evolução do conhecimento, Brousseau (1983) focaliza seus estudos naqueles que residem na comunicação. A natureza didática dos obstáculos nasce da necessidade de observar com mais atenção as consequências, no processo de ensino e aprendizagem, das escolhas do docente. Cada docente escolhe estratégias, mecanismos, metodologias e recursos que julga serem os mais eficazes à sua classe. Mas, ao observar a individualidade subjetiva dos sujeitos, é fácil notar que o que pode ser eficaz para um estudante, pode ser um fracasso para outro. Para esses outros, a escolha docente revela-se um **obstáculo didático**.

> Este obstáculo torna-se evidente na medida em que o professor transmite os conhecimentos como sendo dogmático, impossibilitando o questionamento, a discussão de idéias, a elaboração de hipóteses, uma vez que, sendo dogmático, passa a ser encarado como verdade única e absoluta. Mesmo inconscientemente, o professor (que também teve a mesma formação) reproduz esse ensino, uma vez que para ele aquele é o conhecimento necessário e verdadeiro, apresentando-se de maneira muito tranqüila e facilmente aceitável, sendo desnecessária, portanto, argumentações, indagações ou questionamentos. (Gomes, 2002, p. 7)

D'Amore (2007) enfatiza que as pesquisas contemporâneas trazem coisas sensacionais para descobrir, ao considerar a busca dos obstáculos sob dois aspectos: na prática didática; na histórica da Matemática. Além disso, é sempre coordenado pela epistemologia que auxilia o didata a controlar as relações com objeto, que manipula o saber matemático e permite a observação além das barreiras do sistema de ensino. (Artigue, 1989).

Contudo, o próprio Bachelard (1996) desconsiderava a existência desse tipo de obstáculo na Matemática, pois, segundo ele, "a história da matemática é maravilhosamente regular. Conhece períodos de pausa. Mas não conhece períodos de erro" (Bachelard, 1996, p. 28). Para ampliar esse debate, Brousseau (1983), consegue enxergar além do plano científico dos saberes e formalização da história da Matemática; ele considera as dificuldades mais gerais que persistem nos campos matemáticos (Camilo, Alves e Fontenele, 2021).

> Os conhecimentos sobre as relações entre os números naturais constituem, por exemplo, obstáculos para o conhecimento dos números decimais. A afirmação "o quadrado de um número é sempre maior que ele" pode ser considerada como máxima pelos alunos. O que é característico deste tipo de erro é que ele está ligado a uma maneira de conhecer, a uma concepção característica, coerente e mesmo correta, a um conhecimento antigo que teve sucesso em todo um domínio de ação. Estes erros não são forçosamente explicitados, é preciso uma ação consciente dos didatas para que eles venham à tona (Igliori, 1997, p. 100).

Dessa forma, ao considerar a evolução histórica do saber e o fenômeno cognitivo ligado à construção de conhecimento, pode-se falar em obstáculo didático, representado pela dificuldade de conduzir o ato de ensino com sucesso. Neto e Coan (2012) oferecem exemplos claros dessa situação: a condução de uma aula de forma totalmente categórica, onde o aluno é colocado como um ser passivo, sem direito à argumentação; ou a aula de caráter dogmático, no qual o professor se considera o único e incontestável detentor do conhecimento e da verdade.

Essas são situações em que os obstáculos podem ser identificados. Outros exemplos estão descritos a seguir:

> \- *Concepção dos decimais* como uma dupla de números inteiros separados por uma vírgula é uam consequência da aprendizagem dos números decimais a partir de medidas de grandezas. É por isso que se encontram erros tais que: 4,6 + 23,8= 27,14 ou o sucessor de 4,9 é 5;
> \- A descoberta das frações a partir da partição de figuras (ou bolas) deixa a ideia de que uma fração é sempre uma parte da unidade (uma parte de um todo);
> \- *A divisão dos números inteiros conduz à rejeição da propriedade*: $a/b > a$.
> \- Na escola primária, um quadrado não é um retângulo;
> \- *A introdução dos números negativos por referência a um eixo (temperaturas)* ou balanço de contas ou pesos permite ensinar a adição, mas constitui um obstáculo para o uso correto da regra dos sinais;
> \- O estudo gráfico de funções do primeiro grau unicamente na sétima e/ou na oitava série (crianças 14-15 anos), constitui um obstáculo didático suplementar à aquisição do conceito de função na primeira série do Ensino Médio;
> \- *Em probabilidade*, a abordagem pascaliana é combinatória, e a equiprobabilidade necessária para a fórmula $\frac{casos\ favoráveis}{casos\ possíveis}$ se transforma na igualdade de chances em todos os eventos. (Almouloud, 2007, p. 119).

Brousseau (2008) afirma que a escolha da estratégia docente, quando esta não favorece a construção do conhecimento científico, podem criar obstáculos didáticos, sendo o próprio professor aquele que obstaculiza, ainda que não intencionalmente, o progresso do aluno. Por isso, Brum e Silva (2015) destacam que a formação do professor precisa ser mais ampla e consistente do que o domínio específico do conteúdo, é necessário que o professor esteja em condições de lidar com as dificuldades e compreender as formas de pensamento do seu aluno.

Sobre esse ponto, Gomes (2002) relata que a ausência da postura de um professor investigador pode favorecer a produção de obstáculos didáticos, fato que pode ocorrer quando as práticas pedagógicas se pautam na perspectiva tradicional, sendo, em muitos casos, reflexão da experiência do professor como aluno, reforçando uma cultura milenar e dogmática.

> [...] os obstáculos que se opõem ao conhecimento objetivo, ao conhecimento tranqüilo. Infelizmente os educadores não colaboram para essa tranqüilidade! Não conduzem os alunos para o conhecimento do objeto. Emitem mais juízos do que ensinam. (Bachelard, 1996, p.258)

Um dos maiores desafios está, sobretudo, na identificação desses obstáculos. Por isso, Brousseau (2008) apoiado na ideia de que os obstáculos epistemológicos podem ser estudados no plano histórico e nas práticas educacionais (Bachelard, 2008), desenvolve um método de pesquisa baseado em três etapas: I) encontrar erros sistemáticos e concepções em torno das quais esses erros se agrupam; II) encontrar obstáculos na história da matemática; III) confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos na aprendizagem.

4.2 OS OBSTÁCULOS E OS ERROS: REFLEXÕES A PARTIR DA RELAÇÃO DIDÁTICA CONTRATUAL

Para a Didática da Matemática, especificadamente sob a ótica de Guy Brousseau, o erro é a manifestação das representações cognitivas formada pelas concepções espontâneas que obstaculizam a aquisição de novos conceitos. A aprendizagem seria, portanto, a superação desses erros a partir do ensino (Almouloud, 2007). Brousseau (2008) esclarece que esses obstáculos não desaparecem repentinamente, eles tendem a resistir e, até mesmo, a depender das circunstâncias, reaparecem.

> Além disso, estes erros, num mesmo sujeito, são ligados entre eles por uma fonte comum: uma maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente senão correta, um "conhecimento" antigo e que deu certo em toda uma área de ações. (RDM 4.2. p.173-174)

Ao discorrer sobre esse fato, corrobora-se com Almouloud (2007) sob a relevância da observância dos erros para o processo de ensino e de aprendizagem matemática. Segundo esse autor, a manifestação dos obstáculos se dá pela incapacidade e/ou ineficiência na compreensão da resolução dos problemas e pelos erros, que só podem ser superadas a partir da apropriação de um novo conhecimento.

> É nesta visão que o erro é considerado necessário para:
> - Desencadear o processo de aprendizagem do aluno; e
> - O professor situar as concepções do aluno, eventualmente compreender os obstáculos subjacentes, **adaptar a situação didática**.
> (Almouloud, 2007, p. 114. Grifo nosso)

O destaque no excerto acima chama atenção para as possíveis relações didáticas que podem desencadear a manifestação e superação dos obstáculos. Esse mesmo autor cita um desses elementos, o contrato didático. Esse apontamento nos traz grandes reflexões: o erro deve ser um elemento aceito por ambas as partes humanas o contrato didático, ele deve ser naturalizado e entendido como passagem obrigatória do processo; além de ser aceito, ele deve ser solicitado, visto que, a tomada de consciência deve ir além e transforma-se em ações refletidas nas negociações e regras do contrato; os erros podem ser facilmente mascarados pelas regras que fazem parte do núcleo duro do contrato, ou seja, que já acompanham o aspecto cultural, social e histórico da Matemática, ou, até mesmo, estar presente nas regras implícitas, mais reconhecidas a partir das rupturas.

Para comprovar esse aspecto, é necessário revisitar algumas características informacionais atribuídas por Brousseau (1976) sobre obstáculo. Para ele, assim como o conhecimento, o obstáculo também é resultado da interação do aluno com o meio. Portanto, “dado que o conhecimento, o homem e o meio são o que são, é inevitável que essa interação resulte em concepções “errôneas” (p. 107, tradução própria). No entanto, compreende-se que é possível modificar as condições de interações a fim de desestabilizar uma noção enraizada provocadora do surgimento de obstáculo. Esse aspecto é objeto da didática.

A pesquisa de Gomes (2002) demonstra que os obstáculos repercutem numa espécie de influência cultural observável ao analisar as crenças de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Gomes (2002) colheu depoimentos de estudantes do curso de Pedagogia de uma faculdade do interior paulista e percebeu que todos acreditavam ser bons professores por dois motivos: dominarem os conceitos básicos da Matemática (adição, subtração, multiplicação, divisão, noção de fração, etc.); ter estudado com bons mestres.

Sobre esse segundo aspecto, Cury (1999) discorre ao relatar que as experiências adquiridas no decorrer da vivência acadêmica, seja na Educação Básica ou Superior, influência sim nos caminhos da formação de professor, visto que “estes concebem a matemática a partir das experiências que tiveram como alunos e professores, do conhecimento que construíram, das opiniões de seus mestres, enfim, das influências socioculturais que sofreram” (p. 40).

Além disso, Gomes (2002) afirma que apesar dos participantes acreditarem dominar os conteúdos que eles julgaram como “básicos”, eles não conseguem resolver problemas que os envolvem. Esse fato, compreendido pela autora como uma segurança que sugue em função da crença de uma matemática formalista e dogmática, pode ser entendida como um obstáculo que pode atrapalhar fortemente a aprendizagem dos seus alunos.

Confirmam-se esses fatos a partir dos apontamentos de Brousseau (1983). Para o teórico, esses obstáculos manifestam-se em erros reprodutíveis que podem estar ligados a uma concepção, um conhecimento antigo que teve sucesso em algum momento, ou até mesmo, uma forma de conhecer. Entretanto, outro ponto aberto para discussão sobre os obstáculos, e talvez o mais complexo para compreensão, é a sua superação. Para Brousseau (1976), os obstáculos tendem a seguir um processo de acomodação ao menor custo, resistem à rejeição e se adaptam facilmente ao menor espaço que encontra.

Em vista disso, para Brousseau (1976), a superação de um obstáculo é uma tarefa árdua e exige um “trabalho de natura semelhante à construção de um conhecimento, ou seja, interações rejeitadas, dialéticas do aluno com o objeto do seu conhecimento” (p. 106. Tradução nossa). Logo, a situação didática precisa ser constituída por um fluxo contínuo de momentos que desestabilizem o(s) obstáculo(s), tornando-o ineficaz e rejeitável. Ainda de acordo com Brousseau (1976) esse fato produz uma cautela sobre os problemas trabalhados na Matemática. Esses precisam ser reais, pois, só assim, permitirá uma situação dialética e motivadora.

> As condições sob as quais essa série de trocas ocorre são inicialmente escolhidas pelo professor, mas o processo deve passar rapidamente sob o controle do aluno, que irá "questionar" a situação. A motivação nasce desse investimento e se mantém com ele. Em vez de ser um simples motor externo, de frustrações em equilíbrios, ela é constitutiva tanto do sujeito (de sua fala) quanto do seu conhecimento. (Brousseau, 1976, p. 108. Tradução nossa)

Brousseau (1976) esclarece que essa superação não se trata da comunicação de informações que se deseja ensinar, mas, da proposição de situações que possibilite a evolução do aluno e o coloque como sujeito protagonista de seus resultados obtidos a partir do seu investimento, sendo possível a sua modificação. Essa situação deve automotivar o aluno a partir de um jogo de sanções intrínsecas. Dessa forma, apenas suas escolhas podem ser programa pelo professor, o seu desenvolver dependerá das habilidades dos alunos a partir de suas falhas e de seus sucessos.

Diante do que foi exposto nesse capítulo, será utilizado no decorrer dessa pesquisa o termo “emergir” para o aparecimento de obstáculos didáticos. Esse termo, quando usado no mesmo sentido que a Didática da Matemática, se refere aos fenômenos didáticos, como fenômenos que emergem a partir do estabelecimento da relação didática. Portanto, aqui, essa ideia de emergência de obstáculos didáticos, será assumida.

5. PROBABILIDADE: A LEI DO ACASO

> Na ignorância dos elos que os unem ao sistema inteiro do Universo, fez-se com que eles dependessem de causa finais ou do acaso, conforme ocorressem e se sucedessem com regularidade ou sem ordem aparente. Mas essas causas imaginárias têm sido sucessivamente eliminadas pela extensão dos limites de nossos conhecimentos e desaparecem completamente perante a sã filosofia, que vê nelas somente a expressão da nossa ignorância em relação às causas verdadeiras. (Laplace, 2010, p. 42)

Esse capítulo versará sobre a Probabilidade, enfocando os aspectos históricos relacionados a esse saber, bem como, as orientações curriculares para o seu ensino; a Probabilidade no livro didático e um levantamento sobre os estudos acerca dos obstáculos no ensino de Probabilidades.

5.1 NOÇÕES CONCEITUAIS DO SABER PROBABILÍSTICO

Antes de iniciar a discussão sobre alguns conceitos inerentes ao campo da Probabilidade, é necessário compreender sob qual viés filosófico estamos ancorados. O estudo da Probabilidade é marcado pelo indeterminismo, e, assim como mostrado nos tópicos anteriores, a dificuldade de sua compreensão reside justamente na sua essência, na forma de enxergar a Matemática.

Fonseca e Martins (2011) destacam a necessidade de diferenciar a natureza dos fenômenos matemáticos estudados, se determinístico ou probabilístico. Morgado et al. (2006) explicam que um experimento ou fenômeno pode ser classificado como determinístico quando reproduzido várias vezes sob as mesmas condições produzem o mesmo resultado. Caso produza resultados diferentes diante da experimentação, pode ser considerado um fenômeno aleatório, ou seja, de natureza probabilística.

Compreender o **acaso** é o primeiro passo para mergulhar no mundo da incerteza, Viali (2008, p. 144) o define como “um conjunto de forças, em geral, não determinadas ou controladas, que exercem individual ou coletivamente o papel preponderante na ocorrência de diferentes resultados de um experimento ou fenômeno.”.

Compreendendo o acaso como o objeto de estudo da Probabilidade, será considerada, aqui, a ideia de **ruptura epistemológica** abordada por Vergnaud e Cortes (1986). Considera-se uma ruptura dessa natureza a passagem de uma dimensão do pensamento matemático para outra onde é preciso reformular concepções e se apropriar de novos objetos matemáticos. Essa ruptura é muito estudada na passagem da Aritmética para Álgebra, quando é necessário do espaço que considera operações de forma mais direta, e assumir conceitos que permeiam por incógnitas e equações.

Apesar do conceito de ruptura epistemológica ser contextualizada na relação entre a Aritmética e a Álgebra, nos apropriaremos desse conceito no sentido de considerar a ruptura que há ao mergulhar no saber probabilístico. Enquanto somos condicionados desde os primeiros anos da Educação Básica a trata a Matemática como campo da exatidão, o significado da Probabilidade encontra-se no averso, na incerteza. Portanto, contextualizando esse termo para outro campo matemático visto à epistemologia desse saber, consideraremos aqui essa ruptura epistemológica do pensamento matemático exato e determinístico para a compreensão da incerteza e do acaso como parte da dimensão matemática.

Retomando as noções conceituais probabilísticas, recorre-se a Hazzan (1977) e a Julianelli (2009) para a abordagem de outros conceitos pertencentes ao campo probabilístico. Ao trabalhar com fenômenos aleatórios, nada se pode afirmar sobre seus resultados com certeza, apenas se pode elencar e descrever todas as suas possibilidades de ocorrência. Esse conjunto de todos os resultados possíveis de uma ocorrência é denominado **espaço amostral,** geralmente representado pela letra grega ômega (Ω)**.** Qualquer subconjunto de um espaço amostral é denominado **evento**, que pode ser representado por qualquer letra maiúscula do alfabeto (A, B, C, D, E...)

Pode-se exemplificar a situação com a retirada de uma bola de uma urna composta por bolas verdes, bolas amarelas e bolas rosas. Nessa situação, pode-se ocorrer “retirar uma bola verde”, ou “retirar uma bola amarela”, ou “retirar uma bola rosa”, cada ocorrência dessa corresponde a um possível evento.

Quando o evento coincide com o espaço amostral, denominamos **evento certo** ($\Omega = A$), ou seja, quando a Probabilidade se transforma em certeza. Do mesmo exemplo citado acima, podemos pensar no evento “retirar uma bola verde, amarela ou rosa”. Quando esse evento apresenta nenhuma chance de ocorrer dentro daquele espaço amostral, pode-se dizer que é um **evento impossível** ($\Omega = \emptyset$).

O **evento elementar** é formado por um único elemento do espaço amostral, que podemos chamar de ponto amostral. Caso cada um dos eventos elementares que constituem o espaço amostral possua a mesma probabilidade de ocorrência, afirma-se que esse espaço é **equiprovável**. A compreensão desse mapeamento conceitual auxilia na interpretação das três definições de Probabilidades, utilizadas nos dias atuais, e no posicionamento crítico adotado por Julianelli (2009).

Definição 1: A probabilidade de um acontecimento (evento) E, que é um subconjunto finito de um espaço amostral S, de resultados igualmente prováveis, é:

$$p(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

Sendo $n(E)$ e $n(S)$ as quantidades de elementos de E e de S, respectivamente.

Conhecida como a definição clássica, uma das críticas aponta em direção à sua ambiguidade, ao poder possuir distintas interpretações, visto que se torna circular quando se utiliza o próprio termo probabilidade para sua definição. Este termo aparece quando surge a ideia de "igualmente provável" entendida como "com probabilidade igual". Outra crítica é relacionada com a finidade do espaço amostral, excluindo a aplicação de espaços amostrais infinitos. É nesse sentido que Morgado et al. (2006, p. 106) enfatizam que a utilização da definição clássica para o cálculo de probabilidade de um evento propõe algumas características quanto ao experimento aleatório estudado:

> a) Há um número *finito* (digamos n) de eventos elementares (casos possíveis). A união de todos os eventos elementares é o espaço amostral Ω.
>
> b) Os eventos elementares são igualmente prováveis.
>
> c) Todo evento A é uma união de m eventos elementares onde $m \leq n$.

Quando se considera a probabilidade de ocorrência de dois eventos, deve-se recorrer à operações com conjuntos, ou seja, união $(\cup)$, que corresponde à junção de todos os elementos pertencentes aos conjuntos, intersecção $(\cap)$, seleção dos elementos pertencentes à ambos conjuntos, e diferença $(-)$, exclusão de todos os elementos correspondentes a um dos conjuntos.

Dessa forma, calcular a probabilidade da união de dois eventos, A e B implica no somatório das probabilidades designadas ao evento $A\,(\sum_{e_i \in A} P_i)$ ou do evento B $(\sum_{e_i \in B} P_i)$, ou seja,

$$P(A \cup B) = \sum_{e_i \in A \cup B} P_i$$

Nota-se também que as probabilidades podem ser replicadas nesse tipo de contagem, se considerarmos que alguns elementos presentes em A também se encontram em B, ou seja, há uma intersecção $(A \cap B \neq \emptyset)$. Nesse caso, devem ser retiradas uma vez, o que justifica a seguinte sentença:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Quando os conjuntos não possuem elementos em comum ($A \cap B = \emptyset$), denomina-se **eventos mutuamente excludentes**, e sua união pode ser calculada apenas como:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Santo (1992) afirma que a realização dessas operações pode ser compreendida como aplicações da Lei da Soma e Lei da Multiplicação. Esse viés está relacionado aos conceitos da Análise Combinatória, mais precisamente, dos princípios aditivos e multiplicativos. A primeira lei, sendo aplicada quando se somam as probabilidades dos eventos, ocorre quando os eventos não precisem ocorrer simultaneamente. Caso haja a necessidade dos eventos ocorram juntos, mesmo que sejam independentes entre si, haverá a aplicação da lei da Multiplicação, onde se realiza o produto dos resultados encontrados ao calcular a probabilidade de cada evento ocorrer na situação desejada.

A ideia apresentada acima também se aplica a situações em que são consideradas mais de dois eventos. Outra definição muito comum se dá a partir da utilização do limite, mais propriamente, ao observar a ocorrência de um evento pela repetição, obtendo a frequência relativa.

A ideia da Probabilidade pela abordagem frequentista se dá a partir de muitas repetições do experimento aleatório. À medida que esse número de repetições aumenta, a frequência relativa tende a se estabilizar em um valor entre o (zero) e 1 (um) que converge para a probabilidade desse acontecimento. Essa explicação é fundamentada na Lei dos grandes números mencionada primeiramente por Gerolamo Cardano (1501-1576) e desenvolvida e demonstrada por Jacob Bernoulli (1501-1705). Mais tarde, em 1835, foi aperfeiçoada pelo francês Siméon Denis Poisson (1781-1840).

Definição 2: Seja E um experimento e A um evento de um espaço amostral associado ao experimento E. Suponhamos que E seja repetido "n" vezes e seja fr_A a frequência relativa do evento. Então a probabilidade de A é definida como sendo o limite de fr_A quando "n" tende ao infinito. Ou seja:

$$P(A) = fr_A$$

A prática da definição acima apresenta algumas dificuldades matemáticas, pois o limite pode não existir, embora haja muitos recursos tecnológicos hoje em dia que consideram a ideia frequentista da Probabilidade, como as simulações que podem ser realizadas pelo aplicativo ou

Website do GeoGebra[1]. Mas, pelos problemas apresentados na definição clássica e os que ainda são encontrados na aplicação da definição acima, foi desenvolvida uma definição baseada em uma teoria moderna apresentada abaixo, essa foi considerada uma definição axiomática de Probabilidade.

Definição 3: Seja E um experimento aleatório com um espaço amostral associado S. A cada evento $A \subset S$ associa-se um número real, representado por $P(A)$ e denominado "probabilidade de A", que satisfaz as seguintes propriedades (axiomas):

A) $0 \leq P(A) \leq 1$;
B) $P(S) = 1$;
C) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ se A e B forem eventos mutuamente excludentes.
D) Se $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$, forem, dois a dois, eventos mutuamente excludentes, então $P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$.

Essas mudanças conceituais na Probabilidade podem ser compreendidas ao nos aprofundarmos na sua história. O próximo tópico será dedicado a esse aprofundamento, na tentativa de entender as contribuições históricas dos saberes probabilísticos para a vida humana e para o mundo científico, e quais fatores acarretaram mudanças quanto à sua perspectiva epistemológica.

5.2 O PERCURSO HISTÓRICO DAS PROBABILIDADES

O saber probabilístico, que tem como objeto de estudo o *acaso*, apresenta diversas visões e aplicações importantes de serem investigadas do ponto de vista epistemológico e didático. Grandes nomes da história da Matemática dedicaram parte da sua vida ao estudo das Probabilidades, entre eles, Cardano (1501- 1576), Pascal (1623-1662), Fermart (1607-1665) e Laplace (1749-1827). Com isso, a Probabilidade pode ser refletida a partir de quatro enfoques: clássico (laplaciano), geométrico, frequentista e bayesiano (subjetivo).

Para embarcar no mundo probabilístico, vale destacar uma afirmação Laplace (2010, p. 41) que incorpora um paradoxo ao se questionar "o que é a Probabilidade?"

> Pode-se mesmo dizer, rigorosamente, que quase todos os nossos conhecimentos são apenas prováveis; e no pequeno número de coisas que podemos saber com certeza,

[1] O GeoGebra é um software dinâmico de Matemática que envolve conhecimentos, aplicações e simulações da Geometria, Álgebra, Estatísticas e Probabilidade.

> mesmo nas ciências matemáticas, os principais meios para se chegar à verdade- a indução e a analogia- são fundados nas probabilidades.

Antes de responder esse questionamento, vale retomar a ideia já abordada no tópico anterior: o acaso é objeto de estudo da Probabilidade. A ideia de acaso é muito antiga, mas, era compreendida como força divina, todos os resultados eram associados a dimensão mística.

> Os povos que viviam na Mesopotâmia ou no Egito Antigo associavam a ideia do acaso às intervenções divinas ou sobrenaturais. Referimo-nos aqui às práticas de consulta de presságios ou às predições das pitonisas a fim de prever o futuro e interpretar a vontade dos deuses. Este tipo de relação com o acaso, associando-o com a crença em intervenções divinas, será uma constante no comportamento humano ao longo do tempo. Podemos, ainda atualmente, identificá-la em certas culturas, em certos ritos (prática de vidência, etc.). (Coutinho, 2007, p.51-52)

As noções probabilísticas começaram a aparecer na sociedade desde a antiguidade, e sofreram várias modificações até suas representações atuais. Viali (2008) destaca o Tali, um jogo de azar (azar deve ser entendido como sinônimo de “acaso”, e não como “má sorte” como impregnado no sentido habitual) conhecido como jogo do osso, como umas das primeiras manifestações probabilísticas. O Tali era praticado com um astrágalo, um osso de um animal (possivelmente um carneiro) que possuía o formato de tetraedro irregular, onde, as duas faces maiores eram numeradas com 3 e 4, e as faces menos com 1 e 6. Esse jogo era utilizado para diversos fins, entre eles, previsões sobre o futuro, disputas e divisão de heranças.

Coutinho (2007) enfatiza que jogos como esses tinham o objetivo único do lazer. Os resultados eram relacionados a vontade dos deuses ou a psicologia do acaso. Viali (2008) destaca que alguns estudos posteriores realizados chegaram a algumas conclusões sobre a frequência de ocorrência de cada face, como exposto na tabela abaixo.

Tabela 1- Frequência das faces do astrágalo no jogo Tali

Faces	1	3	4	6
Freqüências	0,12	0,37	0,39	0,12

Fonte: Viali (2008)

Segundo Viana e Silva (2021), os jogos que envolviam lançamento de dados de diversas formas formam um ponto de partida para as manifestações dos estudos dos conceitos probabilísticos. Segundo esses autores, desde as obras do período medieval encontra-se referências de jogos que envolvem lançamento de dados, pode-se citar a obra de Dante Alighieri (1265- 1321) conhecida como Divina Comédia.

Coutinho (2007) afirma que apesar de alguns conhecimentos matemáticos necessários ao desenvolvimento do pensamento probabilístico ou do desse campo já serem conhecidos há muitos séculos, como o pensamento combinatório e a noção de proporção, essas noções só foram aplicadas à análise dos jogos no século XVI. Segundo Pichard (1997, p. 107), esse fato pode ser explicado da seguinte forma:

> Uma primeira razão é que um tratado científico sobre os jogos de azar não seria, provavelmente, sério, pois os jogos eram coisas fúteis aos olhos dos sábios. Outra razão, certamente mais importante, é que o resultado de um sorteio "ao acaso" é a expressão da vontade divina, e como tal, não deveria ser calculada, pois não devemos desafiar Deus (ou o Diabo) (...)" (tradução nossa).

Girolamo Cardano (1501-1576) foi um grande pesquisador matemático e deixou um legado com a obra *Líber De Ludo Aleae*, escrita no século XVI e publicado apenas 89 anos após a sua morte, em 1665. Esse tratado ficou conhecido como "Manual dos jogos". A obra tinha como objetivo mostrar boas estratégias para a tomada de boas decisões nos jogos. Conforme Lopes e Meirelles (2005), Cardano foi o primeiro a escrever um argumento teórico para calcular probabilidades e por isso é considerado o pioneiro da teoria das probabilidades.

Calábria e Cavalari (2013) atribuem importantes contribuições dos estudos probabilísticos, ainda nas investigações de como vencer jogos, aos estudiosos italianos dos séculos XV e XVI, Luca Pacioli (1445 - 1517) e Niccolo Fontana (1499 - 1557), conhecido como Tartaglia. Paciolo investigou o Problema dos pontos (divisão de apostas), conhecido também como problemas "das partes" ou "da repartição", que foi considerado o problema fundador do cálculo das probabilidades e inspirou outros pesquisadores, como Tartaglia e Cardano.

A concretização da busca por um modelo matemático capaz de explicar, com clareza, os fenômenos com intervenção do acaso, foi idealizada nas trocas de correspondência em 1654 entre Blaise Pascal (1623- 1662) e Pierre de Fermat (1607- 1665), motivadas pelo problema dos pontos. Segundo Coutinho (2007), eles buscavam demonstrar que o acaso é "geometrizável", ou seja, tem-se o que se chama de "Geometria do acaso" proposta por Pascal em sua carta endereçada à Academia Parisiense, que se refere à capacidade de raciocinar, especular e fazer cálculos quando trabalhado o acaso, o que, naquela época, era associada a uma aptidão da Geometria.

Lopes e Meirelles (2005) afirmaram que um dos grandes marcos para o desenvolvimento da Probabilidade foi a publicação do primeiro tratado formal sobre Probabilidade, em 1656, por Christian Hygens (1629-1695). Contudo, a primeira obra dedicada inteiramente à teoria das probabilidades, denominada Ars Conjectandi (traduzida para o português: A arte de conjecturar), foi escrita por Jacob Bernoulli (1654-1705), um dos primeiros pesquisadores a enfrentar a noção de Probabilidade com um pensamento determinista, em busca da direção pela racionalização do acaso, onde o processo aleatório é visto sob a ótica de uma complexidade superior à capacidade de compreensão da raça humana.

Viali (2008) elenca, ainda, outros pontos que influenciaram no desenvolvimento da teoria das Probabilidades. Especula-se que as antigas seguradoras se baseavam nas estimativas empíricas da probabilidade de acidentes. Em 1570, Cardano tentou estudar matematicamente os seguros de vida na obra De proportionibus Libri V, mas não alcançou repercussão. Posteriormente, Edmond Halley (1656-1665) publicou o trabalho Degrees of Mortality of Mankind, que mostrava como determinar a anuidade de um seguro em termos da esperança de vida e probabilidade de sobrevida.

Todos esses pontos históricos marcam diferentes caminhos para a definição de Probabilidade. O enfoque determinista teve seu marco inicial pelas ideias do matemático suíço Jacob Bernoulli (1654 – 1705), que na sua obra denominada Ars Conjectandi (1713) deu um importante passo em direção à racionalização do acaso. Mas, a consolidação dessa noção só ocorreu na obra Essai Philosophique sur les Probabilités (1814), de Pierre-Simon Laplace (1749–1827), matemático francês que, a partir das suas pesquisas, fundou uma definição utilizada até nos dias atuais.

> A teoria dos acasos consiste em reduzir todos os eventos do mesmo gênero a um certo número de casos igualmente possíveis, de forma tal que estejamos igualmente indecisos sobre sua existência, e em determinar o número de casos favoráveis ao evento cuja probabilidade é desejada. **A relação entre esse número e aquele de todos os casos possíveis é a medida dessa probabilidade, que corresponde assim a uma fração cujo numerador é o número dos casos favoráveis e o denominador é o número de todos os casos possíveis**. (Laplace, 2010, p. 46 - grifo nosso)

Essa definição é conhecida como a clássica da Probabilidade e é utilizada até hoje. A partir das contribuições de Laplace, vários pesquisadores se interessaram pelos estudos nessa área, entre eles, o alemão Johann Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855), e os franceses Siméon Denis Poisson (1781 - 1840), Jules Henri Poincaré (1854 - 1912) , Jean Le Rond d'Alembert (1717 - 1783), entre outros.

Em 1933, com a publicação da monografia de Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987), denominada Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung (traduzida para o português: Fundamentos da Teoria da Probabilidade), iniciou-se a etapa moderna da teoria das

Probabilidades. Segundo Viali (2008), Kolmogorov axiomatizou a teoria da Probabilidade da mesma forma que Euclides (Euclides de Alexandria - 325 a.C. a 265 a.C.) com a Geometria.

Outro enfoque probabilístico que marcou a história da Matemática foi a visão combinatória. Segundo Coutinho (2007), um poema chamado "De Vetula", escrito em 1250 por um erudito eclesiástico francês, Richard de Fournival (1201- 1260), descreveu um cálculo de combinações a partir do lançamento de três dados. Essa visão probabilística implica nos resultados possíveis de um jogo e na ideia de igualdade de chances (equiprobabilidade) resultando na noção, na aplicação de jogos, de que os jogadores devem investir nas respectivas chances de vitória.

Importante contribuição nesse cenário foi dada por Jacob Bernoulli, que na quarta parte da sua obra Ars Conjectandi evidencia a limitação da definição clássica da Probabilidade que possui a necessidade de supor a equiprobabilidade dos eventos elementares. Por isso, de acordo com Henry (1994, p. 22), J. Bernoulli precisava mostrar que:

> Esta necessidade exclui a aplicação da doutrina das chances aos fenômenos naturais complexos como: a aparição de uma doença ou os fenômenos meteorológicos, ou ainda a previsão das estratégias escolhidas pelos jogadores cujos comportamentos são imprevisíveis.

Para isso, J. Bernoulli propõe a observação da frequência de ocorrência de um determinado evento a partir da repetição, muitas vezes da mesma experiência. Esse novo contexto abre espaço para um novo enfoque probabilístico: o frequentista, baseado no método experimental.

> Este enfoque empírico para a determinação das chances não era novo para Bernoulli, e nem ele o considerou como novidade. O que ele teve como original foi a tentativa de Bernoulli de dar um tratamento formal para a noção vaga de que quanto mais dados acumulamos sobre a proporção desconhecida de casos, mais teremos certeza sobre essa proporção. (Stigler, 1986, p. 65).

O matemático francês do século XVIII Georges Louis Leclerc (1707- 1788), Conde de Buffon, contribuiu para o campo da probabilidade geométrica, ao considerar o estudo do jogo Franc Carreau, que consiste em jogar uma moeda em um piso ladrilhado com lajotas com formatos iguais e questionar-se: ficará ela inteiramente sobre uma única lajota (franc-carreau), ou sobre uma, ou mais juntas entre lajotas? Buffon, na obra Essai d'Arithmétique Morale, explica um pouco essa utilização.

> para nos assegurarmos, será suficiente prestar atenção ao fato que os jogos e as questões de conjectura ocorrem ordinariamente unicamente quando utiliza razão de quantidades discretas; o espírito humano, mais familiar com os números que

> com as medidas de extensão, os preferiu sempre; os jogos são uma prova, porque suas leis ao uma aritmética contínua; para utilizar então a geometria em posse dos seus direitos sobre a ciência do acaso, não se trata de inventar os jogos que se desenrolam sobre a extensão e suas relações, ou calcular o pequeno número daqueles desta natureza que foram já encontrados. O jogo do franc-carreau pode nos servir de exemplo: eis as condições que são muito simples (...) (Buffon, 1777, citado por Badizé et al., 1996, p. 11)

Um último enfoque foi introduzido por Thomas Bayes (1702- 1761), o subjetivo, ao considerar a noção de Probabilidade a priori, tendo observado uma consequência a posteriori, ou seja, ao observar um valor possível, essa noção considera informações experimentais para ajustar as observações feitas a priori. Esse movimento está relacionado com os métodos bayesianos em Estatística.

5.3 A PROBABILIDADE NO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

Para refletir sobre como o ensino de Probabilidade, é importante perpassar por diversos pontos que influenciam como esse saber chega na sala de aula. Neste capítulo nos aprofundaremos em quatro importantes aspectos que possuem uma forte relação entre si: história, currículo, formação e avaliação.

Os documentos oficiais que organizam o sistema educacional têm o propósito de determinar os objetivos, um percurso de aprendizagem e uma avaliação, que na maioria das vezes é abordada como um mero produto. Ou seja, os currículos têm a grande missão de conduzir processos formativos. Alguns questionamentos podem ser levantados nesse aspecto: até que ponto o currículo delimita os caminhos? nde e como deve ocorrer a avaliação? Qual o papel do professor nesse contexto?

Silva (2013) aborda alguns elementos importantes para aprofundar essa discussão. A rigidez da predeterminação do currículo pode implicar em um ensino artificial e inconsistente, pois, os objetivos podem ser modificados conforme as necessidades que surgem a partir das demandas desenvolvidas no percurso, sejam elas, sociais ou individuais, no sentido da singularidade de cada sujeito participante do processo de ensino e de aprendizagem. Por isso, a flexibilidade parece ser uma das características essenciais para o trabalho docente. É necessário transcender o olhar para além do que determina os documentos oficiais, o que pode significar a compreensão da subjetividade humana e o quanto esse aspecto afeta a escola e seu papel social. Essa perspectiva é inspirada nas ideias da Educação Matemática Crítica (EMC) proposta por Skovsmose (2001, p. 19) e reflete sobre algumas questões de um currículo crítico, que devem ser consideradas.

> (1) A aplicabilidade do assunto: quem o usa? Onde é usado? Que tipos de qualificação são desenvolvidos na Educação Matemática?
> (2) Os interesses por detrás do assunto: que interesses formadores de conhecimento estão conectados a esse assunto?
> (3) Os pressupostos por detrás do assunto: que questões e que problemas geraram os conceitos e os resultados na Matemática?
> (4) As funções do assunto: que possíveis funções sociais poderiam ter o assunto? Essa questão não se remete primariamente às aplicações possíveis, mas à função implícita em uma Educação Matemática nas atitudes relacionadas a questões tecnológicas, nas atitudes dos estudantes em relação a suas próprias capacidades etc.

Silva (2013) ainda destaca que apesar de algumas condições influenciarem o papel do professor, há um protagonismo docente que constrói um dos principais currículos, o currículo em ação. É um papel difícil e, por vezes, um paradoxo. Mas, é a forma de existir uma harmonia entre as recomendações oficiais e as demandas mais singulares, ou seja, aquelas que ocorrem naquela comunidade, naquela escola e, com mais profundidade, naquela sala de aula composto por diversas particularidades humanas e regida por um saber, em cada tempo didático. Esse elemento nos faz refletir sobre a influência do saber e os seus obstáculos, ponto discutido no capítulo anterior. Aqui, mergulharemos no saber probabilístico, portanto, atentemo-nos que existe uma particularidade ligada à construção científica, histórica e social desse campo, o que poderia ser alterado ao ser pensado em outro saber matemático.

Três aspectos devem ser considerados nessa perspectiva de educação matemática: problematização, compreensão e proposição de problemas sociais. Todos eles podem ser observados quanto estamos nos referindo ao ensino de Estatística e Probabilidade presentes no bloco **Tratamento da informação**, presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCN) (Brasil, 1997, 1998), na **Análise de dados**, nos PCN+ (Brasil, 2002), na **Análise de dados e Probabilidade** nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006), e na unidade temática **Estatística e Probabilidade** da Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (Brasil, 2018).

Chevallard (2001) afirma que a presença da matemática na escola é justificada por sua presença na sociedade. Esse pressuposto reafirma o fato de o ensino ser contextualizado, sempre direcionado para a realidade do aluno, e valida a relevância do ensino de Probabilidade, como é destacado pela BNCC ao retratar a unidade temática Estatística e Probabilidade.

> Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer

> julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e predizer fenômenos. (Brasil, 2020, p. 274)

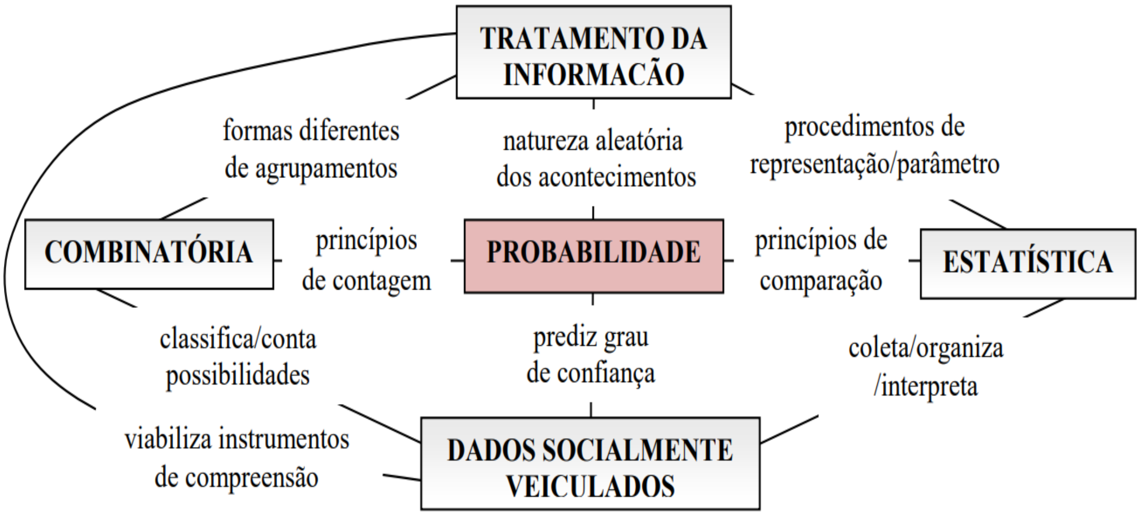
No mundo contemporâneo, o acesso à informação está cada vez mais precoce. Esse fato se explica pelo avanço tecnológico e, com isso, a facilidade e a exigência das informações sociais e econômicas. E como a escola é um espelho do mundo, as perspectivas do ensino e da aprendizagem também mudam, que devem acompanhar as constantes mudanças da sociedade. É nesse sentido que D'Ambrósio (2012, p. 87) já nos apontava que "a educação para cidadania, que é um dos grandes objetivos da educação de hoje, exige uma “apreciação” do conhecimento moderno, impregnado de ciência e tecnologia".

A fim de aprofundar a visão de alguns documentos oficiais, foi buscado compreender como alguns destes direcionam o ensino de Probabilidade. Iniciando pelos PCN (Brasil, 1997, 1998)[2], a sua estrutura curricular demarcada para o currículo de Matemática é o agrupamento de seus conteúdos contemplando quatro blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. A abordagem conceitual e didática é proposta na divisão de quatro ciclos: 1º ciclo (1ª e 2ª séries), 2º ciclo (3ª e 4ª séries), 3º ciclo (5ª e 6ª séries) e 4º ciclo (7ª e 8ª séries).

Os PCN (Brasil 1997, 1998) ressaltam que os conteúdos curriculares abordados devem ter um viés reflexivo acerca de uma educação que promova a intervenção e participação do estudante como cidadão ativo em exercício responsável da cidadania. Por isso, defende a relevância do bloco Tratamento da Informação, destacando sua funcionalidade acerca de uma demanda social e seu uso atual na sociedade. O mapa conceitual abaixo destaca a o bloco tratamento da informação.

[2] Embora, em termos curriculares, no Brasil, já tenhamos uma estrutura mais recente, a BNCC, de 2018, destacamos os PCN como o primeiro documento que se debruçou sobre o campo da Probabilidade e Estatística como um campo a ser explorado desde os anos iniciais. Por isso, começaremos a discussão sobre o currículo que envolve esse campo de saber, no Brasil, desde os PCN.

Figura 3- Mapa conceitual de tratamento da informação proposto nos PCN



Fonte: Rufino e Silva (2019)

As orientações didáticas abordadas neste documento permitem ao aluno a compreensão de que grande parte dos acontecimentos que ocorrem no dia a dia é de natureza aleatória, e que há possibilidade de identificar possíveis resultados e fazer estimativa sobre esses. Oliveira Júnior, Prata e Neto (2013) ainda complementam essa ideia ao afirmarem que essas noções podem ser exploradas na própria escola, com situações nas quais os alunos realizam experimentos, observaram a ocorrência de eventos com base nas noções de acaso e incerteza.

Em complemento a essa ideia, os PCN+ afirmam que a Probabilidade "deve ser vista como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões reais, quantificar e interpretar conjunto de dados ou informações que não podem ser quantificados direta ou exatamente" (Brasil, 2002, p. 126).

A BNCC (Brasil, 2018) organiza o ensino de Matemática em cinco unidades temáticas para o Ensino Fundamental: Números, Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. De forma geral, para o ensino da Matemática, propõe sete ideias fundamentais: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação.

A incerteza e o tratamento de dados são objetos de estudo da unidade temática Probabilidade e Estatística. A BNCC (BRASIL, 2018) sugere o desenvolvimento de habilidade nas instâncias da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia, com destaque para o último, onde se ressalta uma abordagem educacional inovadora, o desenvolvimento do pensamento computacional como meio de inserção e compreensão da realidade.

No tocante à Probabilidade, o referido documento, para o Ensino Fundamental (EF), Anos Iniciais (1º ao 5º ano), propõe o entendimento da existência de eventos não determinísticos, com o desenvolvimento da noção de aleatoriedade e do início da construção de um espaço amostral. Nos Anos Finais (6º ao 9° ano), o estudo deve ser ampliado e aprofundado, de maneira a fazer experimentos e simulações que confrontam resultados, e apropriem a capacidade de enumeração do espaço amostral. A organização proposta por esse documento, referente aos objetos de conhecimento e suas respectivas habilidades nessa etapa da Educação Básica, pode ser observada mais detalhadamente no Quadro 1.

Quadro 1- Objetos de conhecimento e habilidades acerca da Probabilidade propostos pela BNCC para o EF.

Anos	Objetos de conhecimento	Habilidades
1º ano	▪ Noção de acaso.	● *(EF01MA20)* Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º ano	▪ Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano.	● *(EF02MA21)* Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º ano	▪ Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral.	● *(EF03MA25)* Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º ano	▪ Análise de chances de eventos aleatórios.	● *(EF04MA26)* Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º ano	▪ Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios.	● *(EF05MA22)* Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
5º ano	▪ Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis.	● *(EF05MA23)* Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
6º ano	▪ Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. ▪ Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).	● *(EF06MA30)* Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.

7º ano	▪ Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências.	● *(EF07MA34)* Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
8º ano	▪ Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.	● *(EF08MA22)* Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
9º ano	▪ Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes.	● *(EF09MA20)* Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Fonte: Autoral própria

É notória a evolução conceitual esperada, quando observado o quadro acima. Nos Anos Iniciais, que vai do 1° ano ao 5° ano, o documento propõe uma abordagem estruturante, com a abordagem das noções de acaso, aleatoriedade, chance e espaço amostral. Percebe-se que é uma evolução para a saída das ideias de sorte e azar que normalmente se constrói nessa idade. Ademais, sempre construídas a partir de situações do cotidiano e considerando a equiprobabilidade. Já no final, os Anos Iniciais, mais especificamente no 5° ano, recorre-se ao cálculo de Probabilidade, porém ainda pautado em situações equiprováveis.

Nos Anos Finais, do 6° ano ao 9° ano, tem-se a aparição de um elemento diferente: o experimento. Percebe-se que além da abordagem tradicional, a laplaciana, como pode ser observado no primeiro objeto de conhecimento do 6° ano (cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável), recorre-se também a abordagem experimento, que pode ser notado na mesma série (cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento).

Além disso, a primeira habilidade que marca a Probabilidade no primeiro ano do Ensino Fundamental destaca a ideia de comparação. Essa é uma forma de construir a ideia da Probabilidade Frequentista, por meio da repetição de experimento. Ao avançar os anos, nota-se o surgimento da concretização da ideia de estimativa, e do trabalho com mais de um evento, recorrendo-se a soma de probabilidades. No último ano do Ensino Fundamental, 9° ano, é iniciado a ideia de Probabilidade condicional, visto que, o destaque para essa série é o reconhecimento e a análise de evento dependentes e independentes.

Apesar de a BNCC propor uma abordagem frequentista para os Anos Finais do Ensino Fundamental, o documento ainda carrega fortes marcas da visão clássica da Probabilidade, visto que, a metodologia orientada ainda é condicionada ao tradicional clássico expresso por um número racional.

Reafirmando o que já foi abordado neste tópico, a BNCC (Brasil, 2018) destaca a importância de considerar a dinâmica social contemporânea, no sentido de acompanhar as rápidas transformações, principalmente aquelas ligadas ao desenvolvimento tecnológico, que abre espaço para a utilização de novos recursos ao trabalhar os aspectos citados acima, pode-se destacar a utilização de simuladores digitais, como o software GeoGebra. Para a etapa do Ensino Médio, esse documento propõe que a área de Matemática "devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área." (Brasil, 2018, p. 470), ou seja, o foco passa a ser uma visão da Matemática integrada aplicada à realidade.

Para percorrer a última etapa do ensino básico, a BNCC (Brasil, 2018) elenca cinco competências específicas (CE) da Matemática e suas tecnologias que perpassam sobre: utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para a interpretação nos mais variados contextos (CE1); articular conhecimentos matemáticos para a investigação e tomada de decisões (CP2); interpretar, construir modelos e resolver problemas nos campos específicos da Matemática (CE3); desenvolver o raciocínio matemática a partir da compreensão e utilização da flexibilidade e fluidez (CE4); investigar e conjecturar diferentes conceitos e propriedades matemáticas (CE5). Para cada competência específica a BNCC (Brasil, 2018) estabelece algumas habilidades, e entre elas, destacam-se três na qual são citadas a Probabilidade.

5.4 UM OLHAR SOBRE A RELAÇÃO DOCENTE COM O SABER PROBABILÍSTICO

Compreender a relevância da Probabilidade no que tange o ensino de Matemática e suas aplicações não é tarefa árdua, como pensa-se nas instâncias de uma vida em sociedade, porém, as múltiplas interpretações atribuídas ao conceito de Probabilidade levam diretamente na dificuldade de sua compreensão, conforme aponta Lopes e Mendonça (2016).

Esse vasto campo de interpretações advém de diversas situações, pode-se citar a credibilidade em um cálculo matemático, experiências em vivências passadas ou, simplesmente, a ocorrência do que lhes é favorável. Lopes e Mendonça (2016, p. 5) exemplificam com:

> um indivíduo aposta todos os seus recursos, embasado em um índice de 75% (calculado matematicamente) de chance de ocorrer um determinado evento, mas desconsidera completamente o fato de, em uma única oportunidade, essa ocorrência ter 25% de chance de não se efetivar.

Para entender melhor essas conjecturas, Coutinho (2007) afirma que o percurso histórico da Probabilidade revela toda a complexidade do seu significado, justificando-se pelo fato de que o acaso, ao longo dos tempos, possui uma diversidade de interpretações.

Apesar da relevância do saber probabilístico para o processo de construção educacional, social e crítico, Rufino e Silva (2018) trazem aspectos a serem refletidos quanto a possíveis barreiras para o ensino de Probabilidade: o conteúdo há poucos anos era parte quase ausente do curso de formação de professores, visto que, só foi inserido nos currículos de matemática do Ensino Fundamental, com a inserção do bloco tratamento da informação nos PCN, há pouco mais de vinte anos; a maioria dos professores ao lecionar matemática não é apresentado à Probabilidade como objeto a ser ensinado; a falta do "modo probabilístico de pensar", pois, a Matemática continua relacionada diretamente a um tradicionalismo fundamentado no determinismo e na exatidão, limitando a visão sobre Probabilidade.

Nesse ponto, concorda-se com Corrêa (2010, p. 9), quando este afirma que "a única abordagem não contribui para a aquisição de uma forma de pensar diferente da lógica dicotômica do sim/não, no qual preside incerteza, campo intermediário onde atua a probabilidade". Por isso, o determinismo impregnado na Matemática é um limitador da compreensão probabilística.

Isso aponta, no entendimento conjunto, diretamente para o contrato didático. Do ponto de vista das regras contratuais para o ensino de matemática, já existe a cultura da matemática ser um campo "exato". Além disso, que a resposta a um problema deverá sempre ser um número preciso, como se na matemática não tivesse lugar para a incerteza. Esses são alguns elementos que nos convida a investigar os obstáculos didáticos nesse campo que infringe tão claramente o contrato didático usual, em relação à matemática.

Nesse sentido, associado a essas novas ideias que invadiram os currículos de matemática nos últimos tempos, Cardeñoso e Goded (2004) lembram da importância da criação de novas abordagens e estratégias que permitam uma implementação do saber probabilístico qualificadamente, sem detrimento a sua grandeza. São esses fatores que levaram ao questionamento: os professores que atuam na educação básica estão preparados para o ensino de Probabilidade?

Rufino e Silva (2019), ao realizarem uma pesquisa com 15 professores atuantes no Ensino Fundamental, observaram que ainda há um despreparo dos professores ao trabalharem com probabilidade, fato que coloca em urgente necessidade a reflexão sobre a qualidade da abordagem dos saberes matemáticos e seus aspectos didáticos no curso Licenciatura em Matemática e de formações continuadas.

Além disso, Rufino e Silva (2019) afirmaram que a lacuna do ensino de Probabilidade, refletida pelas escolhas didáticas ou pelo tempo didático dedicado a esse conteúdo, justificam-se pelo insucesso da interpretação probabilística. De forma geral, as respostas dos problemas que envolvem Probabilidade parecem ser obtidas mecanicamente, sem reflexão ou qualquer interpretação.

Outras pesquisas, como a de Campos, Pietropaolo e Silva (2015), também demonstram essa realidade. Esse estudo, realizado com 23 professores dos Anos Finais do Ensino Fundamental, frente ao conteúdo de Probabilidade, constatou haver uma inadvertência do ensino desse tema em comparação a outras áreas do conhecimento, e as principais justificavam utilizadas pelos professores para a ocorrência desse fato é o tempo didático e a aplicabilidade de outros conteúdos matemáticos nas séries seguintes.

Ainda nesse estudo, por meio de entrevistas e questionários aplicados aos professores participantes, alguns pontos cruciais para compreender a imagem conceitual sobre Probabilidade foram levantados. Primeiramente, a maioria dos professores conceitua a Probabilidade como um campo de problema, no qual as respostas são representadas por fração, entendo esta última como uma composição entre dois números. Também foi constatado, ao serem questionados sobre a definição de espaço amostral, que estes não possuíam esse conhecimento específico tão relevante no campo probabilístico, indicando lacunas à apresentação desse conteúdo, na prática docente.

Esses fatos demonstram que as duas esferas, epistemológicas e didática, precisam estar em harmonia para a garantia da qualidade do ensino. Encarar a Probabilidade em todas suas grandiosidades matemáticas e sociais parece ser um dos maiores desafios docentes da atualidade, visto que há um reducionismo desse campo que perpassa os caminhos da Educação Básica e do Ensino Superior. Visto isso, no próximo tópico, será realizado um mapeamento conceitual necessário para uma compreensão significativa desse campo.

5.5 BREVE LEVANTAMENTO DOS POSSÍVEIS OBSTÁCULOS NO CAMPO DA PROBABILIDADE

Algumas pesquisas, como as de Almeida (2016), Almeida e Farias (2018), Brum e Silva (2015), Cavalcanti, Lima e Andrade (2021), Coutinho (2013), Henry (201), Lopes (1999), Muniz e Gonçalves (2005), Rosa, Fernandes e Pinho (2006), já constataram que conceber a Matemática com a ideia de uma ciência exata, fechada e determinística pode ser configurada como obstáculo epistemológico para o estudo e compreensão dos fenômenos aleatórios, objeto de estudo da teoria das probabilidades. Rosa, Fernandes e Pinho (2006) destacam que, cabe ao professor, desconstruir essa ideia, sendo esse um dos seus maiores desafios, visto que já há uma internalização dessa concepção, que se de, em larga medida, à organização didática e/ou curricular dos conteúdos.

Ainda de acordo com Rosa, Fernandes e Pinho (2006), outros fatores que colaboram para a obstacularização do saber Probabilidade. São eles: o isolamento curricular; a falta de contextualizações adequadas; a redução ao estudo em espaços equiprováveis. Ou seja, além da Probabilidade, vir dissociada de outras áreas do conhecimento ou de outros campos matemáticos, quando trabalhada, muitos professores, por vezes influenciados pela abordagem livro didático utilizado pela instituição escolar, reduzem as situações em que podem ser utilizados conceitos probabilísticos ao lançamento de dados e sorteio em urnas.

A pesquisa de Muniz e Gonçalves (2005) revela que muitos professores apresentam grandes dificuldades com a conceptualização do campo probabilísticos que remetem a obstáculos de naturezas epistemológica e didática, e que este fato influencia fortemente na sua prática de ensino. Dentre essas dificuldades pode-se citar a fragilidade em relação aos conceitos de acaso e aleatoriedade e a falta de articulação do conhecimento desse campo com outras áreas.

Lecoutre (1985), apud Almeida e Farias (2018), reforça que a abordagem baseada unicamente na equiprobabilidade alerta para a presença de obstáculos de origem epistemológica, como constatado em seu estudo realizado com jogos de dados, em que os participantes acreditavam que os eventos aleatórios eram profundamente prováveis.

Brum e Silva (2015) relatam que a aplicação da Probabilidade em diversos temas como Genética, Economia e Astronomia revelam grandes contribuições para o ensino desse campo. Porém, conforme esses mesmos autores, muitos professores deixam de compreender as diversas relações possíveis do campo probabilístico, trabalhando apenas com as ideias dos jogos de azar e manipulações de resultados, em detrimento de muitos outros conceitos que podem ser trabalhados, mesmo que apresentem grande relevância social, como, por exemplo, a previsão de sexo para o filho e as chances de falência de uma empresa.

Almeida (2016), ao analisar livros didáticos, afirmou haver uma predominância de duas visões probabilísticas: clássica e frequentista. Além disso, os exemplos e exercícios propostos limitam-se ao estudo em espaços equiprováveis, fator que pode gerar obstáculos, como já comentado nessa seção, pois ao se deparar com espaços de naturezas mais amplas e complexas, o aluno pode pensar que está se deparando com uma nova Probabilidade.

Henry (2010), expõe uma dura crítica em relação a essa dicotomia clássico-frequentista. Para esse autor, há uma necessidade de evoluções curriculares, visto que a abordagem clássica limita potencialmente a visão probabilística, enquanto a concepção frequentista não acompanha a complexidade dos fenômenos aleatórios. Nesse sentido, Cavalcante, Lima e Andrade (2021) destacam que a formação inicial e continuada de professores, relativa ao campo da Probabilidade, deve valorizar uma abordagem dual, alinhada à utilização de ferramentas computacionais.

Lopes (1999) expõe a importância do trabalho com as noções probabilísticas desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a fim de construir um pensamento não determinístico, evitando possíveis obstáculos. Esse fator abre o horizonte para o estudo dos obstáculos, destacando a importância da pesquisa nos âmbitos do currículo, do livro didático e da prática docente.

Sobre esse último ponto, Cavalcante, Lima e Andrade (2021) relatam que o cenário educacional revelador de praxeologias pontuais e incompletas apresentam uma relação fragilizada e confusa dos futuros professores, com as noções da Teoria das Probabilidades. Um fator agravante para esse cenário é a crença da plena suficiência da formação obtida nos cursos de licenciatura, enquanto há uma ausência de discussões desse tema no formato de um saber a ensinar. Coutinho (2013) afirmou que além desses fatores limitantes no currículo da formação docente, a carga horária insuficiente para a discussão didática dos conteúdos é outro fator problemático.

Brum e Silva (2015) destacaram as generalizações pré-científicas com a teoria das probabilidades. Para Brousseau (2007), o conhecimento torna-se vago quando todas as explicações derivam do primeiro conhecimento geral, não havendo espaço para questionamentos, e, portanto, promovendo dificuldades quanto ao interesse pelo aprofundamento do estudo. Segundo Bachelard (2008), esse fato ocorre quando uma pessoa acredita saber fielmente um assunto, uma ação que ofusca que o espírito científico seja movido pela problematização.

Ainda na sua pesquisa, Brum e Silva (2015) constataram que ainda há quem enxergue a Probabilidade como algo hostil, reduzida aos jogos de azar, manipulação de resultados e corrupção. Essa situação deve-se ao fato que, muitas vezes, a primeira experiência com a Probabilidade seja exatamente sobre esse viés. É uma abordagem concreta, natural e fácil que passa a ilusão de compreensão.

Outros elementos relevantes, acerca dos obstáculos voltados ao ensino de Probabilidade serão investigados nesse estudo, bem como, será realizada uma análise mais detalhada de outros possíveis estudos, no Brasil e fora dele, que contemplem esse campo de investigação. Os obstáculos levantados nessa revisão de estudos se configurarão como um modelo a priori, em relação aos obstáculos esperados na sala de aula, e sobre isso, será mais bem dissertado capítulo a seguir.

6. PERCURSO METODOLÓGICO

Ao longo deste capítulo será caracterizado o percurso metodológico adotado nesse estudo, a fim de responder os questionamentos centrais e objetivos, qual seja: analisar de que forma a relação contratual pode influenciar no surgimento de obstáculos didáticos no ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Para isso, primordialmente, é necessário destacar que o estudo em pauta converge para um paradigma de dimensão quanti-qualitativo, pois, pretende-se, além de identificar os obstáculos que possam surgir, realizar a interpretação e categorização dos dados a serem construídos, analisando-os criticamente, a partir de um arcabouço teórico consistente, e não possuindo como interesse central a enumeração de eventos.

Embora não se possa furtar de identificar elementos de natureza quantitativa, o interesse é, sobretudo, qualitativo, uma vez que o estudo concorda com a visão de Goldenberg (2004), quando este afirma que na pesquisa qualitativa o pesquisador deve preocupar-se essencialmente com o aprofundamento da compreensão do que está sendo estudado, seja um grupo social, uma instituição ou uma trajetória. Além disso, acredita-se que a construção de estudos e pesquisas que perpassam pelas diversas perspectivas da educação deve cumprir uma função social, em vista, a atuar sobre uma realidade objetiva, conforme afirma Tozoni-Reis (2009).

Também se concorda igualmente com Severino (2016), ao afirmar que talvez o mais adequado seria falar sobre duas abordagens e não sobre duas metodologias, ao haver possibilidade de valer-se das duas vertentes. Além disso, assim como Marconi e Lakatos (2019), intui-se que o método científico deve ter a precisão e o aprofundamento necessários para uma abordagem significativa, quer seja na demarcação de seu problema, na realização de observações ou nas interpretações das relações com base em teorias.

Sobre esses pontos (problema, observação e interpretação), esses mesmos autores afirmam que, na abordagem qualitativa, o problema é formado dinamicamente, a depender da imersão do pesquisador no contexto da população participante do seu estudo. Outrossim, na pesquisa de caráter qualitativo, os dados surgem com o desenrolar da pesquisa e os resultados são flexíveis e abertos a novas tendências, pois suas análises e interpretações descrevem a complexidade do comportamento humano.

6.1 CARACTERIZAÇÃO DA ABORDAGEM NA PESQUISA

Quanto aos objetivos, a pesquisa apresenta um caráter exploratório, pois, conforme Gil (2008), proporciona uma visão geral com aproximações mais acentuadas aos temas ainda pouco explorados. Apesar da ênfase em pesquisas na área da Didática da Matemática dos últimos anos, os estudos que aludem sobre os obstáculos didáticos e suas relações com outros fenômenos ainda são escassos, fato que pode ser compreendido ao analisar os trabalhos publicados nas últimas edições do Encontro Nacional da Educação Matemática – ENEM, conforme discutido na introdução da pesquisa.

Ademais, Gil (2017) afirma que as pesquisas de cunho exploratório apresentam uma relação mais estreita com o problema e têm uma possibilidade maior na construção de hipóteses. Além disso, a produção de dados pode compreender o levantamento bibliográfico, a entrevista e a análise de exemplos, muito explorados na pesquisa de campo, que é o caso do presente estudo.

Sobre o método utilizado pela pesquisa, evidencia-se o observacional, pois, ainda de acordo com Gil (2008), "apresenta como principal vantagem, em relação a outras técnicas, a de que os fatos são percebidos diretamente, sem qualquer intermediação. Desse modo, a subjetividade, que permeia todo o processo de investigação social, tende a ser reduzida." (Gil, 2008, p.100).

6.2 INSTRUMENTO PARA CONSTRUÇÃO E REGISTRO DE DADOS

Para contemplação da construção de dados da pesquisa será proposta uma entrevista semiestruturada e observação de aulas. Quanto à entrevista, Marconi e Lakatos (2019) afirmam que nos estudos qualitativos, a entrevista é pouco estruturada e permite tratar assuntos de caráter pessoal. O seu uso focaliza a compreensão de perspectivas e experiências dos participantes e possui um enfoque flexível e aberto, com a capacidade de tornar mais eficaz a inter-relação entre entrevistador e entrevistado.

Compreende-se que os detalhes da preparação para execução da entrevista potencializam a neutralidade e confiabilidade das informações. O ambiente deve transmitir confiança, o diálogo deve ser espontâneo, cuidadoso e profundo. Além disso, pode-se valer-se de diversas ferramentas como gravações, fotos e anotações.

A fim de atender essas especificidades, a entrevista utilizada no presente estudo será do tipo semiestruturada. Esse tipo específico de entrevista possui um roteiro prévio, mas abre espaço para uma abordagem mais livre do tema proposto.

A observação também será um instrumento utilizado para a construção dos dados da pesquisa. De acordo com Marconi e Lakatos (2019, p. 315), “ela implica conhecer e aprofundar as situações, mantendo a reflexão contínua e observando detalhe dos sucessos, dos eventos e das interações”. Além do enriquecimento das anotações textuais, a observação oferece o benefício do registro de signos não verbais.

Considerando o caráter amplo e dinâmico das vivências de uma sala de aula e a complexidade das relações, uma das ferramentas escolhidas para registro de dados é a videogravação, que apesar de ser considerado o instrumento mais contemplador, apresenta pontos negativos, como a mudança de comportamento dos atores sociais da pesquisa frente às câmeras alterando a realidade cotidiana (Garcez, Duarte, Einsberg, 2011). Todavia, na atualidade, dada a familiaridade e exposição das pessoas a câmeras, sobretudo em seus smartphones, para registro de situações cotidianas, faz com que essa limitação apontada décadas atrás, já não seja mais tão evidente atualmente. A fim de manter todos os registros de forma organizada, faz-se necessário também a utilização de um diário de campo, que funcionará como um direcionador dos acontecimentos e das etapas da pesquisa.

Do ponto de vista dos instrumentos escolhidos para investigação, pode-se delinear a pesquisa como um estudo de campo, visto que, “estuda-se um único grupo ou comunidade em termos de sua estrutura social, ou seja, ressaltando a interação se seus componentes.” (Gil, 2008, p.57). Além disso, esse delineamento é composto por pesquisas que se preocupam mais com o aprofundamento das questões propostas.

6.3 DESCRIÇÃO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA E DA ESCOLA CAMPO

A pesquisa ocorreu em uma escola da rede pública no município de São Lourenço da Mata, localizado no estado de Pernambuco, e adotou-se a denominação de Instituição Alfa (IA), que atende aos Anos Finais do Ensino Fundamental (6° ao 9° ano), também com a modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA). A escola funciona nos três turnos diários e possui 14 (quatorze) turmas, totalizando 376 (trezentos e setenta e seis) estudantes, distribuídos em quatro turmas do 6° ano ao 8° ano, turmas A e B no turno matutino, e C e D no turno vespertino; duas turmas do 9° ano, com a turma A, funcionando no período da manhã, e a turma B, no período da tarde.

De acordo com o Projeto Político Pedagógico (PPP), a escola campo tem como missão “oferecer um ensino público de qualidade à comunidade, a fim de propiciar condições para uma aprendizagem significativa, atualizadas e eficaz que preparem os estudantes com consciência cidadã” (2018, p.). Apesar de sua missão propor uma educação igualitária e de qualidade, a redação da visão da escola no seu projeto, expõe objetivos quantitativos: “ser uma instituição de ensino reconhecida no âmbito local como referência pelo seu alto nível de ensino aprendizagem e pela qualidade de formação de seus estudantes, **atingindo indicadores favoráveis no SAEPE, Prova Brasil e IDEB**” (2018, p. grifo nosso).

O regimento escolar da instituição esclarece que, obedecendo às diretrizes da Secretaria de Educação do município, os turnos da manhã, tarde e noite, funcionarão nos seguintes horários: 7h30 às 12h; 13h às 17h30; 18h40 às 22h. Dessa forma, deve-se cumprir 200 (duzentos) dias letivos, cada um com 4 (quatro) horas e 5 (cinco) dias de atividades semanais.

A escolha pela realização da pesquisa na etapa do Ensino Fundamental se deu pela necessidade de acompanhar a ampliação e o aprofundamento de conceitos do campo da Probabilidade, conforme sinaliza a organização proposta pela BNCC (Brasil, 2018). Ademais, a turma escolhida para a observação da aula foi o 9° ano do Ensino Fundamental, visto que, os alunos já perpassaram por todos os anos do Ensino Fundamental, e é um ano decisório, uma vez que marca a saída de uma longa etapa escolar, assim como a preparação para a imersão em uma nova etapa, o Ensino Médio.

Em relação aos seus participantes, estes foram quatro professores licenciados em Matemática, que lecionam a disciplina de Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental da Instituição Alfa. Dois deles lecionam no turno matutino e dois no turno vespertino.

6.4 ETAPAS METODOLÓGICAS

A partir das informações acima, será descrito como se sucederam todas as etapas da investigação. Para contemplar seus objetivos, a pesquisa se pautou em três etapas. A **Etapa 1** é caracterizada pelo levantamento dos possíveis obstáculos didáticos encontrados no ensino de Probabilidade, com base na revisão de literatura realizada com estudos relevantes na área, estabelecendo categorias a priori acerca dos obstáculos possíveis de serem identificados. Essa revisão teve como aporte os repositórios digitais de teses e dissertações de Universidades brasileiras, as produções científicas de Programas de Pós-Graduação no Ensino de Ciências e os trabalhos publicados em eventos e revistas reconhecidos nacionalmente.

O levantamento se constituirá sobre os seguintes pontos: conhecimentos epistemológicos do campo da Probabilidade; estrutura curricular e didática; aplicações e contextualizações. Embasada nas pesquisas encontradas, foram descritas as principais dificuldades, a fim de traçarmos algumas hipóteses sobre os obstáculos didáticos que podem emergir, nesse campo, em função das relações contratuais estabelecidas. A análise das aulas poderá nos fazer identificar outros obstáculos que, porventura, não tenham aparecido na fase de levantamento preliminar. O levantamento permitiu, igualmente, orientar a estrutura da entrevista (**Etapa 2**)[3] e o roteiro de observação no campo (**Etapa 3**)[4].

A **segunda etapa** consistiu na realização da entrevista com os professores participantes. Para essa fase, contamos com a participação de todos os professores que lecionam a disciplina de Matemática para os Anos Finais da instituição escolhida. As perguntas da entrevista foram divididas em três partes: perfil profissional e acadêmico; conhecimento matemático sobre a Probabilidade; concepções sobre o ensino de Probabilidade.

A entrevista contou com instrumentos de áudio, com o intuito de favorecer as análises posteriores e enriquecer os detalhes obtidos. Como a entrevista foi do tipo semiestruturada, apesar das perguntas preestabelecidas que os participantes foram solicitados a responder, o desenrolar do processo poderia levar a outros questionamentos. Cada participante teve um momento individual para realização da entrevista, para que eles pudessem se sentir mais à vontade para dar suas respostas.

A **terceira etapa** da investigação foi a observação da aula. As turmas escolhidas para observação dependeram das respostas obtidas nas entrevistas. Após uma análise da etapa 2, descrita acima, foram escolhidos um professor e uma professora, tendo sido solicitado que cada um propusesse o planejamento das aulas a referentes ao tema em questão para sua turma. Os dois professores escolhidos eram os únicos que lecionavam nas turmas do 9° ano (nono ano) da escola campo, sendo este o critério para essa escolha.

O número de aulas a ser observada dependeu do planejamento do professor referente ao tema Probabilidade. Não houve nenhum tipo de interferência quanto aos objetivos traçados por ele, a metodologia adotada, os recursos didáticos escolhidos, bem como, o tempo didático direcionado ao conteúdo. Todos esses quesitos foram essenciais para a análise do contrato didático e dos obstáculos didáticos identificados. Para auxiliar na organização dessa etapa, além da gravação de áudio e vídeo, foi utilizado o roteiro de observação, onde foram pontuados os elementos do planejamento (objetivos, metodologia, recursos), entre outros.

---

[3] Apêndice 1.
[4] Apêndice 2.

Além disso, o direcionamento da observação para posterior análise se deu com base nas categorias descritas no tópico seguinte.

Figura 4- Etapas metodológicas da pesquisa

Fonte: Autoria própria

A imersão ao campo de investigação, com todas suas implicações, como a abordagem aos participantes e o reconhecimento do ambiente (conhecimento das regras institucionais da escola, tempo destinado a uma aula, organização do horário, entre outros), a condução da entrevista e a observação constituiu a terceira etapa da pesquisa, tendo sido a entrevista o primeiro contato direto com os participantes do estudo. Após essa etapa aconteceram as observações, imersão direta no campo de investigação, a fim de observar apenas as aulas destinadas ao objeto matemático.

6.5 CRITÉRIOS PARA ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS CONSTRUÍDOS

A Etapa 1 da pesquisa, realização de um mapeamento acerca dos obstáculos didáticos identificados nos estudos, relacionados ao saber Probabilidade. A partir do mapeamento, propusemos categorias a priori, de possíveis obstáculos que poderíamos identificar na sala de aula investigada. Essa etapa direcionou as etapas posteriores, sendo possível a formulação de categorias. Primeiramente, com base nos pressupostos teóricos compreendidos na presente pesquisa acerca da noção de contrato didático descrita por Brousseau (1983), definimos as seguintes categorias para a análise, conforme apresentada na tabela 1, a seguir:

Tabela 2- Categorias para análise do Contrato Didático

Categorias I- Elementos Contratuais (*EC*)	*EC*1- Expectativas	A espera entre os elementos humanos da relação contratual de determinados comportamentos do professor ou do aluno quando o saber está em jogo.
	*EC*2- Negociações	A construção das funções e do conjunto de regras destinadas aos papéis de professor ou de aluno em relação ao saber em jogo. As negociações podem ser

		realizadas por uma (unilateral) ou mais pessoas (em conjunto), bem como, podem ser realizadas explícita ou, sobretudo, implicitamente.
	*EC*3- Regras	Acordos explícitos ou implícitos entre o professor e o aluno diante de uma situação didática a partir das relações ao saber.
	*EC*4- Rupturas	Quebra das regras pelos elementos humanos da relação contratual, rompendo as expectativas e abrindo espaço para uma nova negociação.
	*EC*5- Renegociações	Construção de novas regras a partir das rupturas. A nova negociação deve ser realizada a partir de uma nova perspectiva criada sob os acontecimentos ocorridos.
	*EC*6- Efeitos	Decorrências dos acontecimentos da relação contratual estabelecida entre o professor, o aluno e o saber, com o objetivo de fazer a situação não fracassar.

Fonte: Autoria própria

É importante enfatizar que, no caso da presente pesquisa, o saber matemático em jogo é a Probabilidade. Por isso, a análise considerará a relação do professor e dos estudantes com o saber. Além disso, cabe destacar a influência do contrato pedagógico já estabelecido com as regras entre instituição, aluno e professor, como: horário das aulas, cumprimento do cronograma, tipo de avaliações e realização de projetos. Esses aspectos também serão considerados para a discussão dos dados.

Em relação ao elemento contratual “Efeitos”, retomamos a classificação proposta por Brousseau (1986), discutida no capítulo 3 (três), onde são destacados os possíveis efeitos: **Topázio; Jourdain; Uso Abusivo da Analogia; Deslize Metacognitivo; Dienes**. Ademais, as regras do contrato didático são implícitas e, por vezes, sobretudo em situações de rupturas, podem ocasionalmente serem explicitadas. Dessa forma, foi importante a observação das falas do professor e estudantes, e dos elementos subjacentes a essas falas (as entrelinhas do que foi dito), as ações no transcorrer da aula, elementos da relação ao saber do professor e dos estudantes, e os entrelaçamentos entre a entrevista e a observação da aula.

A revisão de literatura que permitiu a realização da primeira etapa da pesquisa possibilitou a criação das categorias para análises dos possíveis obstáculos didáticos que podem permear a aula de Probabilidade observada. Com base nesse mapeamento, considerando uma pesquisa aprofundada na literatura, levou-se em conta as categorias, denominadas de fatores obstaculizadores (FO), apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3- Categorias para análises dos Obstáculos Didáticos

Categorias II- Fatores	*FO*1- Determinismo	Relacionado à crença da exatidão e do determinismo na Matemática e em todos seus campos.

Obstaculizadores (*FO*)	*FO*2- Reducionismo	Aplicação de recursos didáticos e contextos que não exploram, em sua totalidade, as aplicações probabilísticas reais.
	*FO*3- Unicidade de abordagem	Exploração de apenas uma abordagem probabilística para a conceitualização e resolução de problemas.
	*FO*4- Isolamento curricular	Abordagem da Probabilidade descontextualizada e dissociada das outras áreas de conhecimento.
	*FO*5- Ilusão da equiprobabilidade	Perspectiva que enxerga todo e qualquer problema probabilístico à igualdade da Probabilidade de todos seus pontos amostrais.

Fonte: Autoria própria

6.6 QUESTÕES ÉTICAS DA PESQUISA

Tendo em vista dos procedimentos apresentados acima, ressalta-se a relevância de deixar explícito aos participantes os objetivos, etapas e dimensão ética da pesquisa. Primeiramente, os participantes assumiram um compromisso firmado pelo Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que não impediria o afastamento da pesquisa a qualquer momento, caso o participante assim o desejasse. O pesquisador também se comprometeu com um retorno, ao final da pesquisa, e com o zelo pelas imagens e dados produzidos ao longo do estudo. Tais dados ficarão guardados por um prazo de 5 anos. Por último, destacamos que o projeto foi aprovado sob o parecer de número 6.495.502 pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos (CEP) da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

Vale ressaltar que foi descrito no TCLE os possíveis riscos e as formas de amenizá-los, bem como os benefícios referentes à participação na pesquisa. Devido às etapas de investigação envolverem o contato direto com os participantes da pesquisa, bem como, dos instrumentos utilizados (audiogravação, na entrevista semiestruturada – etapa 2, e videogravação na observação de aula – etapa 3), alerta-se sobre alguns riscos pessoais que podem surgir, bem como, o comprometimento quanto às formas de amenizá-los.

Concluída a pesquisa, a pesquisadora se comprometeu em voltar à escola campo para realizar a devolutiva. O arquivo da dissertação será enviado por e-mail e armazenado em dispositivos pendrive USB, a ser distribuído individualmente aos participantes. Os agradecimentos e a devolutiva também serão feitos aos representantes da escola campo.

7. ANÁLISES E DICUSSÕES

7.1 DADOS CONSTRUÍDOS NA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA: ANÁLISES E INTERPRETAÇÕES

As análises e discussões dos dados construídos na pesquisa, apresentados nesse capítulo, terão como aporte teórico as noções de contrato didático e de obstáculo didático, propostas por Brousseau (1983, 1996), e como aporte metodológico, as categorias estabelecidas previamente, tanto em relação ao contrato, quanto aos obstáculos. Vale ressaltar que essa pesquisa não possui o intuito de fazer juízo de valor em relação à prática docente. O objetivo central sempre será contribuir com a educação, destacando possíveis dificuldades e estabelecendo estratégias de melhoria.

Como citado no tópico anterior, a segunda etapa da pesquisa consiste na realização de uma entrevista semiestruturada. Para preservação da confiabilidade das informações, estabeleceu-se um ambiente tranquilo, no qual os participantes se sentissem à vontade. Algumas perguntas foram elaboradas a partir de determinadas respostas dadas pelos entrevistados, porém, sem interferência ou influência do entrevistador.

Vale lembrar que a entrevista foi constituída por três etapas (o perfil profissional e acadêmico; sobre o saber Probabilidade; concepções sobre o ensino de Probabilidade). Destaca-se que a divisão nas etapas não visa desagregar as informações, mas sim, relacioná-las. Ademais, as análises das respostas ir abordarão uma perspectiva de construção de categorias sobre o saber Probabilidade e seu ensino, que servirão como aporte à terceira etapa da pesquisa, a observação da aula.

Acredita-se que as falas dos participantes, ao serem interpretadas à luz da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, mais especificadamente na ótica das relações da tríade didática, na perspectiva do contrato didático, poderão revelar efeitos de contrato que serão ser observados com mais cautela na análise da segunda etapa. Além disso, algumas falas podem remeter a possíveis obstáculos didáticos, que podem ser relacionados com as categorias criadas a partir da revisão de literatura apresentada.

A imersão no campo de investigação (Escola Alfa) foi um grande passo para o avanço da pesquisa. O contato com os professores participantes, a observação das relações entre professores e alunos e a organização das salas de aulas foram pontos cruciais para o levantamento de muitos dos questionamentos norteadores das etapas seguintes. Os quatro participantes se mostraram muito prestativos e demonstraram estar confortáveis durante toda a entrevista.

A realização das entrevistas ocorreu em dois dias, por dois fatores: o horário dos professores, dois são docentes do turno matutino e dois do turno vespertino; as atividades da escola, em virtude das realizações dos projetos escolares. As entrevistas ocorreram em um ambiente fechado e com o auxílio de um gravador de voz para posterior transcrição de áudio. Além disso, no início de cada entrevista foi destacado novamente ao entrevistado(a) o objetivo da pesquisa, as etapas de investigação, e a relevância acadêmica de sua contribuição como participante.

7.1.1 Análise da etapa 1 da entrevista: mapeamento dos perfis acadêmicos e profissionais dos participantes

Para a descrição do perfil acadêmico e profissional os participantes foram questionados sobre sua formação inicial (nível de escolaridade, instituição onde cursou a graduação, se possui ou está cursando uma pós-graduação), e sua atuação como docente da Educação Básica (quantos anos atua na área e qual etapa da Educação Básica lecionou). O quadro abaixo resumo essas informações a fim de traçar o perfil profissional e acadêmico de cada professor participante.

Quadro 2- Perfis dos professores participantes

		Professor Participante I	Professor Participante II	Professor Participante III	Professor Participante IV
Perfil pessoal		Sexo: feminino Idade: 25 anos	Sexo: masculino Idade:	Sexo: masculino Idade: 51 anos	Sexo: masculino Idade:
Perfil acadêmico	**Graduação**	Licenciatura em Matemática- Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)	Licenciatura Plena em Ciências- Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Cursando Licenciatura Plena em Matemática- Universidade Católica de Pernambuco (UNICAP)	Economia – Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Licenciatura em Matemática- Universidade Estadual do Tocantins (UNITINS)	Licenciatura em Matemática- Universidade de Pernambuco (UPE).

	Pós-Graduação	Não possui	Psicopedagogia escolar- Faculdade Joaquim Nabuco	Metodologia do Ensino de Matemática- Universidade Educacional da Lapa (FAEL)	Não possui
Perfil profissional	**Experiência como docente na Educação Básica**	1 ano	23 anos	20 anos	30 anos
	Etapa de atuação	Ensino Fundamental	Ensino Fundamental e Ensino Médio	Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Ensino Fundamental e Ensino Médio

Fonte: Autoria própria

7.1.2 Análise da etapa 2 da entrevista: interpretação das concepções teóricas e didáticas sobre o saber Probabilidade

Para a segunda parte da entrevista, e com o objetivo de identificar alguns elementos da relação ao saber dos participantes do com o campo da Probabilidade, foram realizados dois questionamentos: “para você, o que é a Probabilidade?”; “Quais são os principais conceitos da Probabilidade?”. As respostas dos quatro participantes foram bem diversas, mas, não se afastaram da perspectiva formal, como podemos observar no quadro abaixo.

Quadro 3- Respostas dos participantes ao questionamento I da etapa II

Questionamento I/ Respostas dos participantes	RP_I	RP_{II}	RP_{III}	RP_{IV}
Para você, o que é Probabilidade?	“Probabilidade é a **chance** que algo tem para acontecer.”	“a probabilidade são as **condições** [...]é que eu tenho utilizando o espaço amostral que eu possuo, né? A condição que é me dada para que eu use no meu cem por cento.”	“probabilidade é você pegar os eventos totais e dividir pelos eventos possíveis. Tem um conjunto, aí dentro daquele conjunto eu quero um determinado percentual, é uma **divisão** do total pelo que eu quero.”	“é a **tentativa** de alguma coisa, por exemplo um dado ele vai ser jogado, então ele tem seis possibilidades de dar.”

Legenda: RP_I: resposta do participante I; RP_{II}: resposta do participante II; RP_{III}: resposta do participante III; RP_{IV}: resposta do participante IV.

Fonte: Autoria própria

Ao destacar uma palavra-chave a cada resposta atribuída pelos participantes, temos: *chance, condições, divisão, tentativa*. É notável que as concepções dos professores sobre o saber Probabilidade se fundamentam essencialmente em sua aplicação matemática na visão laplaciana, onde, recorre-se sempre à ideia de divisão da quantidade de elementos do evento (o que eu quero) pela quantidade de elementos do espaço amostral (o que eu tenho). Outrossim, há uma confusão na resposta do P_{III}, ao afirmar que "é uma **divisão** do total pelo que eu quero", trocando os elementos da divisão.

Apesar das ideias de "condições" e "tentativa", destaques das respostas de P_{II} e P_{IV}, respectivamente, ir ao encontro da perspectiva frequentista, conforme abordada nas respostas atribuídas demonstram um pensamento probabilístico reducionista, visto que, não englobam elementos suficientes para uma conceitualização de Probabilidade como saber matemático ou recorrem a exemplos típicos, que ofuscam a riqueza da epistemologia probabilística.

O questionamento II, realizado na segunda parte, que versa sobre o saber Probabilidade, esperava que os participantes elencassem alguns conceitos importantes do campo probabilístico. Por isso, foi perguntado "qual(is) conceito(s) você considera mais importante(s) em Probabilidade?". As quatro respostas apresentaram perspectivas bem diferentes como pode ser observado no quadro abaixo.

Quadro 4 - Respostas dos participantes ao questionamento II da etapa II

Questionamento II/ Respostas dos participantes	RP_I	RP_{II}	RP_{III}	RP_{IV}
Qual(is) conceito(s) você considera mais importante(s) em Probabilidade?	"você olha, né, no geral você acredita que seja um conjunto, né, seja o todo. Mas, o conceito é o mais importante que tem é o conceito de **espaço amostral**. O seu aluno ele não consegue entender né? O qual o espaço amostral, qual o espaço que ele está lidando, ele não vai conseguir efetuar, concluir, resolver"	"Em Probabilidade, levando o campo da Combinatória, é **tudo**. A probabilidade para mim é **toda análise combinatória**."	"**Amostra**. Eu quero saber a Probabilidade de trabalhadores que tem Ensino Médio, aí pega uma amostra, entendeu?"	"A **pergunta** que é o mais importante na probabilidade. Porque é fácil com cara e coroa, mas quando é com outras coisas como dado, por exemplo, o dado são seis faces. Entendeu? Então o aluno vai ter que saber interpretar a pergunta para responder, está certo?"

Legenda: RP_I: resposta do participante I; RP_{II}: resposta do participante II; RP_{III}: resposta do participante III; RP_{IV}: resposta do participante IV.

Fonte: Autoria própria

As ideias centrais apresentadas, em suas respectivas ordens, conforme o número de cada participante, foram: espaço amostral; análise combinatória; amostra; pergunta. Os participantes I e II, destacaram respectivamente o espaço amostral e a amostra, sendo esses dois conceitos-chave para a análises, resoluções e compreensões de natureza probabilística. Já o participante II equivaleu à Probabilidade a todo campo da Combinatória. É conhecido que esses dois campos matemáticos têm fortes relações, assim como, se complementam na resolução de problemas e nos conceitos pertencentes. Contudo, igualar a Probabilidade à toda Análise Combinatória pode demonstrar alguma fragilidade no entendimento das especificidades inerentes ao campo probabilístico.

O participante IV afirmou que "a pergunta que é o maior importante na Probabilidade" referindo-se mais aos recursos didáticos reconhecidos como relevantes por ele, do que a conceitos presentes no saber matemático. Além disso, ao exemplificar sua resposta, pontuou que existe uma facilidade ao trabalhar com problemas envolvendo lançamento de moeda (cara e coroa), mas que há uma dificuldade em questões que abordem situações com o lançamento de um dado. Ainda completou, associando a dificuldade dessa última situação à capacidade de interpretação dos estudantes.

A resposta do participante IV na última questão analisada levanta alguns questionamentos que servirão como reflexão para a fase posterior da pesquisa: considerando que é possível calcular a probabilidade de diversos eventos de um número n de lançamentos de moedas, os problemas acerca da Probabilidade, nessa situação, não podem envolver diferentes graus de dificuldade?; por que as situações problemas que envolvem lançamentos de moedas são consideradas mais fáceis comparadas aos lançamentos de dados?; um dos fatores que mais dificulta a aprendizagem é a falha na interpretação?.

A partir das respostas atribuídas pelos participantes aos dois questionamentos realizados acerca do saber matemático Probabilidade, destacam-se algumas situações que podem ser potencializadoras de obstáculos didáticos: (1) o engessamento na definição clássica de Probabilidade; (2) o reducionismo nos exemplos atribuídos às aplicações probabilísticas; (3) a falta de percepção das especificidades do campo probabilístico.

Quadro 5- Respostas dos participantes ao questionamento I da etapa III

Questionamento I/ Respostas dos participantes	RP_I	RP_{II}	RP_{III}	RP_{IV}
Como você organiza e trabalha probabilidade em sala de aula? Detalhe da melhor maneira possível	"Quando eu vou trabalhar probabilidade eu sempre tento trazer algo **visual** pra eles de primeira, pra que eles consigam visualizar primeiramente antes de eu aplicar o conceito. E vamos supor um exemplo, eu trago uma caixa de bola que tenha dez bolas e nela tenha diversas cores, e aí a gente vai trabalhando, né? Essa questão do quanto as bolas têm, como seria, né? De quantas se eu tenho três bolas amarelas, por exemplo, dentro de dez, qual é a probabilidade de sair? Aí eles geralmente se têm três, né? De três de dez seria três de dez. E aí aquilo se torna mais visual, não fica algo tão abstrato. Então, de forma visual primeiro, depois eu	"Eu utilizo na **prática** a probabilidade de os alunos aprenderem pegando os ensinamentos que ele já tem. Eu uso a prática dele, né? **O saber do aluno**. Então qual é a probabilidade de o aluno aprender aquilo ali? Então para mim eu tenho que entrar no campo da prática dele e ver que o aluno consegue atingir aquele objetivo."	"Eu gosto de trabalhar com **atividade**, né? Com **resolução de questão**, né? É isso que eu organizo, através de resolução de questões, porque se eu ficar só em conceito impede o aluno captar, mas se ele trabalhar em resolução, pegar vinte questões, trinta, e saiu resolvendo. Eu gosto mais de trabalhar com resolução de questões do que ficar dando só conceito. Na resolução você ensina o conceito dentro das resoluções das questões."	"Primeiramente a gente **pesquisa**, está certo? Essas pesquisas são através da internet, vou no YouTube e procuro ver a melhor possibilidade de passar isso para os alunos. A gente tem que ver o **nível do aluno** para chegar aonde a gente quer. Porque às vezes você bota um nível muito, lá em cima, e ele não consegue. Aos poucos a gente tem que ter de fazer com que eles entendam que a probabilidade no dia a dia você repassa para ele, essa probabilidade. É por aí, está certo?"

	aplico o **conceito** e depois eu trago um tipo de **jogo**.”			

Legenda: RP_I: resposta do participante I; RP_{II}: resposta do participante II; RP_{III}: resposta do participante III; RP_{IV}: resposta do participante IV.

Fonte: Autoria própria

Os quatro participantes apresentaram diferentes caminhos metodológicos para a abordagem da Probabilidade nas aulas de Matemática. Diante disso, iremos analisar a resposta atribuída por cada um, com o intuito de mapear as diversas formas de organização didática e relacioná-las com as categorias de obstáculos constituídas a partir da etapa 1 da pesquisa.

O primeiro participante utilizou o exemplo de uma caixa com bolas de diversas cores, para afirmar que tem preferência de trabalhar com algo mais visual antes de aplicar o conceito. Segundo ele, tornar mais visual facilita, pois não fica nada tão abstrato. Para complementar, ele comentou que, ao final, traz um tipo de jogo, como um jogo de tabuleiro, como foi mencionado. Um momento que chama atenção é quando o participante I explica o exemplo da caixa de bolas coloridas, simulando uma situação em sala de aula.

Figura 5- Recorte da entrevista da participante I

eu trago uma caixa de bola que tenha dez bolas e nela tenha diversas cores, e aí a gente vai trabalhando, né? Essa questão do quanto as bolas tem, como seria, né? De quantas se eu tenho três bolas amarelas, por exemplo, dentro de dez, qual é a probabilidade de sair? Aí eles geralmente, se têm três, né? De três de dez seria três de dez. E aí aquilo se torna mais visual, não fica algo tão abstrato.

Fonte: Acervo da pesquisa

A linha cronológica dos momentos didáticos trazidos na fala do professor destacada acima parece ir contra a organização de aula explicada por ele na sua resposta. No exemplo, ela afirma que iria tirar a bola das urnas e perguntar qual a probabilidade de um evento acontecer. Ainda complementa, afirmando qual seria a resposta esperando por ele (três de dez). Mesma tentando demonstrar uma organização didática, sugerindo que o jogo é utilizado com o intuito de reflexão e questionamento e antes da aplicação do conceito, como afirmado por ele. Nota-se que o professor espera que o aluno responda já considerando o número de casos possíveis e número de casos favoráveis, mas, ficam alguns questionamentos: como é possível estabelecer esse entendimento se a forma visual abordada se dá antes da aplicação do conceito? Existe uma expectativa que os alunos já estejam apropriados da forma clássica de probabilidade e consequentemente consigam atribuir essa resposta? Esses fatores podem estar intrinsecamente relacionados com os elementos contratuais que o professor irá estabelecer com sua turma, ou seja, as expectativas, negociações e regras.

O professor participante II afirma que utiliza o saber que os alunos já possuem. Não atribui nenhum exemplo e nem detalha a metodologia abordada por ele nas aulas sobre Probabilidade. A explicação atribuída para responder à questão parece ser uma linha didática que ele segue nas aulas de Matemática, e não de forma específica para o campo da Probabilidade. Ele ainda afirma que precisa entrar no campo da prática, o que pode ser interpretado como contextualizar os conteúdos matemáticos para a realidade do aluno. Mesmo assim, este ainda não exemplifica e nem dá prosseguimento à sua resposta.

O professor III afirma que gosta de trabalhar com questões. Segundo ele, o foco encontra-se na prática de resolução de questões, pois, concentrar a abordagem apenas no conceito impede o aluno de captar o conhecimento, ou seja, aprender. Ele afirma que ensina o conceito ao resolver questões e ainda cita uma quantidade de questões que geralmente trabalha (20 a 30).

O quarto e último professor apresentou uma linha cronológica a partir do planejamento da aula. A pesquisa, referindo-se a buscar informações na rede (YouTube, sites, etc), é o passo inicial desse professor. Além disso, ele indica outro tipo de observação que realiza antes de chegar no momento da aula. Segundo ele, é necessário "ver o nível do aluno" no que se refere a compreender as facilidades e as dificuldades dos estudantes, uma espécie de diagnose. Ele ainda cita que a pandemia fez a "bagagem" dos alunos ceder, ou seja, no Brasil, o nível de conhecimento que os alunos deveriam ter foi reduzido drasticamente. Dessa forma, o professor acredita que os assuntos devem ser trabalhados a partir do dia a dia dos estudantes.

Ao final da entrevista semiestruturada, os professores foram questionados sobre sua formação acadêmica em relação ao saber Probabilidade (se cursou alguma disciplina durante a graduação, se há dificuldade em relação à Probabilidade). Esse questionamento teve por objetivo entender alguns elementos da sua relação, seja acadêmica ou profissional, em relação à Probabilidade.

Acredita-se que esses elementos podem influenciar potencialmente o contrato didático a ser estabelecido, a metodologia adotada pelo professor, o tempo didático reservado à abordagem do conteúdo em sala de aula, a maneira de avaliar, entre outros aspectos do sistema didático. Em outras palavras, se acredita haver um "filtro" da escolha didática do professor que direciona o saber a ser ensinado. Portanto, baseado nessa ideia, julga-se importante a discussão acerca das respostas atribuídas pelos professores participantes ao serem questionados “qual papel a Probabilidade teve em sua vida enquanto aluno de Matemática?”, sendo explicado ao professor que ele poderia elencar facilidades e/ou dificuldades e relações com esse saber na Educação Básica, como também no Ensino Superior.

A professora participante I relata que teve um pouco de dificuldade, pois teve contato com a Probabilidade apenas quando cursou a disciplina Análise Combinatória na graduação, remotamente, pois, estava no período pandêmico. Além disso, ela afirmou que gosta do conteúdo e que, por esse motivo, acredita que fica mais “maleável” que os demais, referindo-se aos outros conteúdos matemáticos.

O segundo professor participante afirmou, ao ser questionado sobre possíveis dificuldade com a Probabilidade em sua formação, que as dificuldades existem em qualquer área. Além disso, acrescentou que ninguém gosta de Matemática, e respaldou a dificuldade citada pela falha na leitura e na escrita. Segundo ele, “o professor de Matemática é ruim na leitura e na escrita, porque o negócio dele é calcular, e buscar”. Ademais, afirmou que sente um amor pela Matemática, mas que precisa aprender outras matérias, como Língua Portuguesa.

O professor participante III que a sua dificuldade é aprender com pessoas, referindo-se à explicação de um professor. Segundo ele, ele tem preferência por aprender sozinho, lendo um livro. Apesar de relatar uma metodologia focada primeiramente em resolução de questões, na resposta atribuída à questão anterior, ele afirmou que o método de aprendizagem da Matemática é aprender o conceito para depois colocar em prática.

O quarto professor participante começou afirmando que acredita muito na influência da relação professor-aluno. Relatou que a Matemática já é vista como o “bicho-papão” pelos alunos e que eles precisam gostar do professor, pois, se isso não ocorrer, eles não irão aprender de jeito nenhum. Outrossim, relatou que na escola campo que a pesquisa ocorre, há uma realidade difícil, referindo-se à vida pessoal dos alunos. Para o professor, a realidade da escola pública é diferente e que, além disso, mais de 50% dos estudantes têm pais separados, e são criados por outros parentes. Segundo sua formação acadêmica em relação a Probabilidade, o professor afirmou que não aprender tão bom quanto à sua prática em sala de aula. Para ele, “na Universidade a gente aprende a passar, mas sala de aula é no dia a dia”.

O próximo tópico analisará aspectos da relação contratual das aulas dos participantes I e IV. A escolha desses professores justifica-se pela série lecionada por eles na escola campo, 9° ano do Ensino Fundamental. A fim de criar uma fluidez na análise, nomeamos a participante I de professora Maria e o participante IV de professor Lucca.

7.2 ANÁLISE DAS RELAÇÕES CONTRATUAIS ESTABELECIDAS NAS AULAS DO PROFESSOR LUCCA

Essa seção será iniciada destacando que não houve nenhuma interferência do pesquisador quanto à metodologia utilizada pelo professor, o tempo didático destinado ao saber Probabilidade, ou quaisquer outros elementos do sistema didático. Além disso, ressaltamos que a pesquisa não buscou fazer juízo de valor a nenhum participante, uma vez que, todos processos foram éticos e respeitosos.

Contudo, a partir desse subtópico de análise, com o intuito de estabelecer uma melhor organização, será destacado em negrito toda a vez que aparecer algum elemento contratual designado nas nossas categorias de análise. O mesmo ocorrerá para as categorias de análise dos fatores obstaculizadores, presente nos tópicos posteriores.

Esse subtópico irá tratar da análise da relação contratual da aula do professor Lucca, nosso professor participante IV, o professor que leciona nas turmas matutinas do 9° ano da escola campo. Em busca de estabelecer relações entre as etapas metodológicas da pesquisa foi realizada uma síntese das respostas atribuídas por esse professor na entrevista semiestruturada a fim de traçar um perfil que nos direcione e mostre alguns indícios de suas relações didáticas e epistemológicas.

Figura 6- Perfil do professor Lucca a partir da análise da etapa 2

Fonte: Autoria própria

As primeiras aulas que foram observadas foram regidas pelo professor Lucca, nosso quarto participante da entrevista. O professor destinou apenas duas aulas para contemplar todo o conteúdo de Probabilidade para a turma do 9° ano A. Segundo ele, Probabilidade é muito fácil e não precisaria mais do que duas aulas para ministrar esse conteúdo. Essas duas aulas ocorreram em uma quarta-feira, das 10h às 11h20, que equivalem às 4ª e 5ª aulas, e estavam presentes 28 (vinte e oito) estudantes. Como recurso, o professor utilizou a lousa, piloto, apagador e um dado de papel.

O professor Luccas chegou organizando as carteiras da sala em fileiras e aguardando o retorno dos alunos do intervalo. Assim que todos retornaram para a sala, o professor deu "Bom dia" e os alunos responderam. A sala estava um pouco agitada, então, o professor ficou parado em frente à lousa e se calou na espera do silêncio da sala. Após os próprios alunos chamarem a atenção uns dos outros, o professor inicia uma conversa com eles. Lucca escreve a data e o seu nome no quadro e lembra aos alunos o assunto da aula (Probabilidade), como se já houvesse a combinação do novo conteúdo na aula anterior, e afirma:

Quadro 6- Recorte 1 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: Hoje nós vamos ver a probabilidade. É um assunto fácil. Estou dizendo a vocês que é fácil porque é fácil. Às vezes, quando vocês estão escutando o repórter, aí tem alguém que fala assim "a probabilidade de..." não é verdade? O pessoal do interior diz assim: "rapaz, a turma quer saber mais do que Deus!! Não sabe, não!!" Mas, vou explicar. Mas a menina (referindo-se à repórter) não que diz que vai chover não, ela diz assim: "A probabilidade de chuva amanhã é muito grande" porque ela... Ela usa as máquinas. Então, vamos lá. Se quiserem, podem copiar, por favor.

Fonte: Acerco da pesquisa

Nesse trecho, podemos verificar colocações relevantes. Primeiramente, o professor Lucca acredita fielmente na facilidade do conteúdo Probabilidade e, pela sua fala "estou dizendo a vocês que é fácil porque é fácil" parece necessitar que os alunos também acreditem nessa premissa, gerando **expectativa** em ambos os participantes do processo didático. Talvez, um dos pontos que levem o professor a iniciar à sua explicação com essa afirmação é o fato de saber da resistência cultural criada entre os alunos e a Matemática, ou seja, que a Matemática é difícil, e tentar cativar seus alunos já indicando que será um processo tranquilo para compreensão, visto que, segundo ele, o assunto é fácil.

Outro ponto a ser levantado é a credibilidade que os estudantes atribuem ao professor. Ou seja, será mesmo que eles acreditam que aprender Probabilidade é fácil ou continuam muito inseguros pelas outras experiências (talvez, traumáticas) com a disciplina de Matemática? A resposta a esse questionamento pode ser construída com o decorrer das aulas. Os outros momentos podem validar, ou não, a afirmação do professor Lucca. Esse trecho demonstra uma tentativa de **negociação** do professor Lucca com seus alunos, como se o professor se encarregasse da sua promessa (a facilidade do conteúdo) e, com isso, os alunos se engajassem nas aulas.

Dando prosseguimento à aula, o professor vira para a lousa para copiar e diz para seus alunos "se quiserem, pode copiar, por favor". Essa é uma das **regras** de contrato didático estabelecidas explicitamente pelo professor Lucca e que é comum ao contrato didático em todas as disciplinas. Parece não há uma obrigação em copiar o que o professor escreve no quadro. O que será necessário agora é analisar se haverá a quebra dessa regra ou se realmente, nesse ponto, os alunos têm livre arbítrio para tomar suas decisões.

Enquanto o professor estava escrevendo no quadro, os alunos começaram a conversar, gerando um barulho intenso na sala, fazendo com que os próprios alunos se inquietassem. O professor pausou sua escrita e se virou reclamando da bagunça gerada na sala de aula. O professor Lucca parece usar uma frase para justificar seu pedido: "Matemática se aprende em silêncio". O silêncio enfatizado pelo professor está relacionado ao foco dos alunos em sua fala, ou seja, ele acredita que no momento de seu discurso, os alunos precisam ficar em silêncio para haver aprendizagem. Após a argumentação do professor, o barulho diminui e um diálogo chama atenção.

Quadro 7- Recorte 2 da aula do professor Lucca

Aluno A: professor, esse conteúdo tem muito cálculo?
Prof. Lucca: não.
Aluno A: então vai ser de boa.

Fonte: Acervo da pesquisa

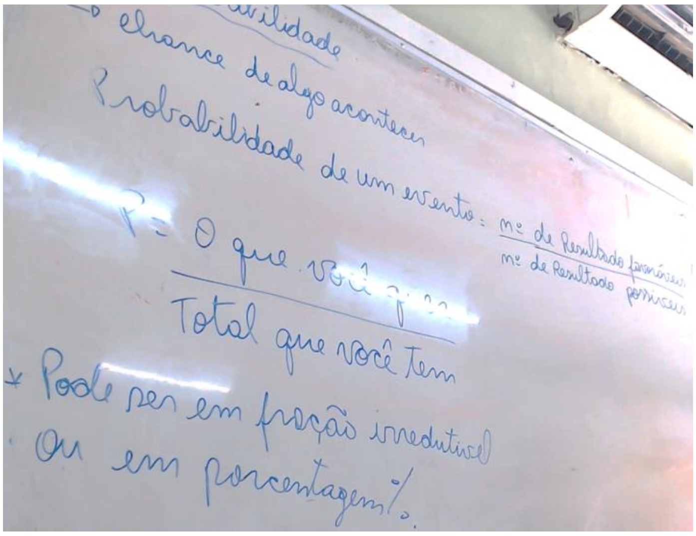
Desse trecho, cabe a análise sobre algumas vertentes e suas influências: 1. O professor afirmar que Probabilidade não tem muito cálculo; 2. O aluno acreditar que será melhor pelo fato de não ter muito cálculo; 3. A expectativa em relação à Matemática. Primeiro, será discutida a primeira vertente. De início, vale levantar os seguintes questionamentos: o professor Lucca realmente acredita que a Probabilidade não tem muito cálculo ou ele responde "sim" pelo efeito positivo que pode surgir no aluno? Existe alguma regularidade nessa turma que tente medir a "quantidade" de cálculo presente em cada conteúdo? Essa quantidade influencia na dificuldade atribuída a cada assunto?

Alguns desses questionamentos só podem ser respondidos com mais precisão a partir de uma análise mais aprofundada dessa turma, para compreender outras regras do contrato didático estabelecidas na relação a outros saberes. Portanto, é notável que o aluno sentiu um alívio ao saber que não será preciso realizar muitos cálculos, pois, já existe uma **expectativa** relacionada à própria Matemática: matemática significa calcular e não necessariamente pensar sobre (questionar, refletir).

Ou seja, temos aqui mais uma **regra** do contrato didático estabelecida entre o professor Lucca e sua turma, não haver "muito cálculo" no conteúdo a ser aprendido. Será preciso estar atento se o professor irá cumprir essa regra ou se algum momento haverá a quebra de contrato, que só será possível identificar a partir da manifestação de algum aluno, já que não sabemos o que "muito cálculo" significa. Além disso, há uma relação entre a primeira negociação identificada (a facilidade do conteúdo) e a validação desejada pelo aluno.

Dando continuidade à sua explicação, o professor Lucca começa a discutir sobre a definição de Probabilidade, recorrendo diretamente à forma clássica (número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis). Na tentativa de esclarecer essa definição, o professor escreve “o que você quer” para relacionar com casos favoráveis, e “total que você tem” para se referir a número de casos possíveis, e exemplifica com o lançamento de moeda e do dado. Nota-se que o professor parte da definição para então recorrer aos exemplos e algumas aplicações, esse fator configura-se em uma **regra** de contrato que pode estar relacionada a regras contratuais, até estabelecidas na dimensão pedagógica, ou seja, o ponto de partido do ensino é a definição, na Matemática e em outras disciplinas.

Figura 7- Registro 1 da aula do professor Lucca



Fonte: Acerco da pesquisa

Ainda sobre o registro acima, Lucca apresenta à turma duas alternativas de apresentar a resposta de um problema que envolva Probabilidade (fração irredutível e porcentagem). O mais interessante é que, além de limitar a forma de representatividade matemática que pode ser atribuída a situações desse tipo e desconsiderar a ideia de equivalência, ele ainda conduz os alunos a seguirem um padrão, como pode ser observado no trecho abaixo.

Quadro 8- Recorte 3 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: se eu pedir, se eu pedir *(enfatiza em tom mais alto)*, no exercício que eu queira em porcentagem, aí vai ter que achar a porcentagem.

Fonte: Acervo da pesquisa

Lucca, mais uma vez, entra em **negociação** com os alunos colocando a resposta em porcentagem de uma possível questão de Probabilidade em segundo plano, sendo aceitável apenas quando for solicitado por ele. Esta nova **regra** explícita do contrato didático influenciará diretamente na compreensão dos conceitos probabilísticos.

Em relação à fração irredutível a que Lucca se referiu, ele lembrou aos alunos afirmando ser "uma fração que não podem mais ser simplificada", e deu dois exemplos, um deles referindo-se a $\frac{3}{6}$ (três sextos). Perguntou aos alunos qual número divide 3 (três) e 6 (seis) ao mesmo tempo, e a maioria da turma respondeu "três". Então, Lucca concluiu "Então, vai ficar 1 sobre 2. Isso é uma fração irredutível".

Ao dar continuidade a aula, Lucca escreve duas questões na lousa, solicitando que os alunos copiem nos seus cadernos, "copie isso aí, por favor": a questão do lançamento de moeda (se eu jogar uma moeda, qual a probabilidade de termos cara?); a questão do dado (se eu jogar um dado qual a probabilidade de sair uma face 2?). Ao esperar que os alunos façam a cópia no caderno, Lucca observa-os e afirma "quando eu for explicar, para de fazer tudo e presta atenção na explicação".

Dessa fala, podemos observar mais uma **negociação** contratual estabelecida nessa relação didática proposta de maneira unilateral. A atitude do professor Lucca demonstra que as expectativas desenvolvidas no início da aula, no que se refere ao engajamento dos alunos para copiar o que está na lousa, foram destruídas. Apesar da fala de Lucca ("se quiserem, podem copiar, por favor") deixar os alunos livres para tomar a decisão de copiar ou não, com o decorrer da aula, o professor acaba mudando sua postura e exigindo que os alunos escrevam em seus cadernos o que está sendo posto na lousa, recorrendo a uma **renegociação**. Mesmo que o próprio professor tenha gerado uma **ruptura** em sua expectativa, pela sua mudança de atitude, a regra não estava clara para os alunos, já que ele deixou aberta a opção de escrever ou não. Essa ruptura parece relevante, pois, apesar desse fato, em nosso entendimento, não parecer uma regra contratual da relação de Lucca com seus alunos, ela estava posta de forma implícita e só se revelou de maneira mais clara quando foi rompida.

Lucca acredita que prestar atenção unicamente na sua explicação, ou seja, não estar copiando ou fazendo outra atividade, a compreensão irá fluir da melhor forma possível. Retornando ao que prometera no começo da aula, o professor anda pela sala verificando os cadernos e indagando se os alunos estão copiando. Enquanto isso, repete a frase "é um assunto fácil". Em poucos instantes, o professor completa sua fala e enfatiza novamente a precisão de uma resposta atribuída em termos percentuais.

Quadro 9- Recorte 4 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: agora, esse é um assunto fácil, mas, ele abrange o que? Qualquer assunto matemático. Números pares, números ímpares, números múltiplos de cinco, os divisores de oito. Então, tem várias coisas que você pode utilizar, ok? [...] agora, vejam, cuidado porque vai depender da pergunta. Porque se não pedir porcentagem, só vai transformar a fração em irredutível, se ele pedir porcentagem, aí você vai conseguir a porcentagem.

Fonte: Acervo da pesquisa

Após essa argumentação do professor Lucca, o aluno completou “números romanos”. A fala do aluno é coerente visto que Lucca afirma que “qualquer assunto matemático” pode estar presente na Probabilidade. Nota-se também que ele não desprende das premissas “é um assunto fácil” e “só precisa tirar a porcentagem se for solicitado”, como podemos observar quando ele resolve a primeira questão, referente ao lançamento de moeda, destacado no trecho abaixo.

Quadro 10- Recorte 5 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: Pronto. Nós iremos colocar essa fórmula aqui (*referindo-se à fórmula clássica da Probabilidade escrita no início da aula*). Ali eu pergunto. O que é que ele quer aqui? Que seja…? **Alunos:** Cara. *(a maioria responde)* **Professor Lucca:** Cara. É isso! Então, a probabilidade de dar cara é 1. E coroa também, né? É de 1 para dar cara em quantas possíveis? **Aluno D:** 50,67 (*responde em tom de brincadeira*). **Professor Lucca:** Não, em 2. Porque pode dar cara ou coroa. Então, está certo assim? Então, cara é uma das possibilidades de dar em 2. Se aqui uma fração irredutível, aí termina aí. Agora, se ele for pedir em porcentagem, vou fazer aqui só para mostrar, tá? -*inicia a realização do algoritmo da divisão escrevendo na lousa*- 1 dividido por 2. Como é que eu faço aqui para dividir? Zero. Zero e vírgula. 10 dividido por 2? **Alunos:** 5 (*poucos alunos respondem*). **Professor Lucca:** Aí vai dar menos 10, dá zero (*continua a realização da divisão*). 0,5 é igual a 50%. Se der 0,4 é igual a 40%. E assim ficou. Mas essa aqui é só uma explicação porque ele não pediu aqui em porcentagem. Só se for, né? Vou botar aqui- *escreve na lousa em forma de destaque e repete mais uma vez*- se for porcentagem. Pessoal. Ficou bem explicado?

Fonte: Acervo da pesquisa

O momento transcrito acima demonstra que em alguns momentos, o professor lança algumas perguntas aos seus alunos, até em forma de complementação à sua fala (como no recorte “que seja...?”), e em outros momentos, ele mesmo responde à pergunta realizada. Essa prática pode gerar uma **expectativa** em ambos os elementos humanos dessa relação contratual, pois, existe uma resposta que o professor espera que seus alunos saibam, e os alunos sempre esperam responder o que o professor deseja.

No momento de resolução da questão, Lucca enfatiza mais uma vez sobre a fração irredutível, afirmando que a questão foi concluída, pois a fração encontrada como resposta não era mais possível de reduzir. Ademais, realiza a divisão dos termos dessa fração encontrando um número decimal, nesse caso 0,5 (zero vírgula cinco), que não considera como possível resposta a questão, mas o transforma em taxa percentual, 50% (cinquenta por cento), justificando que só realizou aquela transformação como uma explicação paralela, mas, como não foi pedido na questão, não seria uma resposta aceitável para aquela situação.

Prontamente, o professor parte para resolver a questão do lançamento do dado, após um aluno alegar estar ansioso para saber como seria para aquela situação. Para isso, ele recebe um dado de papel de uma das pessoas da secretaria da escola e começa a realizar lançamento.

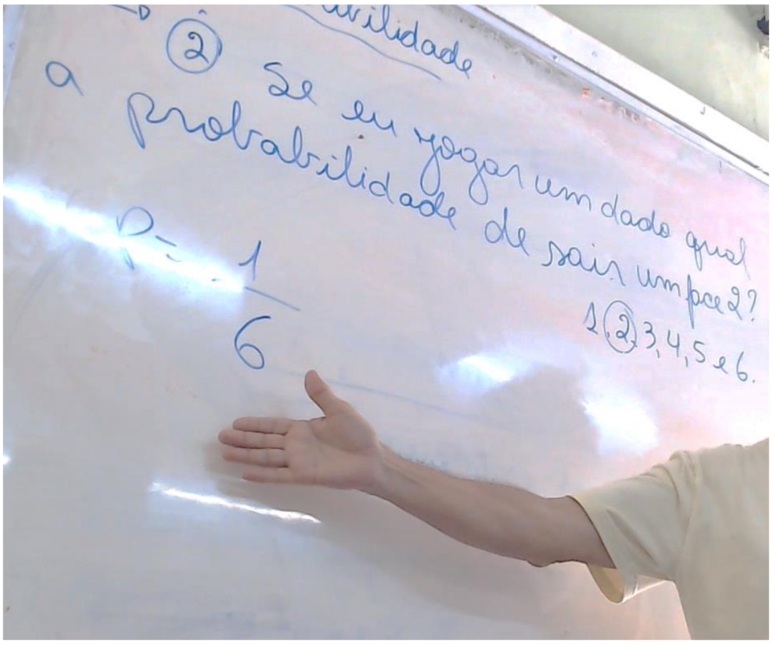
Quadro 11- Recorte 6 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: Nós temos o número 1, 2, 3, 4, 5 e 6 (*escreve na lousa*). Mas ele quer que dê só o número 2. Ele gostaria de uma probabilidade de ser o número 2. Se você pegar esse aqui e jogar ele assim. – *lançando o dado de pape l-* Deu 5, não deu 2. Vamos ver agora. 6, 6 de novo, rapaz. Esse dado aí tá viciado. 5. Então, observe que não é fácil não. Aí acontece. Vê como é fácil (*referindo-se à aplicação da fórmula clássica de Probabilidade*). As possibilidades, a probabilidade é o seguinte... Ele quer ver só o número 2, só tem 1 (*referindo-se à quantidade de lados que aparece o algarismo dois*). O número 2 só tem 1 (*enfatiza*). E a quantidade são 6, então vai terminar aqui, ó. Um sexto.

Fonte: Acervo da pesquisa

Lucca joga o dado para cima na expectativa do objeto cair com o face que representa o algarismo 2 (dois) voltada para cima. Ele realiza 4 (quatro) tentativas e em nenhuma delas, ocorre o que ele esperava, então, ele argumenta “esse dado está viciado”, complementando que não é fácil acontecer a situação desejada, a **expectativa** de Lucca é rompida. Então, o professor recorre novamente à fórmula clássica e chega em $\frac{1}{6}$ (um sexto) como resultado.

Figura 8- Registro 2 da aula do professor Lucca



Fonte: Acervo da pesquisa

Um dos alunos retruca “perai, perai, porque deu 1 ali?” referindo-se ainda à questão do dado. Lucca responde “ele tá pedindo só o 2, né? e quantos têm?”, e o aluno completa “seis”. Recorrendo ao que escreveu no quadro, o professor aponta em direção a “1, 2, 3, 4, 5 e 6”, como pode ser observado na figura 8, e apenas responde “um sexto”. Lucca não se preocupa em encontrar outra forma de responder ao aluno, e quando o mesmo estudante pergunta como seria se a questão solicitasse 2 e 3 no lançamento de um dado, ele responde “vai chegar lá”.

Após encerrada a questão 2 (dois), o professor resolve fazer outra questão envolvendo o lançamento de um dado. Dessa vez, a questão pede a probabilidade de a face voltada para cima após o lançamento ser um número par. Após escrever, um aluno chama o professor e pede ajuda, Lucca, prontamente, diz que resolverá a questão no quadro. Desse momento, nota-se que a relação contratual entre o professor e seus estudantes se dá mais de maneira coletiva, ou seja, Lucca trabalha muito mais o conjunto de alunos, a “turma”, do que busca a individualidade de cada estudante. Porém, o pedido de ajuda desse aluno e a negação do professor, pode ter gerado uma quebra de **expectativa** do aluno em relação ao professor e uma **ruptura** na relação contratual, já que essa atitude pode revelar que Lucca costuma ajudar seus alunos individualmente, o que não ocorreu aquele momento. É notável que com esse novo saber em jogo, as regras dessa relação mudaram, sempre preciso **renegociações**, a nova perspectiva criada pela negação do professor determina a construção de uma nova **regra**: preferência em trabalhar em conjunto com a turma em relação a uma relação mais dual.

Lucca escreve novamente no quadro “1, 2, 3, 4, 5 e 6” e destaca em outro espaço os números 2 (dois), 4 (quatro) e 6 (seis) afirmando ser os números pares que pertencem às faces de um dado. Ao aplicar a fórmula da Probabilidade trabalhada na aula, Lucca encontra como resultado $\frac{3}{6}$ (três sextos), simplifica dividindo ambos os termos por 3 (três) e chega à fração irredutível $\frac{1}{2}$ (um meio). Novamente, realiza a divisão para encontrar uma taxa percentual correspondente e encerra a resolução dessa questão afirmando mais uma vez que a resposta em porcentagem não seria necessária, pois, a questão não pediu dessa forma.

Agora, ao tocar o sinal indicando o prosseguimento para a quinta aula do dia, os alunos ficam mais agitados. Nesse momento, a aula toma um rumo um pouco diferente, onde os alunos iriam tentar resolver sozinhos as questões propostas, portanto, o professor diz que colocará mais uma questão no quadro, dessa vez com três alternativas, e pede para eles tentarem responder. Entretanto, não há um tempo de espera que possibilite o aluno tentar resolver os exercícios, Lucca espera apenas o tempo de os alunos copiarem o que estava escrito na lousa e, rapidamente, começa a resolver a questão (De uma roleta numérica de 1 a 20. Se eu girar essa roleta, qual é a chance: a) de sair um número par? b) de sair um número primo? c) de sair um número múltiplo de cinco?)

Quadro 12- Recorte 7 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: Agora eu vou passar uma aqui para vocês tentarem resolver,
Aluno D: Tentar, né?
Professor Lucca: esse quatro aqui vocês vão tentar fazer.
Aluno E: Porcentagem?
Professor Lucca: Bem, vamos fazer assim, vocês vão calcular normal, e bota assim: "se fosse porcentagem" (*referindo-se à como eles deveriam anotar no caderno*). Não é bom para vocês? Vamos lá. Tá copiando? (*pergunta direcionado ao aluno*). As meninas daí já copiaram? Vá, termine, por favor.
Aluna F: Eu tô no quarto.
Professor Lucca: Antes de vocês resolverem, vocês vão colocar aqui- *começa a escrever na lousa*- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20, vocês colocam aqui porque vocês podem circular, marcar um X... Vamos ver, ora, tem de 1 a 20, aí qual a probabilidade de sair um número par? Então, probabilidade, nós temos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 (*fazendo a contagem e circulando os números*). De quantos números?
Alunos: 20. (a maioria responde)
Professor Lucca: Agora, presta atenção minha gente, tem simplificação que ele mostra de cara. É 10 e 20, se eu cortar os dois zeros? ½. Acabou a conta. Agora, se fosse pedir em porcentagem...
se, somente se (*escreve no quadro e enfatiza em tom mais alto*), 1 dividido por 2 dá 0,5 que é igual a 50%.

Fonte: Acervo da pesquisa

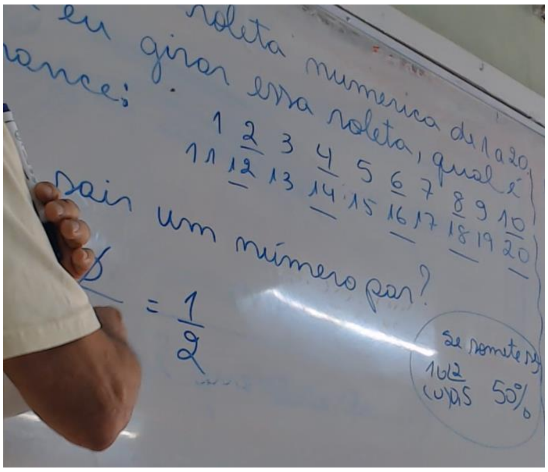
Quando Lucca direciona aos alunos à responsabilidade de responder à questão, ele enuncia o termo "tentar". Nota-se que uma das alunas reforça o que o professor queria dizer algo perguntar "tentar, né?". Esse fato pode induzir a ideia de que a aluna queria demonstrar para o professor que não estava sendo feita uma exigência de responder à questão corretamente.

No mesmo momento, outro aluno pergunta "esse vai ser qual?" referindo-se à utilização da porcentagem ou da fração irredutível. Prontamente, movido pelo questionamento do estudante, Lucca negocia com seus alunos, e estabelece uma nova **regra** para responder todas as alternativas da questão que estava presente no quadro: calcular normal (responder em forma de fração irredutível) e escrever em porcentagem colocando a expressão "se fosse porcentagem".

Os numerais de 1 a 20 são escritos na lousa, mas Lucca alerta que esse passo é para antes de começar a resolução da questão. Afirma que é uma maneira mais fácil, pois eles podem circular ou marcar um x nos numerais, entre os que acabaram de ser escritos na lousa, que são pares. O professor realiza a contagem dos numerais pares sublinhando-os e já coloca o número encontrado (dez) na fórmula de Probabilidade utilizada desde o começo da aula, encontrando a fração $\frac{10}{20}$ (dez vinte avos) e simplificando para $\frac{1}{2}$ (um meio).

Ao realizar essa simplificação, Lucca argumenta que a questão “mostra de cara”, no sentindo de estar fácil notar a melhor forma de simplificar a fração. Para isso, o professor “corta os zeros” dos termos da fração, chegando ao resultado desejado. Essa prática de Lucca corresponde a **expectativa** que os alunos já saibam “cortar os zeros” da fração e, consequentemente, qual significado dessa ação. Novamente, realiza a divisão para chegar nos termos percentuais e enfatiza o acordo: escrever “se fosse porcentagem”.

Figura 9- Registro 3 da aula do professor Lucca



Fonte: Acervo da pesquisa

Um dos alunos questiona se é necessário escrever todos aqueles números (de 1 a 20) para responder à questão. Lucca responde “ele não coloca (referindo-se ao enunciado da questão), mas a gente coloca para não errar”, essa fala do professor indica uma regra contratual, onde os alunos devem copiar o que foi escrito na lousa e essa ação colabora para não haver erros na resolução da questão. Enquanto o professor anda pela sala para verificar alguns cadernos, uma das alunas já se direciona para responder a segunda alternativa da questão e confirma com o professor o conceito de número primo, dizendo ser um número que só pode ser divisível por 1 (um) e por ele mesmo. Enquanto aguarda os alunos tentarem responder a segunda alternativa, Lucca informa que quem terminar a questão, irá ser liberado.

Quadro 13- Recorte 8 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: vou fazer o seguinte, quem terminar, eu libero.
Aluna F: para casa?
Professor Lucca: é, agora eu quero ver resultado!
Aluno D: e se tiver errado?

Fonte: Acervo da pesquisa

Lucca resolve encerrar a aula mais cedo e, então, determina que os alunos serão liberados para casa após terminar a atividade, mas, acrescenta que eles precisam mostrar resultado. Um dos alunos questiona o que será feito se a resposta realizada por ele estiver errada, mas, Lucca não responde. O professor anda entre as fileiras observando os cadernos dos estudantes e repetindo sempre a sua promessa (quem concluir a atividade, será liberado). Podemos notar aqui mais uma **negociação** entre o professor e os alunos: os alunos se comprometem em responder a atividade e o professor libera mais cedo para casa.

Enquanto o professor faz essa averiguação nos cadernos, um dos alunos exclama "bora ajudar, professor". Apesar de já identificada que uma das regras dessa relação contratual não envolve um trabalho dual entre um aluno e o professor, situações como essas chamam a atenção para uma possível **ruptura**, diante das dificuldades encontradas pelos alunos, que, por vezes, geram tensões. O que nos parece é que esses momentos revelam que o percurso metodológico planejado e organizado pelo professor entra em conflito diante das dificuldades de seus alunos. Além disso, embora Lucca já tenha argumentado outras vezes, no decorrer da aula, sobre um atendimento em conjunto ao ir resolver a questão no quadro, há uma quebra da expectativa do papel do professor, na visão dos seus alunos. Esse fato pode ser entendido como **marca de contrato**, uma vez que a regra é quebrada e os alunos continuam na esperança de uma relação mais particular.

Mesmo sem responder diretamente à argumentação do seu aluno, Lucca olha o caderno do aluno e lhe sugere simplificar a fração encontrada. Após isso, se direciona à lousa para resolver a segunda questão, que propõe encontrar a probabilidade de sair um número primo de uma roleta enumerada de 1 a 20. Para tanto, Lucca vai perguntando se cada um daqueles números escritos na lousa (a enumeração de a 1 a 20 colocada no início da questão) é primo ou não. Lucca segue com as perguntas, uma a uma, e vai circulando a partir das respostas atribuídas pelos alunos. Quando termina, faz a contagem e identifica oito números primos. Recorre novamente à fórmula encontrando a fração $\frac{8}{20}$ (oito vinte avos).

Um dos alunos diz que não compreendeu, e o professor explica novamente utilizando-se dos mesmos argumentos. Dando continuidade à resolução dessa alternativa, o professor pergunta qual número consegue dividir 8 (oito) e 20 (vinte) ao mesmo tempo, um dos alunos responde 4 (quatro), enfatizando ser o maior dentre os divisores em comum dos termos da fração. Então, encontra $\frac{2}{5}$ (dois quintos), realiza a divisão de 2 (dois) por 5 (cinco) e chega rapidamente na taxa percentual desejada, 40% (quarenta por cento).

Os alunos seguem muito agitados e é notável o interesse em escrever tudo que está sendo escrito no quadro o mais rápido possível. Cansado de chamar atenção dos alunos, o professor Lucca chama um dos estudantes e troca seu lugar, mandando-o sentar-se na primeira carteira da sua fileira. Essa atitude parece repreender os outros alunos que ficam em silêncio e esperam o professor resolver a última alternativa.

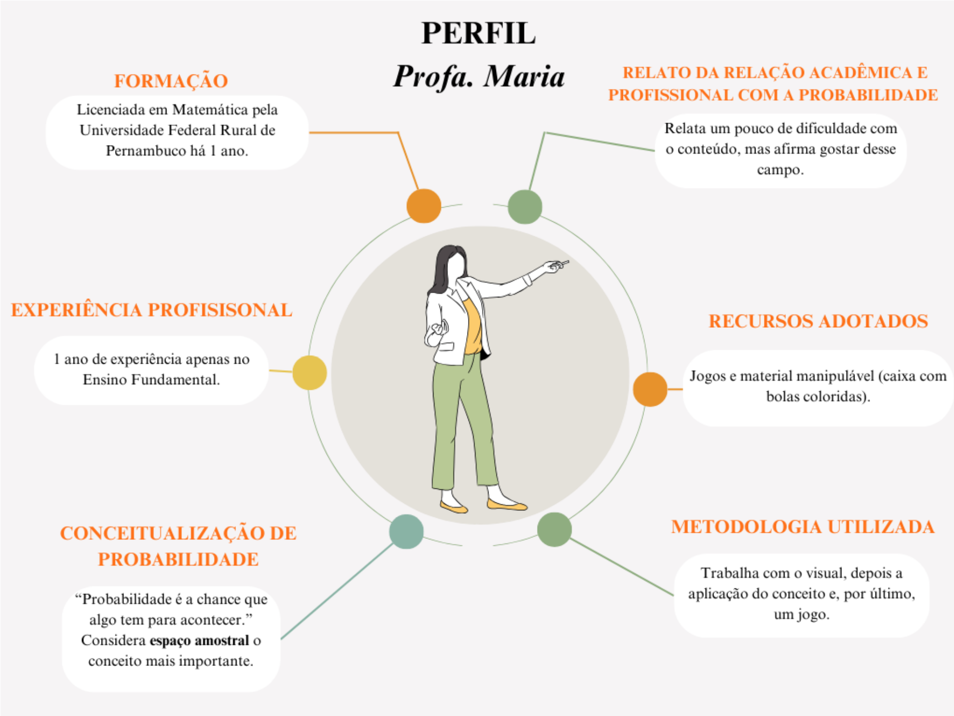
A última resolução diz respeito aos múltiplos de 5 (cinco). Portanto, Lucca se volta novamente para os números vinte números escritos no quadro e começa a perguntar aos alunos quais deles são múltiplos de 5 (cinco). Repetindo mais uma vez o procedimento, ele encontra um total de 4 (quatro) número e escreve a fração $\frac{4}{20}$ (quatro vinte avos). Dessa vez, o professor não direciona o questionamento aos alunos, ele já segue resolvendo a alternativa e afirmando que a fração será simplificada pelo número 4 (quatro), escrevendo $\frac{1}{5}$ como forma de uma fração irredutível. Lucca argumenta a finalização da resposta da seguinte forma: “acabou. Se fosse em percentual, daria 0,2, seria 20%, ok?”. Essa prática de Lucca na resolução das questões propostas remete a algumas relações contratuais como foi negociada à atividade e a **expectativa** que os alunos já tenham conhecimento de alguns conceitos matemáticos como, números primos, divisores e múltiplos.

Nenhuma pergunta em relação ao assunto é direcionada ao professor. Porém, alguns segundos após a finalização, um aluno pergunta “pode ir?”, Lucca pede calma e diz que ainda precisa fazer a chamada (referindo-se a anotar as faltas e presenças). Prontamente, os alunos se dirigem até o professor para mostrar o caderno, e ele sempre retruca “muito bem”. Conforme mostram o caderno com a atividade concluída e o professor vai encerrando a chamada, os alunos são liberados.

7.3 ANÁLISE DA RELAÇÃO CONTRATUAL DA PROFESSORA MARIA

Esse subtópico abordará a análise da relação contratual da aula da professora Maria, nossa professora participante *I*. Assim como para o professor Lucca, foi realizada uma síntese das respostas atribuídas pela professora na etapa da entrevista semiestruturada a fim de traçar um perfil que mostre alguns indícios de suas concepções epistemológicas e didáticas.

Figura 10- Perfil da professora Maria a partir da análise da etapa 2



Fonte: Autoria própria

A professora Maria chegou para iniciar sua aula e alguns alunos ainda estavam do lado de fora da sala. Então, ela os convida para entrar e os cumprimenta: "olá, meus amores, coisas lindas". Já ao entrar na sala, ela pede para os alunos organizem as carteiras em filas e explica que o conteúdo a ser trabalhado naquela aula é Probabilidade.

Olhando para suas anotações no celular, a professora começa a escrever na lousa e pede para que seus alunos copiem nos seus respectivos cadernos. Ao perceber que a sala continua fazendo barulho e que alguns alunos ainda não abriram o caderno para copiar, Maria ressalta que está cansada, promovendo o seguinte diálogo:

Quadro 14- Recorte 1 da aula da professora Maria

Professora Maria: tô cansada hoje, viu? CANSADA! (*enfatizando em tom mais alto*). Bora lá, aluno B, bora lá! **Aluno B**: tia, nem a matéria estou achando, quem dirá fazer. **Professora Maria**: triste fim **Aluno B**: achei agora porque a senhora falou. **Professora Maria**: e foi?

Fonte: acervo da pesquisa

O diálogo acima expressa uma **expectativa** da professora quanto a empatia de seus alunos pelo seu cansaço. Para ela, dizer que estar cansada e enfatizar esse adjetivo, faria com que seus alunos demonstrasse um comportamento tranquilo na aula. Mesmo assim, seu aluno

B diz que nem achou onde deveria escrever no caderno e então Maria só retruca dizendo “triste fim” tentando encerrar o diálogo e se voltando novamente para a lousa.

Após alguns minutos, Maria acabou suas anotações na lousa e começou a conversar com alguns alunos da primeira fileira, enquanto os outros continuaram copiando. Ao ter notado que um aluno estava sem fazer a cópia no caderno e ainda com a bolsa nas costas, Maria fez algumas reclamações: “fazer a tarefa, aluno C”; “e esse celular? Pode guardar?”.

Uma aluna perguntou se a palavra “amostral” está realmente escrita da maneira correta no quadro, se a letra “a” é junto, a professora afirmou que sim. Durante a espera dos alunos copiarem as anotações da lousa no caderno, um aluno afirmou que iria vir no outro dia, pois era a entrega do trabalho da disciplina de Artes, lecionada por outra professora. Então Maria rapidamente afirmou que precisa ser feito e se não fizer, não haverá nota. Os alunos indagaram sobre a exigência do trabalho, justificando não ter aula, a professora repreendeu com expressões assustadas.

Quadro 15- Recorte 2 da aula da professora Maria

Aluno B: amanhã não vou vir não, é o trabalho de Artes. **Professora Maria**: é de Artes, tem que fazer. **Aluno B**: vou fazer não! **Professora Maria**: pois fica sem nota. **Alunos B**: a mulher nem dá aula e quer passar trabalho. **Aluno C**: é! (*corroborando com a fala do colega*) **Professora Maria**: MENINO! (*falou assustada).*

Fonte: acervo da pesquisa

Parece haver aí uma questão ética implicada, além de uma regra de contrato pedagógico: não se fala criticamente de um professor na sala de outro. Talvez essa possa ter sido a razão da expressão de espanto.

Decorridos mais 10 (dez) minutos, a professora perguntou se os alunos acabaram a escrita e se assim ela já poderia explicar. A maioria dos alunos falaram que poderia, mas alguns disseram que ainda não haviam acabado. Diante disso, Maria ressalta “meu Deus! Uma hora para copiar três quadritos”. Alguns alunos aproveitam para ir ao banheiro ou beber água conforme autorização e organização da professora (uma pessoa por vez). Passados mais 15 (quinze) minutos, ela chama atenção mais uma vez argumento que precisaria concluir o que planejou para aquela aula.

Quadro 16- Recorte 3 da aula da professora Maria

Professora Maria: olha, dois minutos para terminar de copiar para eu explicar, porque senão, não consigo concluir o que tenho para hoje, né? é para hoje, não é para amanhã não...

Fonte: acervo da pesquisa

Em uma tentativa de **negociação** com seus alunos, a professora utilizou um argumento que demonstra a importância da contribuição de todos para a conclusão do conteúdo previsto para a aula. No mesmo trecho, nota-se uma preocupação na não efetivação do seu planejamento. Em consonância a sua fala, ela chama atenção dos alunos para lembrar que após duas semanas daquela data já iria começar a semana de avaliações. Essa conversa com os estudantes parece um argumento a mais para que os alunos compreendam a importância de seguir o que ela planejou conforme o tempo da aula.

Após ter encerrado a conversa sobre a semana de provas, a professora já inicia a sua explicação verbal, não perguntando novamente quem terminou a cópia no caderno. Maria lembra novamente que o conteúdo a ser visto naquela aula era Probabilidade e antes de ter atribuído diretamente alguma definição, ela argumentou que esse conteúdo é visto no cotidiano e deu o exemplo da loteria.

Quadro 17- Recorte 4 da aula da professora Maria

Professora Maria: Vocês já conversaram, agora é o momento para eu explicar, quem não terminou de copiar, depois copia, certo? Óh, o conteúdo que a gente vai ver hoje é o conteúdo de Probabilidade. Probabilidade é um conteúdo que vocês vêm no cotidiano de vocês, vou dar um exemplo. A loteria, quem aqui gostaria de acertar o número da loteria? Quem não quer? Quantos milhões! Mas, a loteria envolve probabilidade, porque? É a chance de algo acontecer por exemplo, você escolhe seis números dentro de sessenta, então existe uma probabilidade daqueles seis númeruzinhos saírem, certo? Cada número daquele tem uma probabilidade bem pequeninha, então o conteúdo de Probabilidade está envolvido na loteria.

Fonte: acervo da pesquisa

Em vários momentos da aula a professora perguntou se os alunos já tinham concluído a cópia no caderno e se assim, já poderia começar a explicação. Enquanto eles pediam mais um tempo, ela esperava, mesmo fazendo algumas reclamações e alertas, como: “uma hora para copiar três quadritos”; “só mais dois minutos, tá?”. Antes de ter iniciado sua explicação verbal, ela afirma “vocês já conversaram, agora é o momento para eu explicar” e todos pararam o que estavam fazendo, até mesmo aqueles que não tinha realizado toda a cópia no caderno, e dirigiram o olhar para a professora Maria. Como foi conduzido o tempo didático, e os acordos de espera feitos entre a professora e seus alunos formam uma **regra** do contrato didático estabelecido naquela aula.

Ainda sobre o trecho acima, ao ter citado o exemplo da loteria e seus alunos comentarem em tom baixo ou fazendo expressões que demostraram lembrar desse contexto, ela argumentou e afirmou que a loteria, aquilo que os alunos lembraram naturalmente, envolve Probabilidade. Em uma pergunta retórica, ela respondeu que a Probabilidade é a chance de algo acontecer, e, voltando ao exemplo, afirmou que cada número daquele tem uma probabilidade “bem pequeninha” de sair, utilizando o diminuitivo para enfatizar as baixas chances de acertar os números em sorteios da loteria, como na mega da virada, como lembrou um aluno.

Os alunos estavam focados na aula e pareciam empolgados com a discussão. A professora Maria então atribuiu outro exemplo, agora relacionado às apostas de jogos de futebol corriqueiramente sendo realizadas a partir da criação e divulgação de novas plataformas digitais de apostas de jogos.

Quadro 18- Recorte 5 da aula da professora Maria

Professora Maria: outro exemplo, quem aqui já apostou na vida? Aposta de jogo, por exemplo. **Aluno C**: eu já! **Professora Maria**: Por exemplo, os jogos do Brasileirão. As plataformas, tem o Beta, num sei o que.. que você vai lá e aposta no time. Por exemplo, Corintinhans versus Palmeiras, aí você olha a tabela do brasileirão, **você enxerga probabilidade**. Dentro do que? Dentro dos saldos de gols. Veja só, se o Corinthians é líder do brasileirão e o Palmeiras tá em sexto lugar, quem aí tem a probabilidade maior de ganhar? **Alunos**: Corinthians! (*a maioria dos alunos responde*) **Aluno C**: Palmeiras (*todos ficam rindo*) **Professora Maria**: a probabilidade maior é do Corinthians. **Aluno B**: ele está na frente. **Professora Maria**: isso, ele tá na frente. Mas pode acontecer do Palmeiras ganhar? **Alunos**: pode! (*a maioria dos alunos responde*)

Fonte: acervo da pesquisa

Durante o diálogo, a professora Maria afirma durante seu exemplo que é possível olhar a tabela formada pelo saldo dos gols dos times em algum campeonato e “enxergar a probabilidade”. Apesar de parecer precipitada a fala da professora, ela logo completou ao exemplificar com um jogo Corinthians versus Palmeiras, e afirmando que o primeiro time é líder do Brasileirão (campeonato brasileiro de futebol) e o outro time se encontra em sexto lugar. Então, só a partir dessa informação perguntou em qual time os alunos apostariam.

A maioria dos alunos responderam “Corinthians” baseados na informação dada pela professora e um aluno ao querer demonstrar sua torcida pelo outro time, respondeu “Palmeiras”. Ao ter notado que seus alunos compreenderam a ideia de Probabilidade como a medida da chance, Maria concordou com a resposta dos seus alunos, questionando “pode acontecer do Palmeiras ganhar?”, e maioria novamente respondeu que sim.

Os diálogos estabelecidos entre a professora Maria e seus alunos pareceram ser fluídos e constantes em suas aulas, ou seja, os alunos demonstraram “obrigação” em responder às perguntas feitas pela professora Maria, numa espécie de **negociação**. Além disso, Maria conduziu a aula a partir de seus questionamentos, construindo ideias e partindo de seus exemplos para, com seus alunos, apresentar definições, o que gerou grande **expectativa** nas respostas atribuídas pelos alunos, sendo, a partir delas, reorganizadas ou não o planejamento da aula.

Um ponto importante a ser levantados são os exemplos que os professores trazem para suas aulas. Maria abordou o exemplo das apostas de jogos de futebol em plataformas digitais, o que pode trazer incentivo aos estudantes para se aprofundar mais sobre o contexto e, até mesmo, gerar expectativas que o conteúdo a ser aprendido ajudará ele a ganhar apostas e então, poderá motivá-lo a entrar nesse ramo que envolve também outros aspectos da área financeira e que, atualmente, está passando por outros estudos, visto os equívocos que os apostadores podem cometer.

A fim de concluir seu exemplo e apresentar novamente a definição de Probabilidade, Maria reafirma as falas dos seus alunos, como uma comprovação. Em outros momentos, a professora repete o mesmo costume, sempre reproduzindo as falas dos alunos e as suas para concluir o que está sendo dito. Essa validação da professora parece já ser esperado pelos alunos e ocorre a todo momento. Se ela repete, então a resposta atribuída estava correta, como mais uma **regra** do contrato didático.

Ainda sobre o exemplo anterior observado no último excerto, a professora faz o seguinte questionamento: “mas pode acontecer do Palmeiras ganhar?”, e a maioria dos alunos responde que sim, sendo validados pela professora. Logo, ela reafirma: “Probabilidade não é um evento certo” e um de seus alunos completa: “é algo duvidoso”.

Quadro 19- Recorte 6 da aula da professora Maria

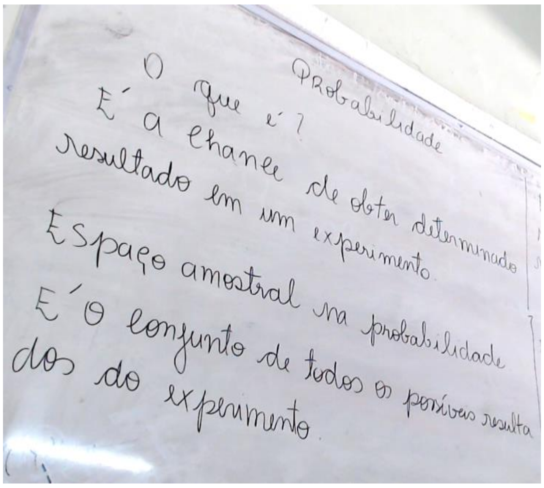
Professora Maria: Pode. Probabilidade não é um evento certo. Não é algo certo. **Aluno D**: é algo duvidoso. **Professora Maria**: Não é tipo assim óh... cala a boca (*reclamou da conversa de alguns alunos, interrompendo seu fala*). Ah, vou apostar no Corinthians porque ele tá em primeiro lugar e ele vai ganhar, não! Ele tem uma probabilidade maior de ganhar, mas não é certeza. Beleza? Aí ver só, o que é a Probabilidade? É isso que acabei de falar, é a chance de algo acontecer. Existe uma chance de o Corinthians ganhar, mas também existe uma chance dele perder. E ele e o Palmeiras tem as mesmas chances, certo? Tipo, ele pode entrar em campo e tá os dois com 11 jogadores, cada um com os seus goleiros e tudo certo. Cada um também com a bola, os dois tem a mesma possibilidade.

Fonte: acervo da pesquisa (2023)

A fala do aluno D demonstra que ele compreende uma dicotomia entre o certo e o incerto. Para ele, o que não é certo, como afirmado pela sua professora em relação à Probabilidade, é duvidoso. Maria não confirma a fala de seu aluno e ao tentar concluir a sua, reclama com um pequeno grupo de alunos que estava conversando, chamando a atenção.

Ao utilizar a quantidade de jogadores dispostos no campo de futebol, o instrumento de jogo (uma bola) e quantidade de goleiros de cada time como elementos para mostrar que as chances, assim como os meios dispostos a cada time são iguais, e que, portanto, existe a probabilidade, mesmo que diferentes a partir das análises dos jogos anteriores, de cada time ganhar aquela partida, a professora concluiu afirmando “é o que chama de espaço amostral equiprovável”, virando para a lousa e apontando para o escrito sobre espaço amostral.

Figura 11- Registro 1 da aula da professora Maria



Fonte: acervo da pesquisa

Então, a professora Maria ao completar sua fala sobre espaço amostral, definiu como “onde os dois tem a mesma chance de ganhar”, parecendo ainda relacionar com o exemplo dos times. A partir desse momento, Maria direcionou a aula para o exemplo de dados. Ela foi até a bolsa e pegou um dado de plástico, levantou a mão na tentativa de mostrar para seus alunos, e então outros questionamentos foram colocados em pauta.

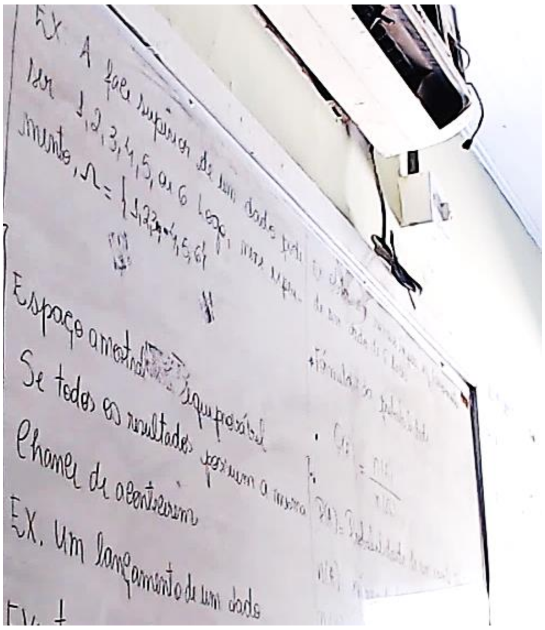
Quadro 20- Recorte 7 da aula da professora Maria

Professora Maria: Por exemplo, se eu lançar um dado, e eu até trouxe um dado, ele tem quantas faces? **Aluna A**: 6 (seis) **Aluno G**: 4 (quatro) **Aluno C**: 6 (seis) **Professora Maria**: Existem dados de várias faces, existem dados de 8 (oito) faces, existem dados de 12 (doze) faces. Esse é um dado de 6 (seis) faces, ok? Seis faces. Esse aqui seria o espaço amostral do nosso experimento, porque? Tem quantas faces? **Alunos**: 6 (*todos alunos respondem*). **Professora Maria**: Que eu coloquei aqui óh, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6, isso é quantidade de coisas que pode se acontecer. (*direcionando para a lousa*)

Fonte: acervo da pesquisa

A primeira dúvida dos alunos foi em relação ao número de faces de um dado. Quando questionados pela professora, muitos responderam “seis” com grande convicção, na certeza de que qualquer dado tem seis faces. Então, Maria explicou que existem dados de outras formas, mudando a quantidade de faces, e que, naquele caso, estava sendo trabalhado um dado de seis faces.

Figura 12- Registro 2 da aula da professora Maria



Fonte: acervo da pesquisa

Nesse momento, Maria utilizou pela primeira vez o termo “experimento” para se referir ao lançamento do dado de seis faces, nenhum aluno questionou o que se tratava aquele termo demonstrando ou ter compreendido seu significado, ou não notar o novo termo utilizado pela professora, ou preferir não questionar no caso de um não entendimento. Seguindo a aula, a professora Maria apontou em direção ao quadro branco, onde estava descrito o espaço amostral do lançamento do dado em questão, como na imagem acima, e então lançou novos questionamentos a turma.

Quadro 21- Recorte 8 da aula da professora Maria

Professora Maria: pode dar 7?
Alunos: não. (*todos os alunos respondem)*
Professora Maria: Porque? Porque não faz parte desse espaço amostral. A probabilidade de cair um 5 tem chance... o 5 tem a mesma chance que o 4?
Aluno G: tem.
Aluno D: tem.
Professora Maria: tem, por que? Se eu laçar um dado, se eu lançar um dado aqui, a probabilidade, a chance de cair 2 é a mesma de cair 4?
Alunos: é (*a maioria dos alunos respondem*)
Professora Maria: é, por que? Porque cada um tem a mesma quantidade, só existe um 1, só existe um 2, só existe um 3, só existe um 4, só existe um 5, e só existe um 6. A quantidade é a mesma.

Fonte: acervo da pesquisa

Novamente conduzindo a aula pelos seus questionamentos, a professora Maria perguntou aos seus alunos sobre a chance de ocorrência do número 7 (sete) dentre daquele espaço amostral apresentado, que só tinha os numerais do 1 (um) ao 6 (seis). Todos parecem compreender respondendo “não”, ou seja, que seria impossível sair 7 a partir do lançamento daquele dado.

Quando a professora questionou seus alunos o porquê da resposta, ela já completou sua fala respondendo “porque não faz parte desse espaço amostral”, sem deixar nenhum tempo para que seus alunos estivessem pensando em uma justificativa. O mesmo ocorreu nas outras perguntas, quando questionou a turma sobre a saída do número 5 (cinco) ter a mesma chance da saída do número 4 (quatro) naquele experimento, e dois alunos responderam “tem”, ela valida, repetindo “tem”, pergunta o porquê, e dessa vez, refaz a pergunta utilizando a saída no número 2 (dois) e 4 (quatro), demonstrando não estar conformada em apenas dois alunos ter respondido sua pergunta inicial.

Após refazer sua pergunta, alterando os numerais do exemplo, a maioria dos alunos respondeu ao questionamento da professora. Maria, assim como em outros momentos, confirmou a resposta dos alunos, questionou o porquê, e novamente já explicou, parecendo ser uma pergunta retórica. Diferente do que ocorrera nos momentos iniciais da aula, esse diálogo revela duas **rupturas** nas regras contratuais entre a professora Maria e a sua turma.

A primeira refere-se à espera da professora quando direcionava uma pergunta aos seus alunos. A partir desse momento, ela perguntou e, ao mesmo tempo, justificou a resposta dos alunos sem abrir espaço para que eles expressem seus argumentos, podendo esse ser o maior indicador do entendimento ou não da situação. Já a segunda é sobre o acordo já estabelecido como uma regra da relação contratual que situava os alunos na obrigação de responder às perguntas da professora. Quando Maria fez a pergunta sobre a igualdade de chances de sair dois dos números do espaço amostral do lançamento do dado e apenas dois alunos responderam, ela refez a pergunta apesar da resposta desses dois alunos ser correta.

Após ter concluído o exemplo do lançamento do dado, Maria trouxe uma situação envolvendo os próprios alunos daquela turma. Ela realizou uma contagem, com tom de voz alto, da quantidade de meninos e meninas presentes na sala de aula naquele momento, e então notou que tinham 18 (dezoito) meninos e 10 (dez) meninas. Então, questionou aos seus alunos: “se eu colocar o nome de todo mundo no saco e eu tirar o papel, a probabilidade é maior de sair menino ou menina?”, e todos respondem “menino”.

A professora perguntou o porquê menino tem uma probabilidade maior de sair naquele sorteio e uma aluna (A) argumentou “porque tem mais”, então, a professora confirmou que aquela resposta estava correta e questionou “isso aqui é um espaço amostral equiprovável?” e ela própria respondeu “não, porque a chance não é a mesma”. Nota-se que na primeira pergunta, a aluna A teve oportunidade de responder à Maria, mas, logo depois, na outra pergunta, a professora já respondeu sem abrir espaço para seus alunos. Após a explicação de um espaço não equiprovável a partir do sorteio com as pessoas presentes na sala, os alunos não apresentaram nenhuma reação, e então, Maria repetiu sua fala, explicando novamente do que tratava um espaço amostral equiprovável.

Quadro 22- Recorte 9 da aula da professora Maria

Professora Maria: A chance de sair menino não é a mesma de sair menina. Entendeu? Se chama de espaço equiprovável quando as chances são as mesmas. Quando acontece no lançamento de uma moeda, no lançamento de um dado, é a mesma chance de cara para coroa, as mesmas chances das faces de um dado.

Fonte: acervo da pesquisa

Após essa breve “revisão” do espaço amostral e sua equiprobabilidade, a professora Maria direcionou sua explicação para os eventos probabilísticos. Na tentativa de definir o termo “evento” dentro do campo da Probabilidade, Maria utilizou o próprio termo para sua definição, afirmando: “eventos é o seguinte, se eu pergunto para você qual a probabilidade é um evento específico”. Logo, completou com o exemplo “qual a probabilidade de cair um número ímpar?” relacionado ao experimento do lançamento do dado.

Uma pausa é dada pela professora após um grupo de alunos estar conversando, ela pediu para separar e perguntou “posso continuar minha aula?”, demonstrando a importância em ter a atenção de seus alunos. Prontamente, Maria começou a explicar sobre a fórmula clássica para calcular a probabilidade de ocorrência de um evento.

Quadro 23- Recorte 10 da aula da professora Maria

Professora Maria: para a gente calcular probabilidade é o evento que eu quero sobre o espaço amostral E eu coloquei aqui um resumo (*referindo-se ao que estava escrito na lousa*). O que eu quero, sobre o que eu tenho. Por exemplo, se eu quiser calcular qual a probabilidade de cair um número ímpar no dado? Nas faces, são quantos números que se tem? 1, 2, 3, 4, 5, 6... quantas faces em tenho? **Alunos**: 6! (*alguns alunos respondem*) **Professora Maria**: Quantas faces? **Alunos**: 6! (*todos os alunos respondem*) **Professora Maria**: Então o que eu tenho é? 6. Então fica o 6 embaixo. E o que eu quero é um número ímpar, quais são os números ímpares aqui? **Alunos**: 1, 3, 5. (*alguns alunos respondem*) **Professora Maria**: 1, 3, 5. São quantos? **Alunos**: 3 (*todos alunos respondem*) **Professora Maria**: Então a probabilidade desse evento acontecer é três em seis.

Fonte: acervo da pesquisa

Durante sua explicação é notável que quando Maria perguntou quantas faces tinha um dado e apenas alguns alunos responderam, ela refez sua pergunta e todos os alunos responderam. Esses momentos dão ênfase a regra do contrato didático ali estabelecido, no qual, a professora Maria assume o papel de fazer as perguntas e os alunos cumpre a obrigação de respondê-las.

Alguns alunos começaram novamente a conversar, gerando um barulho intenso enquanto a explicação da professora. Incomodado com o atrapalho da aula, um aluno pede para a professora separar o grupo que estava conversando. Então, ela começou uma reorganização da sala, mudando alguns alunos de lugar e perguntando "posso?" referindo-se à continuação de sua explicação.

Assim como em outros momentos, a professora Maria utilizou de perguntas como "podemos?", "bora lá?", "posso explicar?", para chamar atenção dos alunos para a aula. Ou seja, essas perguntas eram um convite a focar na aula na esperança de desconsiderar qualquer outra ação que tem potencialidade de atrapalhar o decorrer da aula, como, por exemplo, as conversas. Quando os alunos não cumprem o que a professora espera, ela troca os lugares, colocando sempre para carteira mais perto do quadro branco.

Maria decidiu a partir do evento relacionado aos números ímpares de um dado enfatizar as formas de representação de uma probabilidade, ou seja, de quais formas podem ser atribuídas às respostas ou interpretados os problemas probabilísticos resolvidos a partir da fórmula clássica de Probabilidade.

Quadro 24- Recorte 11 da aula da professora Maria

Professora Maria: Três é a metade de seis, então isso aqui é como se fosse 50% de acontecer. A probabilidade pode ser representada de três formas, a forma decimal, percentual e em forma de fração. Se você quiser deixar em forma de fração ficaria três sextos, se você quiser deixar em forma de percentual fica 50%, e se vocês quisessem representar em forma decimal fica 0,5. [..] a probabilidade de um evento acontecer é sempre entre 0 e 1. Pode existir o que? 90% (noventa por cento) de alguma coisa acontecer, 95% (noventa e cinco por cento) de alguma coisa acontecer, mas nunca passa, ok? Beleza aí? Sempre fica entre 0 e 1.

Fonte: acervo da pesquisa

Maria afirmou para seus alunos que existem três formas de representar a probabilidade: a forma decimal, a percentual, e a forma de fração. Para demonstrar esse fato, ela completou que a probabilidade sempre ficará entre 0 (zero) e 1 (um), nunca passando disso. Voltando aos questionamentos, a professora perguntou aos seus alunos quais são os dois eventos possíveis no lançamento de uma moeda e um aluno respondeu "cara ou coroa", ela confirmou e perguntou quantos são esses eventos, e todos respondem "dois".

Quadro 25- Recorte 12 da aula da professora Maria

Professora Maria: Então o que eu tenho seria 2. Se eu pergunto a vocês qual a probabilidade de sair cara? Uma. Que a mesma coisa que o que em percentual? 50%. E se eu pergunto a vocês a probabilidade de sair coroa? **Aluno B**: 50%. (*fala baixinho*) **Professora Maria**: é uma em? **Aluno B**: uma em dois. **Professora Maria**: uma em dois! É igual? É igual, é a mesma probabilidade, beleza? Deu para entender? Alguma dúvida? **Alunos**: não! (*alguns alunos respondem*)

Fonte: acervo da pesquisa

O exemplo do lançamento de moedas foi conduzido da mesma forma que os exemplos anteriores, a professora lançava um questionamento aos seus alunos e já atribuía uma resposta. Quando o aluno B falou baixinho “50% (cinquenta por cento)” para responder à pergunta da professora sobre a probabilidade de sair coroa no lançamento de uma moeda, ela apontou para o mesmo e perguntou na esperança de uma complementação “é uma em...”, então, seu aluno responde “uma em dois” e ela conforma “uma em dois”.

Além do aluno B ter atribuído uma resposta correta ao questionamento de Maria, ela não confirma e utiliza-se de outra pergunta para ele complementar e então dar uma resposta em forma fracionária. A não confirmação da professora em consonância com a outra forma de representação que ela pareceu esperar como resposta pode ter demonstrado uma **ruptura**, pois, poucos minutos antes, ela afirmou que poderia ser atribuída qualquer uma das formas representativa (decimal, percentual, fracionária) ao responder uma questão de probabilidade.

Como encerramento da sua explicação, Maria perguntou se os alunos entenderam e se tem alguma dúvida, alguns respondem que não e assim ela prosseguiu para o próximo passo da aula: a realização de um jogo de apostas envolvendo o lançamento de dois dados de seis faces.

Quadro 26- Recorte 13 da aula da professora Maria

Professora Maria: Para fixar melhor, o que que a gente vai fazer? Todos aqui já jogaram stop ou adedonha[5] na vida? Que que vocês vão fazer, vou apagar aqui... (referindo-se ao que estava escrito na lousa). Vocês vão pegar aí, no caderno de vocês, depois do conteúdo de probabilidade você vão colocar assim “primeira rodada”, vocês vão colocar aqui “rodada” **Aluno C**: ei tia, é aquele com nome? **Professora Maria**: Com nome? Não, é outro, mas tem nome também...essa parte das regras não precisa copiar, é só para ficar visível para vocês. Ó primeira rodada, segunda rodada, terceira até a nona, aí você

[5] Adedonha consiste em um jogo em que um ou mais participantes escolhem uma letra (geralmente escolhido a partir da contagem dos dedos lançados para a rodada) e devem atribuir uma palavra iniciada por aquela letra para os temas escolhidos pelo grupo (lugar, objeto, filme, parte do corpo humano, entre outros). Em algumas versões, quando o primeiro jogador termina, ele fala “stop” e todos devem parar para a realização da contagem dos pontos, daí o nome “stop”. Também existem adaptações desse jogo para outras áreas, como em Matemática, com as operações aritméticas.

vai colocar aqui total e vai colocar aqui o palpite, eu vou explicar o que é isso. Palpite e aqui pontos, beleza? Vocês não precisam copiar isso não, tá?
Aluno G: eu copiei
Professora Maria: eu avisei.
Aluno G: avisou não.
Professora Maria: é o que? Mentira, mentiroso.;. é só daqui para cá, essa tabela, isso aqui é só para a gente visualizar, certo?

Fonte: acervo da pesquisa

A fala da professora Maria já iniciou com uma **expectativa** em relação à utilização do jogo na aula. Segundo ela, o objetivo do jogo está em “fixar melhor” as explicações dadas por ela durante a aula. Com o intuito de saber se os alunos já jogaram algum jogo semelhante, ela pergunta à turma se todos já jogaram Adedonha ou Stop. Então, um aluno pergunta se trata daquele que envolve nomes, como comumente é jogado Adedonha. Ela diz que é outro, mas tem nome também.

O convite para a realização do jogo foi feito da seguinte forma, como pode ser observado no diálogo acima: “o que é que **a gente** vai fazer?”. O destaque dado no termo “a gente” remete à ideia da participação de todos, inclusive da professora. Maria, ao convidar seus alunos para o jogo, talvez se inclua na ação, criando a **expectativa** de um jogo dinâmico e participativo.

Maria conduziu os alunos informando onde e como deveria ser escrita a tabela que pertencia ao jogo, pediu que todos escrevessem individualmente em seus respectivos cadernos e usassem caneta, sendo essa a condição para a realização do jogo. Quanto às regras escritas a lousa, ela afirmou que não era necessário escrever no caderno, já que só era preciso para a visualização das regras. As regras do jogo moldadas pelos termos estabelecidos pela professora formam uma **negociação** entre Maria e seus alunos, ou seja, só seria possível jogar se cada aluno se comprometesse em: escrever a tabela no caderno, utilizar canetas, seguir as regras do jogo.

Ao ser questionada o porquê só poderia ser utilizado caneta, a professora afirmou que só assim poderia saber se o jogador tinha ou não mudado seu palpite após cada rodada. A imagem abaixo é uma representação da tabela que a professora solicitou que os alunos copiassem em seus cadernos. É a partir dela que será registrada os palpites e pontos do jogo.

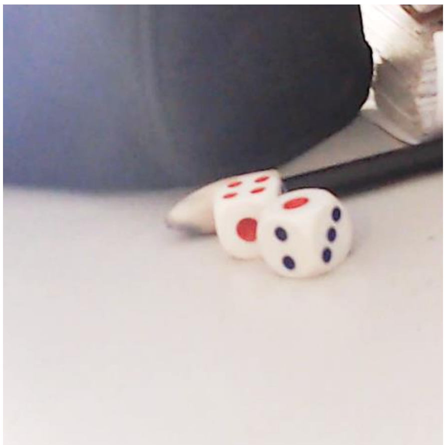
Figura 13- Representação do quadro do jogo realizado na aula da professora Maria

Rodada	Palpite	Pontos
1ª		
2ª		
3ª		
4ª		
5ª		
6ª		
7ª		
8ª		
9ª		
Total		

Fonte: Autoria própria

O jogo escolhido por Maria para a aula se baseava na previsão da soma da pontuação de dois dados de seis faces após seus lançamentos simultâneos, o que foi chamado de palpite. A depender do acerto ou da aproximação do palpite com a soma obtida na rodada, o jogador ganhava uma quantidade de pontos de acordo com as seguintes regras: se a soma corresponder à previsão do jogador, ele ganha 5 pontos; se a soma estiver à diferença de 1, ganha 3 pontos; se a soma estiver à diferença de 2, ganha 1 ponto; se a soma não estiver dentro da diferença da previsão, não ganha. Ao final, os jogadores devem somar os pontos obtidos em todas rodadas realizadas, ganha quem tiver uma maior pontuação total.

Figura 14- Registro 3 da aula da professora Maria



Fonte: acervo da pesquisa

Após a leitura das regras dispostas no quadro, a professora Maria exemplificou algumas vezes ao notar expressões de dúvidas nos alunos. Um aluno questionou “é para contar dos dois é?”, e ela afirmou dizendo “os dois somados”. Dessa forma, Maria realizou uma rodada teste.

Quadro 27- Recorte 14 da aula da professora Maria

Professora Maria: chutei aí um palpite, diga aí.
Aluno C: 6.
Aluno B: 10
Aluno D: 9
Aluna A: 2
Professora Maria: calma! Óh, ele chutou 9, aí eu vou rodar aqui (lançando os dois dados sobre a mesa). Rodei, aí caiu 2 e 1, deu quanto?
Alunos: 3 (*alguns alunos respondem*)
Professora Maria: 2, dois e um dá 3. Deu 3, aí óh, vamos lá as regras. Se ele acertar, se acertar de cheio, ganha 5 pontos.
Aluno C: na cabeça.
Professora Maria: Aí vem, não acertei, mas fiquei próximo, fiquei próximo em 2, aí você ganha 3 pontos. A diferença, por exemplo...
Aluno D: e se errar, perde ponto.
Professora Maria: e se errar, fica com zero.

Fonte: acervo da pesquisa

Após a realização da rodada teste, Maria retirou quatro chocolates da bolsa para ser a premiação do(s) ganhador(es) ou da(s) ganhadora(s), deixando essa decisão (a distribuição da quantidade de chocolates para o(s) vencedor(es)) com a turma. Então, ela questionou a turma se todos os chocolates iriam para quem obter mais pontos ou se faria outro tipo de distribuição, como, por exemplo, dois chocolates para quem ficar em primeiro lugar e dois chocolates para quem ficar em segundo lugar. Essa atitude da professora, a partir das ideias sugeridas por ela e por alguns alunos da turma demonstrou a **negociação** feita na aula em relação à premiação do jogo, como podemos observar no diálogo abaixo.

Quadro 28- Recorte 15 da aula da professora Maria

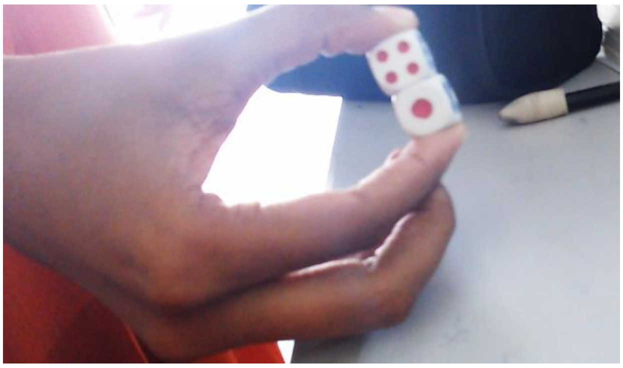
Professora Maria: eu trouxe 4 chocolates, aí vocês decidem, ganha tudo quem ganhar mais pontos no final ...
Aluno D: ganha tudo.
Aluno K: ganha tudo.
Professora Maria: ou a gente coloca assim, os dois que mais acertas.
Alunos: os dois. (*a maioria responde*)
Professora Maria: perai, vamos fazer aqui democracia, levanta a mão quem achar que acertar leva tudo, calma aí, 1, 2, 3, 4, 5 (*realizando a contagem dos alunos que levantaram a mão*). Já perdeu então, primeiro e segundo.
Aluno C: bota um para o segundo e um para o terceiro.
Professora Maria: pronto, pode ser, a maioria concorda com a ideia do aluno C?
Alunos: sim! (*a maioria responde*)
Professora Maria: o primeiro ganha dois, o segundo um e o terceiro um.

Fonte: acervo da pesquisa

Após a negociação com a turma, a partir do que Maria chamou de democracia, um novo acordo foi estabelecido em relação à premiação do jogo: primeiro colocado ganha dois chocolates, o segundo e o terceiro ganham um chocolate cada. A partir desse momento, a professora enfatizou novamente o uso da caneta, afirmando precisar ser obrigatório para não acontecer de alguém riscar após os lançamentos.

Os alunos colocaram os palpites nos seus cadernos e a professora realizou a primeira jogada, onde a soma deu 5 (cinco). Alguns alunos comemoraram e até falaram “eu disse que iria sair cinco”. Alguns alunos questionavam as pontuações referentes a seu palpite, demonstram não estarem totalmente adeptos das regras do jogo. A professora ajudava, respondendo os questionamentos e passada entre as carteiras observando as anotações realizadas.

Figura 15- Registro 4 da aula da professora Maria



Fonte: acervo da pesquisa

Esses mesmos processos ocorreram nas cinco rodadas realizadas, ou seja, Maria solicitava que os alunos escrevessem os palpites, lançava os dois dados e falava a soma, auxiliava nas pontuações e passava observando os cadernos. As quatro últimas rodadas resultaram nas seguintes somas: 10 (dez), 6 (seis), 5 (cinco), 7 (sete). Apesar de ter estipulado nove rodadas no quadro escrito na lousa, Maria argumentou que precisava parar na quinta, pois iria fazer um quadro para mostrar as chances.

Enquanto os alunos somavam os pontos obtidos nas rodadas realizadas, Maria recorreu à lousa para desenhar um quadro que continham os numerais de 1 (um) a 6 (seis) repetidos duas vezes (na horizontal e na vertical) para representar as faces dos dados. Para preencher esse quadro, Maria escreveu todas as possibilidades de somas, ou seja, as 36 (trinta e seis) possibilidades a partir dos lançamentos simultâneos de dois dados de seis faces.

A partir desse momento, ela direcionou a atenção dos alunos para o quadro afirmando “aqui estão todas probabilidades do que poderia acontecer”. Após explicar a formação do quadro, ela questiona aos seus alunos “quem é que mais aparece?” e dois alunos respondem “cinco”, então, ela questiona mais uma vez “quem? Vamos lá, o cinco aparece quantas vezes?”, e junto com seus alunos, vai realizando uma contagem e circulando todos os numerais cinco que aparecem no quadro.

Figura 16- Registro 5 da aula da professora Maria

Fonte: acervo da pesquisa

Maria começou a anotar no quadro a quantidades de vezes que o numeral dito pelo seus alunos aparecem. Fez o mesmo com os outros numerais (2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12). Quando todas contagem foram realizadas e escritas na lousa, ela lançou a seguinte pergunta: “quem tiha a meior probabilidade de acontecer?”. A maioria dos alunos responderam 7 (sete) e outros questionamentes foram lançados pela professora até os alunos conseguirem fazer estimativas referentes ao experimento do jogo.

Quadro 29- Recorte 16 da aula da professra Maria

Professora Maria: quem tinha a maior probabilidade de acontecer?
Alunos: o sete. (*a maioria responde*)
Professora Maria: o sete, porque o 7 aparece quantas vezes?
Alunos: seis (*a maioria responde*)
Professora Maria: seis. Quem é que tem menos?
Alunos: o doze e o dois. (*alguns alunos respondem)*
Professora Maria: o doze e o dois, porque só tinha uma unidade. Aconteceu o que? Uma única vez. Ou de dá 1 e 1, ou de dá 6 e 6. São quantos casos possíveis? Quantos são aqui? (*aponta para o quadro*)
Aluno M: 12.
Aluno N: 3.
Professora Maria: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36. (*realiza a contagem*). Então são 36 casos possíveis, então se eu pergunto a vocês qual a probabilidade de dar 7, seria como?
Alunos: 6 (*alguns alunos respondem*)
Professora Maria: 6 em quanto? 36. Se eu pergunto de 12, seria quanto?
Alunos: 1 em 36 (*alguns alunos respondem*).

Fonte: acervo da pesquisa

Do diálogo acima, nota-se que a professora conduziu os alunos para, ao final, saber informar a probabilidade a partir da fórmula clássica, em forma fracionária. Ao final dessa explicação a professora perguntou a pontuação final do jogo de cada aluno e observou os cadernos para verificar as pontuações das jogadas. Ao final, como prometido, entregou as premiações aos três primeiros lugares e encerrou a aula, se despedindo de seus alunos.

7.4 ANÁLISE DOS POSSÍVEIS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS NA AULA DO PROFESSOR LUCCA

A partir da cautela com o rigor da pesquisa, antes de iniciar as discussões deste tópico cabe destacar duas questões. Primeiramente salienta-se que no momento em que se tentou relacionar algumas situações às categorias, fazemos isso muito mais no sentido de que é possível e relevante pensar na investigação desses obstáculos em sala de aula, do que conjecturar que a aula de professor apresenta alguns obstáculos que serão destacados nesse tópico[6]. Dessa forma, o que objetivamos neste tópico é destacar situações que apontam na direção da emergência de obstáculos dessa natureza. A segunda questão que se deseja pontuar, é que embora esse tópico seja sobre obstáculo didático, no momento em que algum elemento de contrato didático ficar mais evidente, esse será referenciado como nota de rodapé.

Partindo da noção de obstáculo didático defendida por Brousseau (1986) e do mapeamento realizado a partir da primeira etapa da pesquisa, a presente seção tem o propósito de identificar situações que apontam para possíveis obstáculos didáticos presentes na aula do professor Lucca. Ademais, estes serão classificados conforme os fatores obstaculizadores, segunda categoria de análise, a saber: $FO1$-Determinismo, $FO2$- Reducionismo, $FO3$- Unicidade de abordagem, $FO4$- Isolamento curricular, $FO5$- Ilusão da equiprobabilidade (ver tabela completa na página 75), ou apontado como um novo fator que pode caracterizar-se como obstáculo didático.

O primeiro aspecto que deve ser pontuado para o prosseguimento desta análise é a relação que o professor Lucca demonstrou com o saber Probabilidade. Nas suas falas e ações encontramos elementos que apontam para a sua relação com a Probabilidade, tanto em suas aplicações matemáticas, quanto em suas contextualizações reais.

Quadro 30- Recorte 8 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: Hoje nós vamos ver a probabilidade. É um assunto fácil.

Fonte: Acervo da pesquisa

[6] Novamente, reitera-se que o objetivo não é julgar a aula dos professores. Ao apontar os obstáculos identificados, estará sendo identificado tipos de situações obstaculizantes que o próprio saber, da forma como é tratado na relação didática, parece suscitar, e que não é exclusivo de um ou outro professor, em particular.

Assim como foi repetido diversas vezes na aula, Lucca considera Probabilidade um assunto fácil e as estratégias didáticas adotadas nas aulas tentaram demonstrar essa premissa aos alunos, como foi demarcado no tópico anterior e irá ser observado mais adiante. Outrossim, identificamos que Lucca trabalhou três tipos de situações específicas: 1. Lançamento de moedas, 2. Lançamento de um dado de seis faces, 3. Sorteio de um número de uma roleta (números pares e ímpares, múltiplos e primos).

Essas situações trazidas por Lucca são comumente abordadas nos livros didáticos de Matemática dos Anos Finais no Ensino Fundamental para o conteúdo de Probabilidade. Além disso, a utilização do dado e da moeda destaca-se pela sua relevância na história da Probabilidade, contextos que deram partida a grandes estudos, como afirmou Viana e Silva (2021).

Aliado a essa questão, o professor utilizou a abordagem clássica da Probabilidade (número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis) para resolver os exemplos e as questões abordadas durante a aula. Embora existam outras formas de abordagens probabilísticas, Lucca optou por utilizar exclusivamente a Probabilidade clássica. Identificamos que essa situação representa a categoria **unicidade de abordagem (FO3)** e, assim como afirma Corrêa (2010), essa ideia não favorece superação da lógica dicotômica do sim/não, e pode se constituir como um elemento dificultador da compreensão do que é a incerteza, campo onde atua a Probabilidade.

Um momento da aula chamou a atenção: um lançamento de um dado de papel. A partir da realização de quatro lançamentos na expectativa do dado cair com a face 2 (dois) voltada para cima[7] e em nenhuma deles isso ocorrer, Lucca argumenta que o dado está viciado e completa dizendo que "não é fácil" referindo-se a acontecer a situação desejada. Rapidamente volta para a fórmula clássica, afirmando mais uma vez a sua facilidade.

A ênfase na facilidade da fórmula e preferência de conduzir toda a aula pela aplicação matemática da fórmula de Probabilidade a partir da abordagem clássica, demarcam indícios que representam a categoria **determinismo** (*FO1*). Essas escolhas didáticas de Lucca, a partir de suas ações, suas falas, dos exemplos e das questões abordadas, podem levar o aluno ao caminho da exatidão, possibilitando considerar-se mais relevante a resposta numérica encontrada a partir da substituição na fórmula clássica da Probabilidade e dificultando a compreensão da dimensão do acaso.

[7] Expectativa: lançar o dado e face 2 (dois) cair voltada para cima.

Apesar de Lucca iniciar sua aula destacando que a Probabilidade é utilizada para previsão do tempo e os alunos recordarem do que é visto na televisão, contextualizando a probabilidade em situações mais reais da vida dos estudantes, as situações abordadas durante a aula, nos exemplos e nas questões, foram baseadas em lançamento de moeda, lançamento de dado e sorteio, como já destacado neste tópico. Esse fato aponta na direção do **Reducionismo (*FO*2)**, visto que, as situações escolhidas e trabalhadas são acontecimentos eletivos, que, apesar de serem as mais abordadas nos livros didáticos, podem dificultar aplicações probabilísticas aos contextos reais da vida.

Além disso, é identificado que as situações abordadas nas aulas conduziam-se especificamente a própria Matemática, do que uma abordagem interdisciplinar, esse fato aponta para uma das categorias que nomeamos **Isolamento curricular (*FO*4)**, pois traz uma não possibilidade de sua compreensão a partir das aplicações em outras áreas como Genética, Economia e Meteorologia e isola-se apenas nos campos/conteúdos matemático, como destacado pelo professor na tentativa de demonstrar o que a Probabilidade abrange.

A questão que abordava o giro de uma roleta numérica numerada de 1 a 20 foi um dos exemplos apontados por Lucca ao argumentar com seus alunos sobre a abrangência da Probabilidade, afirmando que apesar de ser um assunto fácil, como comentado em momentos anteriores, qualquer assunto matemático poderia ser abordado, observe no recorte abaixo.

Quadro 31- Recorte 9 da aula do professor Lucca

Professor Lucca: agora, esse é um assunto fácil, mas, ele abrange o que? Qualquer assunto matemático. Números pares, números ímpares, números múltiplos de cinco, os divisores de oito. Então, tem várias coisas que você pode utilizar, ok?

Fonte: Acervo da pesquisa

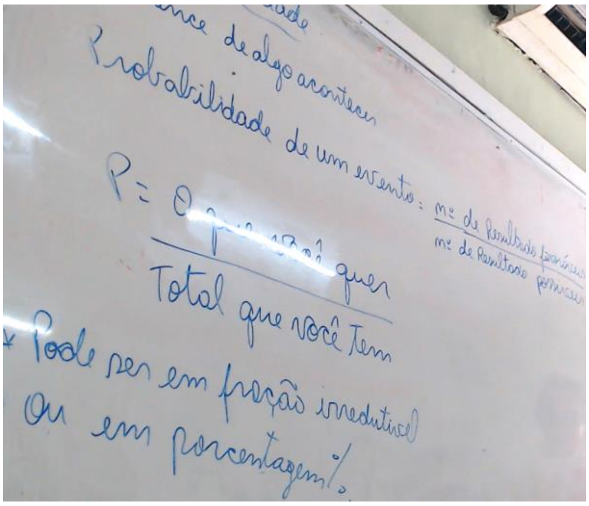
A abrangência citada por Lucca demonstra que o aluno precisa saber esses outros assuntos matemáticos para responder problemas de Probabilidade, mas, fica o questionamento: será que se o aluno acertar as questões propostas por já ter conhecimento sobre esses outros conteúdos significa que ele desenvolveu corretamente o pensamento probabilístico?

Ainda sobre o excerto acima, o trecho “qualquer assunto matemático” implica em diversas problemáticas. Primeiramente, apesar de afirmar que a Probabilidade abrange qualquer assunto matemático, Lucca discutiu durante suas aulas situações que envolviam conhecimentos da área da Aritmética. Em outros termos, o professor criou a expectativa nos alunos que qualquer conteúdo matemático pode ser relacionado com a Probabilidade, ou seja, que na

Geometria, na Álgebra, nas Grandezas e Medidas, e na Estatística podemos encontrar aplicações probabilísticas, porém, não se aprofundou em nenhum desses.

Outro fato que chama atenção é sobre Lucca afirmar, quando questionado por um de seus alunos, que a probabilidade não envolve muitos cálculos. Apesar de não ser possível dimensionar o significado de “pouco” e “muito” relacionado à quantidade cálculos para esse aluno e para Lucca, nota-se, em uma tentativa de não “amedrontar”[8] os alunos, que o professor opta exclusivamente pela utilização da fórmula clássica e, dentre as situações trabalhadas, não aborda o reconhecimento de eventos dependentes e independentes e o cálculo de sua ocorrência, conforme indicado pela BNCC[9] (Brasil, 2018).

Figura 17- Registro 4 da aula do professor Lucca



Fonte: Acervo da pesquisa

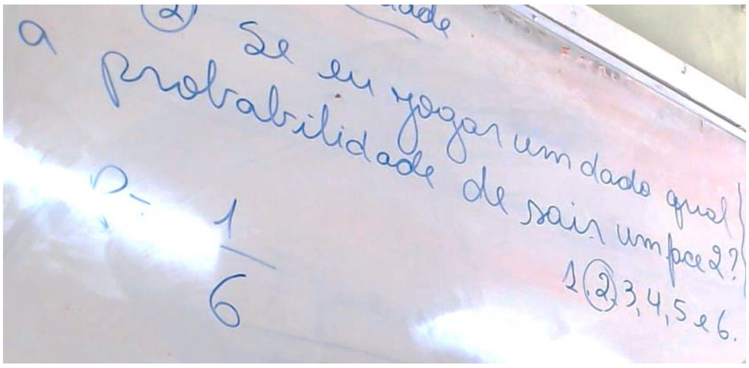
Lucca focalizou suas aulas na aplicação da fórmula clássica, escolhendo não abordar alguns conceitos probabilísticos como “espaço amostral” e “evento” e “tipos de eventos”. Apesar disso, como pode ser notado na imagem acima, o professor escreveu “probabilidade de um evento”, mas, em nenhum momento das aulas, explicou o que do que se trata um “evento”. Paralelamente, outro ponto que diverge das falas do professor durante as aulas é a observação colocada na parte de baixo do quadro (pode ser em fração irredutível ou em porcentagem %). Várias vezes ele repete que a forma percentual só pode ser atribuída quando solicitado na questão[10]. Esse ponto será discutido mais adiante.

---

[8] Regra de contrato: o conteúdo abordado não tem “muito” cálculo.
[9] Habilidade EF09MA20: reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
[10] Regra de contrato: só atribuir a resposta de maneira percentual quando solicitado pelo professor.

Ainda sobre a falta de abordagem dos conceitos probabilísticos, como pode ser observado no excerto abaixo, o professor direciona os seus alunos a escrever todas as possibilidades de ocorrência da situação apresentada, como na segunda questão relacionada ao lançamento de um dado, mas, não explica que aquele conjunto se trata de um espaço amostral.

Figura 18- Registro 5 da aula do professor Lucca



Fonte: Acervo da pesquisa

A mesma situação se repete nas resoluções das outras questões. Além disso, em alguns momentos o professor tentou resolver a questão sem escrever ou falar todas as possibilidades atribuídas à situação em pauta, na espera [11]que seus alunos já soubessem quantificar todos os casos possíveis e ir diretamente para aplicação da fórmula. Esse fato ocorreu, por exemplo, quando o professor resolveu a terceira questão, que também se tratava do lançamento de um dado. Como a questão 2 já tinha sido respondida com os estudantes e envolvia o mesmo experimento (lançamento de um dado), o professor não se preocupou de imediato em escrever esse espaço amostral novamente, fazendo-o apenas quando notado a dificuldade nos alunos. Uma vez que no início da aula o professor se compromete com seus alunos ao afirmar que o assunto será "fácil"[12], Lucca escolheu suprimir alguns conceitos, como é o caso do espaço amostral e evento.

A não descrição e explicação do espaço amostral podem não direcionar o aluno à compreensão das situações probabilísticas, ou, até mesmo, reforçar um estudo mecanizado, sem contato com a multiplicidade de interpretações que podem surgir na análise do espaço amostral. Outrossim, a quantificação dos casos possíveis de um experimento e a substituição correta na fórmula, não implica no acerto na questão, muito menos no seu entendimento. Esse fato se dá, pois, para além das situações equiprováveis, ou seja, em que os pontos amostrais (elemento

[11] Expectativa: a compreensão da necessidade de saber todos os casos possíveis da situação.
[12] Negociação: ao afirmar que o conteúdo é "fácil", a escolha didática do professor vai na direção de suprimir alguns conceitos.

unitário do espaço amostral) possuem as mesmas chances no experimento, existem as situações não equiprováveis, sendo essas últimas as que mais ocorrem nos contextos reais da vida.

Portanto, a generalização do uso da fórmula clássica de Probabilidade pode comprometer a aplicação da fórmula em situações não equiprováveis, possibilitando o surgimento de alguns equívocos e questionamentos, principalmente, pelos seguintes fatos: foi apresentado ao aluno apenas uma forma de resolver questões de Probabilidade; o aluno associou a Probabilidade à fórmula, então, para ele, saber probabilidade é contar os casos favoráveis e os casos possíveis, e realizar uma divisão; ao mecanizar o uso da fórmula, o aluno deixar de interpretar as situações probabilísticas, ou seja, debater outras formas de saber o que é muito provável, pouco provável e impossível a partir da leitura e análise de um contexto.

Dessa forma, considera-se que a escolha didática de Lucca, sobre a não explicação e exploração do espaço amostral é uma situação que aponta na direção de possíveis erros associados aos sentidos atribuídos às previsões, sendo esses um dos aspectos mais importantes associados à aprendizagem da Probabilidade (Moura e Samá, 2016). Portanto, a **não descrição do espaço amostral** pode ser considerado outro fator obstacularizador (*F06*), que não se encontra no mapeamento realizado, mas, possui características que indicam o comprometimento da compreensão dos conceitos probabilísticos, visto que, a solução de um problema probabilístico se inicia pela análise das possibilidades, ou seja, é a partir desse reconhecimento que é possível quantificar e estimar valores (Cavalcante, 2021).

Retornando ao fato das situações equiprováveis, assim como em outras pesquisas de Rosa, Fernandes e Pinho (2006) e Moura e Samá (2016), a aula do professor Lucca revelou um fato recorrente em muitas aulas de Probabilidade: a exploração de experimentos probabilísticos apenas equiprováveis. Esse fato remete à categoria **ilusão da equiprobabilidade** (*FO5*), que pode ser desenvolvida, além da abordagem única de contextos equiprováveis, pela falta de análise do espaço amostral, equívoco na compreensão de aleatoriedade, e no trabalho sobre a dependência de eventos.

Outro fato a ser destacado é a fala do professor Lucca em relação à forma de atribuir a resposta de problemas probabilísticos ao utilizar a fórmula clássica. Segundo ele, comumente deve-se escrever a fração irredutível como resposta, porém, apenas se for solicitado, vale-se também da taxa percentual, como mostra o recorte a seguir.

Quadro 32- Recorte 10 da aula do professor Lucca

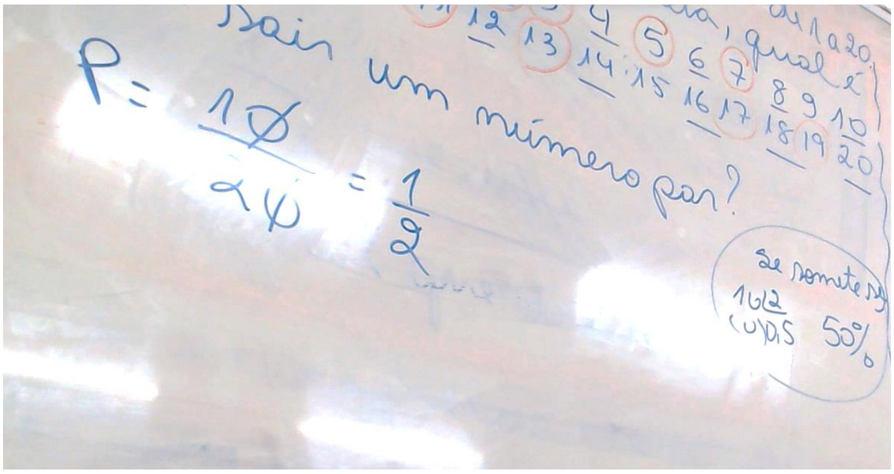
Professor Lucca: se eu pedir, se eu pedir *(enfatiza em tom mais alto)*, no exercício que eu queira em porcentagem, aí vai ter que achar a porcentagem.

Fonte: Acervo da pesquisa

Alguns pontos devem ser observados a partir dessa fala de Lucca. Primeiramente, ele não utiliza a ideia de equivalência, tomando a fração (e conduzindo sempre para a sua redução por simplificação) como a resposta mais “correta”. Portanto, ao fazer isso, Lucca não explica que as três formas (fracionária, decimal e percentual) são equivalentes e indicam o mesmo sentido quando interpretadas em termos probabilísticos. Portanto, para seus alunos, ao responder uma questão de probabilidade, deve-se chegar a uma fração irredutível e se, e somente se, a questão solicitar, encontrar a porcentagem correspondente.

Ademais, o professor não considera a forma decimal como possível resposta, apenas a encontra como resultado da divisão, e rapidamente transforma em taxa percentual. Assim como enfatiza diversas vezes na sala, o professor até escreve no quadro, como pode ser observado na imagem abaixo, e ainda solicita que os alunos anotem em seus cadernos.

Figura 19- Registro 6 da aula do professor Lucca



Fonte: Acervo da pesquisa

Ainda sobre o registro acima, nota-se que o método de simplificação que o professor solicita aos alunos a realizarem é “cortar os zeros”, sendo um “bizú”[13] para a simplificação por dez. Não é possível identificar se, apesar de aplicar a dica, os alunos sabem o significado matemático do procedimento realizado, pois, em todos os momentos das aulas que foi realizado esse tipo de simplificação, Lucca e seus alunos só falam em “cortar os zeros”, sem explicações.

[13] Marcas de contrato: a ideia de que na Matemática você realiza procedimentos “facilitadores” como os chamados “bizus” e já tenham compreensão da questão conceitual que subjaz à situação. Expectativa: o professor espera que os alunos já compreendam o significado de “cortar os zeros”.

7.5 ANÁLISE DOS POSSÍVEIS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS NA AULA DA PROFESSORA MARIA

Esse tópico seguirá os mesmos parâmetros, quanto a organização e discussão, do tópico anterior. Portanto, abordamos situações que apontam na direção de obstáculos didáticos e, destacamos, quando relevantes, elementos contratuais da aula da professora Maria, nossa segunda professora observada. Ressalta-se que as categorias de análises que estão sendo tratadas neste tópico referem-se aos fatores obstaculizadores, que são: $FO1$-Determinismo, $FO2$- Reducionismo, $FO3$- Unicidade de abordagem, $FO4$- Isolamento curricular, $FO5$- Ilusão da equiprobabilidade (ver tabela completa na página 75).

A primeira situação da aula da professora Maria que chama atenção é a partir de uma fala sobre a aplicação da Probabilidade no ramo das apostas de jogos de futebol. Ao utilizar esse exemplo, Maria afirma para seus alunos que ao olhar a tabela do Brasileirão, referindo-se à tabela de resumo dos saldos de gols dos times em jogos anteriores, é possível "enxergar Probabilidade", observe a fala abaixo.

Quadro 33- Recorte 17 da aula da professora Maria

Professora Maria: Por exemplo, os jogos do Brasileirão. As plataformas, tem o Beta, num sei o que.. que você vai lá e aposta no time. Por exemplo, Cortinhas versus palmeiras, aí você olha a tabela do brasileirão, você enxerga probabilidade, dentro do que? Dentro dos saldos de gols.

Fonte: acervo da pesquisa

Embora a afirmação de Maria fazia referência aos saldos dos gols e que posteriormente ela comentou sobre ser uma situação que os fatores externos do jogo (bola, número de jogadores, entre outros) remetem à igualdade de condições para os times, ou seja, um espaço equiprovável, a escolha didática da Professora por afirmar que é possível enxergar Probabilidade na ação de olhar a tabela, pode levar o aluno à interpretação de que não haja necessidade de uma análise mais aprofundada para realizar previsões e tomar decisões baseadas nos conceitos probabilísticos em outros contextos. Por isso, essa situação pode direcionar a um $FO2$- **Reducionismo**.

Outro momento da aula se deu a partir da realização de um jogo. Esse jogo tratou do lançamento de dois dados e, ao orientar os alunos explicando as regras dos jogos, Maria utilizou o termo "chutar" para designar as ações dos alunos [14]no jogo, observe o excerto abaixo.

[14] Regra de contrato: a professora solicitou que os alunos realizassem chutes durante o jogo.

Quadro 34- Recorte 18 da aula da professora Maria

Professora Maria: Óh, ver só, qual é a ideia do jogo? É vocês tentarem... eu vou jogar o dado, os dois dados, óh, presta atenção, eu vou lançar esse dado duas vezes, certo? Aí aqui você vai chutar, você vai dar um palpite. Você vai dizer assim "ah, eu acho que a soma dos dois dados vai ser 6", quando eu sortear aqui, pá!, eu acho que vai ser 6, só que quando eu rodei deu 6.

Fonte: acervo da pesquisa

O termo utilizado por Maria não possibilita que o aluno pense em estratégias vencedoras a partir da análise das possibilidades. Essa situação também remete a indício da categoria $FO2$- **Reducionismo**, uma vez que não instiga na direção do refletir sobre o jogo, visto que os alunos, ao escutar a orientação da professora, tendem a seguir sem questionar, para não haver quebras da regra imposta pela professora. Dada a relevância dessa situação, ela será discutida com mais profundidade no tópico "Análise de episódios".

7.6 ANÁLISE DE EPISÓDIOS: OS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS A PARTIR DOS ELEMENTOS DIDÁTICOS CONTRATUAIS

Esse tópico tratará da análise de dois episódios ocorridos nas aulas observadas, um de cada professor participante, Lucca e Maria. A escolha dos episódios a serem discutidos se deu a partir de sua relevância quanto à relação entre os obstáculos didáticos e os elementos da relação didática contratual. Portanto, a análise irá transcorrer sobre momentos da situação didática que apontam na direção da emergência de um obstáculo didático que foi influenciada diretamente pela dimensão do contrato didático.

O primeiro episódio a ser analisado será a jogada do dado de papel ocorrido na aula do professor Lucca, o segundo episódio refere-se à utilização do termo "chute" utilizado pela professora Maria no momento de orientação das regras do jogo utilizado em sua aula. Destacamos que o recurso utilizado por ambos os professores foi o dado, Lucca recorreu a um dado de papel na intenção de realizar lançamentos e obter a face dois, virada para cima, já Maria utilizou dois dados de plástico para realizar lançamentos simultâneos.

Uma vez que prezamos pelo rigor ético da pesquisa, destaca-se que a análise dos episódios supracitados não resume a totalidade das aulas regidas pelos professores observados. Além disso, nossa discussão vai mais no sentido de apontar indícios, considerando a dimensão teórica da pesquisa, que revelam situações favoráveis à emergência de obstáculos didáticos, seja pelo planejamento da situação, ou seja, pela atuação didática sobre ela.

Para iniciar nossa discussão, foi feito um quadro comparativo destacando pontos relevantes nas aulas dos professores, como: como foi introduzida a aula, os exemplos e contextos abordados, os recursos didáticos utilizados e os conceitos discutidos. A abordagem comparativa das aulas objetiva abranger as discussões para compreender quais caminhos contratuais os professores percorreram (Quadro 35).

Quadro 35- Comparativo entre os caminhos didáticos traçados nas aulas de Lucca e de Maria.

	Professor Lucca	**Professora Maria**
Introdução ao conteúdo	Iniciou a aula exemplificando a partir da previsão do tempo e, em seguida, definiu Probabilidade como “o que você quer” dividido pelo “total que você tem”.	Iniciou o conteúdo pelo exemplo dos sorteios da loteria e das plataformas em apostas de futebol. Após isso, definiu Probabilidade como a chance de algo acontecer.
Conceitos discutidos	O professor não discutiu com os alunos a definição dos conceitos probabilísticos.	Definiu e discutiu os conceitos: espaço amostral, espaço amostral equiprovável, evento.
Exemplos e contextos abordados	Lançamento de uma moeda, lançamento de um dado, sorteio a partir do giro de uma roleta numérica.	Sorteios da loteria (mega da virada), sorteio simples considerando os alunos da sala, apostas em times de futebol, lançamento de uma moeda, lançamento de um e dois dados.
Recursos didáticos utilizados	Dado de papel, quadro branco, piloto e apagador.	Dados de plástico, um jogo analógico, quadro branco, piloto, apagador e quatro chocolates para premiação do jogo.

Fonte: Autoria própria

Pelo quadro comparativo acima, podemos ponderar algumas considerações relevantes. Em primeiro lugar, observa-se que os contextos utilizados nos exemplos abordados nas aulas de Lucca e Maria foram bem distintos, enquanto Maria optou por iniciar sua aula perguntando aos seus alunos sobre os sorteios da loteria e sobre as apostas de jogos de futebol realizadas nas plataformas digitais, Lucca se direcionou para o exemplo da previsão do tempo, também perguntando aos seus alunos se eles lembravam em ver esse fato nos telejornais. Mesmo distinguindo suas abordagens, os dois professores optaram por iniciar sua aula com situações que provavelmente fazem parte do cotidiano dos alunos, demonstrando uma expectativa sobre qual resposta os alunos lhe dariam.

Além da distinção entre os contextos abordados nos exemplos, Lucca optou por não definir nenhum conceito probabilístico, apesar de utilizá-lo nas resoluções dos exercícios propostos. A professora Maria, durante as discussões com seus alunos, conceituou espaço amostral, espaço amostral equiprovável e evento. A abordagem utilizada pelos dois professores foi a Probabilidade clássica, ou seja, onde a probabilidade é calculada a partir da divisão do número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis. Alguns aspectos da aula da professora Maria apontavam na direção da abordagem frequentista, como o exemplo com as apostas de jogos de futebol e a ideia do jogo realizado a partir do lançamento simultâneo de dois dados. Apesar disso, ela não citou essa abordagem e nem utilizou para realizar os cálculos dos problemas abordados.

Um fato que chama atenção é que Lucca e Maria utilizaram o mesmo recurso nas suas aulas, o dado. O dado é um recurso que marcou a história da Probabilidade, sendo os jogos que envolviam o seu lançamento o ponto de partida para as primeiras pesquisas que manifestaram o estudo dos conceitos probabilísticos (Viana e Silva, 2021). Além disso, também é um recurso comumente utilizado nos problemas propostos nos livros didáticos e pelos professores. Até os dias atuais é utilizado nas aulas de Probabilidade, sendo recorrente sua aparição nos livros didáticos da Educação Básica.

Nota-se que apesar de utilizar o mesmo recurso (o dado), Lucca optou por realizar lançamentos com o dado de papel e observar, com seus alunos, qual face ficava virada para cima, na esperança de um dos lançamentos ocorrer a face dois. Já Maria utilizou o lançamento de dado a partir da realização de um jogo que consistia nos jogadores (alunos) atribuir alguns palpites de quanto daria a soma dos pontos a partir dos lançamentos simultâneos de dois dados. Esse fato demonstra a variedade de caminhos que o professor pode traçar a partir de suas escolhas numa situação didática, apesar de utilizar recursos didáticos iguais ou semelhantes. Além disso, pode revelar aspectos sobre os conhecimentos desses professores em relação ao ensino de Matemática.

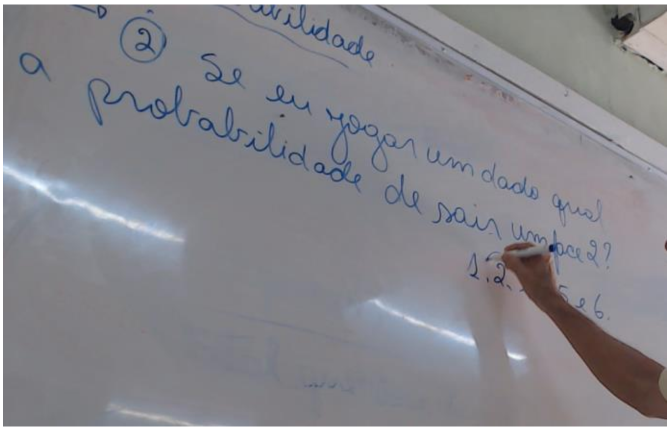
Portanto, temos aqui dois tipos de situações: 1. Situação didática propícia à emergência de obstáculos desde sua idealização; 2. Situação não propícia à emergência de obstáculos, mas que possibilitou esse surgimento a partir da escolha didática do professor durante sua execução. A primeira situação remete ao acontecimento na aula do professor Lucca e a segunda à aula da professora Maria. Discutiremos sobre isso com mais profundidade nas análises individuais dos episódios apresentados nos tópicos subsequentes.

7.6.1 Episódio 1: o lançamento do dado de papel

O primeiro episódio versa sobre um acontecimento da aula do professor Lucca: o lançamento de um dado de papel e a expectativa da saída da face dois cair virada para cima. Do quadro comparativo do subtópico anterior, observa-se que dentre os contextos escolhidos por Lucca nos exemplos e nas atividades encontra-se o lançamento de dados. Ou seja, esse experimento foi abordado pelo professor em diversos momentos da aula.

O acontecimento que retrata o episódio analisado se iniciou com a discussão da questão 2 (se eu jogar um dado, qual a probabilidade de sair a face 2?). Primeiramente, Lucca escreve no quadro os numerais 1, 2, 3, 4, 5 e 6 e aponta como todas as possibilidades de ocorrência para o lançamento de um dado de 6 faces. Apesar desse conjunto representar o espaço amostral do experimento, Lucca não o define em nenhum momento, como já debatemos em tópicos anteriores. Após escrever todos os numerais, ele circula o numeral 2, explicando ser aquela face solicitada pela questão.

Figura 20- Registro 1 do episódio 1



Fonte: acervo da pesquisa

Logo em seguida, Lucca dirige-se a sua mesa e pega um dado de papel, mostra aos seus alunos e realiza alguns lançamentos, verbalizando em tom alto todos os resultados obtidos. Pelas reações de Lucca em cada resultado, nota-se que existia a expectativa que a face 2 (dois) ficasse virada para cima, e isso não ocorreu. Observe o excerto abaixo.

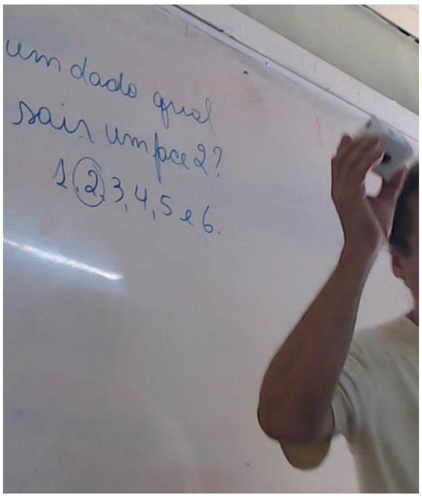
Quadro 36- Recorte 1 do episódio 1

Professor Lucca: Nós temos o número 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Mas ele quer que dê só o número 2. Ele gostaria de uma probabilidade de ser o número 2. Se você pegar esse aqui e jogar ele assim… - Deu 5, não deu 2 (*primeiro lançamento*); -Vamos ver agora, 6 (*segundo lançamento*); - 6 de novo, rapaz, esse dado tá viciado (*terceiro lançamento*).

Fonte: acervo da pesquisa

Da fala do professor Lucca, nota-se que ele chegou à seguinte conclusão após a realização de três lançamentos: o dado está viciado. Algumas questões podem ser lançadas para discussão a partir dessa fala: o número de lançamentos realizados por Lucca foi suficiente para chegar a essa conclusão? Partindo de todas as probabilidades possíveis a partir desse experimento (lançamento de um dado de 6 faces), será que a condução de Lucca frente à situação foi favorável à compreensão probabilística? De que modo os alunos podem ter associado a realização real do experimento ao resultado atribuído após a aplicação da fórmula clássica de Probabilidade?

Figura 21- Registro 2 do episódio 1



Fonte: acervo da pesquisa

Para a discussão do primeiro questionamento, voltaremos à análise dos fatores obstaculizadores da aula do professor Lucca. Entre os fatores categorizados destacados nas situações didáticas da aula de Lucca, temos a Unicidade de abordagem, ou seja, houve apontamentos em indicam que o professor optou por utilizar uma abordagem probabilística, a formal. Diante disso, as discussões trazidas por Lucca não perpassam pelo viés frequentista da Probabilidade. Contudo, a partir dos caminhos didáticos adotados pelo professor, os seus alunos não reconheceram outra forma de calcular probabilidade de um acontecimento se não a partir da abordagem clássica (número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis).

Portanto, a quebra da expectativa do experimento ocorrer com a realização de três lançamentos não possibilita que os alunos compreendam necessário lançar o dado um número suficiente de vezes para se obter o evento desejado, como elucidado pela lei dos grandes números (ver página 50). Ademais, apesar de Lucca optar por não utilizar a abordagem frequentista nas suas aulas, a escolha pela realização do experimento junto aos seus alunos tinha a potencialidade de explicar o significado da probabilidade encontrada pela fórmula clássica, e, além disso, compreender os graus de previsibilidade a depender da quantidade de casos possíveis do acontecimento.

Ainda assim, cabe a reflexão sobre a escolha de Lucca pelo lançamento do dado do papel. Ao realizar os lançamentos manualmente, é previsível, pelas probabilidades do lançamento de um dado de seis faces, que a face 2 não fosse cair virada para cima nos primeiros lançamentos. Era necessário lançar várias vezes, dedicando um tempo considerável da aula, para que realmente o evento ocorresse. A explicação desse fato se dá pela compreensão do objeto de estudo da probabilidade, o acaso, e, sobretudo, por ser um fenômeno aleatório, ou seja, quando produzido várias vezes sob as mesmas condições, produz resultados diferentes.

Outrossim, o recurso de Lucca era um dado de papel montado a poucos minutos, como relatado pelo próprio professor, o que não gera confiança em relação a estar ou não viciado, revelando que a situação planejada poderia não validar os pressupostos probabilísticos mesmo após a realização de um número de experimento suficientemente grande.

Dessa forma, a situação didática planejada pelo professor Lucca propiciava a emergência de obstáculos didáticos desde sua idealização. Visto que, além das compreensões que podem limitar o pensamento probabilístico dos alunos sobre os significados dos conceitos trabalhados em aula e até mesmo da fração encontrada como resposta de um problema de Probabilidade.

O não reconhecimento de uma visão frequentista, que é subsídio para a análise, reflexão e compreensão dos fenômenos de natureza aleatória e até mesmo para os significados das resposta numéricas encontradas a partir da substituição na fórmula clássica, tem a potencialidade de criar barreiras que obstaculizam o progresso do pensamento probabilístico, já que, os alunos não tiveram contato com outra forma de abordagem, tão pouco traçaram caminhos que deixam uma abertura para uma compreensão futura. Essa falta de interpretação probabilística parte dos próprios professores pela falta do “modo probabilístico de pensar”, como constatou Rufino e Silva (2019).

Em complementação a esse fato e realizando apontamentos em relação a fatores obstaculizadores como o Determinismo e a Unicidade de Abordagem, Lucca completa sua fala em relação ao lançamento do dado de papel e faz uma escolha: recorrer à aplicação na fórmula clássica de probabilidade e encontrar a fração desejada. Observe o recorte de fala abaixo.

Quadro 37- Recorte 2 do episódio 1

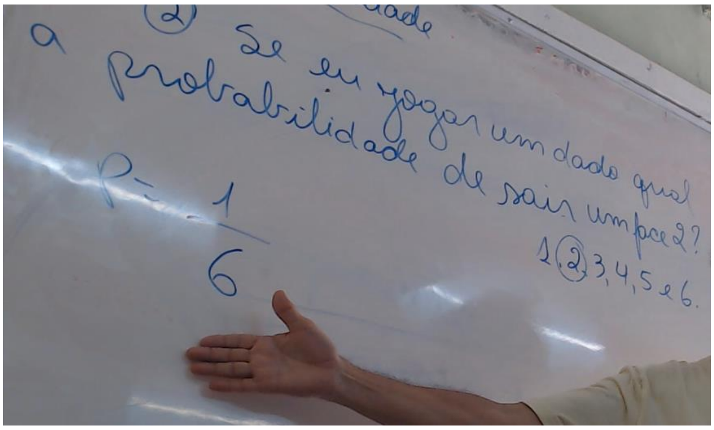
Professor Lucca: então observe que não é fácil não, aí acontece...vê como é fácil (*se volta ao quadro e começa a escrever a fração correspondente a probabilidade clássica*) as possibilidades, a probabilidade é o seguinte. Ele quer só o número 2, só tem 1. O número 2 só tem 1, e a quantidade são 6. Então, vai terminar aqui, óh, um sexto (*conclui a escrita da fração no quadro*).

Fonte: acervo da pesquisa

Quando Lucca argumenta "observe que não é fácil não" ele refere-se às tentativas de saída da face 2 (dois) quando lançou o dado de papel três vezes. Então, após ele concluir que o dado está viciado, ele completa afirmando que pelo foi observado ali, entende-se que não é fácil sair o que se deseja. Porém, quando se reflete a partir dos fundamentos probabilísticos sob as questões de aleatoriedade e acaso, não há razões para esperar a saída da face 2 (dois) nos primeiros lançamentos, mais precisamente, nos três primeiros.

Então, baseado nas explicações e argumentações de Lucca, compreende-se que para não ser considerado difícil, o evento desejado deveria sim ocorrer nos primeiros lançamentos, revisitando uma aleatoriedade explicada muito mais a partir da ideia de sorte e/ou azar. A resposta obtida a partir da substituição na fórmula, ⅙ (um sexto), significa que temos um caso favorável para um total de seis casos possíveis, mas, o que isso significa ao lançar um dado? Os argumentos atribuídos pelo professor não apontam para diretrizes que revelem respostas para interpretações probabilísticas reais, como, por exemplo: quais chances tenho na saída dessa face ao lançar esse dado? É muito provável ou pouco provável que saia essa face nesse lançamento? Se não sair o evento desejado nos primeiros lançamentos, há algo errado? O que significa ter ⅙ de chance, qual grau de previsibilidade isso revela?

Figura 22- Registro3 do episódio 1



Fonte: Autoria própria

Ademais, o tratamento probabilístico debatido a partir da noção de sorte e/ou azar é uma das grandes dificuldades encontradas pelos professores ao ministrar aulas de Probabilidade (Rodrigues e Soares, 2020). Além disso, as colocações cotidianas de termos como “aleatório” podem ser um dos fatores que interferem nas escolhas didáticas dos professores, já que comumente esse termo, por exemplo, é utilizado para explicar algo que ocorre de qualquer forma.

À vista disso, a atitude do professor Lucca fere a dimensão do acaso, indo muito mais ao encontro da ideia de sorte e/ou azar. Além disso, os obstáculos que subjazem essa situação didática têm uma relação intrínseca com a maneira que Lucca negocia a situação, do seu planejamento até a sua execução e interação com seus alunos.

Frente a essa situação e partindo da expectativa que os alunos têm em relação ao professor, ou seja, em confiar que as conclusão e as falas dele são fidedignas, percebemos que as compreensões geradas a partir da atitude de Lucca são: só é necessário lançar o dado três vezes, se não obter o resultado desejado, o dado está viciado; não há ligação entre a realização do experimento e a resposta numérica que pode ser encontrada ao aplicar na fórmula clássica; não é nada fácil realizar o experimento e esperar o evento desejado, é muito mais fácil recorrer diretamente à aplicação na fórmula clássica.

A negociação, elemento contratual da relação didática de Lucca e seus alunos frente ao saber Probabilidade, diz respeito à condução do professor na situação analisada. Quando Lucca cria a expectativa da saída da face 2 (dois), realiza três lançamentos, infere conclusões (por exemplo, o dado está viciado) e se volta ao quadro para recorrer à fórmula clássica enfatizando, assim como em outros momentos da aula, a facilidade dessa aplicação, ele negocia elementos dessa relação contratual.

Primeiramente, Lucca cria a expectativa, para ele e seus alunos, da saída da face 2 (dois) no lançamento do dado e recorre a argumentações que fere a dimensão do acaso quando há essa ruptura. Dessa forma, negocia com seus alunos que aquela maneira adotada não é nada fácil, mas, sim, a aplicação da fórmula clássica, que os alunos seguem e reproduzem nas outras questões, obstaculizando a evolução do pensamento probabilístico, com a imersão no determinismo matemático e a barreira formada para a interpretação probabilística, a abordagem de outras formas como a frequentista, bem como as relações entre as abordagens existentes.

7.6.2 Episódio 2: o jogo do “chute”

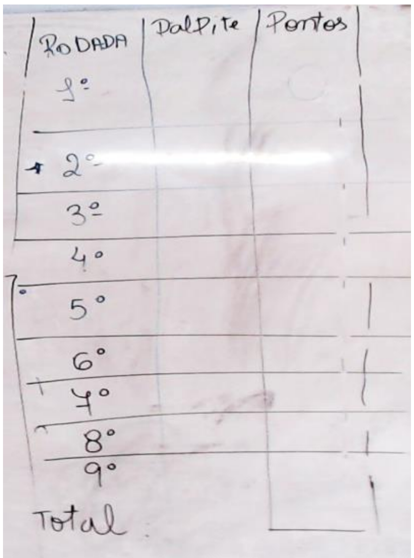
O acontecimento que será analisado com maior profundidade da aula da professora Maria é o momento da aplicação de um jogo, mais precisamente sobre a utilização do termo “chutar” durante a orientação da professora sobre as regras do jogo. Esse jogo refere-se aos lançamentos simultâneos de dois dados no qual os participantes (nesse caso, os alunos) deveriam dar palpites em relação ao número obtido ao somar os pontos dos dois dados correspondentes às faces que caíssem viradas para cima.

Figura 23- Registro 1 do episódio 2

Fonte: acervo da pesquisa

Maria incia a explicação do jogo utilizando um argumento que parece ser uma justificativa da presença do jogo na aula. Ela afirma para os alunos que essa etapa da aula é para “fixar melhor”, referindo-se à explicação do conteúdo dada nos minutos anteriores. Protamente, ela começa a copiar no quadro as regras do jogo e um quadro com três colunas (nomeados rodada, palpite e pontos) e onze linhas (referindo-se às nove rodadas do jogo, aos tíulos e a pontuação total), observe a imagem abaixo.

Figura 24- Registro 2 do episódio 2



Fonte: acervo da pesquisa

Logo após copiar todas as regras do jogo e o quadro, que solicitou que cada aluno copiasse em seus respectivos cadernos à caneta, a professora Maria começa a explicar a ideia do jogo. Nessa explicação ela utiliza o termo “chutar” para dizer qual ação os alunos deveriam fazer em cada rodada. Completou logo em seguida, afirmando que eles deveriam “dar um palpite” e ainda, ao exemplificar, utilizou a expressão “eu acho”, observe o recorte de fala abaixo.

Quadro 38- Recorte 1 do episódio 2

Professora Maria: óh, ver só, qual é a ideia do jogo? é vocês tentarem... eu vou jogar o dado, os dois dados, óh, presta atenção, eu vou lançar esse dado duas vezes, certo? Aí aqui você vai chutar, você vai dar um palpite. Você vai dizer assim “ah, eu acho que a soma dos dois dados vai ser 6”.

Fonte: acervo da pesquisa

Após essa explicação, surgem algumas dúvidas dos alunos, um deles questiona “o que? É para contar dos dois é?” e Maria responde “os dois, os dois somados”. Então, ela resolveu fazer uma rodada teste pedindo de alguns alunos um palpite e lançando os dois dados, observe no recorte abaixo.

Quadro 39- Recorte 2 do episódio 2

Professora Maria: ah, eu joguei os dados... chuta aí um palpite, diga aí. **Aluno C:** 6. **Aluno B:** 10. **Aluno D:** 9. **Aluna A:** 2. **Professora Maria:** Calma! Óh, 9, ele chutou 9, aí eu vou rodar aqui (*executa os lançamentos dos dois dados*). Rodei, aí caiu 2 e 1, deu quanto? **Alunos**: 3. (*alguns alunos respondem*) **Professora Maria:** 3! Dois e um dá 3!

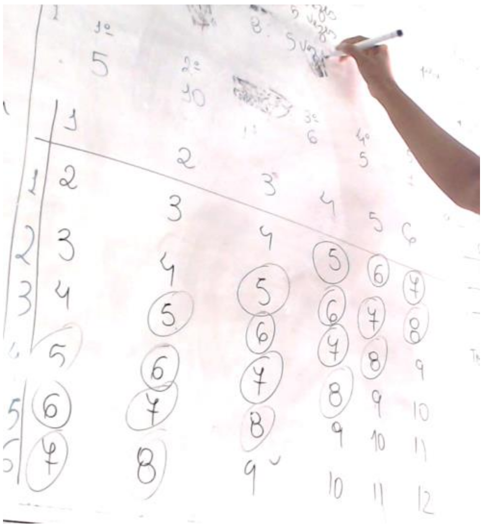
Fonte: acervo da pesquisa

A utilização da expressão “chutar” como em “aqui você vai chutar” ou “chuta aí um palpite”, não potencializa a criação de estímulos que proporcione a reflexão sobre estratégias do jogo na dimensão do pensamento probabilístico. Esse fato se dá porque o termo “chute” no sentido coloquial refere-se a tentativa de atribuição de uma resposta sem ter conhecimento do assunto.

Três fatos se alinham na perspectiva da emergência de obstáculo didático na especificidade dessa situação. O primeiro diz respeito à regra contratual que, na verdade, pode ser compreendida como uma regra de contrato pedagógico que é a relevância dos comandos do professor. Os alunos, geralmente, ao acreditarem na veracidade das informações trazidas pelo seu professor, seguem na direção determinada por ele. Logo, se o professor falou que ele deve chutar um palpite, é o que ele irá fazer, associando ao que ele conhece comumente ser um chute

O segundo fato refere-se à dimensão didática da relação contratual, a negociação. Como a professora Maria negocia à situação não contribui positivamente para gerar uma reflexão que desenvolva a forma de pensar vinculada à Probabilidade. O que ocorre é durante todo o jogo os alunos chutando os números referidos às somas e, após o término das rodadas, ela escreve o quadro com todas as possibilidades dentro as somas de pontos de dois dados de seis faces e questiona aos seus alunos qual número mais aparece dentro daquele quadro. Diante disso, vai circulando os números falados, fazendo contagem e escrevendo na parte superior do quadro. Observe a imagem abaixo.

Figura 25- Registro 3 do episódio 2



Fonte: acervo da pesquisa

O terceiro fato refere-se à colocação da ação de “chutar” em contextos probabilísticos. Essa situação pode ser associada as utilizações do termo “aleatório” discutidas na análise do episódio do professor Lucca. Da mesma forma que utilizar a expressão “aleatório” como forma de sorte ou azar não contribui para o desenvolvimento do pensar probabilístico e fere à dimensão do acaso, a expressão “chute” segue os mesmos caminhos, visto que, quando o aluno chuta uma resposta, sendo essa a regra explicada pela professora para a execução do jogo, ele não está sendo instigado a refletir sobre, nem associar os conceitos debatidos em aula com o que está sendo trabalhado no jogo.

Além disso, a expectativa criada por Maria ao apresentar o jogo aos seus alunos, revelada quando ela argumentou em sua fala “para fixar melhor”, pode não ter sido alcançada com a execução do jogo e sim com a apresentação do quadro final, como pode ser notado na fala de Maria na última rodada do jogo destaca no recorte abaixo.

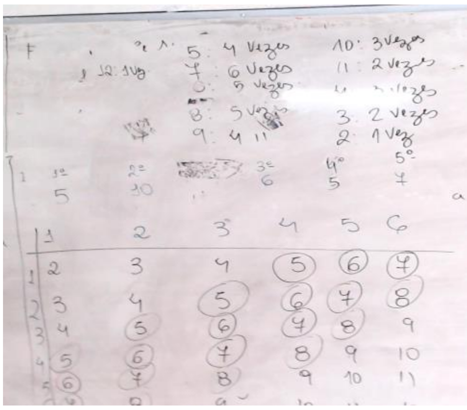
Quadro 40- Recorte 3 do episódio 2

Professora Maria: pessoal, a gente vai rodar mais uma vez, não fazer as nove rodadas, vou rodar mais uma vez, porque aí eu vou mostrar a vocês as chances. Quem teria mais chances? a gente vai montar um quadrinho para a gente ver!

Fonte: acervo da pesquisa (2023)

Após realizar a última rodada e escrever o quadro de possibilidades na lousa, ela explica que aqueles números se referem à soma dos pontos dos dados, argumentando “aqui estão todas as probabilidades do que poderia acontecer. Não é somar? Aí, óh, 1 mais 1 dá 2, 1 mais 2 dá 3”. A partir desse momento, ela faz os questionamentos da quantidade que o número se repete no quadro e quando acaba de escrever todas as contagens, se dirige aos alunos com perguntas do tipo “qual número apareceu mais?”, “quem tinha maior probabilidade de acontecer?”, “quem é que tem menos?”.

Figura 26- Registro 4 do episódio 2



Fonte: acervo da pesquisa

A situação didática planejada e vivenciada por Maria era potencialmente boa em relação ao desenvolvimento do pensamento probabilístico, mas, as escolhas realizadas pela professora frente à situação demonstram indícios de caminhos que levam a emergir obstáculos. Isso ocorre quando a situação, apesar de apresentar um bom planejamento e ter a potencialidade de contribuir para a compreensão de Probabilidade, não o faz a partir das escolhas realizadas pelo professor ao conduzir a situação. Nesse caso, foram as falas da professora Maria que orientaram seus alunos muito mais no sentido do jogar por jogar, do que por argumentos que instigassem eles a pensar, analisar e refletir sobre.

7.7 OS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS A PARTIR DA RELAÇÃO DIDÁTICA CONTRATUAL

Diante das análises realizadas, compreende-se que o obstáculo didático emerge no momento em que o professor negocia situação didática com o aluno e fere a dimensão epistemológica do saber. Ademais, a situação pode começar a se encaminhar para o surgimento de um obstáculo a partir do momento em que o professor idealiza a situação, ou seja, no ato do planejamento, como observamos no episódio 1. Ou, pode ser uma situação potencialmente boa para o desenvolvimento do pensamento probabilístico, mas que as escolhas didáticas do professor diante da situação (fala, gestos, atitudes, entre outros) vão muito mais na direção da emergência de obstáculos, como no episódio 2.

Apesar dos professores observados tomarem caminhos metodológicos diferentes frente à distinção de suas escolhas didáticas, ambos utilizaram o mesmo recurso em suas aulas, o dado. Então, planejaram e criaram situações que apontam para caminhos que possibilitam à emergência de obstáculos didáticos, podendo ser identificados no seu planejamento ou na sua execução.

Ressalta-se que os obstáculos destacados no episódio 1, ocorridos na aula do professor Lucca, diz mais respeito à falta de identificação e compreensão de outras formas de abordagem probabilística, como a frequentista. Além disso, destaca-se que a situação não potencializou a atribuição de sentido à fração encontrada a partir da substituição na fórmula clássica de Probabilidade, a compreensão dos graus de previsibilidade, do acaso e do conceito de aleatoriedade.

A situação da professora Maria, episódio 2, abordada a partir da aplicação de um jogo, tinha a potencialidade de estimular a reflexão sob a dimensão probabilística, mas, durante sua execução foi utilizado a expressão "chutar", o que não contribui para a compreensão do que é aleatório sob um contexto probabilístico e não instiga o pensar diante da orientação da professora. O que pontua a questão de os alunos só associarem o saber probabilístico quando ao final do jogo, quando a professora constrói o quadro e explica às possibilidades de soma.

Diante dessas questões, compreendemos haver uma ligação intrínseca entre os obstáculos didáticos e o contrato didático. Podendo ter a ocorrência da emergência desses obstáculos em diversos pontos da situação didática, desde sua idealização até sua finalização.

Além disso, observamos que as atitudes dos professores que podem criar obstáculos didáticos se revelam muito mais nas negociações do contrato didático, mas que também podem ocorrer sob outros aspectos contratuais como nas expectativas, regras e renegociações, já que é a partir dessa relação entre professor, aluno e saber que se constrói as situações didáticas e seus fenômenos.

Outrossim, assim como o contrato didático ocorre sobretudo na dimensão implícita da situação didática, são nessas entrelinhas que os obstáculos didáticos emergem. Ao refletir sobre essa questão, pensamos que esses obstáculos possuem uma forte ligação com a epistemologia do saber, primordialmente quando há uma ruptura epistemológica que permite a imersão em outra extensão do pensamento matemático, como é o caso da Probabilidade.

Ainda sobre esse fato, e considerando os obstáculos epistemológicos e didáticos já identificados no saber probabilístico que já foram discutidos nessa pesquisa, assim como os resultados dela, alguns apontamentos parecem ser relevantes. Em princípio, considera-se as marcas de contratos dos professores como um dos fatores diretos às escolhas didáticas desde da idealização à execução da situação didática, portanto, um dos aspectos que podem estar diretamente ligados à emergência de obstáculos.

Outro ponto a ser colocado e retomando à ideia de ruptura epistemológica é sobre a influência da epistemologia do saber probabilístico. A compreensão de uma Matemática puramente exata e determinística é um ponto reforçado desde os primeiros anos da Educação Básica. À associação ao cálculo, à resposta numérica e não interpretativa, a atribuir a resposta correta, mas não questionar, refletir e analisar sobre são pontos que divergem totalmente da compreensão da essência da Probabilidade. Portanto, os próprios aspectos epistemológicos, ou podemos dizer os obstáculos epistemológicos emergidos a partir da necessidade dessa ruptura, são pontos que estão inerentes aos obstáculos didáticos e, portanto, aspectos a serem revisitados na tentativa de superação dos fatores obstaculizadores.

Dessa forma, compreendemos que o que identificamos aqui sobre a relação do contrato didático e dos obstáculos didáticos é permeada por uma série de influências que envolvem fenômenos que, de alguma maneira, fazem parte da situação didática. Portanto, podemos destacar as experiências anteriores do professor com o saber, as marcas de contratos didáticos anteriores, a necessidade de ruptura epistemológica e os obstáculos epistemológicos marcados na história.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa objetivou analisar de que forma a relação contratual pode influenciar no surgimento de obstáculos didáticos no ensino de Probabilidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental, mais especificamente no 9° Ano. Para tanto, o presente estudo contou com a participação de quatro professores de Matemática de uma escola pública do Município de São Lourenço da Mata-PE utilizando entrevistas semiestruturadas e observações de aulas.

As duas noções teóricas que embasaram essa pesquisa foram frutos dos estudos do teórico francês Guy Brousseau, uma referência da Didática da Matemática, que se dedicou à compreensão dos fenômenos emergentes de uma situação didática, dentre eles, o contrato didático e os obstáculos didáticos, que formam a base do presente estudo.

Portanto, compreendemos o contrato didático como o regulador do funcionamento de uma situação didática que estabelece os papéis do professor e do aluno na gestão de um saber, nesse caso, o saber matemático. Esse contrato se revela nas regras, negociações, expectativas e rupturas que ocorrem sobretudo de forma implícita e por vezes, principalmente nos momentos de rupturas, de forma explícita.

No que diz respeito aos obstáculos didáticos, compreendemos como dificuldades que impedem a evolução do conhecimento e que são provocadas por ações do professor dentro da situação didática. Os argumentos utilizados, as escolhas didáticas, a abordagem escolhida e as atitudes frente às dificuldades são aspectos que podem contribuir para a emergência de obstáculos didáticos.

Em vista disso, a presente pesquisa focaliza na compreensão da relação desses dois fenômenos, visto que, acreditamos que é nas atitudes do professor dentro do contrato didático que podem ser revelados fatos que indicam a potencialidade de tornar-se um obstáculo e dificultar os processos de aprendizagem.

Diante do exposto, os dados foram construídos pela realização de três etapas: mapeamento dos possíveis obstáculos didáticos na Probabilidade, segundo trazem as últimas pesquisas, e a elaboração de categorias a priori; realização de entrevistas semiestruturadas com todos os professores participantes da pesquisa; observação das aulas de dois professores participantes, sendo escolhidos aqueles que lecionavam no 9° ano do Ensino Fundamental.

O mapeamento realizado pela revisão de literatura realizada nas principais fontes de pesquisas revelou que dentre os principais aspectos que podem ser traduzidos em forma de obstáculo na Probabilidade, encontra-se: a crença da exatidão e do determinismo matemático; a aplicação de recursos didáticos que não exploram a Probabilidade em sua totalidade; a exploração de apenas uma abordagem probabilística para a conceptualização e resolução de problemas; a abordagem de uma Probabilidade descontextualizadas e dissociada das outras áreas de conhecimento; a perspectiva que enxerga todo e qualquer problema probabilístico à igualdade da Probabilidade de todos seus pontos amostrais.

Essas dificuldades que se configuram em obstáculos formaram as categorias de análise que denominamos fatores obstaculizadores, são esses: determinismo, reducionismo, unicidade de abordagem, isolamento curricular, ilusão da equiprobabilidade. Tais categorias formaram o caminho para análise das aulas observadas, terceira etapa da pesquisa.

Nessa mesma etapa, porém, focada na perspectiva para a análise de contrato didático, outras categorias de análise direcionaram a observação, o que denominados elementos contratuais, foram esses: expectativas, negociações, regras, rupturas, renegociações e efeitos. Esses conceitos foram definidos a partir dos estudos de Brousseau (1983).

A segunda etapa da pesquisa constitui-se a partir da realização de uma entrevista semiestruturada com os quatro professores participantes do estudo. Essa entrevista foi dividida em três partes: o perfil profissional e acadêmico; o conhecimento matemático sobre a Probabilidade; as concepções sobre o ensino de Probabilidade.

A partir das respostas atribuídas quando questionados “o que é a Probabilidade?”, os professores tiveram respostas que diferiram em alguns aspectos. Um dos professores respondeu acreditar que a Probabilidade é a chance de ocorrência, o outro professor acredita que a Probabilidade se refere às condições de utilização do espaço amostral, o terceiro professor definiu a Probabilidade a partir de sua abordagem clássica, afirmando ser uma divisão, já o quarto professor considera a Probabilidade como a tentativa.

Ao serem questionados os conceitos relevantes dentro do campo Probabilístico, elencamos de cada resposta atribuída um termo destaque, são eles: espaço amostral, toda Análise Combinatória, amostra, pergunta. Os termos “toda Análise Combinatória” e “pergunta” chamam atenção pois, pode inferir-se as seguintes considerações, respectivamente: o campo da Probabilidade ser inteiramente relacionado com outro campo matemático, reduzindo as particularidades de ambos; o recurso metodológico, nesse caso, a pergunta, ser definido como conceito mais importante em detrimentos a todos aspectos da Probabilidade.

Em relação à forma como os professores participantes organizam e trabalham a Probabilidade em uma situação didática, também foram obtidas respostas bem divergentes na entrevista. O primeiro professor participante afirmou que trabalha mais com o visual e com jogos, utilizando o exemplo de uma caixa de bolas coloridas. Já o segundo professor afirmou utilizar a Probabilidade na prática, estabelecendo relações com conhecimento que os alunos já possuem. O foco do terceiro professor participante foi a resolução de questões, justificando com o fato de acreditar que o conceito é ensinado ao resolver questões. O quarto e último professor participante afirmou que sempre começa pela pesquisa para a realização de seu planejamento, após isso verifica o nível do aluno e aborda uma Probabilidade do dia a dia.

Os professores, os quais foram observadas suas aulas, foram nomeados de Lucca e Maria, professor participante IV e I, respectivamente. Cada professor escolheu trabalhar o conteúdo em duas aulas com 50 (cinquenta) minutos cada. De acordo com Lucca, esse tempo era suficiente para seu planejamento, já Maria relatou utilizar duas aulas por causa do tempo curto que deveria ser dedicado aos últimos conteúdos do ano letivo, haja vista as avaliações externas e internas da escola campo.

As primeiras aulas observadas foram do professor Lucca e todos os elementos contratuais elencados como categorias de análise foram identificados. A expectativa foi um dos primeiros elementos a serem observados, dentre elas podemos destacar a fala do professor, reforçada em vários momentos da aula, sobre a Probabilidade ser um assunto fácil. Esse fato demonstra que o professor tenta cativar seus alunos apontando que o processo será tranquilo, visto que, existe barreira cultural histórica que indica a dificuldade da Matemática.

Outros momentos apontam em direção à expectativa criada na relação didática de Lucca e seus alunos, como a existência de uma resposta que o professor espera que seus alunos saibam, e os alunos que sempre esperam responder o que o professor deseja. Esse fato se revelou, por exemplo, na simplificação com frações, na transformação de um número decimal para sua forma percentual e no conhecimento sobre número primos, divisores e múltiplos.

Algumas regras contratuais observadas na aula do professor Lucca podem ser estabelecidas também na sua dimensão pedagógica. Por exemplo, nota-se que o professor opta por uma organização que parte da definição e, após isso, recorrer aos exemplos e aplicações. Essa forma de organizar a situação didática se repete em muitas aulas não só apenas na Matemática, mas em outras disciplinas, podendo ser compreendida como uma regra pedagógica contratual.

Sobre essas regras contratuais, podemos elencar algumas que demarcaram a aula do professor Lucca: o professor só aceita a resposta atribuída a um problema de Probabilidade em forma percentual se esse for solicitado pelo mesmo; a preferência, criada pelo professor, em trabalhar em conjunto com sua turma, em detrimento a uma relação dual professor-aluno; a promessa de não haver “muito cálculo” no conteúdo a ser lecionado.

Uma das rupturas identificadas na aula do professor Lucca revelou uma marca de contrato. Como já identificada que a relação contratual envolve, por vezes, um trabalho dual professor-aluno, os alunos solicitaram a ajuda do professor em um dos momentos da aula. Essa cena revela algo além das tensões geradas por essa ruptura, uma marca de contrato didático, criada a partir da expectativa do aluno por uma relação mais particular com o professor.

Todos esses elementos contratuais também foram identificados em momentos das aulas da professora Maria. A princípio, Maria negocia a contribuição dos seus alunos na aula para a contemplação do tempo planejado para a aula. Ao conduzir a discussão com seus alunos, Maria realizava questionamentos para a construção de ideias e a compreensão dos exemplos apresentados. Esse fato que pode ser identificado como uma negociação, também gera uma expectativa em ambos os elementos humanos na relação didática (professor e aluno), visto que, é a partir das respostas atribuídas pelos alunos que Maria reorganiza ou não a condução da aula.

Outros elementos contratuais foram observados da aula da professora Maria, em especial no momento final no qual foi utilizado um jogo. A expectativa em relação ao jogo foi revelada na primeira fala de Maria nesse momento final, ela afirmou que o jogo iria servir para fixar melhor o que foi discutido. Esse mesmo argumento pode ter gerado expectativa nos alunos já que há possibilidade em acreditar-se ser um jogo dinâmico e participativo. Ainda nesse momento, Maria negociou outros aspectos com seus alunos, como a distribuição da premiação do jogo e a forma como deveria ser conduzida as jogadas.

Na mesma etapa da pesquisa, observação da aula, as análises também foram direcionadas para a identificação de situações que se destacaram no apontamento da emergência de obstáculos didático. Nesse momento também foram pontuados elementos contratuais que ficaram mais evidentes e que poderiam se relacionar com a situação obstaculizadora.

Nas aulas do professor Lucca, todos os fatores obstaculizadores, descritos como categorias de análise, foram identificados. Dentre outros aspectos, Lucca optou por utilizar apenas a abordagem clássica da Probabilidade, não relacionou os conceitos Probabilísticos com outras áreas do conhecimento e se limitou a explorar experimentos probabilísticos equiprováveis.

Um novo fator obstaculizador foi identificado nas aulas de Lucca, visto que, ele não explica o conceito de espaço amostral, apesar de utilizar o conjunto para a resolução das questões. Essa escolha didática de Lucca aponta na direção de possíveis erros associados aos sentidos atribuídos às previsões, visto que, a compreensão de um problema e dos conceitos probabilísticos se inicia pela análise das possibilidades do experimento. Denominamos esse fator de “a não descrição do espaço amostral”.

Na aula da professora Maria foram identificadas poucas situações que apontavam para a emergência de obstáculos. Uma delas diz respeito a utilização da expressão “você enxerga a

Probabilidade” ao exemplificar a tabela de saldo de gols utilizada nos campeonatos de futebol. Essa situação pode direcionara um Reducionismo, uma vez que o aluno pode ser conduzido a pensar que não há necessidade de uma análise mais aprofundada para realizar previsões e tomar decisões.

Os obstáculos didáticos identificados nas aulas observadas condizem com o mapeamento e categorização a priori, realizados na primeira etapa da pesquisa, ou seja, apontam que as dificuldades reveladas pelas pesquisas, que se perduram por anos, ainda existem. Esses fatores que obstaculizam o saber demonstram a dificuldade no entendimento no “modo probabilístico de pensar” que exige a desconstrução da exatidão atribuída a Matemática na totalidade de todos seus campos.

Após as análises dos elementos didáticos contratuais e dos fatores obstaculizadores, foram elencados dois episódios, dados suas relevâncias, a serem analisados em sua profundidade para estabelecer a relação entre esses dois fenômenos, ou seja, momentos da situação didática que apontam para a emergência de obstáculos didático e que foram influenciados diretamente pela dimensão didática contratual.

O primeiro episódio analisado se denominou “lançamento do dado de papel” e ocorreu na aula do professor Lucca. Nesse episódio, além de demonstrar o não reconhecimento de uma visão frequentista, reforçou o determinismo matemático no momento em que o professor realiza apenas três lançamentos, afirma que o dado está viciado, e se direciona para a fórmula clássica, afirmando ser mais fácil.

A escolha didática de Lucca, suas falas e atitudes, associados à confiança que os alunos possuem nos argumentos do ser professor, tem a potencialidade de ferir o acaso, reduzindo os conceitos probabilísticos à ideia de sorte e/ou azar. Os obstáculos e o contrato didático se interceptam no momento que o professor negocia a situação, do seu planejamento até sua execução.

O segundo episódio, ocorrido na aula da professora Maria, foi denominado “o jogo do chute” e refere-se à orientação dada pela professora em relação ao jogo apresentado. Nesse caso, ao negociar o momento do jogo com os alunos e explicar como iria ocorrer as rodadas, Maria afirmou que eles deveriam “chutar” quanto seria a soma encontrada nos lançamentos simultâneos de dois dados. O que ocorreu é que se os alunos realmente chutassem em todas rodadas, seguindo orientação da professora, não iria haver a necessidade de refletir sobre e procurar as aplicações probabilísticas no jogo.

A forma como Maria planejou a situação tinha uma boa potencialidade em relação ao desenvolvimento do pensamento probabilístico, mas, pelas escolhas didáticas tomadas no decorrer da situação, levaram a caminhos que levam a emergir obstáculos de natureza didática. Já no episódio da aula do professor Lucca, relatado acima, desde seu planejamento demonstraram indícios de equívocos e, consequentemente, a emergência de obstáculos.

Além disso, podemos levantar uma reflexão sobre a diferença do perfil profissional de Lucca e Maria. Apesar de ambos possuírem licenciatura em Matemática, Lucca se formou há 30 (trinta) anos, e Maria há apenas 1 (um) ano. Esse mesmo período corresponde às experiências de atuação como docente na Educação Básica. Enfatizar esse ponto de reflexão é relevante visto que podemos trazer questionamentos sobre a mudança, ou não, nos cursos de formação de professores de Matemática. Para além disso, essa discussão versa sobre o currículo desses cursos, assim como o da Educação Básica, e sobre a falta de inovação das práticas pedagógicas das aulas de Matemática.

Das análises realizadas na presente pesquisa, compreendemos que a relação contratual didática explica aspectos dos processos de ensino e de aprendizagem, também comporta explicações sobre as nuances que provocam as dificuldades e melhorias desses processos. A respeito dessas dificuldades, podemos afirmar que muitos se configuram em obstáculos didáticos, por emergir a partir da condução do professor na situação didática.

Dessa forma, essa pesquisa relatou momentos de situações didáticas em turmas da última série do Ensino Fundamental reveladores de dificuldades no processo de ensino que podem se refletir na aprendizagem em relação ao saber Probabilidade. Dito isso, os obstáculos didáticos e os elementos de uma relação didática contratual possuem uma relação relevante dentro da sala de aula, visto que, é necessário descobrir as raízes das dificuldades para encontrar as melhores soluções.

Outrossim, como o foco dessa pesquisa se deu a partir do contrato didático, mas, sobretudo, no processo de ensino, e demonstrados os resultados discutidos, faz-se necessário elencar alguns pontos. Os processos formativos, seja ele inicial e/ou continuado, ainda são escassos e pontuais, revelando que a cultura da Matemática determinística e a configuração cultural das situações nessa área, são frutos dessa falta de informação e conhecimento, retiradas do professor em seu devido direito.

Aliados a esse fato, refletimos sobre a formação do discente colocando as habilidades colocadas pelos documentos educacionais norteadores versus o processo de ensino e de aprendizagem real que ocorre nas salas de aula brasileiras. O conhecimento comprometido, em particular o desenvolvimento do pensamento probabilístico, quando observamos que na última série do Ensino Fundamental, ponto de partida para a nova etapa de Ensino, o Ensino Médio, os alunos não conseguem refletir sobre os significados de um problema probabilístico, tomar decisões baseado nos graus de previsibilidade e, até mesmo, compreender que a Probabilidade não se resume a divisão.

Logo, como identificamos nessa pesquisa, é necessário refletir sobre a forma como o professor negocia a situação didática para que essa não seja provocadora da emergência de obstáculos. Além disso, ao compreender que esses elementos contratuais são marcados pela experiência do professor, como discente e docente, há a necessidade de descontruir e recontextualizar o saber matemático.

Esse estudo deixa espaço para pesquisas futuras que poderão observar esse trabalho sob outras óticas, apresentando novos caminhos como, por exemplo, na exploração de outros fenômenos provenientes do sistema didático, que não foram possíveis de serem contemplados visto o tempo destinado a um mestrado e ao foco pré-determinado para realização dessa pesquisa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, C.; FARIAS L. **Uma análise do conceito de probabilidade nos livros didáticos no ensino médio a luz da teoria antropológica do didático**. I Simpósio Latino-americano de Didática da Matemática. Bonito- MS: [s. n.]. 2016.

ALMEIDA, F. **O Contrato Didático e as organizações matemáticas e didáticas: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita**. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. **Épistemologie et didactique**. Paris: IREM Paris VII, 1989.

BACHELARD, G. **A Formação do Espírito Científico**. Rio de Janeiro: Contraponto,1996.

BADIZÉ, M.; JACQUES A.; PETITPAS M.; PICHARD J**. Le jeu du franc-carreau – une activité probabiliste au Collège**. Rouen: IREM de Rouen, 1996.

BARUK, S. **L'âge du capitaine**. Paris: Eds. Seuil, 1985.

BECKER, F. **A Epistemologia do Professor.** Petrópolis: Vozes, 2001

BORBA, R.; SOUZA, L.; CARVALHO, J. DESAFIOS DO ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA DE COMBINATÓRIA, ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, [*S. l.*], v. 9, n. 1, 2018.

BOSCH, M.; GÁSCON, J. **25 años de transposición didáctica.** In: Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la 68eoria antropológica de lo didáctico (TAD) / L. Ruiz-Higueras et. Al.; Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>. Acesso em: março de 2022.

BRASIL. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/ SEB- Secretaria de Educação Básica, 2006.

BRASIL. PCN+ Ensino Médio: **Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC- Ministério de Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 244 pp, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC,1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemáticas (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: SEF/MEC,1998.

BRITO MENEZES, A. **Contrato Didático e Transposição Didática: Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação à Álgebra na 6º Série do Ensino Fundamental.** Tese de Doutorado – Programa de Pós Graduação em Educação – UFPE. Recife. 2006.

BROUSSEAU G. **Á propôs d'ingénierie didactique**. Universidade de Bordeaux I, IREM. [Documento datilografado], 1982.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherche en didactiques des mathématiques**, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, G. **Fundamentos e Métodos da didáctica da Matemática**. In: Jean Brun. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistemologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 4, n. 2, p. 165- 198,1983.

BROUSSEAU, G. **Le contrat didactique: l'enseignant, l'élève et le milieu. In. Théorie des situations didactiques**. França: Editions La Pensée Sauvage. 295-327, 1998.

BROUSSEAU G. **Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire**. Revue de laryngologie, otologie, rhinologie. 101, 3-4, 107- 131, 1980.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao Estudo da Teoria das Situações Didaticas:** Conteúdos e Métodos de Ensino / Guy Brousseau; Apresentação de Benedito Antonio da Silva; Consultoria Tecnica de José Carlos Miguel; [Tradução Camila Bogea].– São Paulo: Ática, 2008.

BRUM, W.; SILVA, S. Obstáculos no Ensino de Matemática: o posicionamento de professores de matemática sobre a fonte de obstáculos durante a apresentação do tema probabilidade. **Itinerarius Reflectionis**, [*s. l.*], v. 11, n. 1, p. 1-23, 2015.

CALABRIA, A.; CAVALARI, M. Um passeio histórico pelo início da Teoria das Probabilidades. **X Seminário Nacional de História da Matemática**, Campinas, 2013.

CARDEÑOSO, J.; GODED, P**. Las Concepciones del los Profesores de Primaria ante el Conocimiento Probabilístico: el Implicaciones para su Formación**. Revista de Educación de la Universidad de Granada, v. 17, p. 11-35, 2004.

CASTRO C.; LOCATELLO S.; MELONI G. **II problema dela gita**. Uso dei dati impliciti nei problemi di matemática. La matemática e la sua didattica. 2, p. 166-184, 1996.

CAMILO, A.; AlVES, F.; FONTENELE, F. Uma abordagem acerca das principais teorias presentes da Didática da Matemática. CONTRAPONTO, Blumenau, v.2, n.2, jan/jun 2021.

CAVALCANTE, J. **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do Didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na Licenciatura em Matemática.**Tese (Doutorado em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE, Recife, 2018.

CAVALCANTE, J.; LIMA, A.; ANDRADE, V. O ensino de probabilidade na licenciatura em matemática: considerações para um modelo epistemológico de referência. **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.23, n.1, p. 58-78, 2021.

CHARNAY, R. **Aprender (com) a resolução de problemas em Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas**. – In: PARRA, C; SAIZ, I (orgs.). Didática da matemática: Reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, p. 36-47, 1996.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

CHEVALLARD, Y. **La Transposition Didactique: Du Savoir Savant au Savoir Ensigné.** Grenoble, La pensée Sauvage, 1991.

CHEVALLARD Y**. La transposition didactique**. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1985.

CHEVALLARD, Y. **Esquisse d'ne théorie formelle du didactique**. 1988.

CORRÊA, M. **O conhecimento profissional e a abordagem do Ensino de Probabilidade: um estudo de caso**. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. São Paulo: Pontifíca Universidade Católica de São Paulo, 2010.

COUTINHO, C. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, São Paulo, v. 2, n. 1, p. 50-67, 2007.

COUTINHO, C. **Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da probabilidade e da estatística na escola básica**. 1. Ed. Campinas-SP: Mercado de Letras, 2013 (Coleção Educação Estatística).

CURY, H. **Análise de Erros**: **o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. 2. Ed. [*S. l.*]: Autêntica Editora, 2013. 139 p.

CURY, H. **Concepções e crenças dos professores de matemática: pesquisas realizadas e significado dos termos utilizados**. In: Bolema. V. 12, n. 13, 1999.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática*:* da teoria à prática**. 23ª ed. Campinas: Papirus, 2012.

D´AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

ELOI, Q.; ANDRADE, V. Relações entre o Livro Didático e o Contrato Didático: a proposição do Contrato Didático Potencial. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 231- 252, 2020.

FILLOUX, J. **Du contrat pédagogique**. Paris: Dunond, 1974.

FONSECA, J.; MARTINS, G. **Curso de Estatística**. 6. Ed. São Paulo: ATLAS S.A., 2011. 320 p.

GÁLVEZ, G. **A didática da matemática.** [In] Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas / Cecilia Parra... [et. Al.]; Porto Alegre: Arte médicas, 1996.

GARCEZ, A.; DUARTE, R.; EISENBERG, Z. **Produção e analise de viogravações em pesquisas qualitativas**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 37, n.2, p.249-262, maio/ago. 2011.

GIL, A. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** 5ª edição. São Paulo: Atlas, 2017.

GIL, A. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 6ª edição. São Paulo: Atlas, 2008.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: Como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais.** 8ª edição. Rio de Janeiro: Record, 2004.

GIORDAN A.; DE VECCHI G. **Les origines du savior. Neuchâtel**: Delachaux et Niestlé, 1987.

GOMES, M. Obstáculos Epistemológicos, Obstáculos Didáticos e o Conhecimento Matemático nos Cursos de Formação das séries iniciais do Ensino Fundamental. **Contrapontos**, Itajaí, n. 6, p. 423- 437, set/dez 2002.

HAZZAN, S. **Fundamentos de Matemática elementar, 5**: Combinatória e probabilidade. 3ª edição. São Paulo: Atual, 1977.

HENRY M**. L'enseignement des probabilités – perspectives historiques, epistémologiques et didactiques**. Besançon: IREM de Besançon, 1994.

HENRY, M. **Évolution de l'enseignement secondaire français en statistique et probabilites**. Statistique et Enseignement, v. 1, n. 1, p. 35-45, 2010.

IGLIORI, S. **A noção de "obstáculos epistemológico" e a Educação matemática**. 1997.

JOHSUA, S. **Introducion à la Didactique des Sciences et des Math**. Paris: puf, 1993.

JONNAERT, P. À propos du contrat didactique! In: **Cahiers de Recherche en Éducation.** Vol. 1, nº 2, pp. 195-234. Éditions du CRP, Sherbrooke, 1994.

JONNAERT, P.; BORGHT, C. **Criar Condições Para Aprender***:* O Sócio Construtivismo na Formação de Professores/Philippe Jonnaert e Cécile Vander Borght; Trad. Fátima Murad. – Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

JULIANELLI, J. Curso de Análise Combinatória e Probabilidade: aprendendo com a resolução de problemas. Ciência Moderna, 1 ed., 208p, Rio de Janeiro, 2008.

OLIVEIRA JÚNIOR, A.; PRATA, A.; NETO, G. Estratégias de ensino de Probabilidade a partir da Geometria para alunos do Ensino Médio. *In*: Coutinho, C. **Discussões Sobre O Ensino E A Aprendizagem Da Probabilidade E Da Estatística Na Escola Básica**. 1. Ed. São Paulo: Mercado de Letras, 2013.

LAPLACE, P**. Ensaio Filosófico sobre as Probabilidades**. Tradução, introdução e notas por Pedro Leite de Santana. Versão com Elogio Histórico de Laplace por Joseph Fourier. Rio de Janeiro: Editora Contraponto (PUC-Rio), 2010.

LOPES, C. A probabilidade e a estatística no currículo de matemática do ensino fundamental brasileiro. **Anais da Conferência Internacional: Experiências e Perspectivas do Ensino de Estatística**, p. 167-174, Florianópolis, 1999.

LOPES, C.; MEIRELLES, E. O desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística. **XVIII ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA - LEM/MECC/UNICAMP**, [*s. l.*], 2005.

LOPES, C.; MENDONÇA, L. Prospectivas para o estudo da Probabilidade e da Estatística no Ensino Fundamental. **VIDYA**, Santa Maria, v. 36, n. 2, p. 293- 314, 9 jul/dez. 2016.

MARCONI, M.; LAKATOS, E. **Fundamentos da metodologia científica**. 8 ed. São Paulo: Atlas, 2019.

MORGADO, A.; CARVALHO, J.; CARVALHO, P.; FERNANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade**. [*S. l.*: *s. n.*], 2006.

MUNIZ, C.; GONÇALVES, H. A educação estatística no ensino fundamental: discussões sobre a práxis de professoras que ensinam matemática no interior de Goiás. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, V18/19, n.12, p. 26-34, 2005.

NETO, J.; COAN, L. Fundamentos da didática das ciências e da matemática. 2 ed., Florianópolis, 2021.

PAIS, L. **Didática da Matemática:** uma análise da influência francesa. 3ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

PESA, M. **La epistemología Bachelardiana: Aportes Significativos a la enseñanza y al aprendizaje de las ciencias**. Actas del PIDEC: textos de apoio do Programa Internacional de Doutorado em Ensino de Ciencias da Universidade de Burgos (Convênio UFRGS) / Vol. 2 (2000) -. - Porto Alegre: UFRGS, 1999.

PICHARD J. **La théorie des probabilités au tournant du XVIIe siècle**. In Chaput B. & Henry M. (coords.) Enseigner les probabilités au Lycée, 105-130. Reims: IREM de Reims, 1997.

CAMPOS, T.; PIETROPAOLO, R.; SILVA, A. Conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental. **XIV CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, [*s. l.*], 2015.

ROSA, H.; PINHO, M.; FERNANDES, J**. EPISTEMOLOGIA, DIDATICA E ENSINO DE PROBABILIDADE**. Anais do XIV Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia, Passo Fundo, 2006. v. 1. p. 1-17.

RUFINO, M.; SILVA. J. Aprendizagem Significativa de Probabilidade: Um olhar sobre a compreensão dos professores do Ensino Fundamental. **REVISTA DYNAMIS**, BLUMENAU, v. 25, n. 3, p. 115- 137, 2019.

SILVA, M. Considerações sobre o Bloco Tratamento da Informação nos Currículos de Matemática: Refletindo sobre a seleção e a organização de conteúdos. *In*: Coutinho, C. **Discussões sobre o Ensino e a Aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica**. 1. ed. São Paulo: Mercado de Letras, 2013.

SEVERINO, A. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2016.

SKOVMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

Speranza, F. **The significance of history of non-absolutist philosophies of mathematics**. Mathematics Education- Perspectives. Media, Resources Centre, Univ. Exeter. 53, 42-51. 1985.

STIGLER S. **The History of Statistics : the measurement of uncertainity before 1900**. Cambridge, Massachusetts, and London, England: the Belknap Press of Harvard University Press, 1984.

TOZONI-REIS, M. **Metodologia da Pesquisa**. Curitiba: IESDE Brasil S. A. 2009.

VIALI, L. Algumas Considerações sobre a Origem da Teoria da Probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 8, n. 16, p. 143-153, 2008.

VERGNAUD, G.; CORTES, A. **Introducing Algebra to "Low-level" Eighth and Nineth graders.** Proceedings of the Xth International Conference of Psychology of Mathematics Education, London, 1986. p. 319-324.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques.** 10-23, 1990, 133-170.

VIANA, E.; SILVA, J. O Ensino de Probabilidade via atividades com o “jogo do máximo”. **Revista Eletrônica de Educação Matemática-REVEMAT**. Florianópolis, v.16, p. 01-20, jan/dez 2021.

APÊNDICE 1: ROTEIRO DA ENTREVISTA

Caro (a) Professor(a),

Agradecemos o aceite ao convite para contribuir para a pesquisa de mestrado da discente Vitória Farias, sob orientação da Drª. Anna Paula Avelar do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências (PPGEC) da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Destaco o caráter ético da pesquisa, portanto, sua identidade não será revelada em nenhum momento da investigação.

Parte I- Perfil acadêmico e profissional.

1- Nível de escolaridade: (caso ainda esteja cursando ou seja incompleta, destaque nas observações)

( ) Graduação.

( ) Especialização.

( ) Mestrado.

( ) Doutorado.

Observações:

2 - Em qual instituição de Ensino Superior você cursou a graduação e em qual ano foi concluída?

3 - Caso seja pós-graduado ou esteja cursando no momento, qual o nome e a referida instituição de ensino?

4 - Quantos anos de experiência você possui como professor atuante na Educação Básica?

Parte II- Sobre a Probabilidade.

1 - Para você, o que é a Probabilidade?

2 - Quais são os conceitos que você considera como mais importantes em Probabilidade?

Parte III - Concepções sobre o Ensino de Probabilidade.

1- Como você organiza e trabalha Probabilidade em sala de aula? Detalhe, da melhor maneira possível, esse aspecto.

APÊNDICE 2: ROTEIRO DA OBSERVAÇÃO

FICHA DE OBSERVAÇÃO- ETAPA 3

Projeto de pesquisa: **ENSINO DE PROBABILIDADE: UM OLHAR SOBRE OS OBSTÁCULOS DIDÁTICOS A PARTIR DA ANÁLISE DA RELAÇÃO CONTRATUAL ENTRE PROFESSOR-ALUNO-SABER.**

Mestranda: Vitória da Silva Farias.

Orientadora: Dra. Anna Paula de Avelar Brito Lima.

Informações processuais	Data: Aulas/horário: Professor participante: Ano/turma: Quantidade de estudantes presentes: Documentos pedagógicos norteadores:)
Saber	Área do conhecimento: Unidade temática: Objeto do conhecimento: Habilidade(s): Objetivo(s):
Ensino	Metodologia: Recursos didáticos: ( ) Livro didático. ( ) Recursos tecnológicos. ( ) Jogos. ( ) Material manipulável.

( ) Lousa (quadro branco).

( )Outros:

Observações:

Roteiro da aula: