UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS

ZAINE HETE RIBEIRO DE OLIVEIRA

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NO CONTEXTO REMOTO: UM OLHAR PARA PROCESSOS DE OBJETIVAÇÃO EM TAREFAS DE GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES

Recife - PE

2022

ZAINE HETE RIBEIRO DE OLIVEIRA

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NO CONTEXTO REMOTO: UM OLHAR PARA PROCESSOS DE OBJETIVAÇÃO EM TAREFAS DE GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES

Dissertação apresentada ao curso de Pós-graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Orientador: Profº Drº Jadilson Ramos de Almeida

Coorientadora: Profª Drª Juliana Martins

Recife - PE

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

O48 Oliveira, Zaine Hete Ribeiro
FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL NO CONTEXTO REMOTO: UM OLHAR PARA PROCESSOS DE OBJETIVAÇÃO EM TAREFAS DE GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES / Zaine Hete Ribeiro Oliveira. - 2022.
102 f. : il.

Orientadora: Jadilson Ramos de Almeida.
Coorientadora: Juliana Martins.
Inclui referências e apêndice(s).

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, , Recife, 2022.

1. Ensino de álgebra. 2. Formação continuada de professores no contexto remoto. 3. Anos iniciais. 4. Processos de objetivação. 5. Teoria da objetivação. I. Almeida, Jadilson Ramos de, orient. II. Martins, Juliana, coorient. III. Título

CDD

ZAINE HETE RIBEIRO DE OLIVEIRA

Formação continuada de professores dos anos iniciais do ensino fundamental no contexto remoto: um olhar para processos de objetivação em tarefas de generalização de padrões.

Dissertação apresentada ao curso de Pós-graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Área de Concentração: Formação de professores e construção de práticas docentes no Ensino das Ciências e Matemática.

Banca Examinadora

Jadilson Almeida

Dr. JADILSON RAMOS DE ALMEIDA, UFRPE

Presidente

APaulaBrito

Dra. ANNA PAULA DE AVELAR BRITO LIMA, UFRPE

Examinadora Interna

Dra. VANESSA DIAS MORETTI, UNIFES

Examinadora Externa à Instituição

Recife

2022

Dedico este trabalho à

Cleide Maria, (Vovó),

(In Memoriam)

AGRADECIMENTOS

Neste momento, gostaria de agradecer primeiramente a Deus por ter me proporcionado o alcance desta etapa na minha trajetória profissional, agradeço pela vida, força, graça, entendimento e por todo o refúgio necessário para chegar a concretização deste trabalho.

Agradeço aos meus familiares, a minha mãe Lucicleide por sempre acreditar em mim e sorrir juntamente comigo em todas as conquistas, incondicionalmente, agradeço também ao meu pai Cláudio pelo apoio em todos os momentos, sou grata também ao meu irmão Zabde e toda a sua família, por todo apoio e amizade. Agradeço por compartilharem e torcerem por mim em cada etapa do meu caminhar, obrigada por todo amor e carinho.

Quero agradecer também ao meu amigo Raí de Amorim Freire, aos meus amigos de formação que desde a graduação em Licenciatura em Pedagogia estiveram ao meu lado, sempre me ensinando, torcendo por mim, rindo e chorando juntos, Vanessa de Oliveira, Regina Alves e toda a sua família e Vinícius de Queiroz, obrigada por todo carinho, apoio e ensinamentos.

Também quero agradecer ao Professor Jadilson de Almeida por ter encarado e me desafiado na realização deste trabalho, agradeço pela paciência, por sempre estar disponível para as orientações, pelo cuidado e por toda a solidariedade até a concretização deste trabalho.

Agradeço a professora Juliana Martins por também ter encarado este desafio, por cada orientação, cada palavra de apoio, toda a disponibilidade e empatia durante o percurso desta produção.

Meus agradecimentos, também a Sociedade Brasileira de Educação Matemática -SBEM e a Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco - FACEPE pelo contínuo estímulo à formação continuada de professores, o que possibilitou o desenvolvimento deste estudo.

Gostaria também de agradecer ao Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências pela oportunidade, assim como a Universidade Federal Rural de Pernambuco que tem sido a minha segunda casa desde a graduação.

RESUMO

Visando o desenvolvimento do pensamento algébrico, a Base Nacional Comum Curricular como um dos documentos que regem o currículo da educação brasileira, introduz a álgebra como unidade temática a ser trabalhada desde os anos iniciais do ensino fundamental. Reforma curricular que data de menos de uma década, os documentos oficiais da educação orientam a articulação entre os objetos de estudo a serem trabalhados no currículo da educação básica com a formação de professores. Nesta perspectiva, no que tange os saberes docentes para o ensino da álgebra nos anos iniciais, estudos apontam as fragilidades de muitos professores quanto ao domínio deste saber, o que sinaliza a importância da urgência do fomento de formações continuadas que visam a álgebra como objeto de estudo. Desse modo, esta pesquisa partiu da observação participante de uma formação continuada de professores que ensinam álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental, ancorada teórica e metodologicamente na Teoria da Objetivação. Partindo dos pressupostos teóricos da Teoria da Objetivação, nesta pesquisa buscou-se identificar indícios de processos de objetivação vivenciados por docentes que ensinam álgebra nos anos iniciais no contexto remoto de uma formação continuada. Para isso, foram realizadas as análises das ideias acerca da álgebra e pensamento algébrico reveladas pelas professoras por meio de questionário eletrônico aplicado no momento pré-formação continuada e a observação participante dos encontros ocorridos com as professoras no pequeno grupo da formação. Constatou-se que, em contato com as tarefas envolvendo a generalização de padrões em sequências, apesar de não apresentarem a materialização do pensamento algébrico propriamente dito, as docentes vivenciaram os processos de objetivação, no que diz respeito às ideias de pensamento algébrico à luz da TO, a distinção entre as definições de generalização algébrica e generalização aritmética, bem como as noções de sequência repetitiva e de crescimento. Observou-se ainda a mobilização de processos de subjetivação nos momentos em que as professoras interagem em grupo, demonstram características como empatia, solidariedade e cuidado com o outro.

Palavras-chave: Ensino de álgebra. Formação continuada de professores no contexto remoto. Anos iniciais. Processo de Objetivação. Teoria da Objetivação.

ABSTRACT

Aiming at the development of algebraic thinking, the Common National Curricular Base as one of the documents that govern the curriculum of Brazilian education introduces algebra as a thematic unit to be worked since the early years of elementary school. A curricular reform that dates back less than a decade, the official documents of education guide the articulation between the objects of study to be worked on in the basic education curriculum and teacher training. In this perspective, regarding the knowledge of teachers for the teaching of algebra in the early years, studies point out the weaknesses of many teachers in the domain of this knowledge, which indicates the importance of the urgency of the promotion of continued education that aims at algebra as an object of study. Thus, this research was based on participant observation of a continuing education program for teachers who teach algebra in the early years of elementary school, theoretically and methodologically anchored in the Objectivation Theory. Based on the theoretical assumptions of the Objectivation Theory, this research sought to identify evidence of objectification processes experienced by teachers who teach algebra in the early years in the remote context of a continuing education. For this purpose, we analyzed the ideas about algebra and algebraic thought revealed by the teachers through an electronic questionnaire applied during the pre-training and participant observation of the meetings with the teachers in the small group of the training. It was found that, in contact with the tasks involving the generalization of patterns in sequences, despite not presenting the materialization of algebraic thinking itself, the teachers experienced the processes of objectification, with respect to the idea of algebraic thinking in the light of TO, the distinction between the definitions of algebraic generalization and arithmetic generalization, as well as the notions of repetitive sequence and growth. It was also observed the mobilization of subjectivation processes in the moments in which the teachers interact in groups, demonstrate characteristics such as empathy, solidarity and care for the other.

Keywords: Algebra teaching. Continuing teacher education in the remote context. Processes of Objectivation and Subjectivation. Objectivation Theory.

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CFE - Conselho Federal de Educação

CNE - Conselho Nacional de Educação

LDB - Lei de Diretrizes e Bases

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PCPE - Parâmetros Curriculares de Pernambuco

REDE - Rede Nacional de Formação Continuada de Professores da Educação Básica

TCLE - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TO - Teoria da Objetivação

UFRPE - Universidade Federal Rural de Pernambuco

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A educação formal é desenhada ao longo dos tempos de modo a abarcar um elenco de saberes fundamentais. No cerne deste acúmulo histórico e cultural encontra-se o saber matemático e, em suas especificidades, o saber algébrico. Ao tratar da álgebra como um dos grandes ramos no ensino da matemática, estudos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Kaput (2008) e Radford (2008a) reafirmam a importância da introdução deste ensino desde as primeiras etapas da escolarização. Por conseguinte, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) passa a incorporar as habilidades relativas ao desenvolvimento da aprendizagem da álgebra nos anos iniciais, objetivando o desenvolvimento do pensamento algébrico, de modo progressivo, ampliando a complexidade a cada etapa da educação básica.

Para Ponte (2014), a teoria e a prática desempenham significados indispensáveis à construção profissional docente, seja nos contextos formais e informais de aprendizagem, os processos de formação inicial e continuada contribuem para a constituição de uma identidade, oportunizando situações de reflexões e ressignificações da práxis educacional.

Os processos formativos para a constituição docente, envolvem essencialmente o desenvolvimento dos conhecimentos necessários à prática educativa. Neste sentido, de acordo com o PCN de matemática (BRASIL, 1997) a incidência de problemas relativos ao ensino da matemática nos anos iniciais decorrem essencialmente das deficiências presentes na formação inicial e continuada de professores, aspectos estes relatados no estudo realizado por Brasileiro e Vieira (2015) com professores de matemática da educação básica. Os autores sinalizaram lapsos quanto às ideias expressas pelos professores acerca da álgebra na formação e sua relação com o distanciamento entre teoria e prática educativa.

Tais apontamentos, não diferem dos resultados das pesquisas realizadas por Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2018) e Freire (2011), sobre a formação de professores para o ensino da álgebra nos anos iniciais, nos quais expressam compreensões favoráveis ao desenvolvimento do pensamento algébrico relativos aos elementos metodológicos, contudo, expressam lacunas quanto a relação das propriedades dos números e operações, os diferentes significados do sinal de igualdade, padrões e sequências.

Desse modo, considerando a formação continuada de professores como espaços que potencializam a qualidade da educação, e ainda a incidência de pesquisas que retratam as dificuldades apresentadas por tais docentes no âmbito da história da educação matemática em esferas nacionais e internacionais, compreende-se a relevância da ampliação dos estudos que versam sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico na formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, sobretudo, o desenvolvimento da aprendizagem dos componentes didáticos para este ensino.

Esse estudo foi impulsionado pelas discussões coletivas provocadas nas reuniões do Grupo de Pesquisa *Al Jabr* em História, Epistemologia e Didática da Álgebra, visando o tensionamento de pesquisas que elucidam estratégias de desenvolvimento do pensamento algébrico e a melhoria da qualidade do ensino da matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Além disso, esse estudo é fruto de meus anseios pessoais que decorrem da observação durante os estágios na graduação em licenciatura em pedagogia, em que verificava a dicotomia entre teoria e prática, bem como a busca pelo amadurecimento acerca da álgebra enquanto saber a ser materializado nos anos iniciais, outrora não abordados durante a graduação.

Considerando a formação em licenciatura em pedagogia, com marca na interdisciplinaridade, como aquele profissional que insere a criança no universo do estudo dos números e suas relações, o presente estudo buscou, também, sinalizar a importância da ampliação de experiências qualitativas na formação continuada que oportunizam maiores contatos com a álgebra e o pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação.

Nesta dissertação realizamos uma análise acerca do trabalho em conjunto desenvolvido por professoras em um pequeno grupo da formação continuada destinada àqueles que ensinam álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. A formação foi coordenada pelo Grupo de Pesquisa *Al Jabr*, e teve como finalidade abordar a álgebra e seu ensino nos anos iniciais do ensino fundamental, com aporte teórico e metodológico amparados no Teoria da Objetivação. Foi financiada pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM por meio do edital 01/2020 (SBEM, 2020) e pela Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco - FACEPE, por meio do edital APQ Jovens Pesquisadores 16/2021 Processo nº. APQ-1256-7.08/21.

Considerando as justificativas apresentadas anteriormente, tencionamos a seguinte problemática: "*Como os docentes, em labor conjunto, vivenciam processos de objetivação em torno da álgebra para o ensino nos anos iniciais, no contexto remoto de uma formação continuada ancorada na Teoria da objetivação?*"

Elencamos como objetivo principal, "*Identificar indícios dos processos de objetivação para o ensino da álgebra nos anos iniciais, vivenciados por docentes no contexto remoto de uma formação continuada ancorada na Teoria da Objetivação*"

E, os seguintes objetivos específicos:

● Caracterizar as ideias de álgebra e pensamento algébrico para o ensino nos anos iniciais, reveladas por docentes em contexto pré-formação continuada.

● Identificar como os processos de objetivação são vivenciados por docentes em tarefas que visam o desenvolvimento do pensamento algébrico para o ensino nos anos iniciais.

Esta dissertação é composta por três capítulos teóricos. Como ponto de partida, abordamos a formação de professores que ensinam matemática no âmbito nacional, bem como, os princípios norteadores esperados à formação docente presentes nos documentos legais e ainda um panorama sobre o que pesquisas anteriores revelam sobre os conhecimentos de professores dos anos iniciais acerca da álgebra e o seu ensino.

No segundo capítulo teórico, nos debruçamos sobre a Teoria da Objetivação e seus pressupostos epistemológicos, situando-a enquanto uma teoria educativa histórico-cultural. Nesta corrente teórica, a aprendizagem situa-se em um movimento de processos de objetivação e subjetivação, estando docentes e discentes envolvidos numa ética comunitária em torno de atividades e seus propósitos coletivos e individuais.

O terceiro capítulo teórico percorre as perspectivas curriculares para o ensino da álgebra nos anos iniciais segundo os documentos oficiais que regem a educação básica. Discutimos também sobre a caracterização do pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação e, por último, traçamos um paralelo sobre algumas das principais ideias presentes em tarefas de generalização de padrões como vias de acesso ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

O quarto capítulo é composto pelo delineamento metodológico, portanto, é apresentado o contexto de realização da pesquisa, a estrutura da formação continuada observada, o perfil dos sujeitos envolvidos, a indicação do ‘’norte’’ da análise dos resultados e demais etapas percorridas no processo da investigação.

Por fim, no quinto capítulo abordamos os resultados deste estudo, apontamos as ideias prévias sobre álgebra e pensamento algébrico indicadas pelas professoras no questionário pré-formação, bem como a análise do engajamento das professoras e formadora, em torno de tarefas que tinham como proposição o levantamento de hipóteses de respostas de alunos do 1º e 2º ano do ensino fundamental, frente aos problemas envolvendo a generalização de padrões em sequências repetitivas e recursivas.

2. A formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais

A narrativa do capítulo abarca as normativas legais para a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, e um panorama que abrange os resultados encontrados em cinco estudos, sendo respectivamente quatro dissertações e uma tese de doutorado, nas quais foram abordadas pesquisas que analisam o desenvolvimento do conhecimento algébrico de professores dos anos iniciais em propostas de formação continuada. Os resultados apontados nos tópicos deste capítulo contribuíram sobremaneira à compreensão acerca da importância da formação continuada na carreira docente e a sua relevância para o ensino da álgebra nos anos iniciais.

2.1. Marcos legais à formação continuada de professores

De acordo com Gatti (2008) as últimas décadas desencadeiam a importância da formação continuada de professores como processo de atualização e aprofundamento de conhecimentos em decorrência da continuidade do avanço nos conhecimentos, tecnologia, práticas sociais e processos produtivos. Contudo, a autora destaca uma forte tendência na concepção de formação compensatória, com fins de preenchimento de lacunas advindas da formação inicial.

No decurso de longos debates acerca da formação de professores no Brasil, André (2013) destaca a importância do desenvolvimento de políticas regionais de apoio aos docentes, de modo que sejam oferecidas formações contínuas e que contemplam para além de conteúdos específicos, a qualificação nas diversas áreas do desenvolvimento humano.

No âmbito da profissionalização docente, segundo Gatti (2008), desde a década de 90 observa-se, no âmbito nacional, a ampliação de políticas e programas de promoção a formação continuada em seus variados formatos, sejam eles ofertados pelas secretarias de educação ou por outras instituições de ensino em cursos presenciais e a distância. Para a autora, a lei n. 9.394/96 da LDB (BRASIL, 1996) contribuiu significativamente na propulsão de tais transformações, de modo a provocar o poder público na seguridade da oferta da formação continuada para professores, a qual dispõe em seu Artº 62, inciso I ‘‘*A União, o Distrito Federal, os Estados e os Municípios, em regime de colaboração, deverão promover a formação inicial, a continuada e a capacitação dos profissionais de magistério.’*.

Desde então, verifica-se a criação de políticas e propostas que visam o aprimoramento profissional docente, um dos reflexos disso percebe-se em Brasil (2005) com a criação da

Rede Nacional de formação continuada de professores da educação básica que reúne universidades do país na elaboração de programas de formação continuada para professores de redes municipais e estaduais da educação básica. Segundo Gatti (2008), a REDE nasce em decorrência da superficialidade, dispersão e pouco engajamento docente provocados pelas iniciativas de formação continuada de professores vigente à época e ainda o reconhecimento das repercussões do aprofundamento profissional na atuação docente. Abarcando os seguintes objetivos,

> • Institucionalizar o atendimento da demanda de formação continuada.
> • Desenvolver uma concepção de sistema de formação em que a autonomia se construa pela colaboração, e a flexibilidade encontre seus contornos na articulação e na interação.
> • Contribuir com a qualificação da ação docente no sentido de garantir uma aprendizagem efetiva e uma escola de qualidade para todos.
> • Contribuir com o desenvolvimento da autonomia intelectual e profissional dos docentes.
> • Desencadear uma dinâmica de interação entre os saberes pedagógicos produzidos pelos Centros, no desenvolvimento da formação docente, e pelos professores dos sistemas de ensino, em sua prática docente.
> • Subsidiar a reflexão permanente na e sobre a prática docente, com o exercício da crítica do sentido e da gênese da sociedade, da cultura, da educação e do conhecimento, e o aprofundamento da articulação entre os componentes curriculares e a realidade sócio-histórica.
> • Institucionalizar e fortalecer o trabalho coletivo como meio de reflexão teórica e construção da prática pedagógica. (BRASIL, 2005, p. 22)

Segundo Brasil (2005), a REDE marca a sua atuação no âmbito de 5 áreas do conhecimento: (Alfabetização e linguagem, Educação matemática e científica, Ensino de ciências humanas e sociais, Artes e Educação Física, Gestão e Avaliação da Educação). Gatti (2008), destaca as contribuições da REDE não só como um referencial para a propulsão de novos cursos destinados à educação continuada, mas culminou na criação de materiais didáticos destinados a dar suporte à prática educativa, e ainda à integração de iniciativas como o Proinfantil[1] e o Pró-letramento[2].

Havendo sido aprovado o Plano Nacional de Educação por meio da Lei 13.005/2014 que objetiva traçar metas e estratégias de valorização da educação dentro de um prazo decênio, a formação continuada de professores aparece como uma das estratégias para o

[1] Programa de formação ao magistério, realizado pelo MEC em parceria com Estados e Municípios, destinado aos professores leigos.
[2] Programa de formação continuada para professores realizado pelo MEC em parceria com universidades que integram a Rede Nacional de Formação Continuada.

alcance das seguintes metas: 3, 4, 5, 7, 10, 15 e 16 e, esta última, com destaque na formação de professores.

Conforme observa-se em Brasil (2014) na meta 16 do seguinte documento, a formação de 50% (cinquenta por cento) dos professores da educação básica em nível de pós-graduação e a garantia da formação continuada em suas respectivas áreas de atuação.

Gatti (2008), destaca a necessidade da integralidade e da continuidade de políticas e programas de valorização à formação continuada como garantia da seguridade das transformações das práticas educativas, contudo, destaca que em muitos casos, a busca pela titulação obtida em cursos de especialização e pós-graduação é para muitos docentes um meio para o alcance de cargos com atuação fora da sala de aula.

No que tange a articulação formação de professores e educação básica e a garantia de uma formação que contempla os conteúdos a serem ensinados, sobretudo impulsionado por longos debates que culminaram na elaboração da BNCC (BRASIL, 2017), fomenta-se a instituição de uma Base Nacional Comum para a formação de professores da educação básica, assegurada no Art. 62 e inciso VIII da LDB 9.394/96 (BRASIL, 1996) a qual prevê que "Os currículos dos cursos de formação de professores terão por referência a Base Nacional Comum Curricular".

Portanto, é sancionada a Resolução nº. 2 de 20 de dezembro de 2019, na qual dispõe sobre as diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores, bem como a Base Nacional Comum para a formação de professores da educação básica. Ao abordar em seu Art.6 os princípios para a formação de professores da educação básica apresentam que

> VIII - A formação continuada que deve ser entendida como componente essencial para a *profissionalização docente, devendo integrar-se ao cotidiano da instituição educativa e considerar os diferentes saberes e a experiência docente, bem como o projeto pedagógico da instituição da educação básica na qual atua o docente.*

A BNC/Formação ainda institui competências gerais e específicas à formação, destaca em seu Art. 4 " *As competências específicas se referem a três dimensões fundamentais, as quais, de modo interdependente e sem hierarquia, se integram e se complementam na ação docente. São elas:*

I. Conhecimento profissional

II. Prática profissional

III. Engajamento profissional

QUADRO 1: Competências específicas previstas no CNE à formação continuada de professores

COMPETÊNCIAS GERAIS		
Competências ESPECÍFICAS		
CONHECIMENTO PROFISSIONAL	**PRÁTICA PROFISSIONAL**	**ENGAJAMENTO PROFISSIONAL**
1.1 Dominar os conteúdos e saber como ensiná-los	2.1 Planejar ações de ensino que resultem em efetivas aprendizagens	3.1 Comprometer-se com o próprio desenvolvimento profissional
1.2 Demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem	2.2 Criar e saber gerir ambientes de aprendizagem	3.2 Estar comprometido com a aprendizagem dos estudantes e disposto a colocar em prática o principio de que todos são capazes de aprender
1.3 Reconhecer os contextos	2.3 Avaliar a aprendizagem e o ensino	3.3 Participar da construção do projeto pedagógico da escola e da construção de valores democráticos
1.4 Conhecer a estrutura e a governança dos sistemas educacionais	2.4 Conduzir as práticas pedagógicas dos objetos do conhecimento, competências e habilidades	3.4 Engajar-se com colegas, com a famílias e com a comunidade

Fonte: Adaptado de CNE, (BRASIL, 2019, p. 23).

Conforme apresentado no CNE (BRASIL, 2019), as competências específicas para a formação docente se articulam para favorecer um desenvolvimento autônomo docente aos processos educativos, caracterizando um sentido de complementaridade entre conteúdo, pedagogia e comprimento:

1. *A dimensão do conhecimento profissional* prevê que a formação inicial e continuada de professores permita ao docente a mobilização de saberes e conhecimentos específicos que articulados com a prática profissional permitirão a tomada de decisões sobre dados, informações e processos de ensino e aprendizagem.
2. No que concerne a *dimensão da prática profissional* espera-se uma formação que permita ao docente a articulação entre conteúdo e pedagogia, nela estão envolvidos experiência com situações do fazer educativo em contextos de planejamento, tendo em vista o desenvolvimento das competências e habilidades para a formação dos estudantes indicadas na BNCC.
3. Ao se referir a respeito do *engajamento profissional, o documento* aponta para a necessidade da responsabilidade e do compromisso docente nos âmbitos, (pessoal, profissional, aprendizagem do estudante, comunidade escolar e sociedade).

Desse modo, observa-se que no âmbito dos documentos que regem a educação, retifica-se a importância da formação continuada por meio da possibilidade de reelaboração de crenças, conceitos, saberes e conhecimentos, mudança de posturas, ressignificação de práticas, sobretudo, oportunizado pelo desenvolvimento de políticas de formação aproximadas à realidade docente. No próximo tópico discutimos algumas propostas de pesquisa-formação com professores dos anos iniciais em torno da álgebra, estas vivências coadunam com a investigação que nos debruçamos, tendo em vista que também analisamos uma proposta de formação com ênfase nos princípios da Teoria da Objetivação.

2.2 Um panorama da formação continuada para o ensino de álgebra

Ao desenvolver um estudo sobre o conceito de álgebra em uma proposta de formação continuada, destinada aos professores dos anos iniciais, Freire (2011), aponta que no decorrer dos encontros, os professores apresentam dificuldades, sendo elas: delimitação para definições acerca da álgebra, diferenciação entre situações problemas de natureza algébrica para os de natureza aritmética, associação estrita entre álgebra, letra e símbolos, bem como, dificuldades em definir o conceito de incógnita. As oficinas foram realizadas tendo como tarefas que envolviam situações problemas, balanças interativas e feira de pesos.

No decorrer da formação, Freire (2011) destaca que ao lidarem com os problemas envolvendo balanças de dois pratos para a comparação de potes com formatos iguais e pesos diferentes, alguns professores apresentam indícios de uma busca por uma denotação ou (designação simbólica) por meio do uso de triângulos, círculos e letras para representar os valores desconhecidos do problema.

Freire (2011), ressalta que ocorreram mudanças significativas por parte dos professores, tanto nos aspectos conceituais quanto no modo como passaram a lidar com os problemas de natureza algébrica, dentre eles destaca-se a prática de uma das professoras participantes, pois aponta que aspectos do desenvolvimento do pensamento algébrico são notáveis em sua prática ao trabalhar com os alunos dos anos iniciais atividades de comparação, sentido de equações e inequações, pensamento relacional e generalização.

Carniel (2013) discorre sobre um estudo realizado com uma professora de matemática no decorrer de uma formação continuada para o ensino da álgebra anos iniciais, com o objetivo de analisar a produção escrita desta professora na resolução de tarefas que tem como potencial a mobilização do pensamento algébrico, e ainda, analisar aspectos da prática profissional relatados em ações desenvolvidas no processo de formação continuada. Segundo Carniel (2013), os resultados apontaram que a professora foi capaz de evidenciar quatro vertentes do conhecimento docente presentes no modelo de Shulman (1987).

Sobre o conhecimento da matemática, Carniel (2013) afirma que a professora (participante da pesquisa) demonstrou habilidade em estabelecer o sentido de equivalência ao trabalhar com tarefas que exploram expressões aritméticas, estabelece ainda relação funcional entre as grandezas e representa essa relação por meio de uma expressão generalizada, sendo capaz ainda de reconhecer regularidades e construir conjecturas aos problemas.

Sobre o conhecimento dos alunos e dos processos de aprendizagem a professora reconhece estratégias de facilitação da aprendizagem por meio do uso do material dourado, valorização da cultura, interesses, hábitos e experiências, bem como a importância de promover a liberdade para que os alunos construam suas próprias resoluções.

Sobre o conhecimento do currículo a professora demonstrou valorização do uso do material manipulável e sua conexão com os conteúdos, reconhecimento dos conteúdos a serem priorizados e o uso da tecnologia, sobre o conhecimento do processo instrucional a professora reconhece a importância do cuidado ao explorar tarefas, relação entre as ideias e sua experiência, delineamento entre tarefa e conteúdo e facilitação de um ambiente favorável à aprendizagem da matemática. Por fim, Carniel (2013) considera que a formação continuada contribuiu de modo favorável com a reflexão da professora sobre a sua prática educativa, sendo este o ponto efetivo da formação.

Em um estudo realizado por Ferreira (2017), que teve como objetivo, investigar o conhecimento matemático para o ensino do pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental, a partir de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais, a autora destaca duas categorias, a primeira relativa a compreensão conceitual acerca do pensamento algébrico e o papel do professor como mediador da aprendizagem e a segunda categoria diz respeito ao conhecimento do conteúdo.

Sobre a concepção de pensamento algébrico, de acordo com Ferreira (2017), os professores apontam: busca de regularidades, modo de lidar com os problemas que envolvem a relação com outras linguagens matemáticas, e ainda o trabalho com composição e decomposição de números. Para isto, os professores reafirmam a importância da valorização do raciocínio do aluno e de seus contextos, a compreensão do fazer matemático e construção de significados.

Segundo Ferreira (2017) a pesquisa constatou que apesar dos professores dos anos iniciais reconhecerem alguns dos elementos que favorecem o ensino da álgebra, conhecimento sobre o conteúdo, apresentam limitações quanto a consciência sobre os porquês matemáticos. Para a autora, isto se verifica em atividades que envolveram o sentido de igualdade, visto que, alguns professores atribuem um sentido operacional e, apesar de apresentarem compreensão sobre aspectos das propriedades das operações, utilizam termos inapropriados à linguagem matemática.

Aspectos dos resultados apontados por Ferreira (2017) sobre os registros dos professores ao se depararem com tarefas que trabalham o sentido de igualdade são evidenciadas no estudo desenvolvido por Tridico (2019), apresentando um sentido aritmético ao significado do sinal de igual. O estudo realizado pelo autor teve como objetivo analisar por meio da engenharia didática em que medida um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais contribui para o desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico.

Segundo Tridico (2019), constatou-se que inicialmente os professores participantes apresentaram mais indícios do conhecimento pedagógico tecnológico e, do conhecimento tecnológico em detrimento do conhecimento do conteúdo algébrico e, do conhecimento pedagógico do conteúdo algébrico. No decorrer da formação continuada, de acordo com o autor, os professores apresentaram avanços em todas as quatro dimensões do conhecimento analisadas, contudo, ao término da formação constatou-se que o conhecimento pedagógico tecnológico se evidenciou no maior número de professores participantes.

As pesquisas apontadas neste tópico, contribuíram a esse estudo ao trazer um breve recorte acerca das propostas de pesquisas que envolvem a formação continuada em álgebra com professores dos anos iniciais, assim, foi possível identificar a relação entre as limitações de professores, no que diz respeito aos aspectos matemáticos em torno do ensino da álgebra e as potencialidades emergentes de uma formação continuada, bem como, o seu favorecimento quanto ao encontro destes professores com este saber.

Contudo, outros aspectos não foram evidenciados, como, por exemplo, o estudo em contexto remoto, o papel do trabalho em conjunto, bem como a relação entre a abordagem da álgebra ancorada em uma teoria de ensino-aprendizagem. Diante disso, abordaremos nos próximos capítulos esta relação a partir da apresentação da Teoria da Objetivação.

3. A Teoria da Objetivação - TO

Este capítulo destina-se à apresentação das principais ideias que circundam a Teoria da Objetivação, a saber, o que concerne às suas bases fundamentais e a estrutura metodológica de sua proposta educativa. Neste sentido, estão elencados o modo como esta teoria concebe as noções de saber, ser e conhecimento, definições acerca dos processos de objetivação e subjetivação, bem como o papel da ética comunitária nestes processos.

3.1 Uma teoria educativa do saber e do ser

Na qualidade de uma teoria educativa, Radford (2020b) discorre que : "A TO parte de um projeto social transformador que busca criar condições para o surgimento de uma nova forma de consciência social, reflexiva, ética, focada na criação de uma sociedade justa, social, culturalmente inclusiva e digna." (p. 34). A TO é desenvolvida partindo de pressupostos ancorados na psicologia de *Vygotsky,* na dialética pós *Hegeliana*, no materialismo histórico dialético de *Marx,* na teoria da atividade de *Leontiev* e na perspectiva da educação humanista-emancipadora de *Paulo Freire*.

Na TO o ensino e aprendizagem são encarados como um só processo, social, dialético e dinâmico, guiados em direção ao *saber* e ao desenvolvimento do *ser*, assumindo ambos importância primordial aos objetivos da educação. Esse processo é consubstanciado por processos de objetivação e subjetivação que emergem quando os sujeitos interagem de modo ativo, crítico, reflexivo e ético, uns com os outros, durante a atividade, em torno da concretização de uma determinada tarefa.

É na atividade, no contato com o outro, que o estudante vivencia o intercâmbio cultural e dialético. A ideia de desenvolvimento dialético oportunizado pela interação é um aspecto evidenciado em Marx (2006), que acentua o papel do trabalho na formação do homem enquanto sujeito social, pois, como ser de necessidades, o homem objetiva a si mesmo e aos outros, criando e recriando o mundo ao seu redor, mediante seus desejos e idealizações, isto tem como motor o trabalho, em torno de uma dinâmica social e dialógica.

Contudo, ao estar inserido em processos de trabalho circunstanciados por esferas capitalistas de produção, o objeto material que resulta no fruto do trabalho produzido, aparecem ao trabalhador como oposição, como estranhos, evidenciando um modo de objetivação do homem pelo trabalho que o objetiva e que o torna em essência, trabalhador.

Assim como os bens, o trabalhador é equiparado a mercadoria, nesse sentido, o fruto do trabalho o supera e o subjuga de modo alienante, ao passo que o trabalhador não detém o poder sobre o que produz.

Estes processos de alienação não prevalecem apenas no campo social do trabalho, por vezes é evidenciado nos contextos educacionais, impulsionados por propostas de ensino desatreladas da produção de significados. Para a TO a sala de aula é um dos espaços em que professores e estudantes se objetivam como humanos, isso coaduna com a quebra dos paradigmas da educação tradicional "bancária", que prever o professor como o detentor do saber, saber este que deve aparecer na sala de aula, porém, em muitos momentos, permanece como uma entidade distante e incapaz de gerar significados aos alunos, provocando cadeias de alienação de saberes que não são percebidos e não são aplicados em contextos reais de significado.

De acordo com Radford (2008b), a TO é tecida sob o antagonismo de teorias de aprendizagem e propostas de ensino que os concebem como processos estritamente cognitivos e individuais, o que tangencia o desenvolvimento de consciências alienantes em detrimento de processos educativos emancipatórios. Isso significa que a concepção de ensino e aprendizagem na TO não coaduna com teorias que assumem ambas as esferas como sentidos dissociados, acentuando o caráter individual dos sujeitos frente aos processos. Para a TO o ensino e a aprendizagem não exprimem um fenômeno que antecede o outro. Radford (2020b) revela que na TO a atenção dada ao processo de ensino-aprendizagem extrapola os limites conteudistas, pois valorizam às transformações sociais dentro das esferas pessoais dos sujeitos, por via de processos que se estabelecem no esforço comum dentro de uma atividade, tendo em vista a formação de sujeitos em um contínuo vir a ser.

Segundo Vygotsky (1989), o desenvolvimento da psiquê humana e das suas funções superiores, no combinar de signos concretos e simbólicos, (pensamento, linguagem, emoção, tomada de decisão, imaginação etc.) tem como característica a internalização de atividades que estão enraizadas em âmbito histórico e cultural, assim, os processos externos de comportamentos e ações sociais reestruturam os processos internos do sujeito. Nesse sentido, podemos considerar que o homem no uso dos signos afeta o mundo que o afeta em uma constante relação dialógica.

Radford (2020d) afirma que "A TO busca compreender a ação dos sujeitos segundo os limites e as possibilidades que oferecem seu marco social, político, histórico e cultural." (p. 18). Sob a ótica de uma perspectiva emancipatória de educação, Freire (2004) aponta que:

> Educador e educandos, co-intencionados à realidade, se encontram numa tarefa em que ambos são sujeitos no ato, não só de desvelá-la e, assim, criticamente conhecê-la, mas também no de recriar este conhecimento. Ao alcançarem, na reflexão e na ação em comum, este saber da realidade, se descobrem como seus refazedores permanentes. (FREIRE, 2004, p. 36)

Nesse sentido, a sala de aula assume esse campo dinâmico estando professores e alunos, envolvidos pela atividade em busca da finalização de uma tarefa comum, fazem uso de falas, gestos, ações, artefatos, entre outros sinais que aparecem durante a aula de matemática em constante circulação, a combinação desses sinais permite que professores e alunos, durante a tarefa, assumam de modo crítico, ações de reflexão, planejamento e consciência em relação ao objeto, a atualização do saber em conhecimento.

3.2 Saber e conhecimento

O sentido atribuído pela TO ao conceito de *Saber* e de *Conhecimento* não se revelam enquanto interpretações sinônimas. Radford (2020a) conceitua o saber, como artefactual, ‘’como um sistema de sistemas’’,‘’[...] considerado altamente estético, ético, simbólico e político.’’ (p.34). Para Radford (2017b) o saber na TO é um fenômeno humano constituído no âmbito histórico e cultural. Segundo Radford (2018) enquanto sistemas, os saberes são construtos de atividades humanas originadas das necessidades que se manifestam no interior de uma cultura, os saberes percorrem gerações e encontram-se em constantes movimentos, de cultura para cultura.

De acordo com Radford (2018) o saber está envolvido em estruturas simbólicas e diverge de cultura para cultura. São estas estruturas simbólicas e o vínculo estabelecido com os processos históricos que permitem um estudante de matemática no mundo ocidental conceber o sistema numérico decimal posicional, bem como, um estudante chinês a escrita ideográfica.

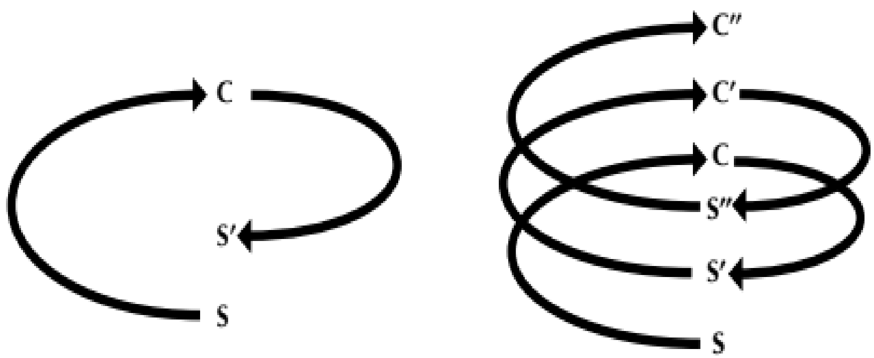
Ao estabelecer relação entre os conceitos de saber e conhecimento à ideia Aristotélica de *Ato* e *Potência,* Radford (2020c) atribui ao saber a ideia de *Potência,* como artefato constituído histórico e culturalmente, indefinido, sem forma. Para Radford (2017b) o saber é constituído por meio do esforço comum, “como formas de agir, pensar e refletir, codificados na cultura.”(p.106). Exemplo disto está o saber algébrico apresentado em diferentes épocas de sua história como uma potencialidade, possibilidade de pensar e resolver problemas.

Já o conhecimento relaciona-se com a ideia de *Ato*, o resultado de uma atualização/transformação.

> A ideia é considerar o saber não como um objeto que se constrói ou se transmite, mas como uma possibilidade, ou seja, algo potencial que emerge da atividade humana e que está inserido em um processo de movimento - de vir a ser, para ser mais preciso - de materializar-se ou expressar-se em conhecimento. (RADFORD, 2017b, p. 100.)

Radford (2017b) define o conhecimento como "o conteúdo conceitual concreto em que se manifesta, atualiza, materializa ou incorpora o saber" (p. 109). É na atividade que o saber é atualizado, que o torna aparente e o traz à vida em conhecimento. Segundo Radford e Sabena (2015), tecendo paralelos com o materialismo histórico-dialético, o conhecimento é o resultado das reflexões e ações materiais dos sujeitos em âmbitos culturais, históricos e políticos. Este processo de encontro entre Saber/Possibilidade e Conhecimento/Atualidade é mediado pela prática social em um movimento dialético, ativo, crítico, e sensível em direção a tomada de consciência intermediada por sistemas de signos.

FIGURA 1: O movimento dialético entre o saber e o conhecimento



Fonte: (Radford, 2017b, p. 110)

Radford (2017b) afirma que ao atualizar-se, o saber abre novas oportunidades de modificação, modifica-se em um novo saber ao passo que na prática social é posto em movimento, quando os sujeitos pensam, refletem e agem dentro da cultura, esboçando "forma" ao conhecimento. Ainda de acordo com Radford (2017b), o saber algébrico aparece na cultura como uma necessidade social de pensar e agir sobre os problemas, contudo, aparece ainda de modo inacabado, sem forma. Ao passo que os sistemas de signos são mobilizados na prática social o saber algébrico torna-se aparente pelo conhecimento. As equações e a forma como o indeterminado é manipulado dentro de uma equação podem ser compreendidos como exemplos concretos deste saber algébrico materializado.

Este processo pode ser observado na Figura 1, em que retrata o encontro contínuo entre o saber (S) posto em um processo dinâmico e dialético em caminho para a sua atualização em conhecimento (C) mediado pela atividade. Quando materializado, o novo saber (S') é continuamente posto em movimento a partir das necessidades presentes na cultura, como possibilidade de se tornar aparente em um novo conhecimento (C').

Segundo Radford (2017a) ''O que a TO trata não é, portanto, apenas o reino do saber, mas também o reino do tornar-se'' (p. 243). Neste momento encontram-se aspectos da subjetividade humana, estando professores e alunos, ambos orientados em seus projetos de vida, convergem em ação e pensamento voltados à atualização do conhecimento. Este movimento é composto por processos de objetivação e subjetivação, em que professores e alunos engajados na produção de signos, por meio das quais palavras, gestos, falas, figuras, entre outros, são utilizados na produção de significados.

3.3 A ideia de "ATIVIDADE" e "LABOR CONJUNTO"

A atividade na TO é o componente que movimenta o Labor conjunto, e este, por sua vez, os processos de objetivação e subjetivação da materialização do saber. Segundo Radford (2017a) a necessidade de sobrevivência insere os seres humanos em participações coletivas guiadas em torno do trabalho comum. Assim, a atividade, mediada pela ação coletiva, confere um sentido ontológico, no que se refere à constituição do ser social. Em conseguinte, Radford (2020d) afirma que os processos de ensino e aprendizagem, desde os contextos não escolares, também são oportunizados pela atividade.

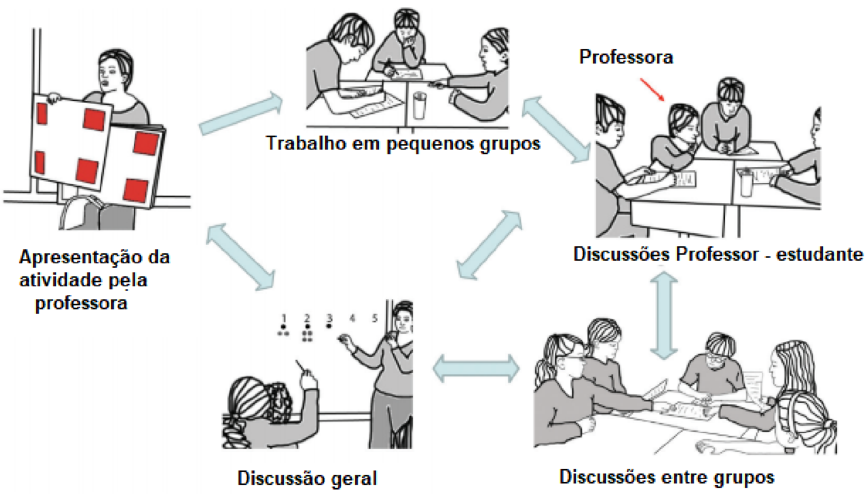
Radford (2020d) postula que "A atividade na TO não se refere a atividade no sentido de estar ocupado com algo, mas se refere a atividade como um sistema dinâmico centrado na satisfação de necessidades coletivas e que opera dentro de uma divisão específica de trabalho." (p. 21). Assim, a "Atividade" na TO ultrapassa o esforço coletivo que é realizado em torno de uma *tarefa específica*, significa a esfera maior que envolve toda a amplitude de etapas que compõem o universo educativo e que movimentam professores e alunos em direção a materialização do saber.

Segundo Radford (2020a) o professor não é o transmissor do conhecimento, nem o mediador da aprendizagem, mas assume uma postura de co-parceria com o aluno. Esta visão centra-se na concepção de professor e aluno como ''possibilidades de vir a ser'' ambos encontram-se, assim, em processos de transformação. Para Radford (2017a), a atividade na TO corresponde à expressão de vida, expressão do ser e é por meio do esforço comum nas ações com outros que ambos produzem e (co)produzem subjetividades. Nesse sentido, Radford (2017a), disserta que.

> [...] atividade em suma, é uma forma social do esforço conjunto que compreende a auto expressão, desenvolvimento intelectual e social, e prazer estético. É um processo em um sistema de relações sociais que realiza a natureza social dos seres humanos. (RADFORD, 2017a, p. 248.)

Segundo Radford (2015), a sala de aula oportunizada pelo ‘’Labor conjunto’’ possui uma sistemática que se evolui por meio de estados, o esquema apresentado por Radford (2020a) na figura 2 situa o design da atividade na sala de aula, sobretudo, os estados representados por setas.

FIGURA 2: Fases do labor conjunto



Fonte: (Radford, 2020a)

O desenho da atividade na TO não segue um delineado sequencial padronizado, as fases do *Labor conjunto* acompanham uma estrutura conciliada em Objeto - Intencionalidade - tarefa. Ao desenvolver os problemas em sala de aula, Radford (2015) destaca:

> a) Levar em consideração o que os estudantes sabem;
> b) Ser interessantes do ponto de vista dos estudantes;

> c) Abrir um espaço de reflexão e interação crítica através da discussão em pequenos grupos, entre discussões em pequenos grupos e discussões gerais;
> d) Tornar significativos os conceitos matemáticos alvo em níveis conceituais profundos;
> e) Oferecer aos alunos a oportunidade de refletir matematicamente de diferentes maneiras (não apenas através das lentes da matemática dominante);
> f) Ser organizados de tal forma que exista um fio conceitual orientado para problemas de crescente complexidade matemática. (RADFORD, 2015, p. 554-555).

Os trabalhos desenvolvidos por Radford (2015) buscam reunir pequenos grupos de 3 - 4 estudantes, o autor aponta que o primeiro estado da atividade situa-se quando o *objeto* matemático é apresentado pela professora, este objeto é apoiado por uma *intencionalidade* em torno de uma *tarefa* que reúne os movimentos realizados pelos alunos e professores de modo colaborativo, ao passo da realização da tarefa, a professora circula pelos pequenos grupos convidando os estudantes para se envolverem na atividade, elencando perguntas e apontamentos.

No decorrer da realização da tarefa, os professores podem chamar a atenção do grande grupo para a discussão coletiva, de modo que os estudantes expressem suas ideias, socializem suas produções, apresentem sugestões, dúvidas, em seguida os estudantes podem retornar aos seus pequenos grupos, bem como pode-se seguir e finalizar na discussão geral.

De acordo com Radford (2017a) o labor conjunto tem sua dimensionalidade no fazer dialético, é na expressão e no tencionar das contradições, trocas e encontros entre diferentes modos de compreender a atividade, o conhecimento, as estratégias, que o conhecimento vai sendo tensionado gerando não apenas uma co-produção teórico e técnica do conhecimento, mas uma co-produção do ser.

3.4 Processos de Objetivação e Subjetivação

Segundo Radford (2006), a origem etimológica do termo objetivação, dá-se em decorrência do termo em latim *obiectare* "jogar algo no caminho", neste sentido os processos de objetivação remetem às ações cujas realizações resultam em trazer à tona, "tornar algo aparente" (p. 8). Nesse sentido, de acordo com Radford (2020b) o objeto se apresenta enquanto *Alteridade,* como algo que não é o sujeito, mas outro, diferente. A objetivação se caracteriza como o confronto do sujeito frente ao desconhecido. Isto significa que o aluno, em toda a sua dimensão, enquanto sujeito histórico e cultural, ao manifestar seja qual for o escopo de expressividade, em um processo subjetivo, coletivo e dialético, é envolvido em práticas sociais que favorecem o alcance de significados frente ao "objeto". A atividade assume elemento central frente à tomada de consciência sobre o objeto.

A TO situa a aprendizagem como o resultado dos processos de objetivação, e estes são gerados de sucessivos encontros com os sistemas de pensamento constituídos no contexto histórico-cultural. Radford (2020d), discorre que os processos de objetivação para a TO não são processos meramente intelectuais, todavia,

> Os processos de objetivação são aqueles processos de notar algo culturalmente significativo, algo que se revela à consciência não passivamente, mas por meio da atividade corporal, sensível, afetiva, emocional, artefactual e semiótica. (Radford, 2020b, p. 36)

Para a TO, a consciência está intimamente relacionada ao uso dos sistemas e artefatos semióticos, o processo de tornar o saber aparente é mobilizado quando estudantes e professores se engajam em processos de objetivação, pelos quais são co-produzidos nas multiplicidades de ações por meio do *labor conjunto*.

Para Radford (2008a), durante a atividade, estudantes e professores recorrem a uma diversidade de sinais e ferramentas, gestos, posturas, ações cinestésicas, artefatos entre outros, isto é, meios semióticos de objetivação, a serem consideradas no processo de investigação do ensino e aprendizagem. Elementos estes que são centrais no modo como os estudantes e professores pensam a matemática, sendo os significados matemáticos resultantes de relações multimodais. (Radford, et al, 2017).

A respeito da multimodalidade, Radford et al (2017) aponta que

> Na educação matemática, o termo multimodalidade é frequentemente usado para sublinhar a relevância e a coexistência mútua de uma gama de diferentes modalidades ou recursos cognitivos físicos e sensoriais (por exemplo, perceptuais, auditivos, táteis) desempenhando um papel nos processos de ensino-aprendizagem e, mais amplamente, na produção de significados matemáticos. (Radford et al, 2017, p. 710)

Para a TO, este processo está situado no cerne da interação humana e é consubstanciado por construtos metodológicos que evidenciam o papel da evolução dos meios semióticos nos processos de objetivação de professores e estudantes em *labor conjunto,* estes construtos são definidos por: Nó semiótico; Feixe semiótico; Orquestrações semióticas; Iconicidade; Contração semiótica.

a) Nó semiótico: Em determinado momento na atividade, alunos e professores, juntos, mobilizam sistemas de recursos semióticos que os permitem perceber algo. Segundo Radford e Sabena (2015), neste passo, alunos e professores apresentam ampliação da consciência do objeto indicando hipóteses, ideias e interpretações a respeito da atividade. Exemplificando, para Radford et al (2017), isto pode se referir a produção de significados sobre a estrutura matemática do problema ou sobre determinado conceito.
b) Feixe semiótico: Alunos e professores, envolvidos na atividade, mobilizam recursos semióticos que se relacionam e são evoluídos numa linha espaço-temporal na resolução do problema. Segundo Paiva (2019), este processo envolve combinações de conjuntos de gestos, conjuntos de falas, uso de símbolos, não passíveis de uma análise individual do signo. Radford et al (2017) pontua que o uso dos feixes semióticos pode extrair dois tipos de análise: (i) Análise sincrônica: Voltada às relações estabelecidas entre o uso dos signos. (ii) diacrônica: Voltada à evolução dos signos e de suas relações.
c) Orquestrações icônicas: São processos nos quais os alunos reorganizam seus recursos semióticos tendo como referência alguns dos sistemas apresentados por outros alunos ou professor, capaz de favorecer a ampliação dos significados presentes na estrutura do problema. Segundo Paiva (2019), esse movimento não diz respeito a uma situação de imitação das ações de outros, mas a ressignificação dos próprios sistemas semióticos em virtude da consciência frente ao objeto, oportunizado pela experiência apresentada pelo outro.
d) Iconicidade: As ações dos alunos frente à atividade passam a ter como critérios elementos de experiências anteriores vivenciadas no progresso da resolução do problema. Segundo Radford (2008a), nesse processo os alunos projetam novas ações ao distinguir ações que são semelhantes e diferentes no decurso da atividade.
e) Contração semiótica: No decurso da atividade, os recursos semióticos são reorganizados por alunos e professores em decorrência da ampliação da consciência frente ao objeto, resultando na redução dos signos utilizados para dar significado às ideias, assim, determinados gestos, figuras, palavras etc, são deixados de lado para dar lugar aos aspectos centrais das ideias matemáticas. Um exemplo disto, para Radford et al (2017), o aluno realiza a contração da

> expressão quando deixa de lado determinados recursos diêticos espaciais como ‘’topo” ‘’embaixo”, para dar lugar a expressão algébrica alfanumérica.

Contudo, estes processos de incansáveis encontros em direção ao saber, não se limitam, não são finitos, esta dinâmica está atrelada às dimensões subjetivas que constituem a formação de sujeitos. Dessa forma, os processos de objetivação estão encadeados com os processos de subjetivação.

Segundo Radford (2020b), os processos de subjetivação compreendem a esfera do tornar-se. Essa esfera se apresenta sempre como uma obra inacabada que se movimenta em um contínuo vir a ser:

> Para a TO a subjetividade se insere dentro de uma compreensão dialética materialista dos indivíduos e seus contextos sociais, culturais e históricos. Se trata de uma compreensão que se move entre as categorias de igual e diferente, do eu e do outro. (Radford, 2020b, p. 36).

A esfera que circunda o saber e o alcance deste na TO são entendidos de maneira atrelada a dimensão do ser e toda a complexa dimensão da subjetividade humana. Isto porque, segundo Radford (2008b) a aprendizagem na TO não se restringe a saber algo, mas também ao tornar-se alguém. Para Radford (2020a), o saber e o ser compartilham de aspectos dialógicos, e desta relação resulta simultâneos processos de transformação.

Na TO, os processos de subjetivação são caracterizados como os processos de produção e coprodução de subjetividades. Ao traçar um paralelo com as dinâmicas sociais constituídas no ambiente de sala de aula, os processos de subjetivação são produzidos dentro das relações vivenciadas pelos estudantes juntamente com os professores, quando favorecidos por um ambiente que lhes permitam a liberdade de posições de falas, opiniões, dúvidas, argumentos e contra-argumentos, sendo apoiados mutuamente.

Assim, ao tratar do encontro com o saber, a atividade, corroborada pelas relações e mediadas pela cultura e dimensão histórica por ela envolvidas, inserem os sujeitos em situações de encontros contínuos com o objeto do conhecimento, sobretudo, em transformações oportunizadas pelas trocas na relação do eu e do outro.

3.5 Ética comunitária

No bojo das interações humanas, para que a relação com o outro assuma um caráter de "bem estar social", faz-se necessário a presença da ética para mediar o modo como nos relacionamos uns com os outros. De acordo com Radford (2021b), "Qualquer modelo pedagógico e qualquer abordagem de ensino e aprendizagem repousa em uma certa ética." (p. 265). Para o autor, esta ética pode estar voltada tanto para a manutenção de relações de submissão quanto libertação, nesta perspectiva, a ética defendida na Teoria da Objetivação prever o cultivo de relações humanas no contexto de sala de aula, voltadas para a emancipação de alunos e professores na dialogicidade, ao qual o saber se entrelaça com as subjetividades.

Segundo Radford (2021b),

> Ao investigar os processos de subjetivação em sala de aula, voltamo-nos, portanto, para a questão da composicionalidade de professores e alunos por meio dos fundamentos constitutivos, dinâmicos, interligados, relações e ações sociais, considerados através do prisma das posturas críticas e éticas que eles encarnam. (RADFORD, 2021b, p. 246).

Nesta perspectiva, faz-se necessário que os processos de subjetivação acompanhem os processos de uma ética comunitária, sem o qual não seria possível perceber o engajamento genuíno de alunos e professores que refletem de modo crítico e se posicionam de modo colaborativo frente a atividade de ensino aprendizagem. O oposto disso se percebe em contextos de empobrecimento das subjetividades, sobretudo em situações totalitárias em sala de aula de privação do ser, segregação e repressão autoritária.

A ética comunitária, a qual repousa a Teoria da Objetivação, acompanha as ideias de liberdade e desenvolvimento da autonomia de alunos e professores em esferas de colaboração. Para Radford (2021b,) esta ética tem como centro, (a) responsabilidade: diz respeito ao compromisso assumido por professores e alunos no fortalecimento de vínculos uns com os outros, no respeito e na busca pela presença do outro; (b) compromisso: diz respeito a contribuição de uns com os outros na produção comum, para que o Labor Conjunto possa acontecer, não como uma corrida individual frente a realização da tarefa, mas sobre a esfera da produção ombro-a-ombro, e em terceiro (c) cuidado com o outro: diz respeito ao ser-para-o-outro de modo sensível, material e espiritual.

Assim, a ética desempenha um papel imprescindível no desenvolvimento de um projeto crítico e emancipatório, oportunizado em conjunto com a educação matemática, sobretudo para o fortalecimento de subjetividades de modo crítico, reflexivo em que professores e alunos se posicionam contra aos objetivos neoliberais que insistem em prevalecer em nossa sociedade.

4. Álgebra e pensamento algébrico

Neste capítulo, elencamos as expectativas para o ensino- aprendizagem da álgebra em documentos oficiais que regem o currículo dos anos iniciais em âmbito nacional e estadual, a concepção de pensamento algébrico postulado na Teoria da Objetivação e possibilidades de rotas de acesso ao desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais em tarefas que exploram a generalização de padrões em sequências repetitivas e recursivas.

4.1 Álgebra na perspectiva da TO

Segundo Radford (2010), por longas décadas, os estudos em educação algébrica reduziram o modo como se lida com o indeterminismo algébrico (parâmetros, variáveis e incógnitas) ao formalismo letrista, ou linguagem alfanumérica. Essa concepção de álgebra desencadeou em professores e estudantes percepções, tais como, para aprender álgebra é necessário calcular usando letras, nos quais, muitas vezes, os problemas algébricos são apresentados em sala de aula por meio de questões descontextualizadas com a realidade, resultando ainda em desmotivação e dificuldades no ensino e aprendizagem da álgebra escolar.

Ao abordar a ideia de álgebra a partir da perspectiva da TO, Radford (2017b) a compreende enquanto uma forma singular de pensar a matemática, enquanto saber que é constituído histórico e culturalmente. Para Radford (2010), a ideia de álgebra e o modo como se lida com os objetos algébricos que a envolve (a ideia de indeterminado) podem ser materializados através de diversos elementos semióticos, sinais que estão frequentemente presentes em sala de aula, esses elementos diferem de acordo com a cultura em que vivem professores e alunos, suas subjetividades, e as diferentes formas com as quais lidam e compreendem a matemática.

Nessa perspectiva, a álgebra enquanto saber, é compreendida enquanto um artefato instituído no seio cultural frente às necessidades humanas de pensar, refletir e agir no mundo, oportunizando um modo singular de calcular e resolver problemas. Assim, o pensamento algébrico aparece como um modo particular de materialização do saber algébrico.

Desse modo, de acordo com Radford (2011), mediado por recursos semióticos, o pensamento algébrico favorece os modos pelos quais, sejam possíveis, aos professores e estudantes atribuírem significados à álgebra.

Portanto, este capítulo busca discorrer sobre a perspectiva da álgebra prevista na Teoria da Objetivação, compreendendo que o uso das letras não é o atributo primeiro ou suficiente para se dar início aos processos de desenvolvimento do pensamento algébrico, faz-se necessário compreender, outros elementos expressos por professores e estudantes ao lidarem com os problemas de caráter algébrico, esses elementos aparecem de modo singular e estão diretamente relacionados com a cultura dos sujeitos ali envolvidos.

4.2 A álgebra no currículo dos anos iniciais

No que tange a aprendizagem da álgebra no contexto escolar, para Gil (2008b), a linguagem algébrica, no universo da abrangência matemática, possui especificidade própria, que dotada de formalismos ou simbolismos, somadas as práticas educativas que tem como ponto de partida a notação algébrica, muitas vezes torna o ensino da álgebra incompreensível aos alunos. Considerando a perspectiva histórica da álgebra escolar, sobretudo aos aspectos associados às dificuldades dos estudantes das séries finais do ensino fundamental ao lidar com essa linguagem, verifica-se extensos debates, ao longo dos tempos, em torno da importância da inserção da álgebra no currículo desde os primeiros anos escolares.

Este movimento, no currículo, suscita uma fragmentação e ainda um aspecto hierárquico nos modos de pensar a matemática. Nas palavras de Ferreira, Ribeiro & Ribeiro (2018) estudos revelam que historicamente, um modelo que prevalece nos currículos da educação básica acentua o ensino-aprendizagem da aritmética e da álgebra como um saber que antecede o outro, neste processo. Entretanto, os autores contemplam estudos que descortinam esta perspectiva, na defesa da articulação entre ambos os conhecimentos. Gomes (2019) destaca a aritmética e a álgebra como saberes colaborativos, mas que determinado momento necessita de uma ruptura, devido ao caráter particular de ambos os saberes.

No âmbito curricular do estado de Pernambuco, os Parâmetros Curriculares de Pernambuco- PCPE (PERNAMBUCO, 2012)[3] a respeito da álgebra concebe que "As tendências atuais em educação matemática encaram a álgebra não mais como um bloco de

[3] A importância deste documento se dá não só por fazer parte do solo, no qual, esta dissertação foi produzida, mas sobretudo, pela inovação deste documento quanto a inserção da álgebra nos anos iniciais, em momentos que antecedem as orientações que incluem a álgebra em esfera nacional.

conteúdos, mas como uma forma de pensar matematicamente, caracterizada entre outros aspectos, pela busca de generalizações e de regularidades." (p .63).

O PCPE (PERNAMBUCO, 2012) insere a álgebra como um conteúdo a ser estudado desde o primeiro ano do ensino fundamental e elenca expectativas de aprendizagens que avançam progressivamente.

QUADRO 2: Expectativas para a aprendizagem da álgebra nos anos iniciais

Expectativas	1	2	3	4	5
Categorização de atributos					
Regularidades em sequências					
Problemas algébricos					
Equivalência de igualdades					
Equações de primeiro grau					
Inequações de primeiro grau					
Proporcionalidade entre grandezas					

Fonte: (PCPE, 2012, p. 47.)

Neste documento, é possível perceber a estreita relação com pesquisas da última década no campo da educação algébrica, como exemplo, os estudos de Kaput (2008) e Radford (2008a), que além de compreender a álgebra como uma forma de pensamento, aponta que um dos objetivos dessa abordagem é o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para isso, direciona o trabalho para atividades que explorem as ideias de generalização, regularidades, igualdade e proporcionalidade.

O PCPE (PERNAMBUCO, 2012), destaca ainda a importância de um ensino com significado, desatrelado do uso de letras e símbolos, como premissa da aprendizagem, sem despertar no aluno uma consciência quanto aos porquês de tais manipulações e sobretudo o temor quanto ao ensino da matemática. Vale ressaltar, que a menção da importância do trabalho com as sequências para a aprendizagem da álgebra nas séries iniciais, é também reconhecido desde o PCN de matemática (BRASIL, 1997), contudo, sem a orientação da álgebra como unidade a ser trabalhada nesta etapa escolar.

Em âmbito nacional, a inserção da álgebra no currículo dos anos iniciais data de menos de uma década, o pensamento algébrico, por exemplo, é um dos eixos estruturantes da aprendizagem desde o ciclo básico da alfabetização e letramento matemático, fator evidenciado no documento que regulamenta os Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização do Ensino Fundamental (BRASIL, 2012).

Com objetivos de aprendizagem no âmbito da compreensão dos padrões e de suas relações em diferentes contextos, como observa-se na tabela 1, o documento reconhece que ao lidar com padrões, os estudantes são encorajados a perceberem as regularidades em sequências de diversas naturezas, bem como o estabelecimento de relações entre objetos matemáticos em diferentes situações matemáticas, ao trabalhar com sequências os estudantes também podem ser desafiados de modo implícito ao sentido de indeterminação.

Tabela 1: Objetivos de aprendizagem para o 1°, 2° e 3° ano do ciclo de alfabetização

Estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, considerando diferentes atributos	I	I/A	A/C
Reconhecer padrões de uma sequência para identificação dos próximos elementos, em sequências de sons e formas ou padrões numéricas simples	I	I/A	A/C
Produzir padrões em faixas, decorativas, em sequências de sons e formas ou padrões numéricos simples	I	I/A	A/C

LEGENDA: I - Introduzir; A - Aprofundar; C - Consolidar

Fonte: Adaptado de Brasil, 2012, p.76.

Em anos posteriores, a álgebra ganha ainda mais espaço no currículo nacional, tendo a BNCC (BRASIL, 2017) como um documento que norteia o currículo quanto aos conhecimentos mínimos a serem trabalhados na educação básica, assim a álgebra como unidade temática perpassa por todos os anos da escolarização, desde o primeiro ano do ensino fundamental.

Diferentemente do postulado no PCN (BRASIL, 1997), a BNCC (BRASIL, 2017) insere a álgebra enquanto unidade temática desde o 1º ano do ensino fundamental. Neste documento percebe-se forte menção para um tipo de educação algébrica com ênfase na exploração de possibilidades entre a álgebra e os demais campos do conhecimento matemático, destacando o entrelaçamento entre as ideias presentes no campo da geometria, aritmética, como exemplo disso verifica-se a concordância entre as orientações para o ensino da álgebra nos primeiros anos escolares observados no PCPE (PERNAMBUCO, 2012) e no documento que regulamenta os Elementos Conceituais e Metodológicos para Definição dos Direitos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Ciclo de Alfabetização do Ensino

Fundamental (BRASIL, 2012), no que se refere a indicação do trabalho com sequências numéricas.

O conteúdo de sequências é disposto como um dos pontos de partida para a aprendizagem da álgebra nos anos iniciais, estando situada nos quatro primeiros anos do ensino fundamental, com exceção ao quinto ano por entender a consolidação da aprendizagem deste conteúdo nos anos anteriores.

Ao delimitar os objetivos para o ensino da álgebra nos anos iniciais, ambos os BNCC (BRASIL, 2017) e PCPE (PERNAMBUCO, 2012), apontam o desenvolvimento do pensamento algébrico como a centralidade do processo de ensino e aprendizagem desta unidade temática. Destaca-se ainda na BNCC (BRASIL, 2017)**,** que nesta fase escolar o ensino e aprendizagem da álgebra percorrem pelo reconhecimento de regularidades, generalização de padrões, noções de equivalência e suas propriedades e variação proporcional entre duas grandezas, contudo sem a condição do caráter simbólico pelo uso da letra.

Acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico, assim como no documento do PCPE (PERNAMBUCO, 2012), a BNCC (BRASIL, 2017) articula essencial que os alunos:

> [..] Identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2017, p. 270).

Embora os documentos que regem o currículo para o ensino da álgebra nos anos iniciais, traçarem a estrutura que permitirá ao professor indícios do trabalho a ser realizado, aspectos do como ainda são pouco explorados em ambos os documentos, compreendem a álgebra escolar desatrelada de uma concepção que tem como ponto de partida a notação algébrica padrão, visto que, as manipulações simbólicas, nesta premissa perdem em sentido e significado ao aluno, contudo, carece ainda de direcionamos mais detalhados quanto às práticas que corroboram para o desenvolvimento do pensamento algébrico no uso de materiais concretos, tecnologias digitais, a ampliação de ideias sobre a articulação entre álgebra e as demais unidades temáticas da álgebra, bem como outras possibilidades de promoção do ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais.

4.3 Caracterizando o pensamento algébrico à luz da TO

Para compreender como o pensamento algébrico é caracterizado na TO, faz-se necessário elucidar o que a teoria concebe por ‘’pensar’’. Segundo Radford (2009), a concepção de pensamento na TO é fundamentada na psicologia de Vygotsky, ao compreender a relação estabelecida entre mediação - signo - instrumento - significado. De acordo com Radford (2010), o signo perde o status de representação do pensar, mas considera-se parte integrante do pensamento. Nesse sentido, a escrita, a fala, os gestos e símbolos matemáticos, como exemplo, constituem o pensar. Segundo Vergel (2015), ao considerar a multimodalidade do pensar, no que diz respeito aos gestos, às palavras, às ações e aos artefatos percebem-se incluídos no processo de mediação entre os homens, a natureza e o trabalho.

Ao lidar com as ideias matemáticas, para Radford (2009), os estudantes, imersos em um sistema cultural, mobilizam uma diversidade de modos semióticos, a fim de atribuir-lhes sentido e significado. Radford (2009) esclarece que a TO desmistifica a relação dissociada entre pensamento e signo, e este último como um aparato unicamente a serviço da externalização do pensar. O pensar é defendido na TO como uma atividade multissensorial que extrapola o aparato mental, o pensamento é, portanto, material e ideativo, concebido como um todo indissociado do signo.

> Pensamento é uma unidade dinâmica material e ideal, uma prática social tangível, materializada no corpo, (através de ações cinestésicas, gestos, percepção, visualização), no uso de sinais, (símbolos matemáticos, gráficos, palavras escritas e faladas) e artefatos de diferentes tipos, (réguas, calculadoras, etc). (RADFORD, 2011, p. 17).

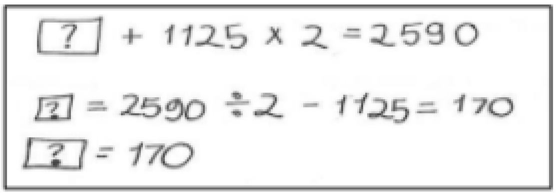
Entender a conceituação do pensamento algébrico na TO implica compreender o que é e o que não é o pensamento algébrico, sobretudo a linha tênue que se estabelece entre o pensamento aritmético. A respeito disso, Almeida (2016) aponta que ‘’[...] o aluno pode pensar algebricamente quando percebe as relações existentes entre as operações com números naturais, identificando suas propriedades, como a comutatividade, sem, necessariamente, representá-las em uma linguagem simbólica.’’ (p. 51).

Segundo Almeida (2017), o uso da simbolização não implica que o aluno esteja pensando algebricamente, a marca da diferenciação entre a álgebra e a aritmética não está no modo simbólico com o qual os estudantes lidam com as expressões, mas o modo como o estudante pensa. Trazendo como exemplo, a expressão ‘’7 + 5 = 12 ‘’ seja atribuindo o sinal de igual como uma mera noção operacional, evidenciando um modo de pensar aritmético, ou atribuindo um sentido de equivalência entre os termos da esquerda e da direita em torno do sinal de igual, evidenciando um modo de pensar algebricamente. Ao destacar os elementos que caracterizam o pensamento aritmético, Gomes (2020) destaca que.

> - Concebe quantidades desconhecidas como indeterminadas. E elas não são tratadas em primeiro plano;
> - Considera métodos baseados em raciocínios com números conhecidos (e não com quantidades indeterminadas), como o método de ‘’tentativa e erro’’, de proporcionalidade, dentre outros;
> - O indeterminado pode ser nomeado por meio de diferentes linguagens. (Gomes, 2020, p. 84).

Muitos desses elementos são observados por Gomes (2020), ao analisar o modo como alunos dos anos iniciais lidam com tarefas que envolvem o sentido de igualdade. Foram apresentados aos alunos a tarefa, (Qual número digitei?), com a seguinte situação: *‘’ Pensei em um número, somei com 1125 e multipliquei por 2. Resultando em 2590. Que número pensei?”.* A figura 7 apresenta o registro realizado pelo aluno, em seguida apresentamos o trecho do diálogo entre a professora e o aluno que realiza a tarefa.

FIGURA 3: Registro do aluno CC



Fonte: Gomes, 2020, p. 112.

> **Professora Luanna:** CC, explique para seus colegas como você fez. [...]
> **Aluno CC**: Eu simple/ eu simplesmente fui fazendo tudo ao contrário (balançando a cabeça e apontando o dedo para a expressão da folha com um movimento rápido do dedo do início para o final da expressão, e do final para o início) [...]. (Gomes, 2020, p. 111).

Na situação exemplificada, de acordo com Gomes (2020), o aluno faz uso das operações inversas de multiplicação e divisão, adição e subtração para lidar com o indeterminado. Contudo, o aluno isola o desconhecido em um dos lados da igualdade e apenas realiza as operações com os valores conhecidos da equação, não conferindo ao sinal de igual um sentido de equivalência, mas operador. Desse modo, o aluno demonstra mobilizar aspectos de um tipo de pensamento estritamente aritmético, pois não apresenta um componente analítico ao lidar com as quantidades indeterminadas da equação.

Desse modo, para Radford (2006) o componente analítico empregado aos objetos algébricos, bem como o modo de operá-los de maneira dedutiva, evidenciam a diferenciação entre álgebra e aritmética. Segundo Gomes e Noronha (2020), a ressignificação do entendimento da álgebra e da aritmética como esferas imbricadas, bem como a analiticidade é um dos aspectos conceituais que marcam a identidade do pensamento algébrico na Teoria da Objetivação.

Para Vergel (2015), o pensamento algébrico pode ser compreendido quanto aos processos de corporificação de ações e reflexões que são constituídas histórica e culturalmente. Sobre a concepção de pensamento algébrico na TO, Radford (1999) afirma,

> Concebemos o pensamento algébrico como um tipo particular de pensamento matemático geneticamente ligado a uma nova forma de uso de signos cujos significados são elaborados por alunos e professor durante a sua participação em atividades matemáticas. (RADFORD, 1999, p. 35).

Desse modo, de acordo com Radford (2008) o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorre por meio de processos sociais de objetivação e subjetivação, que ocorrem no interior de uma cultura mediada por lógicas de pensamentos e ações historicamente constituídos. Isso significa que a construção dessa consciência conceitual sobre o objeto decorre de ações reflexivas que podem ser expressas por diferentes meios semióticos de objetivação.

Nesse sentido, Radford (2006) aborda que o pensamento algébrico se distingue entre outros tipos de pensar a matemática, como uma das formas de produzir sentido e significado à álgebra, e caracteriza o pensamento algébrico, em sua especificidade, a partir dos três seguintes vetores:

(i) Senso de indeterminação: o trabalho com objetos indeterminados envolve mais do que o lidar com números dados, os estudantes operam com incógnitas, variáveis e parâmetros.

(ii) Analiticidade: se relaciona diretamente com a primeira vertente do pensamento algébrico, para Vergel (2015) compreende o modo como se opera com objetos indeterminados, não de modo indutivo, mas perfazendo a capacidade de identificação e manipulação analítica das quantidades indeterminadas como quantidades conhecidas. De acordo com Gomes e Noronha (2020) esse vetor compreende o uso da dedução como o meio, pelo qual, os objetos são manipulados. De forma analítica, os estudantes multiplicam, dividem, adicionam e subtraem, variáveis e incógnitas, como se fossem números conhecidos.

(iii) Designação Simbólica ou Denotação: segundo Vergel (2015), este vetor diz respeito a um modo particular de expressar o indeterminismo algébrico. Para Radford (2006), ao lidar com objetos indeterminados, os estudantes não só fazem uso de um tipo de simbolização alfanumérica. Para Radford (2018), o simbolismo algébrico não se resume ao uso restrito das letras, mas compreende também outros sistemas semióticos não convencionais. Nos primeiros anos escolares, ao lidar com as quantidades indeterminadas, os estudantes podem recorrer a modos idiossincráticos de representação, podendo ou não fazer uso do simbolismo alfanumérico.

4.4 O pensamento algébrico em tarefas de generalização de padrões

Segundo Vale (2012), desde muito novas as crianças aprendem matemática por meio de exercícios que estimulam a percepção de padrões. A autora afirma que na detecção de padrões repetitivos e de crescimento o aluno tem acesso a construção de conceitos e de propriedades matemáticas, bem como favoráveis à resolução de problemas. Neste sentido, Jungbluth, Silveira e Grando (2019) argumentam que o exercício de descoberta de padrões, quando articulado com situações e contextos reais, configura-se valioso meio de significação na aprendizagem matemática favoráveis à abstração e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Vale (2012), salienta duas características de padrões, sendo elas, os padrões de repetição, este "possui um motivo identificável que se repete ciclicamente" (p.20), e podem ser representados pela sequência do tipo ABABABA. Outro tipo de padrão apontado por Vale (2012) são os padrões de crescimento, isto significa que "cada termo muda de forma possível em relação ao anterior" (p. 24). Para a autora, os padrões de crescimento favorecem a transição da aritmética para a álgebra contribuindo para a diminuição das dificuldades encontradas pelos alunos ao lidarem com as equações algébricas.

Ponte e Branco (2013), ao utilizar sequências pictóricas crescentes para desenvolver estudo com futuros professores de educação básica sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, afirmam que este tipo de abordagem permite aos professores a ‘‘compreensão da utilização de variáveis, da procura da generalização e da construção de expressões algébricas muito próximo do que deverão percorrer os seus alunos.’’ (p. 138). Assim, tais autores compreendem que o acesso ao pensamento algébrico pode ser viabilizado por meio de atividades que exploram padrões, mediante o alcance da generalização.

Haja vista, para um melhor entendimento sobre as nuances desse raciocínio, em estudo realizado no Canadá com estudantes do 8º ano da educação básica, Radford (2008) revela que as atividades com exploração de padrões elucidam alternativas distintas de resolução. Isso significa que quando o estudante lida com os padrões nem sempre dispõe de uma generalização algébrica. O autor sugere aos educadores uma ampliação sobre as possibilidades dos raciocínios advindos dessa tarefa. Neste estudo o autor identificou três principais estratégias utilizadas pelos estudantes nas atividades, nas quais situa como: indução, generalização aritmética e generalização algébrica. Radford (2006) adensa tais afirmações esboçando que:

(a) Nem toda a atividade com padrões leva a generalização: o acesso a generalização demanda a transposição de diferentes camadas, por meio de meios semióticos de objetivação;

(b) Nem toda a atividade de generalização leva a simbolização: o autor distingue a generalização algébrica da generalização aritmética, esta última demanda um raciocínio em que não se percebe elementos de mais alta abstração;

(c) Nem toda simbolização é algébrica: o uso da simbolização pressupõe uma relação direta com processos de significação.

Para Radford (2008), durante as atividades com padrões, os estudantes apresentam dificuldades no alcance imediato da generalização algébrica, implicando ações de tentativas e erros sucessivos até o alcance da regra geral da sequência, para este tipo de estratégia o autor denomina enquanto indução. Este é um percurso que o autor não atribui como via de acesso ao pensamento algébrico, por não configurar um raciocínio possível de se extrair uma expressão algébrica.

Assim como a indução, segundo Radford (2008) a generalização aritmética é apresentada como umas das possíveis estratégias de resolução de problemas utilizando padrões. Para o autor, ambas as estratégias supracitadas assumem características semelhantes. Neste tipo de generalização, os estudantes são capazes de identificar as regularidades e semelhanças contidas na composição das sequências, contudo, os elementos representativos estão limitados aos caracteres numéricos e não se percebe o alcance da representação de uma regra geral.

Sobre a generalização algébrica de padrões, Radford (2006) a conceitua como sendo a capacidade de identificar semelhanças nos elementos distintos presentes em uma sequência, de modo que esta semelhança se aplica em todos os demais termos, resultando em uma expressão, que através de uma regra geral, revela os termos mais distantes da sequência. Para o autor, o modo como o raciocínio que leva a regra geral é formulado, se configura como o ponto de partida à generalização algébrica e assim ao pensamento algébrico.

Os diferentes modos de resolução de tarefas envolvendo padrões, apresentados pelos estudantes, suscitam que o desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como indícios de sua caracterização, decorre de um processo em que o raciocínio vai sendo produzido por meio de superações, não lineares. Isso significa que o alcance do pensamento algébrico sugere uma progressão na maturidade em lidar com as relações possíveis dentro da matemática, que conduzem a um raciocínio particular, em que outros objetos matemáticos não dão conta e que é traduzido em forma de simbolização.

Desse modo, ao investigarmos a formação continuada para professores dos anos iniciais, tendo em vista a álgebra como saber em circulação, nos debruçamos sobre o engajamento das professoras em torno de tarefas que exploram a generalização de padrões em sequências repetitivas e de crescimento, entendendo-as como vias de acesso ao pensamento algébrico

Para isso, faz-se necessário a compreensão sobre as caracterizações desse saber, no que diz respeito aos aspectos de sua abordagem nos anos iniciais, como também, acerca dos elementos que caracterizam o pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação, tendo em vista que, quando colocados em evidência, situam o papel do professor acerca da perspectiva de ensino-aprendizagem da álgebra que está ancorado, assim como as demarcações das conceituações matemáticas entre o que pode ser considerado uma generalização aritmética ou uma generalização algébrica, a fim de possibilitar a compreensão sobre a materialização deste saber e os caminhos percorridos por professores e estudantes em torno desse saber em circulação na sala de aula.

5. Passos metodológicos

As características que estruturam este estudo, assumem um caráter de natureza qualitativa. De acordo com Minayo e Sanches (1993), nesta abordagem, os fenômenos a serem contrastados inserem o pesquisador em esferas profundas devido às complexidades das análises. Desse modo, nos debruçamos sobre os processos de objetivação vivenciados por professoras dos anos iniciais, dentro do pequeno grupo de uma formação continuada para professores da educação básica, que teve como objeto os processos de objetivação para o ensino da álgebra e o pensamento algébrico à luz da Teoria da objetivação.

O pequeno grupo investigado integrou a formação continuada para professores dos anos iniciais articulada pelo grupo de pesquisa em história epistemologia e didática da álgebra GPHEDA- Al Jabr, em parceria com a Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE e financiado pelo Programa de Formação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática- SBEM por meio do Edital 01/2020 e pela Fundação de Amparo a Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco - FACEPE por meio do edital APQ Jovens Pesquisadores 16/2021 processo nº. APQ-1256-7.08/21. A formação contou com os princípios teóricos e metodológicos da Teoria da Objetivação acompanhando sua estrutura e sua posição quanto à perspectiva histórico-cultural e às noções de Atividade, Labor conjunto, Pensamento algébrico, saber, conhecimento, processos de objetivação, subjetivação e ética comunitária, estimados nesta teoria educativa.

Neste capítulo, inicialmente, apresentamos a estrutura da formação continuada, a qual observamos, logo em seguida expomos os passos e o como ocorreu o desenvolvimento da pesquisa, quem foram os sujeitos envolvidos, os instrumentos de produção de dados utilizados e a perspectiva de análise adotada.

5.1 Cenário da formação: O que foi e como aconteceu?

Neste tópico, abordamos a caracterização da formação continuada, sua estrutura, perfil dos participantes, planejamento, metodologia, carga horária e como aconteceram as etapas do processo.

5.1.1 Integrantes da formação continuada

A formação continuada contou com a participação de professores e pesquisadores que integravam o grupo de pesquisa em história, epistemologia e didática da álgebra GPHEDA -

Al Jabr na elaboração e execução do Projeto didático da formação (PDF). Considerando o perfil da formação continuada, destinada ao ensino da álgebra para os anos iniciais do ensino fundamental, foi elencado como critério de participação:

(i) Ser estudante do curso de Licenciatura em Pedagogia;

(ii) Ser professor(a) ou Coordenador(a) dos anos iniciais de escolas públicas ou privadas de ensino;

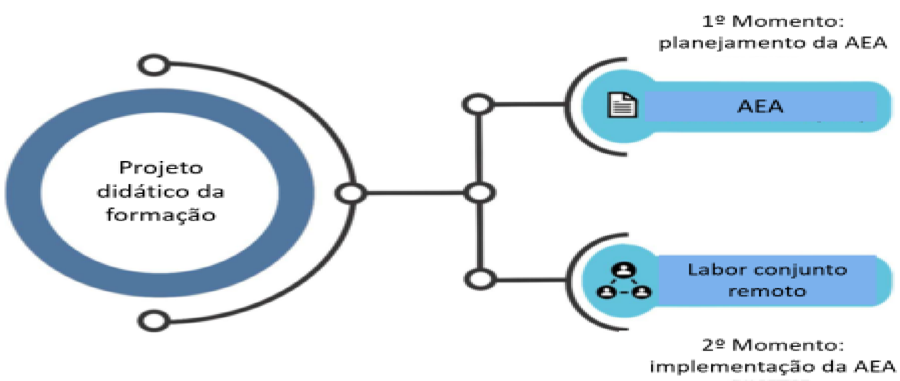
(iii) Ser professor(a) de matemática da educação básica.

A formação obteve vinte inscritos, sendo organizado por perfil, ser professor dos anos iniciais ou professor dos anos finais, em cinco pequenos grupos.

5.1. 2 Planejamento do projeto didático da formação

A elaboração do Projeto didático da formação (PDF), foi estruturada em dois momentos, como apresentado na figura 4 a seguir.

FIGURA 4: Estrutura da formação à luz da TO



Fonte: Almeida e Martins (2022, p. 10)

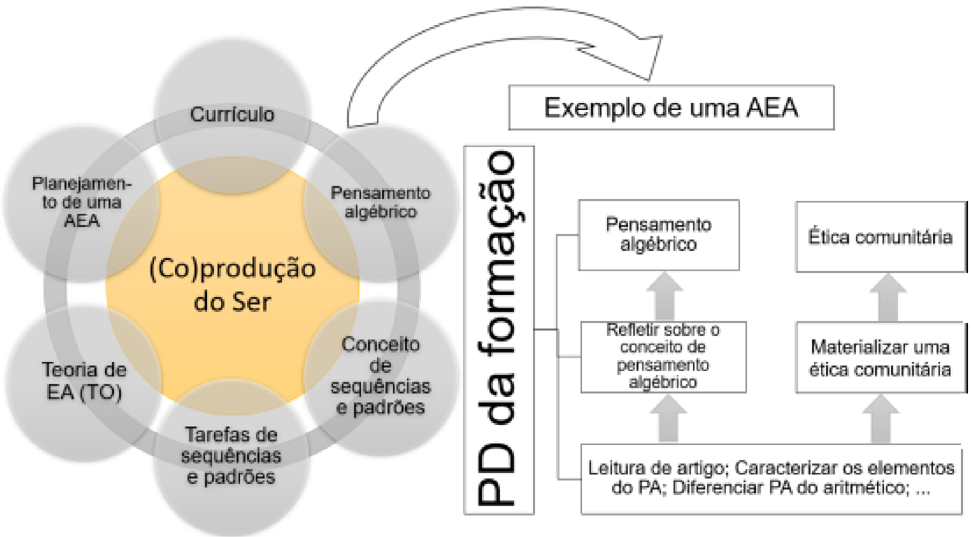
O primeiro momento foi destinado ao planejamento da Atividade de Ensino Aprendizagem (AEA) e o segundo momento destinado à realização do Labor Conjunto. O planejamento da (AEA) foi pensado a partir dos eixos:

(i) Saber: O que é esperado a ser materializado com a formação, ou seja, a álgebra e seu ensino nos anos iniciais do ensino fundamental;

(ii) (co) produção do ser: Do ser professor, a materialização de subjetividades, o cuidado com o outro, solidariedade, criticidade, etc.

Como observado na figura a seguir, a (co)produção do ser integra-se aos macro saberes pensados para a formação.

FIGURA 5: Do PDF a uma AEA sobre conceito de pensamento algébrico



Fonte: Almeida e Martins (2022, p. 11)

Vale ressaltar que os macro saberes, embora estruturados de modo “dividido” entrelaçam-se durante a formação. Para cada um dos saberes envolvidos foi pensado objetivos, como apresentado no quadro abaixo.

QUADRO 3: Eixos e objetivos pensados para a formação continuada

Encontro	**Saberes**	**Eixo**	**Objetivo**	**Referências**
1° Encontro síncrono do pequeno grupo	Currículo	Orientações apresentadas na BNCC para o ensino da álgebra nos anos iniciais.	Refletir sobre o sentido de matemática, álgebra, pensamento algébrico e seu ensino.	BNCC (2018)
2° Encontro síncrono do pequeno Grupo	Pensamento algébrico	Pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação	Refletir sobre os valores que caracterizam o pensar algebricamente.	Gomes e Noronha (2020)
3°Encontro síncrono do pequeno Grupo	Sequências e padrões	Conceito de sequências e padrões de crescimento e repetição	Refletir sobre o que caracteriza e diferencia os padrões de crescimento e de repetição. Como eles	Vale e Pimentel (2011)

			podem desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes? O que diz a BNCC	
4°, 5° e 6° Encontro síncrono do pequeno Grupo	Tarefas com sequências e padrões	Sequências e padrões de crescimento e repetição	Analisar e elaborar tarefas de padrões de crescimento e repetição, relacionando-as com as habilidades propostas na BNCC e com os elementos caracterizadores do pensamento algébrico.	Vale e Pimentel (2011) Radford (2013)
7°Encontro síncrono do pequeno Grupo	Teoria de ensino-aprendizagem (Teoria da Objetivação)	Teoria da Objetivação	Refletir sobre a possibilidade de um processo de ensino-aprendizagem não alienante, que favoreça o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes dos anos iniciais.	Radford (2009)
8°Encontro síncrono do pequeno Grupo	Planejamento de AEA	Planejamento de AEA	Planejamento de uma aula para o ano escolar (1° ao 5°) dos anos iniciais do ensino fundamental, a partir dos pressupostos da TO, tendo como objetivo de saber, o pensamento algébrico e as sequências de padrões.	-

Fonte: Adaptado de Almeida e Martins (2022, p. 12 e 13)

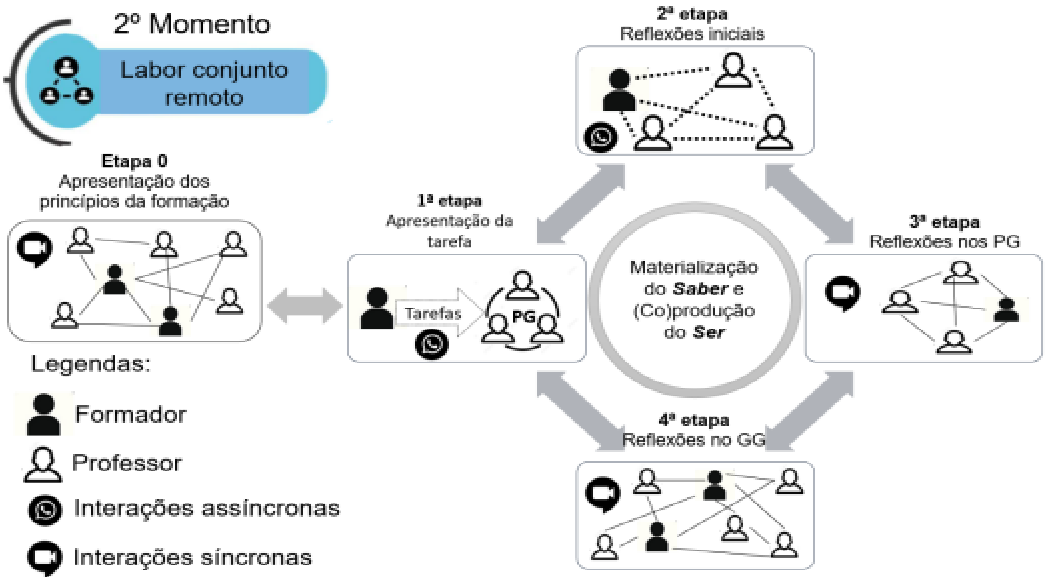
No próximo tópico, abordamos as etapas do Labor Conjunto remoto da formação continuada.

5.1. 3 Labor Conjunto Remoto

O Labor Conjunto foi composto por encontros que se deram em pequenos grupos formados por 4 professores e encontros com o grande grupo. A formação teve duração de 60 horas, sendo, 10 encontros realizados com o grande grupo e 9 encontros destinados aoss pequenos grupos ocorrendo de forma síncrona e assíncrona.

Assim, a configuração do Labor Conjunto, se deu em 5 etapas, como apresentadas na figura a seguir, sendo as siglas PG para pequeno grupo e GG para grande grupo.

FIGURA 6: Labor conjunto remoto



Fonte: Almeida e Martins (2022, p. 15)

Desse modo, observa-se que as etapas da formação ocorrem desde a Etapa 0 até a Etapa 4, sendo:

Etapa 0: Esta etapa foi destinada à reunião de apresentação da formação com o grande grupo, em que foram apresentados os objetivos do PDF, os princípios, etapas e expectativas para a formação.

Etapa 1: Neste momento, os formadores eram responsáveis pela apresentação dos textos bases e proposição das tarefas, encaminhadas através de aplicativos de mensagens, para serem discutidas em momento síncrono.

Etapa 2: Esta etapa destinou-se às reflexões assíncronas, em que também eram utilizados os recursos de aplicativos de mensagens para troca de comentários, dúvidas e informações sobre a tarefa.

Etapa 3: Neste momento, os formadores e os professores dos pequenos grupos se reúnem por meio de um aplicativo de videochamada, para juntos, discutirem a proposta da tarefa em torno da sua finalização.

Etapa 4: Nesta etapa, todos os pequenos grupos se encontram formando um grande grupo e apresentavam suas produções, reflexões, etc.

5.2 Contexto da pesquisa e instrumentos de produção dos dados

Agora que já apresentamos como se deu os princípios teóricos e metodológicos da formação continuada, neste tópico, trazemos o "como" sucedeu a produção dos dados.

Adotou-se neste estudo, o tipo de pesquisa *"Observação participante"*. Ao passo da produção de subjetividades inerentes aos processos formativos, fez-se necessário a integração da pesquisadora no universo pesquisado, isto porque, o estreitamento desse olhar, é apontado por Gil (2008a), ao definir a observação participante ''Como a técnica pela qual se chega ao conhecimento da vida de um grupo a partir do interior dele mesmo'' (p. 103).

No primeiro momento, contamos com a aplicação de um questionário eletrônico, no momento pré-formação. Com o recurso do questionário, buscamos compreender os dados revelados pelos professores quanto às ideias acerca da álgebra, pensamento algébrico e perspectivas matemáticas frente a análise de tarefas que envolviam a generalização de padrões em sequências respondidas por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

O questionário eletrônico foi encaminhado aos participantes em momento pré-formação via correio eletrônico e aplicativo de mensagem. Gil (2008a) esboça algumas das vantagens do questionário como instrumento de produção dos dados, a seguir.

> a) possibilita atingir grande número de pessoas, mesmo que estejam dispersas numa área geográfica muito extensa, já que o questionário pode ser enviado pelo correio;
> b) implica menores gastos com o pessoal, posto que o questionário não exige o treinamento de pesquisadores;
> c) garante o anonimato das respostas;
> d) permite que as pessoas o respondam no momento em que julgarem mais conveniente;
> e) não expõe os pesquisadores à influência das opiniões e do aspecto pessoal da entrevista. (GIL, 2008a, p. 122.).

Na etapa seguinte da pesquisa, nos debruçamos sobre os encontros de um pequeno grupo da formação. Como exposto na figura 6 (no tópico anterior) a qual demonstra as etapas do Labor conjunto, no desenvolvimento desta pesquisa nos inteiramos especificamente, no que concerne a Etapa 3, como observa-se no recorte ampliado exposto na figura a seguir.

FIGURA 7: Etapa 3: Reflexões nos PG

Fonte: Recorte da Figura 6 (seção anterior)

Nesta etapa, a formadora e as professoras se reuniram em um pequeno grupo para a finalização da tarefa. Assim, observamos o engajamento das professoras no Encontro de número 4 em torno do levantamento de hipóteses de respostas de alunos às tarefas que envolviam a generalização de padrões em sequências. A análise também contou com recortes do Encontro de número 2, que teve como objetivo a discussão em torno das ideias de pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação.

Os encontros foram registrados e para isso contamos com o recurso de gravação de vídeo chamadas, a fim de obtermos a maior fidedignidade sobre a observação das interações, transcrições das falas e outros possíveis meios semióticos.

5.3 Apresentação dos sujeitos da pesquisa

Dentre os pequenos grupos formados, nos debruçamos sobre 1 pequeno grupo. A seleção se deu por se tratar de um grupo formado apenas por professoras com formação em Licenciatura em Pedagogia, conforme apresentado a seguir.

QUADRO 4: Identificação dos sujeitos

Identificação	Formação	Idade	Cidade de origem	Tempo de atuação no magistério
ANA	Licenciatura em Pedagogia	24	Paudalho-PE	-
MARIA	Licenciatura em Pedagogia Mestrado em Educação	41	Recife-PE	12 anos
PAULA	Licenciatura em Pedagogia Licenciatura em Matemática Mestrado em Ed. Matemática Doutoranda em Educação Matemática	28	Pelotas-RS	3 anos

Fonte: Adaptado pela autora

Ressaltamos que, apesar do pequeno grupo ser composto por 3 professoras, no encontro de número 4 da formação a professora Paula não estava presente no encontro, contudo, episódios relevantes de sua participação no encontro de número 2 são apontados para reiterar aspectos apontados em outros momentos da formação, bem como aspectos de sua fala que se constituem enquanto base na Teoria da Objetivação, como exemplo, a ética comunitária.

5.4 Perspectiva de análise dos dados

Considerando as instâncias do ensino-aprendizagem em seus processos interacionistas, sobretudo subsidiada pelas perspectivas da Teoria da Objetivação e as dimensões dos processos de objetivação e subjetivação, adota-se neste estudo a perspectiva da análise semiótica.

De acordo com Kress (2012)

> A semiótica social serve para enfatizar o que é compartilhado comunicacionalmente: que deve haver recursos para mostrar a conexão e relação em qualquer modo, mesmo que sejam diferentes em cada modo, que características do significado são compartilhadas entre todos os modos - intensidade - enquadramento - primeiro plano - destaque - coerências e coesão - formas de gênero etc. Mesmo que difiram de modo para modo. (KRESS, 2012, p. 46).

Desse modo, a análise deste estudo ocorreu em dois contextos, o primeiro diz respeito a análise do questionário pré-formação e o segundo diz respeito a observação do engajamento das professoras em torno de tarefas de caráter algébrico, realizadas nos encontros do pequeno grupo. Quanto a análise do questionário pré-formação, elencamos dois objetivos e que também se configuraram em categorias de análise:

(i) Identificar as ideias das professoras acerca da álgebra, do pensamento algébrico e suas relações;

(ii) Analisar os conhecimentos matemáticos revelados pelas professoras e sua relação com o ensino da álgebra nos anos iniciais, a partir da análise das respostas dos alunos frente a tarefas envolvendo a generalização de padrões.

Quanto ao encontro de número 4, foi elencado (pela formação) o objetivo de propor às professoras que levantassem hipóteses de respostas de alunos do 1º e 2º ano das séries iniciais do ensino fundamental frente a tarefas que envolviam a generalização de padrões em sequências repetitivas e de crescimento.

Assim, a análise dos encontros observados foi ancorada na metodologia abordada na Teoria da Objetivação, para isso destacamos momentos relevantes que foram sendo evidenciados no decorrer do encontro. Estes momentos relevantes foram caracterizados pelos saberes que vão sendo objetivados ao longo da atividade de ensino aprendizagem, para isso, analisamos os elementos que caracterizam os processos de objetivação do pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação, já abordados na seção do referencial teórico deste estudo. Assim, ao realizarmos as análises da formação, nos debruçamos sobre uma parte do Labor conjunto, situado na etapa de número 3, conforme é representado as fases do Labor Conjunto da formação, na figura 6 da seção anterior.

Destacamos, também, que no contexto da análise do encontro de número 4, traçamos contrastes com alguns dos dados apontados no questionário pré-formação, como também com momentos relevantes observados no encontro de número 2, que teve como objetivo, abordar as ideias de pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação.

5.5 Aspectos éticos da pesquisa

As composições éticas deste estudo versam sobre os critérios estabelecidos pelo comitê de ética, para o desenvolvimento de pesquisas com seres humanos, na abrangência dos métodos e instrumentos de produção dos dados adotados neste estudo. Os passos para a concretização desta pesquisa decorrem essencialmente da manifestação de consentimento, compreensão dos objetivos, etapas da pesquisa e da garantia da confidencialidade identitária de todos os participantes envolvidos, salvaguardado pelo Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE. O presente estudo, submetido e aprovado na Plataforma Brasil, cumpriu com as exigências apontadas pelo comitê de ética CEP/UFRPE, com número de aprovação 45946721.2.0000.95

6. Resultados

Neste capítulo, analisamos o desenvolvimento dos processos de objetivação e subjetivação de professoras e de uma formadora, no trabalho comum dentro de um pequeno grupo de uma formação continuada, que teve a álgebra como objeto de estudo. Para isso, apresentamos as análises de dois momentos do percurso da formação continuada, o primeiro diz respeito ao *Questionário pré-formação*, aplicado de forma eletrônica e o segundo diz respeito ao engajamento das participantes ao se envolverem em 3 tarefas propostas no *Encontro de número 4* da formação, em que foi proposto às participantes que analisassem tarefas que envolvem padrões em sequências repetitivas e recursivas e indicassem possíveis respostas de alunos das séries iniciais do ensino fundamental, sendo a primeira e a segunda tarefa destinada aos alunos do 1°ano e a terceira destinada aos alunos do 2° ano dos anos iniciais do ensino fundamental.

Na análise do *Encontro de número 4* também buscamos traçar contrastes com algumas das informações obtidas por meio do questionário pré-formação, e ainda com alguns dos momentos relevantes observados no *Encontro de número 2,* que teve como objetivo a discussão sobre os fundamentos da teoria da objetivação e os vetores do pensamento algébrico à luz dessa teoria.

Em virtude das limitações causadas pela formação à distância, muitos dos possíveis meios semióticos de objetivação, como exemplo, gestos, movimentos e expressões, não foram capturados nas gravações em vídeo, desse modo, esta análise se pauta essencialmente nas falas que foram possíveis de serem capturadas durante as gravações.

6.1 Questionário pré-formação

Esta seção destina-se à análise das respostas apresentadas pelas professoras Ana e Maria[4] ao questionário aplicado durante o período pré-formação. Nos debruçamos sobre as ideias expressas sobre álgebra, pensamento algébrico, aspectos dessas ideias que se entrelaçam com os objetivos do ensino-aprendizagem da álgebra nos anos iniciais e outros aspectos do conhecimento matemático e sua relação com o pensamento algébrico indicados pelas professoras ao analisarem as respostas dos alunos às duas tarefas envolvendo generalizações de padrões em sequências.

[4] A professora Paula não aparece nesta análise pois buscamos traçar um paralelo dos dados obtidos com o questionário com o Encontro de número 4, contudo, a professora Paula não estava presente neste dia. Ainda assim, episódios relevantes de sua fala, no Encontro de número 2, são evidenciados, a fim de reiterar a identificação de princípios pontuados na Teoria da Objetivação.

6.1.1 Primeiras ideias reveladas pelas professoras

Ao apresentarem suas ideias sobre pensamento algébrico, as duas professoras expressam opiniões que o relacionam à produção de raciocínios que possibilitam ao aluno a tomada de decisões, conclusões ou até mesmo na execução de ações.

Questionário pré-formação

Questão 8: Para você, o que é pensamento algébrico?

Profª Maria: Processo a ser desenvolvido para propiciar aos alunos a compreensão dos padrões matemáticos, a levando a fazer generalizações.

Profº Ana: É a forma com que os professores levam os alunos a sair de uma observação, a organizar o pensamento de forma coerente e coesa.

Verifica-se na fala da professora Maria a ideia de pensamento algébrico como algo que não acontece de forma pronta, acabada, mas como um processo, como algo que se desenvolve frente a determinada finalidade. A resposta da professora Maria indica que essa finalidade está relacionada com alguns dos objetivos e caminhos propostos ao ensino-aprendizagem da álgebra previstos na BNCC (BRASIL, 2017), o que pode indicar a familiarização da professora com as reformulações curriculares e sua relação com a álgebra nos anos iniciais.

A ideia da professora Maria, também, esboça uma compreensão ainda restrita, indica que o pensamento algébrico permeia por um só caminho, um tipo de compreensão que pode ser encontrada em Blanton e Kaput (2005), o qual entende-se o pensamento algébrico como um processo em que se generalizam ideias matemáticas. Segundo Gomes (2020), é importante considerar não só a capacidade de identificar a generalização, mas o modo como o aluno estabelece tais relações.

Sem uma clareza quanto a ideia de generalização algébrica, professores e alunos podem se deparar com uma perspectiva oposta acerca do que é abordado na Teoria da Objetivação, o que pode levar a uma distinção equivocada entre uma generalização algébrica e um generalização aritmética. Vale ressaltar o que Radford (2009) compreende por pensamento algébrico, como um modo particular de lidar com as quantidades desconhecidas (incógnitas, variáveis, parâmetros) como se fossem quantidades conhecidas, operando-as de modo dedutivo.

Por outro lado, a professora Ana percorre por outras vias de compreensão, observa-se uma ideia de pensamento algébrico como um conhecimento que, com a ajuda do professor, mobiliza o aluno a ter um raciocínio mais ‘’claro’’ a respeito de determinado saber. Vale destacar o momento da sua resposta, em que diz ‘’[...] a organizar o pensamento de forma coerente e coesa’’. A professora não menciona ao que se refere, o que indica que sua compreensão não se restringe apenas às ideias algébricas ou outras áreas da matemática, mas pode indicar que o pensamento algébrico pode ser considerado como um modo de pensar que amplia os horizontes de alunos e professores frente a outros saberes. Ideia esta que vai de encontro com algumas das perspectivas a respeito da álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico, salientados pelos autores, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), ao afirmar a importância do saber algébrico, não só para as áreas da matemática, como também, para outras áreas do conhecimento.

Ao serem indagadas sobre como percebem a relação entre álgebra e pensamento algébrico, as professoras demonstram compartilhar a ideia de álgebra como uma grande área da educação matemática e o pensamento algébrico como um caminho, a ser percorrido pelos alunos, para o alcance desse saber.

Questionário pré-formação

> **Questão 9:** Para você, qual a relação entre a álgebra e o pensamento algébrico?
>
> **Profª Maria:** A álgebra é a área de ensino e pensamento algébrico o desenvolvimento do processo de aprendizagem.
>
> **Profº Ana**: Para que a álgebra seja aprendida de forma eficaz, é preciso estar entrelaçada com um pensamento algébrico efetivado.

Nota-se que, para as professoras, a ideia de pensamento algébrico circunda o campo do processo que leva o aluno ao saber algébrico. Desse modo, é preciso destacar as distinções apontadas em Radford (2006) a respeito da ideia apontada na Teoria da Objetivação sobre a álgebra e o pensamento algébrico, este último como um modo pelo qual o aluno pode dar sentido à álgebra. Isso significa, também, que o pensamento algébrico diz respeito à materialização do saber algébrico constituído histórico-culturalmente. Radford (2021a) ainda disserta sobre os processos de objetivação, o que em sucintas palavras podemos compreender como os processos de tornar o saber aparente ao aluno.

6.1.2 A caminho das generalizações: analisando respostas de alunos

O questionário pré-formação contou, também, com a proposta de análise às respostas de alunos em duas tarefas envolvendo sequências de crescimento. Na primeira tarefa é apresentado os desafios e logo em seguida o registro do diálogo entre a professora e os dois estudantes em discussão.

FIGURA 8: Proposta de atividade envolvendo sequência recursiva

Fonte: (Adaptado de Nacarato e Custódio, 2018, p.126.)

Agora, observe o diálogo realizado entre a professora e os estudantes envolvendo o número 51.

Gabriela: Eu fui contando até chegar no 18 e depois fui continuando. Então, descobrimos que o 51 é vermelho.

Professora: E aí, Nicolas, o que você achou?

Nicolas: Que não é vermelho, é branco.

Gabriela: Então, Nicolas, faz do seu jeito pra mim ver.

Nicolas começa a registrar na lousa de 10 em 10 até totalizar 50 e termina com o 1. Nicolas defende que, se olhar para o 10, que é branco, todo número 10 será branco]

Gabriela: Nem dá para olhar só o 0, porque tem três cores.

Professora: Nicolas, que cor é o 10?

Nicolas: É branco.

Professora: E o outro 10?

Nicolas: É branco [e indica que os demais também são brancos].

Professora: Mas qual é a sequência de cores? Vermelho, branco, azul. O 10 é branco, mas o 20 é que cor? Azul, pois aqui 10 mais 10 é 20

[Mesmo assim, Nicolas não se convenceu].

(Texto adaptado de Nacarato e Custódio, 2018)

Após a apresentação da tarefa, foi proposto às professoras que indicassem como avaliavam a resolução da atividade, o que resultou em respostas que indicaram duas perspectivas de análise, a seguir:

Questionário pré-formação

Questão 12: Considerando os diferentes raciocínios utilizados por Gabriela e Nicolas, para você, qual dos estudantes alcançam de forma exitosa a cor do espaço 51 da tira? Como você chegou a essa conclusão?

Profª Maria: Gabriela. Ela compreendeu o padrão apresentado e conseguiu chegar à resposta.

Profº Ana: Gabriela. Realizando a soma de dois em dois até chegar no número 51.

Na resposta apresentada pela professora Maria, nota-se um olhar com foco no resultado, ou seja, a professora não indica o ‘’como’’ a aluna Gabriela chegou a cor da tira que indica o termo 51 da sequência, apenas destaca que a aluna foi capaz de identificar o padrão de forma exitosa, o que pode indicar uma perspectiva de ensino-aprendizagem da matemática voltada ao “resultado das operações” sem credibilizar o processo.

Outros aspectos permeiam a resposta da professora Ana que busca cumprir com o proposto no enunciado da questão, esboçando um olhar sobre os possíveis aspectos matemáticos envolvidos no raciocínio da aluna, neste olhar podemos compreender que, considerando as características do pensamento algébrico apontados em Radford (2021a), a professora concebe um tipo de raciocínio aritmético a respeito da resposta apresentada pela aluna Gabriela ao destacar em sua fala como avalia o modo como a aluna alcança o termo mais distante da sequência, por meio da ‘’soma de dois em dois’’.

Nesta perspectiva, de acordo com Gomes (2020), o uso da estratégia de contagem na busca pelo “indeterminado” numa sequência, não esboça, por exemplo, elementos como, analiticidade e o caráter dedutivo evidenciados no pensamento algébrico.

Ainda sobre o olhar para a tarefa 1, em momento posterior no questionário, foi proposto às participantes que indicassem os possíveis aspectos matemáticos que estão implicados no padrão.

Questionário pré-formação

Questão 15: Ao se deparar com o diálogo entre a professora e os demais colegas, Paulo questiona à professora se as cores da tira estão relacionadas com a tabuada do 3. Como você responderia a pergunta de Paulo?

Profª Ana: Nem todos os números que estão na sequência são múltiplos de 3.

Profº Maria: Que sim, poderíamos relacionar, já que o padrão ocorre de três em três, e 7 * 3 = 21.

Para a professora Ana, o critério indicado pelo aluno não é suficiente para determinar algum dado relevante quanto ao padrão estabelecido na sequência, por outro lado, a professora Maria destaca a possibilidade do envolvimento das propriedades da multiplicação para a implicação do padrão, contudo, apesar de apresentar a equação 7 * 3 = 21, a resposta da professora não aponta para detalhes relevantes quanto aos termos próximos ou distantes da sequência.

Neste caso, ao observar os múltiplos de 3 presentes na sequência numérica apresentada, o estudante pode estabelecer um padrão, em que:

(i) Qualquer termo da sequência com valor que seja múltiplo de 3, sinaliza a tira de cor vermelha;

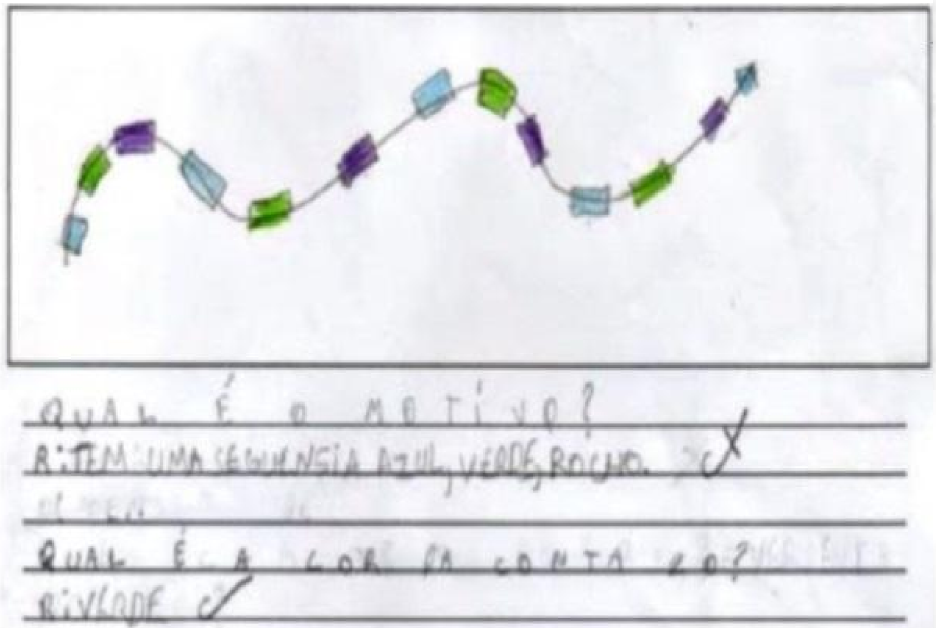
(ii) Qualquer termo da sequência que antecede um múltiplo por 3, sinaliza a tira de cor azul;

(iii) Qualquer termo da sequência que sucede um múltiplo por 3, sinaliza a tira de cor branca.

Neste momento abordaremos a tarefa 2 apresentada no questionário pré-formação, que contou com a descrição de um desafio destinado aos alunos do 3º ano do ensino fundamental.

Na proposta, é requerido dos alunos que construam uma sequência figural e elaborem perguntas, em que foram respondidas por outras duplas de alunos, como exposto abaixo.

FIGURA 9: Atividade envolvendo sequência repetitiva



Fonte: (Nacarato e Custódio, 2018, p.115.)

Foi proposto às professoras uma análise acerca da proposta apresentada na tarefa, bem como a construção da sequência, o "motivo" e as respostas apresentadas pelos alunos. Em suas respostas, as professoras demonstram um tipo de análise com foco no ''certo ou errado'', como observa-se nas respostas,

> **Questionário pré-formação**
>
> **Questão 18:** Como você avalia a coerência da resposta dos alunos quanto ao "motivo" da sequência?
>
> **Profª Ana**: Porque realmente é uma sequência de 3 cores.
>
> **Profº Maria:** Boa para o momento inicial.

Em ambas as respostas das professoras, não é possível identificar como compreendem aspectos do raciocínio dos alunos na construção do padrão, o que pode remeter às limitações quanto às expectativas da aprendizagem da álgebra neste ano de ensino, e ainda acerca dos conhecimentos envolvidos e a serem desenvolvidos no contato com tarefas que envolvam padrões em sequências.

Desse modo, nesta tarefa, observa-se que os alunos demonstram compreender o sentido de sequência figural, uma expectativa que, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2017) já deve está consolidada para este ano de ensino. Também é possível perceber que os alunos são capazes de construir um padrão de repetição e apontam à generalização de um termo distante, quanto a quantidade de elementos presentes na sequência. Contudo, na resposta dos alunos não é possível perceber a característica da generalização realizada, seja ela aritmética ou algébrica.

Na continuidade das questões, quando perguntamos às professoras como percebem o modo como os alunos alcançam a cor da conta 20 da sequência, observa-se duas perspectivas, a seguir.

> **Questionário pré-formação**
>
> **Questão 20:** Considerando o modo como os alunos nos anos iniciais produzem estratégias para resolução de problemas, para você, quais os possíveis caminhos percorridos pelos alunos para determinar a cor verde da conta 20 desta sequência?
>
> **Profª Maria:** Quadro com a repetição do padrão, relação com a multiplicação.
>
> **Profº Ana**: Que a cada duas tiras, existe uma da cor verde.

De acordo com a perspectiva da professora Maria, para identificar o padrão, os alunos recorreram a construção de um quadro, desse modo, para Vale (2012), a criação de tabelas e quadros viabilizam aos alunos pequenos e aos alunos maiores que apresentam alguma dificuldade, a visualização das variações contidas na sequência, o que favorece o estabelecimento de relações com as propriedades matemáticas, como exemplo a relação com os múltiplos para a descoberta do termo geral.

Por outro lado, de acordo com a perspectiva da professora Ana, os alunos recorreram às disposições espaciais da sequência, o que não é suficiente para determinar a cor da tira de um termo mais distante, como por exemplo a cor da tira referente ao termo 20.

Na questão seguinte, propomos às professoras que apresentassem quais as estratégias que buscariam, para que juntos aos alunos chegassem ao termo geral da sequência, assim, as professoras parecem indicar a necessidade de recorrer a sequência buscando várias alternativas até o alcance de um termo qualquer, como observa-se a seguir.

Questionário pré-formação

Questão 21: Tendo por base as intencionalidades didáticas desta atividade, quais as possíveis intervenções você faria para auxiliar os estudantes a encontrarem um termo qualquer da sequência?

Profª Maria: Abordaria sequência numérica e proporia reflexão sobre diferentes padrões apresentados.

Profº Ana: Que, como estamos trabalhando com sequência, e eles terem repetições, há algumas possibilidades para a resolução desse tipo de problema.

A ideia de recorrer a variadas tentativas para o alcance do termo geral, não configuram um raciocínio algébrico, como aponta Gomes (2020), contudo, estudos realizados por Radford (2001) apontam que, em momentos iniciais do contato com tarefas envolvendo padrões em sequências, os alunos podem recorrer a estratégias aritméticas, como exemplo a tentativa e erro até avançarem para um raciocínio dedutivo por meio da mobilização dos meios semióticos de objetivação.

Quando propomos às professoras que indicassem o modo como chegariam ao termo geral, nesta tarefa, observa-se nas respostas seguintes dois raciocínios distintos, um raciocínio que remete um caminho aritmético e um raciocínio que parece percorrer uma perspectiva algébrica, no extrato a seguir.

Questionário pré-formação

Questão 22: Para você, como encontrou um termo qualquer dessa sequência?

Profª Maria: Por repetição do padrão de cores associando com a sequência numérica.

Profº Ana: Que cada termo, exceto o primeiro, é igual ao anterior adicionando mais 2.

Embora o raciocínio da professora Ana não seja suficiente para determinar a cor da tira de algum termo da sequência, ela parece recorrer a busca de uma lógica comparada ao modo como a professora Maria apresenta a sua ideia. Enquanto a professora Ana parece recorrer a uma "fórmula" que contempla a descrição do padrão, a professora Maria parece indicar que recorrerá ao registro de termo por termo até chegar a um termo determinado da sequência. Nesse sentido, enquanto o aluno estiver "dependente" de um termo próximo para indicar o posterior, não conseguirá um avanço no raciocínio para o pensamento algébrico.

6.2 Encontro 4: Levantando hipóteses de respostas

Neste tópico são discutidas as análises sobre os processos de objetivação e subjetivação acerca do engajamento das professoras participantes de um pequeno grupo juntamente com a formadora, ao trabalharem juntas em torno da finalização de uma tarefa, na qual teve como objetivo o levantamento de hipóteses de respostas de alunos em turmas de 1° e 2°ano do ensino fundamental, mediante questões que envolviam a generalização de padrões em sequências. A fim de reafirmar aspectos dos indícios de avanços quanto aos conceitos, apresentados pelas professoras, e ainda acerca da ética comunitária, trazemos recortes de algumas falas apontadas no questionário pré-formação, como também de algumas falas ocorridas no Encontro de número 2 da formação.

6.2.1 Tarefa 1: 1°ano, padrão com sequência repetitiva

Nesta atividade, foi proposto às participantes que analisassem uma tarefa destinada ao 1°ano do ensino fundamental. No primeiro momento, a formadora realizou a leitura da tarefa elencando os objetivos e as questões que foram propostas, em seguida, as professoras discutiram as suas impressões sobre a tarefa e buscaram, em grupo, um consenso para as hipóteses de respostas dos alunos que foram surgindo ao longo da discussão. Durante a atividade é possível perceber elementos da Teoria da Objetivação, como, por exemplo, características da ética comunitária que vai se desenvolvendo no decorrer das interações, bem como, momentos que sinalizam a materialização de saberes, alguns dos fundamentos defendidos na Teoria da Objetivação, como exemplo, definições sobre a ideia de pensamento algébrico são incorporados nas falas das professoras.

FIGURA 10: Tarefa 1 aplicada na formação continuada

TAREFA 1:
Pedrinho é um garoto muito esperto e brincalhão. Ele também gosta de inventar mistérios para os amigos descobrirem. Vejam a ideia que ele teve:

a) Nessas imagens, o que observam?
b) Os piões são todos iguais?
c) Os piões se repetem em alguma ordem? O que você descobriu?
d) Você acha que foi esse o segredo que Pedrinho usou?
e) Usando o segredo que você descobriu, quais seriam as próximas figuras?

Fonte: (PERNAMBUCO, 2019, p. 13.)

Em suas primeiras impressões acerca da tarefa, as professoras chamam a atenção às possíveis dificuldades dos alunos quanto à percepção do padrão, isto porque, para as professoras o modo como a sequência está organizada apresenta um grau de complexidade aos alunos que ainda estão no 1° ano dos anos iniciais do ensino fundamental. Contudo, em contraste com os dados apontados no questionário aplicado aos participantes no momento pré-formação, é consenso entre as professoras Maria e Ana que o trabalho com tarefas que tenham como objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser incluído a partir do 1°ano do ensino fundamental.

Segundo as duas professoras participantes do pequeno grupo que acompanhamos, este tipo de sequência não pode ser trabalhado com a turma sem um trabalho prévio com os alunos, sendo necessário que já tenham desenvolvido uma certa maturidade em relação aos padrões em sequências. As professoras citam, como exemplo, tarefas de manipulação com objetos concretos que possibilitem a exploração da ludicidade. Como apontado na fala da professora Ana e da professora Maria, no extrato a seguir.

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 07:44s Maria:** Eu acho que eles iriam identificar sim que eram iguais, mas eu acho que para o padrão teria que ter um trabalho anterior.
>
> **Momento:13:26s Ana:** Se a professora já vier trabalhando o conceito de sequência, uma sugestão, por exemplo, seria, antes dela trabalhar os peões, ela fazer com desenho, antes de chegar nessa parte da sequência também seria interessante fazer dessa forma.

As falas das professoras sinalizam aspectos da dimensão didática que envolve o ensino da álgebra nos anos iniciais, isto porque, de acordo com Vale (2012), ao dar início ao trabalho com sequências figurais é importante que se faça o uso eventual de materiais concretos com os alunos pequenos. Ao recorrerem a necessidade do trabalho prévio com os alunos, as professoras denotam também aspectos de suas vivências anteriores com as turmas de primeiro ano, sinalizam, assim, elementos que ultrapassam aqueles propostos na tarefa, ou seja, enquanto docentes, elas esboçam fundamentos didáticos e também presentes na Teoria da Objetivação, no que se refere ao desenho da atividade como um processo nem estático, nem determinístico, mas como um sistema complexo e dinâmico que se configuram em etapas.

Sobre o trabalho anterior com os alunos, Vale (2012) aponta que "se o aluno tem apenas conhecimentos elementares, a abordagem a utilizar deve basear-se num raciocínio que deverá ter já sido trabalhado por meio das contagens visuais" (p. 40).

As falas das professoras também podem indicar a insegurança diante da proposição da tarefa, isto pode ter relação com a ausência do contato com esta forma de trabalho com as sequências, seja durante a formação inicial, seja por suas experiências anteriores com turmas de 1° ano, como observado na fala da professora Ana, a seguir,

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 08:56s Ana:** É porque, também é como Maria falou, depende muito do estágio que tá o aluno né, que às vezes a gente chega numa sala de 1° ano e já tem criança que já tá muito desenvolvida, mas por exemplo, as crianças que eu fiquei no estágio, era o 1° ano, se fosse fazer essa atividade eles teriam uma dificuldade enorme pra conseguir nomear, porque [...] quando a gente fez uma sequência de matemática, [...] até pra dizer os números eles tinham dificuldade, a distribuição aqui, em que a ordem tá, acho que eles teriam um pouquinho, aquele ponto que a gente falou semana passada, depende muito, em que a situação tá a turma né.

A estrutura da sequência chama a atenção das professoras, não só em relação às possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos, ao serem solicitadas pela formadora a indicarem às possíveis respostas dos alunos para a descrição da sequência e identificação do padrão, as professoras também recorrem aos seus aspectos contextuais,

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 06:00s Ana:** Eu acho que primeiro eles iriam dizer assim, ô tia é muito peão, ele ia dizer isso né, tem muito. Agora, por

> exemplo, que essa questão, uma dificuldade que eu tava vendo, seria como tá distribuído, eles poderiam dizer assim, ô tia, tem uns pra cá e outros pra lá, então essa questão de direita-esquerda acho que seria uma dificuldade ai, só na nomeação, não sei se Maria concorda, mas eu acho que seria uma dificuldade de direitas esquerda, como tá organizado.

No momento 06:00 da fala da professora Ana, percebemos que os meios semióticos utilizados pelas professoras para determinar a descrição do padrão, diz respeito aos aspectos mais gerais da sequência, o modo como ela está organizada, seus elementos visuais e a ordem como se apresentam mobilizam os processos de objetivação a respeito do padrão estabelecido.

Ao passo do desenvolvimento da atividade, a formadora questiona às professoras se é possível traçar uma definição para as respostas apresentadas, sejam relacionadas às características do pensamento algébrico ou pensamento aritmético. Podemos observar as respostas das professoras no recorte a seguir.

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 17:39s Formadora:** Mas, aí na letra B, no caso, pergunta em relação às respostas que vocês acham que eles vão dar. Vocês acham que essas possíveis respostas que vocês pensaram, levam a um pensamento algébrico ou aritmético?
>
> **Momento: 18:00s Maria:** Eu acho que ainda é aritmético, diz aí, Ana.
>
> **Momento: 18:13s Maria:** Quando a gente diz que tem "dois pra cá, dois pra lá", "Tá pra direita, tá pra esquerda". É como se eles ainda não tivessem, assim, desenvolvido, né, a construção desse pensamento algébrico. A gente ainda tá muito nessa questão da ordem, ou pode dizer que tá bagunçado, ainda não se alcançou a compreensão de que existe um padrão.
>
> **Momento: 19:00s Ana:** É porque, se a gente for levar em conta a questão da nomeação, pode ser que ele não diga assim, é uma sequência, existe um padrão, tem uma regularidade, mas ele compreende que existe um padrão.
>
> **Momento: 19:33s Ana:** [....] Eu acho que nessa questão ainda está muito vago o pensamento dele, assim, o pensamento algébrico pelo que a gente viu, acho que ainda está bem, bem no início mesmo. Ele ainda está naquela, como a gente diz, não existe o estado avançado do pensamento algébrico, mas, assim, ele ainda tá em processo, se a gente disser que ele já tá desenvolvendo o pensamento algébrico, eu acho que ainda está em processo.

No momento 19:00 da fala da professora Ana, observa-se que ela reafirma elementos do pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação estudados no encontro da formação de número 2, este encontro teve como objetivo abordar a definição de pensamento algébrico à luz da teoria, bem como os seus fundamentos. No extrato a seguir trazemos o recorte da fala da professora Ana durante a atividade ocorrida no Encontro da formação de número 2.

> **Encontro 2**
>
> **Momento 42:44s Ana:** Das 3 (Representação semiótica, uma das características do pensamento algébrico) acho que essa foi a que eu fiquei mais confusa [...] Eu não consegui buscar uma definição, mas de acordo com o texto, eu coloquei que se remete a forma, tipo, ou qualquer meio semiótico, os alunos se utilizam para nomear o indeterminado de uma equação, mas eu não consegui uma definição dele, da representação dele.

Em sua fala, a professora Ana parece demonstrar que materializa a compreensão de que, no percurso do ensino-aprendizagem da matemática, os estudantes mobilizam meios semióticos de objetivação, como exemplo, a fala, os gestos, os desenhos, o que pode indicar que o aluno entendeu o padrão, sem a necessidade de uma representação algébrica formal para isso, como aponta Radford (2009).

Apesar da não obrigatoriedade do uso de uma linguagem algébrica alfanumérica nos primeiros anos escolares, a perspectiva do pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação não limita as possibilidades de materialização do pensamento em sala de aula, assim, faz-se necessário que os professores destes anos escolares estejam preparados para as múltiplas formas de materialização do pensamento algébrico nas salas de aula de matemática.

As professoras Ana e Maria acreditam que ao indicar apenas os aspectos contextuais da sequência não é suficiente para afirmar que o aluno está pensando algebricamente, mas parecem demonstrar um tipo de generalização aritmética. Essa compreensão demonstra um avanço quando contrastamos com as informações apresentadas no questionário inicial pré-formação, em que as professoras analisam as atividades sem fazer menção aos aspectos que envolvem as características do pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação.

Assim, para melhor visualização, buscamos trazer novamente para esta seção a apresentação das tarefas 1 e 2 analisadas no questionário pré-formação.

FIGURA 11: Proposta de atividade envolvendo sequência recursiva

Fonte: (Adaptado de Nacarato e Custódio. 2018, p.126.)

Agora, observe o diálogo realizado entre a professora e os estudantes envolvendo o número 51.

Gabriela: *Eu fui contando até chegar no 18 e depois fui continuando. Então, descobrimos que o 51 é vermelho.*

Professora: *E aí, Nicolas, o que você achou?*

Nicolas: *Que não é vermelho, é branco.*

Gabriela: *Então, Nicolas, faz do seu jeito pra mim ver.*

Nicolas começa a registrar na lousa de 10 em 10 até totalizar 50 e termina com o 1. Nicolas defende que, se olhar para o 10, que é branco, todo número 10 será branco]

Gabriela: *Nem dá para olhar só o 0, porque tem três cores.*

Professora: *Nicolas, que cor é o 10?*

Nicolas: *É branco.*

Professora: *E o outro 10?*

Nicolas: *É branco [e indica que os demais também são brancos].*

Professora: *Mas qual é a sequência de cores? Vermelho, branco, azul. O 10 é branco, mas o 20 é que cor? Azul, pois aqui 10 mais 10 é 20*

[Mesmo assim, Nicolas não se convenceu].

(Texto adaptado de Nacarato e Custódio, 2018)

Desse modo, foi proposto a questão: "Para você, quais as características do raciocínio utilizado pela estudante Gabriela?"

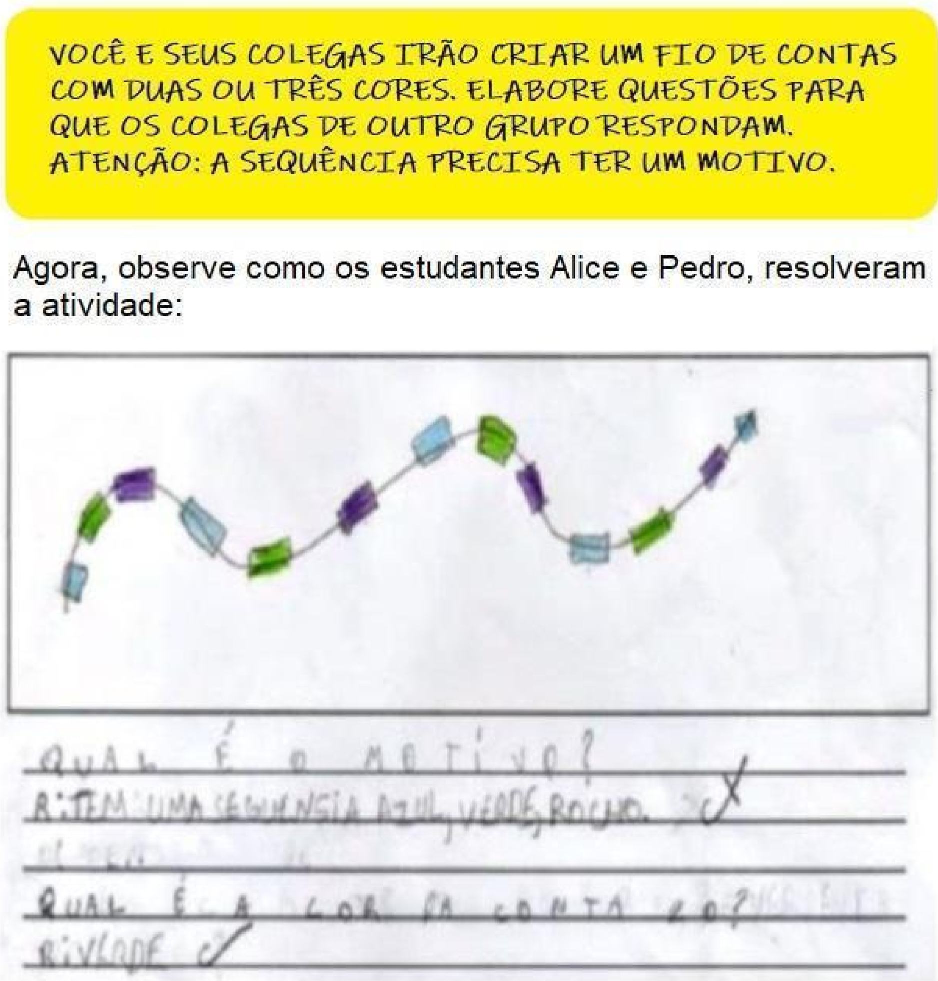
Questionário pré-formação

Ana: Ela utilizou uma sequência até o número 18 e notou que entre uma tira vermelha sempre existia 2 tiras: uma azul e outra branca e isso se repetia em toda sequência

Maria: O domínio ou identificação do padrão

Um tipo de raciocínio global acerca do padrão estabelecido na sequência também é percebido na segunda proposta de atividade abordada no questionário, como podemos observar a seguir,

FIGURA 12: Atividade envolvendo sequência repetitiva



Fonte: (Nacarato e Custódio, 2018, p. 115)

Assim, para a proposta de atividade 2, propomos a seguinte situação: "*Que intervenções você faria para auxiliar os estudantes na identificação do motivo da* *sequência?"*

Neste primeiro momento que antecede a formação, as professoras Ana e Maria apresentaram hipóteses de intervenção pedagógica, que diz respeito à percepção sobre a estrutura global da sequência, sem indicar análise sobre as possíveis relações entre as propriedades das operações matemáticas envolvidas na sequência, como indica o extrato a seguir.

> **Questionário pré-formação**
>
> **Ana**: Mostrar a eles que é uma sequência de 3 cores, porém que há uma repetição dessas cores a cada momento que ela vai aumentando.
>
> **Maria**: Utilizaria diferentes matérias e apresentaria outras situações.

Segundo Gomes (2020), aspectos como o senso de indeterminação e a denotação ou (designação simbólica) são elementos que também estão presentes no modo de pensar aritmeticamente. Desse modo, as professoras não atribuem a possibilidade de um raciocínio que se limita a verbalização de elementos como " dois pra cá, dois pra lá", ‘’tá para direita, tá para a esquerda", como uma possível indicação de generalização algébrica.

No decorrer da atividade, foi possível identificar o modo como às participantes desenvolvem aspectos da subjetivação e da ética comunitária, momentos que são percebidos sejam nas interações entre a formadora e as professoras, como também entre as professoras em si, observamos um tipo de contrato colaborativo que é possível notar na retomada da fala da professora Maria,

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 18:00s Maria**: Eu acho que ainda é aritmético, diz aí, Ana.

O engajamento das participantes com a atividade e o modo como é fluido o desenvolvimento de uma relação de parceria mútua, possibilita que a fala do outro seja solicitada não apenas pela formadora, que busca estimular a participação, mas, a presença do outro também é estimulada entre as próprias professoras participantes. Ao pronunciar o nome da professora Ana, Maria parece demonstrar a busca e o amparo do outro para uma produção conjunta do saber a ser materializado.

Sobre a presença da Ética no ensino-aprendizagem da matemática, Radford (2011) aponta que o desenvolvimento da ética comunitária no percurso da atividade se relaciona com o saber, ao passo em que, estudantes e professores se engajam mutuamente em torno da matemática em sala de aula.

Outro aspecto que chama a atenção acerca do modo como um ambiente de colaboração humana é favorecido durante a atividade é evidenciado no momento em que a professora Maria tem a liberdade de questionar o formato como a tarefa proposta foi desenhada.

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 20:26s Maria:** Aqui, Formadora, sabe o que é que ajudaria a gente? Uma contextualização de quem é a professora, porque do jeito que tá aqui, a gente fica pensando assim, mas que turma é?
>
> **Momento: 22:38s Formadora:** Eu entendo a sua questão, mas é difícil mesmo a gente levar uma contextualização para cada pergunta.

O questionamento da professora Maria é recebido pela formadora que é capaz de compreender o seu posicionamento e a responder de forma respeitosa e compassiva. Este momento da atividade sinaliza aspectos dos processos de subjetivação, a professora Maria se percebe livre para expressar a sua autonomia, aponta que a própria tarefa, como uma produção humana, é passível de ser reavaliada pelo aluno.

Radford (2011) comenta que, ao se envolver nas atividades de ensino-aprendizagem da matemática, a sala de aula mobiliza formas de colaboração humana que "[...] Traz à tona questões de responsabilidade, poder e autonomia" (p.266). Isto continua sendo observado nas falas seguintes da professora Maria, que em momento posterior recorre às outras esferas da sua vida para compreender a tarefa,

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 20:26s Maria:** "Eu me reporto às minhas escolas, aí já penso nos meus filhos"

Ao pensar nas hipóteses de resposta, a professora Maria não se atém a uma tentativa mecânica ao responder, a tarefa traz à tona aspectos das suas experiências anteriores, seu olhar passa a ser carregado de uma dimensão empática, afetiva, no cuidado com o outro e com as características dos estudantes.

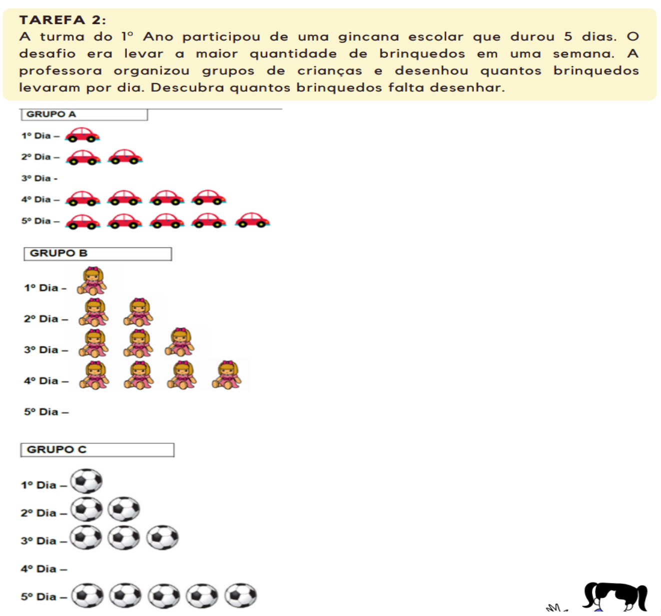
Nesta tarefa, o engajamento da formadora se concentra, essencialmente, na busca por esclarecer às professoras os objetivos da tarefa. É possível perceber que apesar dos poucos momentos em que se coloca, ainda assim a formadora busca mobilizar as professoras a se engajarem de modo crítico, reflexivo, criativo, expondo suas hipóteses frente à tarefa. Desse modo, muitos momentos de sua fala se concentrou na realização de perguntas diretivas, em virtude da necessidade de chamar a atenção das professoras em situações que demonstravam “fugir” do foco da tarefa. Ainda assim, a formadora valida as falas das professoras, como verifica-se no momento: 22:38 sem sobrepor de modo autoritário a sua própria avaliação acerca da tarefa.

> **Momento: 22:38s Formadora:** Eu entendo a sua questão, mas é difícil mesmo a gente levar uma contextualização para cada pergunta.

A escolha da formadora em exercer essa postura durante a tarefa, denota o cuidado na busca por favorecer a participação das professoras, sobretudo, que fosse possível a liberdade para o levantamento de hipóteses acerca das respostas dos alunos, evidenciando o valor dado pela formadora a fala e a presença das professoras durante a atividade. A formadora realiza o registro das falas e a confirmação das suas hipóteses de modo integral, sempre buscando a confirmação das professoras ao que foi apontado.

6.2.2 Tarefa 2: 1° ano, padrão com sequência recursiva

FIGURA 13: Tarefa 2 aplicada na formação continuada



Fonte: (PERNAMBUCO, 2019, p.16.)

Assim como observado na Tarefa 1, em contato com a tarefa 2, as professoras demonstram mobilizar os meios semióticos em relação aos aspectos mais concretos da sequência, percebemos que outros meios semióticos ainda são mobilizados pelas professoras em falas seguintes.

Encontro 4

Momento: 28:46s Maria: Eu acho que eles teriam mais facilidade, porque o padrão estabelecido, a organização da imagem, como o padrão é apresentado.

Momento: 29:29s Ana: Se ela (a professora da turma) começa pela tarefa dos peões e depois fosse pra essa, e eles já tiveram a compreensão da primeira, eu acho que eles já chegariam nessa com mais facilidade, pela forma como está distribuído a imagem.

No momento inicial de realização da tarefa, mais uma vez as professoras destacam às disposições espaciais da sequência, este meio semiótico mobiliza a compreensão das professoras a respeito das possíveis hipóteses de resposta dos alunos do 1° ano. Isso pode indicar que, para as professoras participantes, a imagem e a ordem como a sequência é apresentada, são fatores que favorecem a compreensão dos estudantes acerca do padrão estabelecido. Além dos elementos imagem e ordem, a fala das professoras destacam a presença de outros meios semióticos que podem compor a percepção do padrão pelos estudantes, como é possível perceber na fala da professora Maria.

Encontro 4

Momento: 28:46s Maria: Eu acho que tem um elemento aí de maior facilidade, porque eles já tem internalizado essa questão da sequência numérica e da conservação, e aí quando eles chegam aqui, eles meio que compreendem a lógica rapidamente do padrão.

Na fala do momento 28:46, a professora Maria suscita um segundo meio semiótico, a sequência numérica representada pela ordem dos dias consecutivos. Para as professoras, os estudantes serão capazes de estabelecer uma associação entre os dias, representada pela sequência numérica, mais a ordem de distribuição das imagens.

No decorrer da atividade, outro meio semiótico é destacado pelas professoras, ao serem questionadas pela formadora sobre a possível resposta dos estudantes,

Encontro 4

Momento: 31:29s Maria: Eles dariam a resposta para cada grupo, aí eles diriam que no grupo A, "Três tia, três carrinhos", no grupo B eles diriam, no grupo C eles também diriam.

Momento: 31:50s Formadora: Mas, como é que vocês acham que eles chegariam, por exemplo, a resposta "Três carrinhos"?

Momento: 32:00s Maria: Geralmente a professora faz a leitura né, nesse ano de ensino a professora faz a leitura e aí ela iria explicitar.

A fala da professora Maria parece mobilizar mais um meio semiótico, que, para ela, favorece a percepção dos estudantes para a identificação do padrão. Para Maria, a fala da professora da turma do 1° ano será o terceiro meio semiótico que compõe a percepção do padrão. Assim, a fala da professora Maria gira em torno de hipóteses que apontam para a composição dos três meios semióticos:

1° A imagem e o modo como os elementos da sequência estão organizados;

2° A sequência numérica que compõe a imagem;

3° A fala da professora da turma ao realizar a leitura da sequência com os alunos.

As professoras seguem discutindo a tarefa, ainda levantando hipóteses de respostas dos alunos, como é possível perceber no extrato a seguir,

Encontro 4

Momento: 32:31s Ana: Eu acho que eles iam pensar assim, que tipo, a cada dia foi aumentando né, assim, primeiro dia 1 carrinho, segundo dia já foram 2, no terceiro dia eu acho que eles iam fazer a lógica assim, não lógica, mas chegar a resposta dessa forma, " Ô tia, no primeiro dia 1 e no segundo dia já foram 2, então foi aumentando. Eu acho que eles iam fazer assim, não sei se Maria concorda?

Momento: 32:38s Maria: E a reflexão deles seriam pelo quantitativo de carros correlacionado a quantidade de dias.

Diante das hipóteses apresentadas, a formadora contrasta os dois raciocínios, chamando a atenção das professoras para observarem o modo como percebem as possíveis hipóteses dos alunos para a descrição do padrão.

Encontro 4

Momento: 33:09s Formadora: Vejam, são duas coisas diferentes,

> Maria falou que eles iriam fazer um quantitativo relacionado com a quantidade de dias, e Ana falou que ele ia aumentando de um a um, percebem que são coisas diferentes? Relacionar com a quantidade de dias e ir aumentando um a um? Se eu perguntar a um aluno, por exemplo, se fosse no dia 20, aí eles iam aumentando um a um, se fosse pela ideia de Maria, relacionar com a quantidade de dias, aí eles vão levar 20 brinquedos, percebem que são coisas diferentes? Parece serem bem iguaizinhas, mas Ana uma ideia, Maria uma ideia.

No sentido atribuído pela formadora, percebe-se em ambas as falas indícios de um tipo de generalização aritmética e outra algébrica. No raciocínio do tipo de generalização aritmética, ou generalização próxima, segundo Vale (2012), os alunos indicam o próximo termo da sequência observando o termo anterior, enquanto que no raciocínio do tipo generalização algébrica, de acordo com Gomes (2019), os alunos se utilizam de premissas, em que, um raciocínio leva a outro, em determinado momento os alunos não precisam mais observar o termo anterior da sequência para indicar a quantidade de brinquedos presentes em qualquer dia solicitado.

Vale ainda destacar o cuidado da formadora em propor às professoras um novo olhar para as suas falas, de modo que possam ser capazes de indicar o tipo de raciocínio que vai de encontro a uma generalização aritmética simples ou aos primeiros indícios de uma generalização algébrica. Diferentemente de uma postura de ensino-aprendizagem tradicional/autoritária, a formadora não só interage a fim de pontuar o que seria uma resposta certa ou errada, mas busca favorecer o esforço dialógico que possibilite a reflexão conjunta acerca dos elementos contraditórios presentes nas falas das professoras.

Neste episódio, percebemos elementos do favorecimento de uma ressignificação de uma postura docente histórica tradicional, como postula Radford (2021) ao esboçar sobre a ética comunitária nos processos de ensino-aprendizagem.

> Uma ética emancipatória libertadora exigiria que trabalhássemos para a criação das condições de possibilidade de uma tal ética surgir. Esta tarefa implica em mudanças não apenas nos estudantes, mas também nos educadores. (RADFORD, 2021, p. 287)

Após a fala da formadora, a professora Maria demonstra em sua fala posterior ter alcançado a objetivação acerca da definição da generalização algébrica,

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 34:13s Maria**: Se ele se apropriar da ideia de Ana, é como se ele já tivesse internalizado o padrão né, então, independente

do dia, ele saberia aquela resposta, ele iria conseguir abstrair né, aí ele ia chegar e dizer 22° dia, 22 carrinhos.

Momento: 34:35s Formadora: Isso, agora se eles fossem somando de um a um, que eu acho que foi o que Ana falou, vai somando primeiro, um, dois, aí se eles percebessem que é uma soma, aí eles iriam somar até o 20°, mas se eles conseguirem fazer justamente isso, relacionar com a quantidade de dias, e perguntasse, aí eles já conseguiriam.

No momento 34:13, a professora Maria reforça o seu raciocínio sobre o modo como os alunos podem perceber e descrever o padrão (a relação entre a quantidade de dias e o quantitativo de carrinhos) o que pode compreender o processo de generalização algébrica, ou seja, a generalização dos termos mais distantes da sequência por meio da dedução.

No decorrer da tarefa, a formadora continua chamando a atenção das professoras para que cheguem a um consenso acerca da possível resposta dos alunos. Ao esboçar seu raciocínio, a professora Maria, que apesar de indicar um tipo de ideia acerca da descrição do padrão que indica a generalização algébrica, apresenta com mais detalhes as características do seu raciocínio.

Encontro 4

Momento: 35:26s Maria: Considerando o contexto de uma turma de 1° ano, eu acho que eles iriam se atentar mais ao padrão visual da contagem né, dessa sequência numérica, relacionando aos dias quando a gente ler e diz assim, um dia, é porque, assim, é como se eles vão pegando informações né, pra ir compreendendo e eu acho que vai ficar mais forte, no primeiro dia um carro, no segundo dia, dois, como a maneira que foi organizado, né, a imagem, segundo dia, dois carros, eu acho que eles vão fazer essa relação direta.

A professora Maria conta, com mais detalhes, como percebe em seu raciocínio inicial o processo de identificação dos elementos que faltam na sequência por parte dos alunos. Quando relatou que os estudantes podem se utilizar do processo da contagem de termo a termo, para que assim possa se estabelecer relações entre a quantidade de brinquedos e quantidade de dias. Embora que, em sua fala inicial, a professora Maria parece indicar uma hipótese de resposta que dá indícios do tipo de generalização algébrica, os detalhes do raciocínio exposto permeiam um tipo de generalização aritmética. Isto se reforça na seguinte fala:

Encontro 4

Momento: 35:26s Maria: É como se eles vão pegando informações, né, pra ir compreendendo.

Ao revelar os detalhes de como percebe a hipótese inicial, a fala da professora traz à tona a ideia da álgebra escolar esboçada por Almeida (2017), quando diz, "Não é a maneira que a expressão é apresentada que diz se ela pertence ao domínio da álgebra ou da aritmética, mas o que o sujeito pensa sobre ela."(p. 02). Desse modo, pode-se compreender que a hipótese apresentada pela professora não indica o tipo de generalização algébrica, visto que, os estudantes ainda estão presos ao termo anterior para descrever o próximo termo da sequência. Contudo, em fala posterior, as professoras são capazes de avaliar e indicar a definição adequada ao raciocínio apresentado, a generalização aritmética simples.

Encontro 4

Momento: 36:12s Ana: Eu concordo com Maria, é realmente, como é primeiro ano, eu acho que fica mais visível para eles dessa forma mesmo, um dia, um carro, dois dias, dois carros. Eu acho que é essa questão de brinquedos com a quantidade de dias mesmos.

Momento: 36:32s Formadora: E essa possível resposta, vai mais para uma generalização aritmética ou algébrica.

Momento: 36:51s Maria: A gente quer dizer algébrica sempre, mas é aritmética, assim, será que eles vão chegar ao ponto que Ana falou, de compreender, né, o padrão? E saber que no 28° dia serão 28 carrinhos?

Nesta fala, a professora Maria demonstra compreender que os detalhes do seu raciocínio inicial ainda não configuram em um raciocínio real do tipo de generalização algébrica. Ainda assim, sua fala reforça a materialização acerca da definição de generalização algébrica e sua relação com a descrição dos termos mais distantes da sequência por meio da dedução, como observado no extrato a seguir.

Encontro 4

Momento: 36:51s Maria: [...] Será que eles vão chegar ao ponto que Ana falou, de compreender, né, o padrão? E saber que no 28° dia serão 28 carrinhos?

Outro aspecto que se relaciona a subjetividade presente durante a atividade pode ser apontado nos momentos seguintes.

Encontro 4

> **Momento: 41:16s Ana:** Quando a Formadora fala, a gente, tipo assim, quando ela fala a mente da pessoa dá um choquezinho assim, eita, pode ser mesmo.
>
> **Momento: 43:09s Ana:** É porque, assim, quando uma pessoa fala, por exemplo, eu acho que isso é interessante no que tem no pequeno grupo, porque a gente vai discutindo, as vezes você fala uma coisa e outra pessoa rebate o que você falou e você, realmente, pode ser também dessa forma.
>
> **Momento: 43:29s Formadora:** Quando eu fiz a análise da minha dissertação de um aluno, eu jurando que estava no pensamento algébrico, aí chegou Radford e mandou só uma pergunta assim, eu fiz, opa! Calma aí! Realmente.

As falas apontam para aspectos discutidos por Radford (2021) ao tratar da ética cultivada na teoria da objetivação,

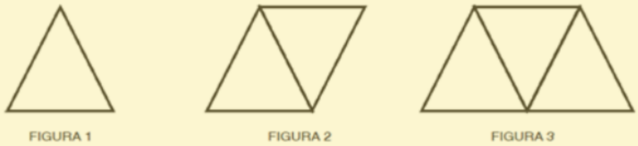
> A ética, na qual estamos interessados, é uma relação de responsabilidade sensível ao contexto, fluido, pessoal e cultural entre si e os outros. É uma ética voltada para a constituição reflexiva e crítica do que Marx chamou de "poderes humanos", tais como vontade, amor, cooperação e solidariedade, ou seja, capacidades que afirmam a natureza social, cultural e histórica dos indivíduos, e onde nossas relações com os outros como seres sencientes, se tornam a condição ontológica de nossa existência. Esta ética reside no reconhecimento de que nossa origem histórica, cultural e material , incorpora e refaz visões e concepções dinâmicas e antagônicas do mundo e do que uma boa vida pode significar. (RADFORD, 2021,p. 287)

As falas da professora Ana e da formadora acendem um aspecto da relação professor-aluno que rompe com a lógica de produção capitalista, em que as interações em sala de aula resultam na busca por resultados materiais, palpáveis e muitas vezes alienantes aos estudantes. As falas descritas, indicam que ali, a professora e a formadora expõem e compartilham inseguranças, frustrações, desconfortos e memórias, entendendo o espaço de ensino-aprendizagem como um espaço reflexivo, sensível, crítico e ético.

6.2.3 Tarefa 3. 2°ano, padrão com sequência recursiva

FIGURA 14: Tarefa 3 aplicada na formação continuada

TAREFA 2: (O professor deve distribuir palitos para os alunos antes da atividade)
Observe a sequência abaixo



1. Com os palitos distribuídos por seu professor, reproduza a sequência dada.
2. Agora, responda:
a) Como você pode observar, nessa sequência há um padrão. Conte a respeito do que descobriu.
b) Qual seria a próxima figura da sequência? Como você sabe disso?
c) De que forma ficaria a 12ª figura? Explique como você chegou a essa conclusão.
d) De que forma ficaria a 31ª figura? Explique como você chegou a essa conclusão.

Fonte: (Adaptado de PERNAMBUCO, 2019, p. 21.)

Ao analisarem a sequência, as professoras recorrem às seguintes hipóteses: dois possíveis meios de compreender o padrão são percebidos na fala da professora Ana.

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 1:05:00s Ana:** Eu coloquei que eles poderiam responder assim, que acrescenta sempre, por exemplo, depende muito de como eles vão analisar, porque, se eles entenderem a questão dos triângulos, né, por exemplo, um triângulo, aí na figura 2, dois triângulos, na figura 3, três triângulos.

Nesta fala, a professora destaca que uma das hipóteses para a percepção do padrão se dá pela quantidade de triângulos que é acrescentado em cada termo da sequência. Na segunda hipótese apresentada a professora destaca a quantidade de palitos acrescentados em cada termo, como observado no extrato a seguir,

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 1:05:00s Ana:** Assim, como uma sequência, eles podem compreender a questão também do palito, que acrescenta sempre dois

> palitos ao anterior, por exemplo, a figura 1, três, ai como acrescenta mais 2 palitos, entendeu?

Em fala posterior, a professora Maria aponta que o modo como os estudantes podem perceber o padrão está inteiramente relacionado com as duas hipóteses já apontadas nas falas da professora Ana, contudo, não como raciocínios distintos, mas complementares,

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 1:06:11s Maria:** Eu concordo também, visualmente depois que monta, eles vão focar nessa repetição dos triângulos, do quantitativo dos triângulos e na manipulação ali dos palitos, compreendendo que o triângulo tem três lados. E nas respostas, eu acho que eles vão responder facilmente né. Sobre o padrão eles podem dizer depois de pronto os triângulos, mas ao fazer a soma dos dois palitos, eles conseguem dizer qual seria a próxima figura da sequência. E como sabem disso? Eles falariam dos palitos, e de que forma ficaria a 12° figura? Eu acho que já ficaria mais fácil pra eles fazerem.

Para que o padrão se torne aparente as professoras indicam como hipóteses de respostas, que os alunos podem recorrer a dois meios semióticos, o primeiro diz respeito a quantidade de triângulos em cada termo da sequência e o segundo diz respeito a quantidade de palitos em cada termo da sequência, com destaque para o acréscimo de dois palitos. Embora as professoras recorram aos mesmos meios semióticos, observa-se dois raciocínios distintos. No raciocínio apresentado pela professora Ana, os alunos podem perceber a quantidade de triângulos ou perceber a quantidade de palitos enquanto a professora Maria destaca que, para perceber o padrão, os alunos estabelecerão uma relação entre ambos. De acordo com Vale (2012, p. 38) "Quando os alunos procuram uma lei de formação, relacionada a posição do termo na sequência com o seu valor, estão a trabalhar o conceito de função, que pode ser descoberto diretamente na sequência ou recorrendo a uma tabela".

A estratégia de utilização de tabelas e quadros para a visualização de padrões em sequências, também é apontado pela professora Maria ao indicar os possíveis caminhos a serem utilizados pelos estudantes para encontrar um termo próximo e mais distante da sequência, apresentado na tarefa de número 2 do questionário pré-formação, conforme fala a seguir.

> **Questionário pré-formação**
>
> **Questão 20:** Considerando o modo como os alunos nos anos iniciais constroem estratégias de resolução de problemas, para você, quais os

possíveis caminhos percorridos pelos alunos para determinar a cor verde da conta 20 da sequência?

Maria: Quadro com a repetição do padrão, relação com a multiplicação

Sendo assim, apresentamos a tabela referente aos dados obtidos na sequência, em que, observasse sempre o acréscimo de 2 palitos em relação ao termo anterior.

QUADRO 5: Elementos da sequência

Número de termos	1	2	3	4
Número de palitos	3	5	7	9
Número de triângulos	1	2	3	4

Fonte: (Adaptado de VALE, 2012, p.39.)

De acordo com Vale (2012) ao analisar a sequência numérica formada, é possível aos alunos identificarem o padrão de crescimento (+2) de acordo com o termo anterior, contudo, não é suficiente para determinar um termo qualquer da sequência, o termo (n). Ao analisar a tabela, os alunos serão levados a decomposição dos dados contidos na sequência, para que, possam assim, estabelecer a relação entre a ordem dos termos, a quantidade de palitos e triângulos em cada sequência. Isto é um aspecto que pode ser percebido na fala da professora Maria, ao expressar as dificuldades que estava encontrando na busca pela generalização.

Encontro 4

Momento: 1:12:40s Maria: Eu acho que é por causa dos elementos, porque a gente descobriu esse padrão de 2 em 2, mas a gente busca a representação do desenho né, essa representação semiótica pra gente entender como é que é esse desenho, eu tô quase pegando um papel pra desenhar todos os triângulos.

As professoras seguem a discussão, buscando uma lei de formação, agora pela propriedade da multiplicação.

Encontro 4

> **Momento: 1:07:34s Maria**: Eu acho que eles poderiam fazer a associação com a ideia de multiplicação né, porque aí eu tenho 3, na figura 3, para ter 12, vamos dizer assim, que seria 3 quatro vezes.

A formadora questiona, então, o raciocínio apresentado pela professora Maria.

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 1:07:58s Formadora:** Mas veja, ele pode dizer que é 3 quatro vezes, mas essa questão de multiplicar por 4 não funciona nem pra figura 1 nem pra figura 2.

Ao recorrer a estratégia de multiplicação por 4, a professora Maria realiza uma associação equivocada ao relacionar o perímetro de um triângulo, equivalente a 3 palitos do primeiro termo da sequência, com o 12° termo. De acordo com Vale (2012), "ao se trabalhar com padrões e o pensamento algébrico no 1° e 2° ciclo do ensino básico os alunos devem ser conduzidos a uma visão da aritmética como parte da álgebra, em que, os números são tratados como instâncias de idéias mais genéricas" (p.37).

Assim, uma das primeiras estratégias pode se dar pela contagem. Isso é observado na estratégia utilizada pela professora Ana.

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 1:08:08s Ana:** Eu acho que ele poderia fazer na questão também do mais 2, por exemplo, é 3 a figura 1, a figura 2 cinco, aí a figura 3 sete, então a figura 4 nove, a figura 5 onze.

Para Vale (2012), ao descobrir um modo de contagem utilizando um raciocínio por analogia, o estudante é capaz de chegar a inúmeras expressões baseadas em um único padrão. Apesar da professora Ana não apresentar uma lei de formação que indique os termos mais distantes da sequência, a professora esboça um modo de generalização próxima ao estabelecer a relação entre a ordem que os termos estão organizados e a quantidade de palitos em cada termo da sequência.

No decorrer da atividade, a formadora busca das professoras uma definição a respeito do raciocínio anteriormente apresentado.

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 1:08:26s Formadora**: Seria essa ideia de somar 2 uma generalização aritmética ou uma generalização algébrica?
>
> **Momento: 1:08:38s Ana**: Eu acho que da soma é aritmética

> **Momento: 1:08:49s Maria**: Eu acho que algébrica

Diante da incerteza das professoras quanto ao tipo de generalização, a formadora busca retomar o conceito de generalização aritmética.

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 1:08:50s Formadora**: Essa de acrescentar mais 2, ela vai ser aritmética gente, ela se encaixa bem na aritmética próxima né, em que cada termo se obtém se adicionando determinado valor ao termo anterior. Certo, então, ela vai ser uma generalização próxima, porque ela não vai ser algébrica, porque, veja, se eu perguntar um termo distante, um termo qualquer para o aluno ele não vai saber responder, se ele for somando mais 2, mais 2, mais 2, ele vai se perder nessa soma tá, até que ele perceba a cada figura quantas vezes desse mais 2 está sendo adicionado , aí já é uma outra coisinha, mas se for só adicionar mais 2, ai vai ser uma generalização aritmética mesmo.
>
> **Momento: 1:09:43s Maria**: (balbuciando) Aritmética

Verificamos que diante da retomada da definição pela formadora, a professora Maria repete em forma de balbucio o termo utilizado, em relação a generalização aritmética. Essa expressão denota um meio semiótico (linguístico), o meio ao qual a professora recorre para reafirmar o conceito de generalização aritmética.

Neste sentido, observa-se o processo de objetivação do conceito em discussão seguinte.

> **Encontro 4**
>
> **Momento: 1:11:48s Ana**: Se ele focasse nos triângulos, será que ele não conseguiria chegar numa generalização algébrica, não?
>
> **Momento: 1:12:01s Maria**: Não, não. É igual eu falei né, nessa figura 3 aqui, se eu pensasse em 12, na 12° figura eu não poderia dizer que é 4 vezes.

A professora Maria reavalia a sua hipótese anterior, para chegar a generalização outras propriedades da sequência precisam ser analisadas e não só o número de triângulos em cada termo sem o alcance de alguma dedução. A partir da fala da formadora e a hipótese apontada pela professora Ana, a professora Maria agora foi capaz de afirmar que sua primeira hipótese não se enquadra em um raciocínio que leve à generalização algébrica.

A formadora continua.

Encontro 4

Momento: 1:12:33s Formadora: Tá difícil de achar a relação aí né? Para encontrar o padrão? [...] Qual seria a dificuldade que vocês acham que, eh acho que vocês mesmo estão respondendo a dificuldade que os alunos teriam.

Momento: 1:14:04s Maria: Sim, que a gente já respondeu, faltou só acender aquela lampadazinha e fazer bingo! É isso.

A professora Maria compreende que alguns passos foram dados durante a produção em grupo, reconhece também que restaram algumas lacunas em relação à materialização quanto a generalização dos termos mais distantes da sequência, o raciocínio algébrico mais simbólico.

Para este tipo de tarefa, Vale (2012) destaca a possibilidade de múltiplas expressões para a representação da generalização, o que pode ser trabalhando com os alunos de séries posteriores, como exemplos da generalização algébrica em linguagem corrente, como também pela representação alfanumérica,

Como exemplo para linguagem corrente: “Um número de palitos de um termo qualquer da sequência obtêm-se somando três com o dobro do número do termo menos uma unidade”, isto pode ser traduzido para a seguinte equação $3 + (n - 1) X 2$, sendo o terceiro termo, $3 + 2 X 2$, sendo o quarto termo $3 + 3 X 2$, sendo o 12° termo $3 + 11 X 2$.

7. Considerações Finais

Nesta dissertação buscamos identificar indícios dos processos de objetivação em torno da álgebra e seu ensino nos anos iniciais no contexto remoto de uma formação continuada ancorada na Teoria da Objetivação. Para isso, inicialmente, buscamos caracterizar as ideias de álgebra e pensamento algébrico para o ensino nos anos iniciais, apresentadas pelas professoras no contexto pré-formação continuada, e no segundo momento, buscamos identificar os processos de objetivação vivenciados pelas professoras em tarefas que exploram a idéia de pensamento algébrico para o ensino nos anos iniciais.

Desse modo, no momento pré-formação, as professoras revelaram as ideias iniciais sobre álgebra, pensamento algébrico e impressões sobre tarefas realizadas por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental aos problemas envolvendo padrões em sequências repetitivas e de crescimento, dessas impressões, suscitaram aspectos do modo como as professoras concebem as tarefas, indícios dos conhecimentos matemáticos para o ensino nos anos iniciais e ainda, como analisam os aspectos matemáticos envolvidos.

Os dados apontados pelas duas professoras investigadas, revelaram que em alguns aspectos, ambas as professoras avançam quando contrastados os dados iniciais pré-formação com dados finais revelados nos encontros do pequeno grupo, e em outros aspectos as professoras revelam contradições e equívocos quanto ao desenvolvimento de raciocínio matemático frente aos padrões em sequências.

O questionário pré-formação proporcionou indícios quanto às ideias de pensamento algébrico, por exemplo, verificamos que a professora Maria apresentava uma ideia inteiramente curricular, embora sem esboçar informações que revelaram as compreensões sobre as características que permeiam esse saber nos anos iniciais do ensino fundamental. Por outro lado, para a professora Ana, o pensamento algébrico é concebido de modo mais abrangente, como um conhecimento específico que favorece a compreensão de outros saberes.

Ambas as professoras apresentaram uma ideia de álgebra como uma grande área da matemática que estabelece relação com o pensamento algébrico, de modo que compreendiam o pensamento algébrico como o "caminho" que leva o aluno em direção a este saber e não como a materialização do saber algébrico, assim como defende a TO.

Em contato com as duas tarefas apresentadas no questionário pré-formação, as professoras esboçam diferentes análises, para a professora Maria ao se deparar com as respostas dos alunos, parece remeter a um tipo de avaliação "diagnóstica" pautada em uma resposta “certa ou errada” sem denotar atenção aos elementos do desenvolvimento da tarefa pelos alunos. Em contrapartida, a professora Ana esboça maior atenção quanto aos aspectos que permeiam o raciocínio dos alunos indicando elementos matemáticos que podem estar envolvidos no percurso escolhido pelos alunos para a finalização da tarefa. Ainda que, a professora Ana, ao tentar indicar o tipo de raciocínio percorrido pelos estudantes no alcance da generalização do padrão na sequência, esboça um raciocínio aritmético, pois se limita a “contagem” dos termos da sequência até indicar um termo mais distante, isto também se verificou frente às respostas dos alunos nas duas tarefas, visto que, as professoras também descrevem que para descobrir o padrão os alunos realizaram a contagem de termo a termo da sequência até o alcance do termo mais distante.

Isto também se verificou na tarefa de número 3 destinada ao 2º ano do ensino fundamental, em que ambas as professoras afirmam que ao observar as variações de uma sequência o aluno conseguirá descobrir uma lei de formação, contudo, não expressam com mais detalhes como os estudantes passarão de um raciocínio baseado na tentativa e erro para um raciocínio que contemple a indicação de um termo qualquer da sequência. Ainda assim, a professora Maria aponta para a importância do uso de quadros para uma melhor “visualização” dos padrões sem destacar como essa estratégia levará ao alcance do termo geral.

Vale destacar que, quando proposto no questionário pré-formação que as professoras apontaram como chegariam a um termo qualquer da sequência, ambas as professoras não apresentaram um raciocínio exitoso quanto à generalização do padrão. Enquanto a professora Maria se limita a descrição da contagem de termo a termo como estratégia principal, a professora Ana recorreu à busca de uma lei de formação, mas ainda assim com equívocos quanto ao desenvolvimento do raciocínio matemático e sua relação com os dados apontados na sequência.

Na segunda etapa da pesquisa, que diz respeito à observação do encontro de número 4 da formação, acerca dos aspectos dos processos de objetivação no engajamento em torno da atividade entre as professoras e a formadora. Inicialmente as professoras se mostraram inseguras frente a tarefa sinalizando a complexidade da tarefa aos alunos do 1º ano e a importância de um trabalho prévio com os alunos antes da apresentação de propostas envolvendo a generalização de padrões, para as professoras, este trabalho prévio envolve a exploração das sequências de modos variados, partindo do uso de materiais concretos e da ludicidade.

Ao apontarem que as tarefas envolvendo a generalização de padrões são muito avançadas aos alunos do 1º ano, as professoras podem estar indicando aspectos das próprias dificuldades no lidar com tais problemas, sobre isto, consideramos que pode ser respondido em propostas de pesquisas futuras.

Na busca pela descrição do padrão nas tarefas 1 e 2 do encontro de número 4 da formação, ambas as professoras mobilizam os aspectos contextuais das sequências, contudo, para as professoras este aspecto não é suficiente para determinar que os alunos estão pensando algebricamente.

Verificamos também que as tarefas possibilitaram a materialização de ideias abordadas na TO, como também as definições acerca das características do pensamento algébrico à luz dessa teoria, exemplo disso observamos em falas das professoras que remetem a caracterização da representação semiótica, as professoras demonstram que reconheceram a viabilidade dos meios semióticos como fala, gestos, desenhos, entre outros, como meios que podem dar indícios da materialização dos significados sobre o padrão pelos alunos, bem como outros saberes matemáticos.

Outro aspecto que observamos no decorrer do Labor Conjunto, foi a objetivação, também acerca das diferenciações entre as características de uma generalização aritmética de uma generalização algébrica. Embora, ambas as professoras apresentaram dificuldades quanto a materialização do pensamento algébrico propriamente dito no contato com as tarefas, sobretudo no que concerne aos vetores do pensamento algébrico à luz da Teoria da Objetivação (senso de indeterminação, analiticidade e denotação), ainda assim, as professoras foram capazes de avaliar que os próprios raciocínios não correspondiam a uma generalização algébrica e sim aritmética, sobretudo pela ausência do caráter dedutivo em suas conclusões.

Ao analisarem a tarefa de número 3 do encontro de número 4 da formação, as professoras apresentaram alguns equívocos quanto aos cálculos matemáticos na busca por uma Lei de formação, que apesar das intervenções da formadora, as professoras apresentaram dificuldades até a finalização da tarefa. As estratégias recorridas por ambas as professoras parecem demonstrar um raciocínio aritmético, visto que, mencionam o uso da adição de termo a termo da sequência até atingir um termo mais distante. As professoras ainda recorrem ao estabelecimento da relação entre a quantidade de triângulos e palitos, contudo, em suas conclusões prevalece a "dependência" nos termos anteriores para determinar os termos seguintes, denotando o raciocínio aritmético, como apontam as autoras Vale (2012) e Gomes (2019).

Desse modo, os processos de objetivação que prevaleceram no decorrer das tarefas, se visualizam pela materialização da definição de generalização algébrica e generalização aritmética, das noções de sequência repetitiva e de crescimento, bem como as características do conceito de pensamento algébrico, à luz da Teoria da Objetivação, o que concerne às ideias de representação semiótica, analiticidade (com a noção de dedução) e a noção de indeterminado.

Como elementos que se entrelaçam, as tarefas não suscitaram apenas indícios dos processos de objetivação, verificamos também a materialização dos processos de subjetivação e seu entrelaçamento com a ética comunitária. Desde o início dos encontros, as professoras desenvolvem um tipo de contrato colaborativo velado, identificado nas situações, em que a formadora e as professoras buscam a "presença genuína" por meio do posicionamento umas das outras frente às produções em grupo. Isto denota o cuidado com o outro, no que diz respeito ao fortalecimento de subjetividades, entendendo que o encontro com o outro em produção comum, abre espaço também para a dúvida, para o florescimento de ideias, assim como, o compartilhamento de experiências anteriores, dado que até as inseguranças são permitidas e respeitadas dentro do grupo.

Ao buscar o posicionamento umas das outras, as professoras parecem indicar que reconhecem a importância da (co) produção, do trabalho ombro-a-ombro, o que requer um rompimento com as posturas autoritárias, uma vez que na educação tradicional corrobora o entendimento de que o professor é aquele que ''detém'' o saber. Dessa forma, vale ressaltar o papel da formadora na facilitação da ética comunitária, uma vez que percebemos momentos, nos quais, desenvolve uma escuta compassiva diante de críticas, dúvidas e inseguranças das professoras, pontuando de modo respeitoso, o que denota o contínuo exercício da prática da empatia e da solidariedade humana em sala de aula.

Por meio das análises apresentadas, observamos que a formação continuada oportunizou a aproximação das professoras dos anos iniciais com as ideias de álgebra e de pensamento algébrico à luz da teoria da objetivação com base nas expectativas curriculares para este nível de ensino. Quanto aos processos de objetivação e subjetivação, o contato com as tarefas, em labor conjunto, oportunizou também uma quebra quanto às inseguranças das professoras frente à álgebra e o fortalecimento de subjetividades críticas, reflexivas e éticas em relação à educação matemática.

Destacamos ainda as limitações quanto ao desenvolvimento da pesquisa, no que tange a observação de meios semióticos, como, por exemplo, os gestos das professoras foram elementos inacessíveis à observação em vídeo chamadas, como também, momentos em que as professoras sentiam a necessidade de desligar as câmeras, instabilidades no áudio e até mesmo na conexão de internet, proporcionando a nossa análise uma concentração essencialmente nos dados obtidos por meio das falas das professoras.

Concluímos que as informações aqui obtidas, indicam a importância da continuidade de propostas de formações continuadas em álgebra, destinadas aos professores dos anos iniciais do ensino fundamental, bem como propostas de pesquisa-formação, sobretudo que possam explorar ainda mais os aspectos da prática de ensino-aprendizagem, além disso, reafirmamos a importância de propostas educativas fundamentadas não só no percurso em direção ao saber, mas também que busquem a emancipação de professores, de modo a favorecer atividades de ensino aprendizagem que assumam um caráter colaborativo, o que é entendido na TO por *Labor Conjunto*.

8. Referências

ALMEIDA, Jadilson Ramos de. Álgebra escolar na contemporaneidade: uma discussão necessária. **EM TEIA: Revista de educação matemática e tecnológica iberoamericana**, v. 8, n. 1, 2017.

ALMEIDA, Jadilson Ramos de. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidade**. Tese de doutorado em Ensino de Ciências e Matemática – UFRPE. Recife, 2016.

ALMEIDA, Jadilson Ramos de; MARTINS, Juliana. Labor Conjunto Remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática. **Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática**. v. 12, n.3, p. 106-124, 2022.

ANDRÉ, Marli. Políticas de apoio aos docentes em estados e municípios brasileiros: dilemas na formação de professores. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 550, p. 35 - 49, out/dez. 2013.

BLANTON, Maria L.; KAPUT, James. Caracterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *In*: **Journal for Rescarch in Mathematics Education.** v. 36, n. 5. 2005.

BRASIL. **Ministério da educação**. Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília, 2018.

BRASIL. Lei Federal 13.005, de 25 de junho de 2014. **Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências**. Brasília, DF, 25. Jun. 2014. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/l13005.htm>. Acesso em: 02 jun. 2021.

BRASIL. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.** Diário Oficial da União, Brasília, 20 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral –DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental –COEF. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília, DF: MEC, 2012. Disponível em: <http://http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=12827-texto-referencia-consulta-publica-2013-cne-pdf&category_slug=marco-2013-pdf&Itemid=30192>. Acesso em 15 de Abr. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Rede Nacional de Formação Continuada de Professores de Educação Básica: orientações gerais**. Catálogo –2005. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Rede/catalg_rede_06.pdf>. Acesso em 02 jun 2021.

BRASIL. Resolução CNE/CP n. 2, de 20 de dezembro de 2019. **Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação),** 2019. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=135951-rcp002-19&category_slug=dezembro-2019-pdf&Itemid=30192> Acesso em: 02 jun 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASILEIRO, Regina Maria de Oliveira; VIEIRA, José Erisvaldo Lessa. Formação de professores e ensino de matemática: reflexões sobre saberes e as práticas docentes. *In:* Encontro internacional de formação de professores. 8., 2015, Sergipe. **Anais** [...] Sergipe: Unit, 2015.

CARNIEL, Ivnna Gurniski. **Conhecimentos mobilizados em um processo de formação continuada por uma professora que ensina matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina. Centro de ciências exatas, Londrina, PR. 2013.

Curso de Teoria da Objetivação - Prof. Dr. Luis Radford. 2020c. (02h55m50s). Publicado pelo canal Multimeios UFC. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=EdC6zjfrTV0>. Acesso em: 08 de fev. 2021

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação 3ª versão do parecer (Atualizada em 18/09/19) Assunto: **Diretrizes Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum para a Formação Inicial e Continuada de Professores da Educação Básica.** 2019. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/setembro-2019/124721-texto-referencia-formacao-de-professores/file> Acesso em 10 jun 2021.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega**. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico**. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega; RIBEIRO, Alessandro Jacques; RIBEIRO, Carlos Miguel. Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: investigando a compressão de professores acerca do pensamento algébrico. **Perspectivas da educação matemática**, v. 11, n. 25, p. 53 - 73, 2018.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria ÂngelMIGUEL, A. Contribuições para um repensar: a educação algébrica elementar. **Pro-posições**, v. 4, n. 1, p. 78 - 91, mar. 1993.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: **Paz e Terra**, 2004.

FREIRE, Raquel Santiago. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 181f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Fortaleza-CE, 2011.

GATTI, Bernadete A. Análise das políticas públicas para formação continuada no Brasil, na última década. **Revista Brasileira de Educação**, v. 13, n.37, jan/abr. 2008.

GIL, Antônio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: **Atlas**, 2008a.

GIL, Katia Henn. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Faculdade de Física, PUCRS. Porto Alegre, p.118. 2008b.

GOMES, Luanna Priscila da Silva. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação**. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

GOMES, Luanna Priscila da Silva; NORONHA, Claudianny Amorim. Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da teoria da objetivação. *In*. GOBARA, Shirley Takeco; RADFORD. Luis. (Orgs). Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática. São Paulo: **Editora Livraria da Física**, 2020.

JUNGBLUTH, Adriana; SILVEIRA Everaldo; GRANDO, Regina Célia. O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática pesquisa**, São Paulo, v.21, n.3, p. 96-118, 2019.

KAPUT, James. What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning? *In* J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.). **Algebra in the Early Grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates. p. 5-17, 2008.

KRESS, Gunther. Multimodal discourse analysis from. *In*. **The Routledge Handbook of Discourse Analysis**. Canadá: Routledge. p. 35 -50 2012.

MARX, Karl. Manuscritos econômico-filosóficos, Tradutor: Alex Martins, São Paulo: **Editora Martin Claret**, 2006.

MINAYO, Maria Cecília de S. & SANCHES, Odécio. Quantitative and Qualitative Methods: Opposition or Complementarity? **Cad. Saúde Pública,** Rio de Janeiro, v.9 n.3 p.239-262, jul/sep, 1993.

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais. *In*: NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida. O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, Brasília, 2018.

PAIVA, Jussara Patrícia Andrade Alves. **Teoria da Objetivação e o desenvolvimento da Orientação Espacial no Ensino-aprendizagem de Geometria**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2019.

PERNAMBUCO. Currículo de Pernambuco. **Caderno de orientações metodológicas: Matemática ensino fundamental**, fascículo 1. Secretaria de Educação e Esportes. 2019

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio.** Secretaria Estadual de Educação. Pernambuco, 2012.

PONTE, João Pedro da. (Org). Práticas profissionais dos professores de matemática. Lisboa: **Instituto de educação da cidade de Lisboa,** 2014.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa. Pensamento algébrico na formação inicial de professores. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. 50, p. 135-155, out./dez. 2013.

RADFORD, Luis. El aprendizaje del uso de signos en álgebra. Una perspectiva post-vigotskiana. **Educación Matemática**, v. 11, n. 3, p. 25-53, 1999.

RADFORD, Luis. Factual, Contextual and Symbolic Generalizations in Algebra, in: Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Marja van den Hueuvel-Panhuizen (ed.), Freudental Institute, Utrecht University, The Netherlands, v. 4, p.81-88, 2001.

RADFORD, Luis. Algebraic Thinking and the Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective. *In* S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz, A. Méndez (Eds.), **Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, *North American Chapter*, Mérida: Universidad Pedagógica Nacional, November 9 – 12, Vol. 1, p. 2-21, 2006.

RADFORD, Luis. Iconicity and Contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patterns In Different Contexts. **ZDM – The International Journal on Mathematica Education**. v.40. p. 83–96, 2008a.

RADFORD, Luis. The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. *In* L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Eds.), **Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture.** Rotterdam: Sense Publishers, p. 2015-234. 2008b.

RADFORD, Luis. ‘‘No! He starts walking backwards!’’: interpreting motion graphs and the question of space, place and distance. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 41, p.467-480, 2009.

RADFORD, Luis. Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. *In* V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello, F. (Eds.), Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 6) (pp. XXXIII – LIII). **Université Claude Bernard**, Lyon, France. 2010.

RADFORD, Luis. Embodiment, perception and symbols in the development of early algebraic thinking. In Ubuz, B. (Ed.), Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Ankara, Turkey: **PME**. v. 4, p. 17-24, 2011.

RADFORD, Luis. En torno a tres problemas de generalización. *In*: RICO, L.;CAÑADAS, M. C.; GUTIÉRREZ, J.; MOLINA, M.; SEGOVIA, I. (ed.). **Investigación en Didáctica de las Matemáticas**. Granada, Espanha: Editorial Comares, 2013.

RADFORD, Luis. Methodological Aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18. p. 547-567, 2015.

RADFORD, Luis; SABENA, Cristina. The Question of Method in a Vygotskian Semiotic Approach. *In* Bikner-Ahsbahs, A., Knipping, C., & Presmeg, N. (Eds.), **Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education**. New York: Springer, p. 157-182, 2015.

RADFORD, Luis; ARZARELLO, Ferdinando; EDWARDS, Laurie; SABENA, Cristina. The multimodal material mind: Embodiment in mathematics education. *In* J. Cai (Ed.), **First compendium for research in mathematics education**. Reston, VA: NCTM, p. 700 - 721, 2017.

RADFORD, L. A Teoria da Objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em Educação Matemática. In: MORETTI, Vanessa D.; Cedro, Wellington L. (Org.). Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural: um Olhar sobre as Pesquisas. 1.ed. Campinas: Mercado de Letras, p. 229-261. 2017a.

RADFORD, Luis. Saber conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. **In**. D'Amore, B., & Radford, L. (Orgs). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos.** Bogotá**,** Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, p. 97 - 114. 2017b.

RADFORD, Luis. Saber, aprendizaje y subjetivación en la Teoría de la Objetivación. *In*: 5° Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática **– 5º SIPEMAT**, Belém. Anais [...] Belém: Universidade Federal do Pará, p. 1- 22 . 2018.

RADFORD. Luis. Un recorrido a través de la Teoría de la Objetivacion. *In*. GOBARA, Shirley Takeco; RADFORD. L. (Orgs). **Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020a.

RADFORD, Luis. ¿Cómo sería una actividad de enseñanza-aprendizaje que busca ser emancipadora? La labor conjunta en la teoría de la objetivación. **Revista Colombiana de Matemática Educativa, RECME**, Número especial de la Teoría de la Objetivación. v. 5. n. 2. p. 15-31. 2020b.

RADFORD, Luis. El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada from la teoría de la objetivación. **REMATEC**: **Revista de Matemática, Ensino e Cultura,** v. 15, n. 36, p. 27-42, 2020d.

RADFORD, Luis. O ensino-aprendizagem da álgebra na teoria da objetivação. *In* Moretti & L. Radford (Eds.). **Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural.** São Paulo: Editora Livraria da Física, p. 171-195, 2021a.

RADFORD, Luis.. Teoria da objetivação: uma perspectiva Vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática. São Paulo: **Editora Livraria da Física,** 2021b.

SBEM/DNE. Edital de formação continuada em serviço para professores da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental. Brasília, n. 01/2020.

SHULMAN, Lee. S. Knowledge and teaching: foundations of a new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

TRÍDICO, Diego. Henrique de Moraes. **Contribuições de um curso de formação continuada para professores dos anos iniciais no desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo algébrico**. (129 p.) Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 2019.

VALE, Isabel. As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. **Interações**, Viana do Castelo, Portugal, n. 20, p. 181-207. 2012.

VALE, Isabel.; PIMENTEL, Teresa (org). Padrões em Matemática – Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o Ensino Básico. Lisboa: **Texto Editores**, 2011.

VERGEL, Rodolfo. Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. **PNA**, v. 9. n. 3. p. 193-215. 2015.

VYGOTSKY, Lev. Pensamento e linguagem. São Paulo: **Martins Fontes**, 1989.

APÊNDICE - Questionário aplicado aos professores

Caro/a participante, é com grande satisfação que o recebemos neste primeiro momento de um percurso formativo. Nesta etapa elaboramos um formulário que tem como objetivo compor os dados que elucidam aspectos dos conhecimentos de professores e futuros professores de matemática dos anos iniciais. Os dados aqui contidos serão utilizados como base para a pesquisa a nível de mestrado acadêmico, em desenvolvimento, do curso de pós-graduação em ensino das ciências pela UFRPE. Esta pesquisa tem como título: A mobilização do conhecimento didático para o ensino da álgebra nos anos iniciais: as contribuições de uma formação continuada ancorada na teoria da objetivação. Este formulário é composto por quatro seções, nas quais asseguramos o seu anonimato e a confidencialidade das informações nele contidas. Assim, garantimos-lhe o uso restrito dos dados obtidos por meio deste formulário aos fins acadêmicos do presente estudo.

- **Dados sócio-culturais**

I. Nome completo:

II. Faixa etária:

a) 18 a 23 anos
b) 24 a 29 anos
c) 30 a 35 anos
d) 36 a 41 anos
e) Acima de 42 anos

III. Município e Estado de residência atual:

IV. Formação acadêmica

a) Estudante de Licenciatura em Pedagogia
b) Licenciatura em Pedagogia
c) Outro: ___________________________

- **Conhecimento da matemática para o ensino e conhecimento sobre o currículo:**

I. Para você, o que é álgebra?

II. Para você, o que é pensamento algébrico?

III. Para você, qual a relação entre álgebra e o pensamento algébrico?

IV. Para você, em que ano escolar deve-se iniciar o ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais?

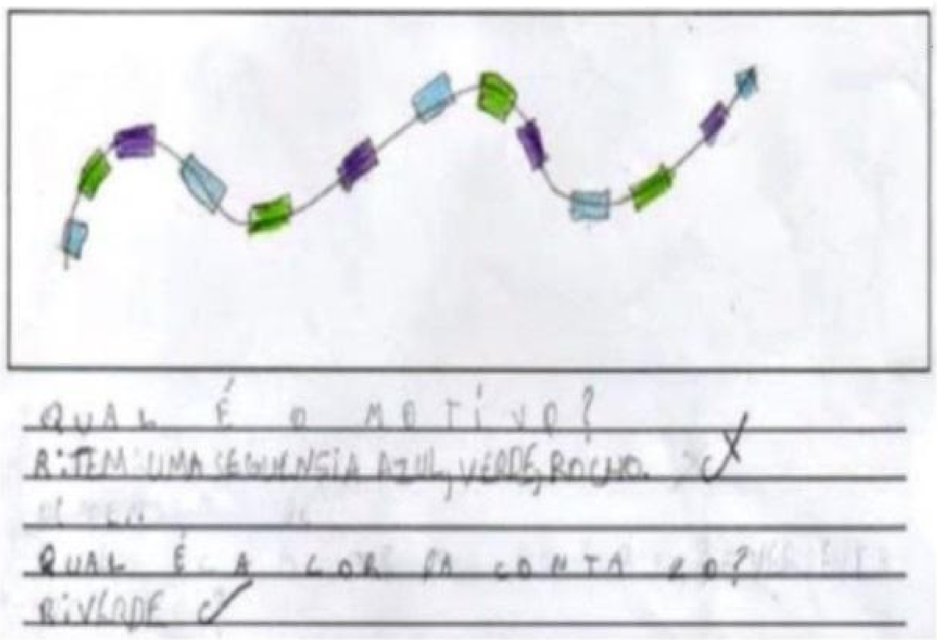
V. Para você, qual o principal objetivo do ensino da álgebra nos anos iniciais?

- **Conhecimento dos discentes, seus processos de aprendizagem e conhecimento sobre a prática educativa:**

I. A professora do 3º ano organizou a turma em duplas e entregou uma tarefa juntamente com fios de barbante e pequenas ‘’miçangas’’ coloridas. Observe abaixo a ficha da atividade entregue aos estudantes:

VOCÊ E SEUS COLEGAS IRÃO CRIAR UM FIO DE CONTAS COM DUAS OU TRÊS CORES. ELABORE QUESTÕES PARA QUE OS COLEGAS DE OUTRO GRUPO RESPONDAM. ATENÇÃO: A SEQUÊNCIA PRECISA TER UM MOTIVO.

Agora, observe como os estudantes Alice e Pedro, resolveram a atividade:



A) Considerando que nesta atividade foi oportunizado aos estudantes a formulação de problemas e suas resoluções, para você, qual a relação desta atividade com o desenvolvimento de competências da matemática para os anos iniciais?

B) Como você avalia a coerência da resposta dos alunos quanto ao "motivo" da sequência?

C) Que intervenções você faria para auxiliar os estudantes na identificação do "motivo" da sequência?

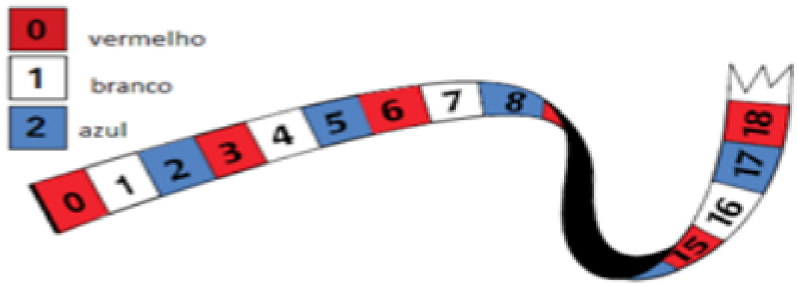
D) Considerando o modo como os alunos nos anos iniciais constroem estratégias para resolução de problemas, para você, quais os possíveis caminhos percorridos pelos alunos para determinar a cor *verde* da conta *20* desta sequência?

E) Tendo por base as intencionalidades didáticas desta atividade, quais as possíveis intervenções você faria para auxiliar os estudantes a encontrarem um termo qualquer da sequência?

F) Para você, como encontrar um termo qualquer dessa sequência?

II. Em uma aula no 5º ano do ensino fundamental, a professora apresentou a turma a seguinte atividade:

Tarefa: Tira de três números coloridos



Nessa tira as cores se repetem em uma sequência: vermelho, branco, azul; vermelho branco, azul.

1. Observando as cores que os números ocupam, responda:

a) O que a sequência de números nos espaços brancos tem em comum?

b) Entre o 7 e o 16, quais números ocupam os espaços brancos?

c) Qual a cor do espaço 51?

Agora, observe o diálogo realizado entre a professora e os estudantes envolvendo o número 51.

Gabriela: Eu fui contando até chegar no 18 e depois fui continuando. Então, descobrimos que o 51 é vermelho.

Professora: E aí, Nicolas, o que você achou?

Nicolas: Que não é vermelho, é branco.

Gabriela: Então, Nicolas, faz do seu jeito pra mim ver.

[Nicolas começa a registrar na lousa de 10 em 10 até totalizar 50 e termina com o 1. Nicolas defende que, se olhar para o 10, que é branco, todo número 10 será branco]

Gabriela: Nem dá para olhar só o 0, porque tem três cores.

Professora: Nicolas, que cor é o 10?

Nicolas: É branco.

Professora: E o outro 10?

Nicolas: É branco [e indica que os demais também são brancos].

Professora: Mas qual é a sequência de cores? Vermelho, branco, azul. O 10 é branco, mas o 20 é que cor? Azul, pois aqui 10 mais 10 é 20

[Mesmo assim, Nicolas não se convenceu].

A) Considerando os diferentes raciocínios utilizados por Gabriela e Nicolas, Para você, qual dos estudantes alcançam de forma exitosa a cor do espaço 51 da tira? Como você chegou a essa conclusão?

B) Para você, quais as características presentes no raciocínio da estudante Gabriela?

C) Quais as características presentes no raciocínio do estudante Nicolas?

D) De que modo você pode indicar todos os espaços que aparecem a cor vermelha na tira?

E) Ao se deparar com o diálogo entre a professora e os demais colegas, Paulo questiona a professora se a cor da cor da tira está relacionada com a tabuada de 3. Como você responderia a pergunta de Paulo?

F) Considerando o contexto escolar como um dos ambientes sociais de desenvolvimento do pensamento, você considera que este tipo de atividade pode favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico? Por quê?