



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS  
DOUTORADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**CARLOS EDUARDO DE OLIVEIRA**

**LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA:  
MAPEANDO PESQUISAS, RECONHECENDO CONCEPÇÕES E  
INVESTINDO NUMA MODELIZAÇÃO FUNDAMENTADA PELA TEORIA  
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Recife  
2023

**CARLOS EDUARDO DE OLIVEIRA**

**LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA:  
MAPEANDO PESQUISAS, RECONHECENDO CONCEPÇÕES E  
INVESTINDO NUMA MODELIZAÇÃO FUNDAMENTADA PELA TEORIA  
ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Vladimir Lira Veras Xavier de Andrade

Coorientador: Prof. Dr. José Luiz Cavalcante

Recife  
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Sistema Integrado de Bibliotecas  
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

- O48II Oliveira, Carlos Eduardo de  
Laboratórios associados à Matemática: mapeando pesquisas, reconhecendo concepções e investindo numa modelização fundamentada pela Teoria Antropológica do Didático / Carlos Eduardo de Oliveira. - 2023.  
146 f. : il.
- Orientador: Vladimir Lira Veras Xavier de Andrade.  
Coorientador: Jose Luiz Cavalcante.  
Inclui referências.
- Tese (Doutorado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Recife, 2023.
1. Laboratórios. 2. Matemática. 3. Mapeamento. 4. Concepção. 5. Teoria Antropológica do Didático. I. Andrade, Vladimir Lira Veras Xavier de, orient. II. Cavalcante, Jose Luiz, coorient. III. Título

CARLOS EDUARDO DE OLIVEIRA

LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA: MAPEANDO PESQUISAS,  
RECONHECENDO CONCEPÇÕES E INVESTINDO NUMA MODELIZAÇÃO  
FUNDAMENTADA PELA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

**BANCA EXAMINADORA**

---

Vladimir Lira Veras Xavier de **ANDRADE**  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Presidente (Orientador)

---

Anna Paula de Avelar **BRITO LIMA**  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
1ª Examinadora (interna)

---

Jadilson Ramos de **ALMEIDA**  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
2º Examinador (interno)

---

Rochelande Felipe **RODRIGUES**  
Universidade Federal do Cariri  
3º Examinador (externo)

---

Fernando Emílio Leite de **ALMEIDA**  
Instituto Federal de Pernambuco  
4º Examinador (externo)

---

José Luiz **CAVALCANTE**  
Universidade Estadual da Paraíba  
Coorientador

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus filhos...

... a **Theo**, que tanta luz trouxe ao meu viver,  
ensinando-me diariamente a ser pai;

... a **Lis**, que ficou o tempo necessário para  
demarcar sua importância na minha vida;

... ao **bebezinho** que não tivemos a  
oportunidade de cuidar e de ver crescer;

... a **Duda** e **Nina**, uma dose dupla que traz  
mais cores e amores para nosso lar.

Dedico este trabalho à minha esposa...

... a **Érika**, que tanto faz pela minha vida ser a  
maravilha que é, que tanto incentivou e  
viabilizou a conclusão desta tese em meio a  
outros tantos, esse trabalho também é seu!

## AGRADECIMENTOS

(ou ... *O que coube neste doutorado?*)

[Gratidão aos discentes e docentes do PPGEC]

Em 2018, após 10 anos de defesa do mestrado, recebo com alegria a notícia de ter sido selecionado para o curso de doutorado em Ensino de Ciências e Matemática da UFRPE. Nos primeiros encontros a turma já se mostrava muito afetuosa. Em um clima de muita união concluímos dois primeiros semestres, cursando as disciplinas e participando de eventos. Com ricas trocas acadêmicas e momentos únicos de partilha, em torno de cafés, lanches e almoços, inclusive nas filas e mesas do melhor Restaurante Universitário do Brasil, estreitamos nossos laços, com alguns mais e com outros menos. Por todas as partilhas, agradeço a cada colega que esteve comigo nestes momentos.

Neste mesmo contexto, agradeço aos docentes do PPGEC/UFRPE que, com sabedoria e gentileza, ofertaram oportunidades de aprendizagens que não ficaram restritas apenas às quatro paredes das salas de aulas. Os corredores, auditórios, salas do *Google Meet*, as mensagens de *Whatsapp*, publicações e comentários no *Instagram* e *Facebook* também foram palcos para essas oferendas. Sensibilidade e respeito às necessidades individuais, notavelmente, foi uma outra forte marca que ficou impressa na minha derme acadêmica durante esse período.

[Gratidão por Lis]

Ainda no primeiro ano do doutorado, em 2018, junto a minha esposa, vivenciamos a gestação de Lis. Durante os exames pré-natais descobrimos que algumas das suas estruturas (cardíacas e óssea) possuíam formações diferentes das habituais. Buscando compreendê-las, tanto quanto, identificar quais ações seriam necessárias dentro e fora do ventre materno, para bem cuidar dessa pequena, fizemos consultas e exames rotineiros na Capital Pernambucana.

Entre dezembro de 2018 e janeiro de 2019, vivenciamos o nascimento de Lis e sua imediata internação hospitalar em uma UTI neonatal. Neste período, ficamos ao seu lado, acompanhando cada exame, cada consulta, cada orientação médica, cada intervenção... estivemos juntos todos os dias de sua vida, intensamente,

vivemos cada um deles. Após 37 dias, a inédita estrutura cardiológica para Medicina parou de bater.

Agradeço imensamente a todas as pessoas que se fizeram presentes antes, durante e após esse período em que Lis esteve fisicamente conosco. Agradeço imensamente a Deus (que é Pai, Filho e Espírito Santo) e a Nossa Senhora pela acolhida em seus braços, quando a dor e a impotência tomavam conta de mim. Agradeço pela presença de Lis em nossas vidas.

[Gratidão pelos Trabalhos]

Ao final de 2019, por uma aprovação em concurso, pedi exoneração da instituição pública que trabalhava há 10 anos em Garanhuns, Autarquia do Ensino Superior de Garanhuns (AESGA), para tomar posse no Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN), Campus Ceará-Mirim, a 540 km da minha residência. Uma consideravelmente mudança na rotina laboral, de estudo e de atenção à minha família.

Mudança maior se deu com a infeliz instauração mundial da pandemia provocada pelo COVID-19, e por todos os seus desdobramentos. Mesmo estando em casa, as demandas de uma forma de trabalho diferenciado, nunca antes vista, necessitou uma reestruturação na dinâmica de casa, que virou ambiente de educação infantil, de ensino médio e superior – para meu filho (como estudante), para eu e minha esposa (como docentes) –, tudo em um mesmo lugar. Principalmente pelas dificuldades vivenciadas neste período, contribuições significativas foram agregadas à minha formação como docente e como pesquisador.

Com o fim das restrições à presencialidade, retornei com as viagens entre minha residência e meu trabalho. A *intensidade do prazer* pelo retorno à sala de aula física, a um ambiente laboral agradabilíssimo (em Ceará-Mirim/RN) e demais atribuições que a docência favoreceu, apenas se compara com a *intensidade do desgaste* provocado pelos deslocamentos semanais.

Em meados de 2022, por meio de uma permuta interinstitucional, consegui ingressar no Instituto Federal de Pernambuco (IFPE), no Campus Barreiros. Neste momento, se estabelecia mais uma considerável mudança de ambiente e de rotina laboral. Mesmo com a redução de 2/3 no percurso entre casa e trabalho, a nova

conjuntura não reduziu a fadiga, entretanto, favoreceu um tempo maior de dedicação a tese.

Cinco meses depois (no final de 2022), uma nova e necessária mudança – provocada por outra permuta, agora interna ao IFPE – permitiu a redução em mais da metade do tempo de deslocamento no percurso semanal. Com o ingresso no Campus Pesqueira do IFPE, alcancei mais uma realização profissional, que não se traduz apenas pela redução da distância entre minha casa e o trabalho, mas, sobretudo, pelo ambiente propício ao meu fazer e desenvolvimento profissional como docente pesquisador, vinculado a formação de professores. Agradeço as pessoas do Instituto Federal (de Ceará-Mirim, de Barreiros e de Pesqueira) que contribuíram diretamente para o “gás” final dedicado à conclusão desta tese. Minhas relações pessoais e sujeições a tais instituições (como propõe Yves Chevallard), juntamente a todas experiências por elas ocasionadas, forma-me continuamente como profissional da educação. Por tudo isso, sou grato.

[Gratidão pelos períodos de internamento pró-tese]

Diante de todas as mudanças e de sucessivos travamentos no processo de escrita da tese, minha esposa (*Érika*) propôs e proporcionou necessários períodos de isolamento para estimular a produção textual. Aproveitei férias acumuladas, recessos escolares e feriados prolongados para fazer os *internamentos pró-tese*, utilizando, para isso, uma especial propriedade rural do Cariri Paraibano, localizada município de Monteiro (onde reside meu amigo e coorientador, *Zé Luiz do Candeeiro*). Ter momentos de isolamento das obrigações e preocupações, laborais e domésticas, foi fundamental para o desenvolvimento desta tese.

Do mesmo modo que agradeço por esta possibilidade, sou grato às entidades que constituem a *Fortaleza dos Leões Rebeldes*. Gratidão pelas possibilidades de limpar, regar, alimentar e passear, de dar e receber atenção, de ouvir e ser ouvido, de receber alimentos, além de outros breves cuidados com plantas, gatos, cachorros, pássaros e pessoas dessa instituição. Sujeitado aos seus modos de fazer e de pensar próprios, ajudaram-me neste processo de escrita.

Para muito além da gratidão é onde meu ser se encontra quando penso em vocês: *Érika* e *Zé*.

Palavras, sem o conhecimento das coisas, são palavras vãs.  
(RUI BARBOSA, 1883, p. 203)

OLIVEIRA, Carlos Eduardo de. **Laboratórios associados à Matemática**: mapeando pesquisas, reconhecendo concepções e investindo numa modelização fundamentada pela Teoria Antropológica do Didático. 2023. 146f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2023.

---

## RESUMO

Nesta tese, apresentamos os frutos de um percurso doutoral, que teve como objetivo central estudar as compreensões presentes nas pesquisas *stricto sensu* brasileiras sobre laboratórios que estivessem envolvidos, de algum modo, no ensino ou na aprendizagem da Matemática, além das possibilidades para modelização do laboratório por meio da Teoria Antropológica do Didático (TAD). Para tanto, propusemos três caminhos: (1) realização de uma pesquisa sistemática e inventariante sobre “laboratórios associados à Matemática”, em dissertações de mestrado e teses de doutorado, no Brasil; (2) reconhecimento das concepções presentes na literatura brasileira sobre os “laboratórios associados à Matemática”, especialmente em produções acadêmicas de mestrado e doutorado; e (3) modelização do Laboratório de Educação Matemática (LEM), por meio dos elementos e noções fundamentais da TAD. Ao final, cada um destes percursos metodológicos favoreceu a constituição de um artigo a ele associado. São estes artigos que compõem o desenvolvimento textual da tese, que se apresenta em formato *multipaper*. No primeiro artigo, apresentamos o estado do conhecimento sobre laboratórios em um mapeamento das pesquisas acadêmicas realizadas nos últimos 40 anos (1983-2022). O segundo artigo, surge como um desdobramento do anterior, onde pomos em evidência três concepções de laboratórios que emergiram a partir de um estudo meta-analítico nas pesquisas inventariadas, considerando, inclusive, outras formas de literatura sobre os laboratórios (livros e artigos em periódicos). No terceiro artigo, o LEM é modelizado a partir de um contexto fictício, com inspirações em situações reais, suportada pelos fundamentos da TAD. De modo independente, porém, com um fio condutor que os interligam, cada um dos artigos traz seus próprios resultados, os quais envolvem, respectivamente: (i) compreensões sobre a distribuição temporal, geográfica, por área de conhecimento, por foco temático e por lócus de atuação das produções acadêmicas brasileiras sobre os laboratórios; (ii) compreensões sobre referências, fundamentações e argumentações teórico-metodológicas ligadas ao que se nomeia e se entende por estes laboratórios; (iii) compreensões sobre construções alternativas dos dados a serem analisados e discutidos, bem como sobre a modelização teórica do LEM, por meio de estudos praxeológicos, no contexto da TAD. Outras conclusões desta tese apontam para: (iv) a necessidade de orientação e validação institucional sobre estrutura *multipaper* como formato para teses na área de Ensino de Ciências e Matemática; (v) a proposição de uma agenda de pesquisas em Educação Matemática, circunscrita pelo foco temático “Laboratórios associados à Matemática”.

**Palavras-chave:** laboratórios; Matemática; mapeamento; concepções; modelização; Teoria Antropológica do Didático.

OLIVEIRA, Carlos Eduardo de. **Laboratories associated with Mathematics: mapping research, recognizing conceptions and investing in a modeling based on the Anthropological Theory of the Didactic.** 2023. 146f. Thesis Doctorate in Science and Mathematics Teaching) - Federal Rural University of Pernambuco, Recife, 2023.

---

## ABSTRACT

In this thesis, we present the fruits of a doctoral path, which had as its central objective to study the understandings present in *stricto sensu* Brazilian research on laboratories that were involved, in some way, in the teaching or learning of Mathematics, in addition to the possibilities to modeling of the laboratory through the Anthropological Theory of the Didactic (ATD). To this end, we proposed three paths: (1) carrying out a systematic and inventorying research on “laboratories associated with Mathematics”, in master's dissertations and doctoral theses, in Brazil; (2) recognition of conceptions present in the Brazilian literature about “laboratories associated with Mathematics”, especially in academic productions of master's and doctoral degrees; and (3) modeling of the Mathematics Education Laboratory (LEM), through the elements and fundamental notions of ATD. In the end, each of these methodological paths favored the creation of an article associated with it. It is these articles that make up the textual development of the thesis, which is presented in multipaper format. In the first article, we present the state of knowledge about laboratories in a mapping of academic researches carried out in the last 40 years (1983-2022). The second article arises as an offshoot of the previous one, where we highlight three conceptions of laboratories that emerged from a meta-analytical study on the inventoried research, including considering other forms of literature on laboratories (books and articles in journals). In the third article, the LEM is modeled from a fictitious context, inspired by real situations, supported by the fundamentals of ATD. Independently, however, with a common thread that interconnects them, each of the articles brings its own results, which involve, respectively: (i) understandings about the temporal, geographic distribution, by area of knowledge, by thematic focus and by *locus* of action of Brazilian academic productions on laboratories; (ii) understandings about references, foundations and theoretical-methodological arguments linked to what is named and understood by these laboratories; (iii) understandings about alternative constructions of data to be analyzed and discussed, as well as about the theoretical modeling of the LEM, through praxeological studies, in the context of ATD. Other conclusions of this thesis point to: (iv) the need for guidance and institutional validation on multipaper structure as a format for theses in the area of Science and Mathematics Teaching; (v) the proposition of a research agenda in Mathematics Education, circumscribed by the thematic focus “Laboratories associated with Mathematics”.

**Keywords:** laboratories; Mathematics; mapping; conceptions; modeling; Anthropological Theory of the Didactic.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ilustração da estrutura e organização da tese.....	32
Figura 2 – Exemplo fictício da Base de Dados da Pesquisa em fase inicial.....	46
Figura 3 – Exemplo fictício da Base de Dados da Pesquisa com a inclusão de mais três campos.....	47
Figura 4 – Representações da distribuição geográfica dos trabalhos produzidos entre os anos de 1983 e 2021.....	52
Figura 5 – Ilustração da distribuição dos lócus de atuação dos laboratórios nos trabalhos estudados.....	57
Figura 6 – Ilustração inspirada no conceito de semiotização do mundo, de Charaudeau (2005).....	65
Figura 7 – Exemplos de ajustes aos valores coletados pela variável $V_{Ref.Bib}$ .....	72
Figura 8 – Distribuição percentual da quantidade de produções acadêmicas por área de conhecimento do PPG, de acordo com os níveis de argumentação metodológica definida pela variável $V_{Nível.Metod}$ .....	74
Figura 9 – Ilustração gráfica das relações entre as concepções e os tipos de laboratórios associados à Matemática.....	89
Figura 10 – Representação gráfica para uma evolução genérica das relações pessoais de um indivíduo $x$ com o objeto $O$ , em cada instante $t_n$ .....	103
Figura 11 – Representação gráfica das posições institucionais $p_i$ dos objetos $O$ , $O'$ e $O''$ , na instituição $I$ .....	105
Figura 12 – Ciclos de atuação e a subdivisão em fases das atividades no LEM.....	110
Figura 13 – Representações de canos de PVC, com determinado volume de água, em três posições distintas.....	116
Figura 14 – Representações dos elementos geométricos com a indicação algébrica de suas medidas.....	117

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Distribuição de trabalhos acadêmicos produzidos entre os anos de 1983 e 2021. .....	51
Gráfico 2 – Distribuição acumulada de trabalhos produzidos entre 2001 e 2021, por tipo de titulação acadêmica.....	52
Gráfico 3 – Distribuição dos trabalhos produzidos, em cada região brasileira, por área de conhecimento dos PPG.....	53
Gráfico 4 – Distribuição acumulada de trabalhos produzidos entre os anos de 2002 e 2021, por área de conhecimento dos PPG.....	54
Gráfico 5 – Distribuição dos Focos Temáticos nos trabalhos estudados por áreas de conhecimento que os PPG estão vinculados.....	56
Gráfico 6 – Distribuição absoluta dos valores da variável $v_{Term}$ dentro da Base de Dados da Pesquisa.....	67
Gráfico 7 – Distribuição da quantidade de trabalhos com argumentação presente e com argumentação ausente para definição da terminologia utilizada para o laboratório, por área de conhecimento do PPG.....	69
Gráfico 8 – Ranking das obras de referências mais utilizadas para fundamentar a proposta de laboratório, nos trabalhos da Base de Dados da Pesquisa.....	71
Gráfico 9 – Distribuição percentual das obras de referências mais citadas para fundamentar a proposta de laboratório, considerando agrupamentos específicos em destaque; *foram excluídas as referências ao capítulo 3 do livro de Lorenzato (2006a) por pertencer a outro agrupamento nesta representação gráfica.....	72
Gráfico 10 – Distribuição percentual das produções acadêmicas, por área de conhecimento do PPG ( $v_{Área}$ ), considerando as concepções presentes sobre laboratório ( $v_{Concep}$ ).....	76

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Definição das variáveis da Base de Dados da Pesquisa utilizadas neste estudo. .....	50
Quadro 2 – Definição das variáveis $v_{\text{Foco}}$ e $v_{\text{lócus}}$ , com seus valores e descrições.....	55
Quadro 3 – Definição das variáveis utilizadas no estudo das concepções sobre laboratórios. .....	65
Quadro 4 – Definição da variável $v_{\text{Term}}$ e seus valores.....	67
Quadro 5 – Definição da variável $v_{\text{Concep}}$ com seus valores e descrições.....	75
Quadro 6 – Tipologia dos laboratórios com síntese das características e propostas de utilização.....	79
Quadro 7 – Dedução das fórmulas para medição do volume dos elementos geométricos da Figura 6.....	117
Quadro 8 – Elementos do Bloco Prático-Técnico da OMP associado à atividade extensionista relatada.....	120
Quadro 9 – Síntese dos episódios associados aos momentos de estudo da organização didática.....	122
Quadro 10 – Bloco prático-técnico da praxeologia metodológica da tese.....	131
Quadro 11 – Esboço cronológico com as principais obras de referência sobre os laboratórios.....	142

## SUMÁRIO

<b>[#A] APRESENTAÇÃO.....</b>	<b>16</b>
[#A] 1 TRAJETÓRIA ACADÊMICO-PROFISSIONAL e JUSTIFICATIVAS.....	16
[#A] 2 PROBLEMATIZANDO INQUIETAÇÕES, DEFININDO CAMINHOS.....	19
[#A] 3 APONTAMENTOS METODOLÓGICOS E TEÓRICOS.....	26
[#A] 4 ESTRUTURA E ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	27
[#A] REFERÊNCIAS (UTILIZADAS NA APRESENTAÇÃO).....	34
<b>ARTIGO #1 – MAPEAMENTO DAS PESQUISAS BRASILEIRAS SOBRE LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA: ANÁLISE DE 40 ANOS DE PRODUÇÕES ACADÊMICAS.....</b>	<b>38</b>
[#1] 1 INTRODUÇÃO.....	39
[#1] 2 LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA NO BRASIL.....	40
[#1] 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA CONSTRUÇÃO DA BASE DE DADOS.....	44
[#1] 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	50
[#1] 5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES NECESSÁRIAS.....	58
[#1] 6 REFERÊNCIAS.....	59
<b>ARTIGO #2 – CONCEPÇÕES SOBRE LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA EM PRODUÇÕES ACADÊMICAS BRASILEIRAS.....</b>	<b>62</b>
[#2] 1 INTRODUÇÃO.....	63
[#2] 2 PARA INÍCIO DE CONVERSA.....	64
[#2] 3 ESTUDO TERMINOLÓGICO.....	66
[#2] 4 ESTUDO TEÓRICO-METODOLÓGICO.....	70
[#2] 5 ESTUDO CONCEITUAL.....	75
[#2] 5.1 CONCEPÇÕES DE LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA.....	76
[#2] 5.1.1. Laboratório como espaço físico.....	80
[#2] 5.1.2. Laboratório como abordagem didática.....	82
[#2] 5.1.3. Laboratório como componente curricular.....	86
[#2] 5.2 SÍNTESE DO ESTUDO CONCEITUAL.....	88
[#2] 6 OUTRAS CONSIDERAÇÕES NECESSÁRIAS.....	90
[#2] 7 REFERÊNCIAS.....	92

<b>ARTIGO #3 – O LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA MODELADO PELA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.....</b>	<b>97</b>
[#3] 1 CONTEXTO INICIAL.....	98
[#3] 2 NOÇÕES FUNDAMENTAIS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.....	101
[#3] 3 MODELIZAÇÃO DO LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	107
[#3] 4 POSSIBILIDADES PRAXEOLÓGICAS NO LEM.....	111
[#3] 5 MAIS CONSIDERAÇÕES NECESSÁRIAS.....	123
[#3] 6 REFERÊNCIAS.....	125
<b>[#Q] CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>129</b>
[#Q] 1 ... SOBRE OS ARTIGOS PRODUZIDOS.....	133
[#Q] 2 ... AOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO.....	138
[#Q] 3 ... À REGIÃO DE INQUÉRITO INSTAURADA.....	141
[#Q] 4 REFERÊNCIAS (UTILIZADAS NAS CONSIDERAÇÕES FINAIS).....	145

[#A]

## APRESENTAÇÃO

O presente texto tem como finalidade apresentar a pesquisa de doutorado, vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (PPGEC), da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), por meio da linha de pesquisa Ensino e Aprendizagem de Ciências e da Matemática. De modo particular, buscamos investigar e modelizar fenômenos didáticos que permeiam o processo de ensino e aprendizagem em uma proposta educacionalmente diferenciada: os *laboratórios associados à Matemática*<sup>1</sup>. Partimos da construção da Base de Dados da Pesquisa para conhecer a produção acadêmica brasileira, em questão, identificando as concepções existentes, e lendo-as por meio das lentes teóricas definidas a partir de conceitos propostos pelos pesquisadores Yves Chevallard, e seus colaboradores, no âmbito da Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Para o desenvolvimento desta investigação, além das possíveis contribuições teóricas ao objeto de estudo e a área em tela, as quais serão detalhadas adiante, evidencia-se a necessidade de apresentar as justificativas geradas pela trajetória acadêmico-profissional do pesquisador como professor, tanto na Educação Básica como no Ensino Superior. Estas motivações devem figurar na gênese das justificativas para este trabalho de pesquisa, posteriormente explicitadas.

### [#A] 1 TRAJETÓRIA ACADÊMICO-PROFISSIONAL E JUSTIFICATIVAS

Durante o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Campina Grande, campus Campina Grande (2000-2005), tive<sup>2</sup> meu primeiro contato com um laboratório associado ao ensino, aprendizagem, avaliação e pesquisa da Matemática, com materiais didáticos manipuláveis e com a reflexão do uso destes na formação de conceitos e de práticas docentes. Em 2004, o Laboratório de Pesquisa em Educação Matemática (LAPEM), do extinto Departamento de

---

<sup>1</sup> Mais adiante teceremos considerações a respeito dessa terminologia.

<sup>2</sup> Esta seção foi intencionalmente escrita em primeira pessoa pela natureza narrativa de seu conteúdo.

Matemática e Estatística (DME), foi o lócus da minha atuação no desenvolvimento de um projeto de extensão universitária:

[...] cujo objetivo era promover minicursos de Laboratório de Matemática para professores do ensino fundamental e médio [...] da rede pública de ensino da Paraíba. Foi durante as atividades desenvolvidas nesse projeto que tomei consciência do meu interesse e preocupação pela formação de professores de Matemática (OLIVEIRA, 2008, p. 16).

Com o ingresso no curso de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Rio Claro (2006-2008), desenvolvi uma pesquisa cujos maiores esforços estavam na análise e discussão das expectativas e dificuldades de licenciandos sobre o uso de Tecnologias Informáticas em aulas de Matemática. Neste período do meu desenvolvimento profissional, concentrei o estudo e a preocupação na Formação Inicial de Professores.

No início de 2008, quando retornei às atividades docentes, trabalhando na educação básica paraibana, tanto na rede pública quanto na rede privada, notava fortemente a necessidade de retomar as propostas didático-metodológicas associadas aos laboratórios. Neste sentido, propus ações formativas nas escolas em que trabalhava e nos eventos que participava.

Como professor substituto do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas (CCHE), em Monteiro (2009-2010), além das componentes curriculares da Educação Matemática e Estágio Supervisionado, assumi as “disciplinas de Laboratório”. Junto a estas, desenvolvi atividades para o consubstanciamento do Laboratório de Educação Matemática do CCHE, tais como reforma/mudança de sala, aquisição e produção de materiais didáticos, visitas técnicas a outros laboratórios, vinculação de alunos monitores a componente curricular e à sala ambiente, além do desenvolvimento de atividades autênticas de experimentação matemática, como sugerem Lorenzato (2006) e Turrioni (2004).

Retornando a Pernambuco, vinculado à Universidade de Pernambuco, Campus Garanhuns (2010-2013), como professor substituto, atuei junto aos cursos de Bacharelado em Psicologia e de Licenciatura em Matemática, desenvolvendo trabalhos relacionados à utilização de Tecnologias Educacionais, ora informáticas, ora não-informáticas. Dentre outras atividades, coordenei dois projetos de extensão voltados à disseminação da proposta de uso de Laboratórios de Ensino de

Matemática e orientação sobre possíveis caminhos metodológicos com materiais didáticos manipuláveis, na perspectiva proposta por Lorenzato (2006). Durante dois anos de projeto<sup>3</sup>, conseguimos a participação de mais de 60 professores de escolas públicas da rede estadual e de outros municípios da região do agreste meridional pernambucano.

No Instituto Federal de Pernambuco (IFPE), Campus Pesqueira (2014-2016), em mais um vínculo temporário, atuei exclusivamente no curso de Licenciatura em Matemática, junto às disciplinas de Didática da Matemática, Estágios Supervisionados e Laboratórios de Práticas de Ensino de Matemática (LPEM). Para além das atividades letivas, ao longo de dois anos de atuação, orientei sete alunos monitores com a finalidade de apoiar as ações vinculadas ao LPEM, tanto como componente curricular, quanto como um espaço físico a ser preparado como um Laboratório de Educação Matemática (TURRIONI, 2004; RODRIGUES, 2011). Em parceria com outros docentes e discentes, foram realizadas visitas técnicas a universidades que possuem laboratórios já consolidados e atuantes na formação de professores de matemática, na Paraíba (cidade de Monteiro) e no Rio Grande do Norte (cidade de Natal). Como fruto destas visitas, junto a um grupo de discentes, realizamos voluntariamente atividades de reflexão e ação para estruturação do LPEM como um ambiente relevante à formação inicial de professores de matemática nas dependências do IFPE, Campus Pesqueira.

Em uma relação de trabalho mais duradoura, atuei como docente nos cursos de bacharelado em Administração, Arquitetura e Engenharia Civil da Autarquia do Ensino Superior de Garanhuns (2011-2019), regendo, alternadamente, as disciplinas de Matemática Básica, Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Geometria Analítica e Equações Diferenciais. Optei por uma abordagem de ensino que ofertava espaços para aprendizagens de conceitos e procedimentos matemáticos que fossem fundantes para construção de conhecimentos próprios das áreas de formação dos graduandos. Inspirado pela vivência nos laboratórios e nas suas práticas, mesmo com a característica instrumental da matemática que fazíamos, ainda foi possível desenvolver atividades com ênfases no ensino experimental, principalmente com as turmas da Engenharia Civil. A questão geradora “quanto cabe de água nesse recipiente?” e seus desdobramentos,

---

<sup>3</sup> Registros da proposta e atividades estão disponíveis em <https://sites.google.com/site/oficialabmat/>.

ecoaram por semestre seguidos nas disciplinas de Cálculo Diferencial, denominada institucionalmente de Cálculo I.

Após aprovação em um concurso para carreira de docente, tomei posse no Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN), no Campus Ceará-Mirim (2019-2022), e assumi componentes curriculares da primeira turma do curso de Licenciatura em Matemática, como também, nos cursos técnicos integrados e subsequentes ao ensino médio. Neste período, além das disciplinas específicas de Matemática, coordenei dois projetos de ensino e um projeto de pesquisa envolvendo laboratórios associados à Matemática, buscando compreensões, promovendo engajamentos e fazendo articulações metodológicas para uma futura implementação vinculado à licenciatura. Neste espaço privilegiado de atuação profissional (formação inicial docente e educação básica técnica e tecnológica, concomitantes), pude acompanhar realidades em torno do ensinar e aprender matemática, ainda não vivenciadas.

Para além do contexto local de trabalho, compulsoriamente, experimentamos as potencialidades e limitações que a pandemia do coronavírus (COVID-19) impôs no âmbito educacional, tais como, aulas remotas com atividades síncronas, uso de múltiplos e variados artefatos tecnológicos, processo educacional com suporte de ambientes virtuais etc.. Realidades que estavam distantes do ensino regular presencial, modificaram intempestivamente nossos modos de fazer e pensar a educação, o ensino e a aprendizagem da Matemática. Além disso, esse foi um período em que sofremos de muitos modos diferentes... sobrevivemos... mas nem todos, mas nem todas.

As ações descritas neste breve percurso formativo e profissional – além de outras tantas que ficaram implícitas nas entrelinhas e nos fatos não mencionados – contribuíram para a constituição da relação pessoal, deste estudante-professor-pesquisador, com as múltiplas concepções dos laboratórios que estão associados à Matemática, ao seu ensino e à sua aprendizagem, na Educação Básica e na Formação de Professores.

## **[#A] 2 PROBLEMATIZANDO INQUIETAÇÕES, DEFININDO CAMINHOS**

Esperamos que, para o leitor ou leitora de nosso trabalho, a seção anterior tenha evidenciado uma relação pessoal com algumas concepções de laboratórios

associados à Matemática. Uma das características centrais desse tipo de relação é que a mesma é construída no trânsito entre as diversas instituições a que fomos sujeitos. Para compreender a força dessa expressão, e como ela afeta diretamente a constituição do nosso objeto de pesquisa, precisamos estabelecer alguns marcos sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

A TAD tem seu nascedouro no movimento de constituição da educação matemática francesa, chamada de Didática da Matemática Fundamental (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001). Na segunda metade da década de 1960, na França, as inquietações ligadas ao ensino de matemática culminaram com o surgimento de Institutos de Pesquisa<sup>4</sup>, abrigando pesquisadores para fomentar o desenvolvimento de investigações, estas que deram origem aos quadros teóricos que hoje são considerados pilares da Didática da Matemática (GASCÓN, 1998; ALMOULOUD, 2007).

A Didática da Matemática, como uma grande região de inquérito, continua a se ocupar da compreensão e explicação dos fenômenos didáticos, inclusive entre aqueles que permeiam as transformações sofridas pelos saberes, para se tornarem objetos de ensino, em uma dada instituição, associados à noção de transposição didática (CHEVALLARD, 1991). Atualmente, como um dos importantes aportes teóricos da Didática da Matemática, encontra-se a TAD, gestada por Yves Chevallard, que sugere ser uma ampliação da Teoria da Transposição Didática.

Tomemos um exemplo para essa situar nossa discussão: quando a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) determina que os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental dominem a habilidade de resolver problemas com grandezas de espécies diferentes (EF09MA07<sup>5</sup>), então, pode o professor tomar como objeto de estudo a velocidade média, que é dada pela razão entre as grandezas espaço e tempo. Esta escolha implica que o conceito de velocidade, saber próprio da Física Mecânica, deverá passar por algumas transformações didáticas para se tornar ensinável. Essas mudanças são operadas dentro da sala de aula, mas também externamente, justificando o porquê de Chevallard (2018, p. 23, grifo do autor) dizer que “[...] a TAD coloca que é necessário, para isso, considerar

---

<sup>4</sup> *Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM).*

<sup>5</sup> Código alfanumérico associado a um objetivo de aprendizagem específico da Matemática, para educação básica, presente na BNCC (BRASIL, 2018).

também condições e restrições *alienígenas*. A este respeito, o ponto de partida para a ruptura está na Teoria da Transposição Didática [...]”.

O contexto desta última assertiva trata do que, para Chevallard (2018), era uma limitação das teorias didáticas convencionais, tentar explicar o ensino e aprendizagem, sob a ótica apenas das características endógenas à sala de aula. Para ele, a TAD rompe com esse paradigma. Por exemplo, a presença do conceito de velocidade na Educação Básica (EF09MA07, EM13MAT103 e EM13MAT314)<sup>6</sup> se deve a causas externas à sala de aula, escolhas que o professor não consegue controlar diretamente. Compreender as condições e restrições em torno das relações constituídas entre as pessoas e os objetos do saber seriam, de fato, parte do objeto central da TAD.

Com argumento semelhante, Bosch e Gascón (2006) destacam que a noção de transposição didática<sup>7</sup> permeia todas as noções teóricas da TAD, assim como as análises que elas fundamentam. Deste modo, mais uma indagação emerge: quais características dos processos de transposição didática podem ocorrer nas atividades desenvolvidas em laboratórios associados à Matemática?

Responder esse questionamento não é suficiente para compreender, em sua totalidade, a relação de uma pessoa (estudante, professor ou pesquisador) com o laboratório, pois essa relação é construída em diferentes contextos, ao longo das suas vidas. Porém, explorar este questionamento abre espaço para destacarmos o papel que a TAD tem na nossa pesquisa.

Partindo de suas noções primitivas, que serão apresentadas adequadamente mais adiante, podemos nos perguntar: que tipo de objeto são os laboratórios associados à Matemática? Que objetos vivem lá? Esses laboratórios podem ser considerados dispositivos sociais totais (instituições), conforme define Chevallard (1991)? Que relações (pessoais e institucionais) são estabelecidas com os objetos que nele vivem, ou com outras instâncias, enquanto parte de instituições como a escola básica ou os cursos de licenciatura em Matemática?

Chevallard (1992) afirma que tudo na TAD pode ser considerado um objeto, e sua existência é sempre fruto de uma relação estabelecida com uma pessoa ou com

---

<sup>6</sup> Habilidades relacionadas ao conceito de velocidade, indicadas para serem desenvolvidas pela área de Matemática (BRASIL, 2018).

<sup>7</sup> De modo objetivo, a noção de transposição didática pode ser compreendida como por uma série de transformações impostas a um objeto específico do saber, para estar apto a ser ensinado (CHEVALLARD, 1991).

uma instituição. Até este ponto, muitos leitores ou leitoras deste trabalho poderão relacionar a expressão “laboratório associado à Matemática” a um tipo de objeto conhecido na literatura científica, especificamente da área de Educação Matemática, como o “Laboratório de Ensino de Matemática”. Outros(as) irão identificá-lo como o “Laboratório de Matemática”, ou ainda como o “Laboratório de Educação Matemática”. Diferenciá-los não será uma ação imediata, isso porque, as compreensões sobre tais objetos são construídas por meio de interações em contextos específicos. Esperamos que ao ler/estudar nosso trabalho, algo mude na sua relação com o laboratório.

Quando avançamos no estudo e na compreensão da TAD, inevitavelmente, chegamos à noção de praxeologia que, por sua vez, nos impele a outras inquietações: que organizações matemáticas e didáticas vivem nestes laboratórios? Existem outras estruturas praxeológicas neles? Quais? Como se relacionam com o saber matemático?

Interessados na mudança da relação pessoal dos estudantes com o conceito de velocidade, podemos pensar em “o que acontece se...”<sup>8</sup> desenvolvemos uma atividade de investigação com planos inclinados, para determinar o tipo de proporcionalidade entre a velocidade e as grandezas espaço e tempo? Será que essa proposta poderia se constituir em uma atividade estudo e pesquisa (AEP)? Ou, como propõe Chevallard (2018), como um meio para o desenvolvimento de um processo maior, um Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP)<sup>9</sup>?

A noção praxeológica de PEP foi gestada, segundo Chevallard (2018), a partir da vivência de seções de estudo que envolviam, sobretudo, situações co-disciplinares. Como no exemplo proposto, velocidade é um conceito próprio da área da Física e seu estudo pode, nos laboratórios associados à Matemática, ser feito sob essa mesma perspectiva. Foi com esse espírito que, ao estudarmos as teses de doutorado de Silva (2016), Santos Júnior (2017) e Rodrigues (2019) – as quais propõem PEP para trabalhar objetos do saber matemático, na educação básica, em cursos técnicos e na licenciatura em Matemática – começamos a perceber que uma proposta didática apoiada em laboratório pode propiciar uma mudança de

---

<sup>8</sup> Inspirado nos Cenários para Investigação (em inglês, *Landscape of Investigation*), propostos por Skovsmose (2000; 2022), neste contexto, buscando o interesse na adesão do leitor(a).

<sup>9</sup> Nos textos originais, em francês, usa-se AER (*Activités d'Étude et de Recherche*) e PER (*Parcours d'Étude et de Recherche*).

paradigma. Fazer uma Educação Matemática *questionando o mundo*, seria uma possibilidade de aproximar os estudantes de situações reais, reificando o papel que os saberes têm na sua formação, como pessoa e cidadão.

Neste paradigma, a ação didática parte de uma questão geratriz (Q), que originará outras questões secundárias, cada uma delas cumprindo o papel de problematizar a busca pela resposta à questão Q. No sistema didático estabelecido pelo PEP, os estudantes (X) e aqueles que fornecem as ajudas (Y) – geralmente o professor – são investigadores diante das questões e irão se debruçar sobre o meio (M) na busca pela resposta ideal (R<sup>∞</sup>). Essa estrutura, Chevallard (2018) chamou de *Esquema Herbartiano* e, simbolicamente, pode ser representada por:

$$[ S ( X ; Y ; Q ) \Rightarrow M ] \Rightarrow R^{\infty}.$$

De fato, a nossa proposta inicial do doutorado caminhava na direção de apresentar os laboratórios como propostas didáticas que favoreceriam a construção de um PEP, na formação inicial de professores de Matemática. No entanto, alguns fatores nos fizeram apontar para outra direção, entre eles, constatarmos que o mapeamento inicial da produção acadêmica brasileira, em torno dos laboratórios associados à Matemática, já apresentava indícios de que, para a realização de nossa intenção de pesquisa (o desenvolvimento de PEP com laboratórios), seria necessária a constituição de um passo anterior, ainda não dado na literatura: não identificamos, nas produções acadêmicas, estudos sistemáticos com uma robusta fundamentação teórica para os laboratórios; a maioria dos trabalhos abordam apenas a dimensão técnico-prática das propostas envolvendo laboratórios.

Essa ausência se coaduna com outra lacuna observada no trabalho de Santos (2020), a qual mapeou dissertações e teses de 2005 a 2017, cadastradas no Banco de Teses e Dissertações da Capes. Em nenhuma delas havia observado fenômenos didáticos em torno dos laboratórios associados à Matemática. Santos, Cavalcanti e Cavalcante (trabalho ainda não publicado) completam o corpus da pesquisa de Santos (2020), quanto aos trabalhos acadêmicos defendidos entre 2018 e 2022. Novamente, nos trabalhos mapeados, o laboratório não foi foco de investigação.

Portanto, três urgências se fizeram presentes na construção de nosso objeto de estudo: (1) mapear a literatura científica em torno dos laboratórios; (2) compreender como as produções mapeadas interpretam estes laboratórios; (3) realizar uma modelização teórica dos laboratórios.

A partir dessas urgências, o nosso objeto de pesquisa foi sendo desenhado. Outros questionamentos emergiram, subsidiaram e deverão permanecer ativas em nossos intentos de pesquisa: como se caracterizam e são considerados tais laboratórios pela pesquisa *stricto sensu* brasileira? Quais aportes teóricos podem ser considerados para o uso metodológico desses laboratórios? Que condições e restrições se manifestam no planejamento e desenvolvimento de suas atividades? Como sedimentar teoricamente o ensino e a aprendizagem matemática por meio de um laboratório?

Com estas ponderações, fazemos referência direta a um clássico e denso trabalho inventariante, para justificar a terminologia que adotamos sobre os laboratórios. Dario Fiorentini (1993) definiu “laboratório para o ensino da matemática” como um dos focos temáticos das pesquisas brasileiras em Educação Matemática, tratando diretamente de aspectos didáticos e metodológicos. A partir deste trabalho, propomos o *laboratório associado à Matemática* como sendo uma redefinição mais abrangente para esse foco temático, em função das múltiplas concepções e terminologias<sup>10</sup>, em torno desse campo de investigação. Ademais, para além de contribuir com a minha formação como pesquisador, projetando uma diretriz pessoal de investigação acadêmico-científica, com a presente trajetória doutoral, desejamos dar visibilidade e determinar os elementos iniciais necessários para a constituição de uma agenda de pesquisa na região de inquérito circunscrita por este foco temático.

Diante desta imbricada contextualização, evidenciamos que o objetivo geral desta investigação de doutorado foi estudar as compreensões presentes na pesquisa *stricto sensu* brasileira sobre os laboratórios envolvidos no ensino e na aprendizagem da Matemática, e as possibilidades de modelização por meio da Teoria Antropológica do Didático (TAD). Para este propósito, definimos um conjunto encadeado de objetivos específicos e metas procedimentais, como seguem:

---

<sup>10</sup> As múltiplas concepções e terminologias para os laboratórios associados à Matemática serão apresentadas e discutidas mais adiante, no segundo artigo desta tese.

- *Objetivo Específico 1* – Sistematizar um mapeamento (estudo do conhecimento) em torno do foco temático “Laboratórios associados à Matemática”, presente nas pesquisas acadêmicas brasileiras, vinculadas a programas de pós-graduação das áreas de Ensino, de Educação e de Matemática.
  - Meta 1.1 – Construir uma estrutura matricial para receber a base de dados da pesquisa (Base); Meta 1.2 – Inventariar as pesquisas de mestrado (dissertações) e doutorado (teses) que abordaram (apresentaram, discutiram ou problematizaram) o uso ou a implementação de laboratórios; Meta 1.3 – Identificar objetivos, focos e lócus de atuação, terminologias, referências teóricas e metodológicas utilizadas nas pesquisas inventariadas; Meta 1.4 – Apresentar os resultados obtidos a partir de processos descritivos e analíticos, por meio de tabelas, gráficos e dados absolutos e percentuais.
- *Objetivo Específico 2* – Reconhecer as concepções presentes na literatura brasileira sobre os “Laboratórios associados à Matemática”, especialmente nas produções acadêmicas de mestrados e doutorados.
  - Meta 2.1 – Analisar como foram nomeados os laboratórios; Meta 2.2 – Identificar as referências utilizadas para fundamentar o que fora chamado de laboratório; Meta 2.3 – Avaliar a presença de evidências teóricas e metodologias para utilização do laboratório; Meta 2.4 – Identificar evidências e traços das concepções dos autores sobre o que é um laboratório; Meta 2.5 – Descrever, por meio de categorias, as concepções sobre laboratório associado à Matemática.
- *Objetivo Específico 3* – Compreender o Laboratório de Educação Matemática (LEM) como uma instituição modelizada pela Teoria Antropológica do Didático (TAD).
  - Meta 3.1 – Explicar os elementos fundantes da TAD, no contexto de atuação de um LEM; Meta 3.2 – Caracterizar o LEM como um agente a serviço da formação docente, sob as lentes da TAD; Meta 3.3 – Evidenciar práticas sociais (modos de pensar e de fazer / praxeologias) que são estabelecidas pelo LEM e pelas suas relações pessoais e institucionais.

### [#A] 3 APONTAMENTOS METODOLÓGICOS E TEÓRICOS

Essa pesquisa assumiu um percurso metodológico que foi naturalmente influenciado pelas atividades vivenciadas no curso de doutorado do PPGEC/UFRPE, como diálogos e discussões com os pares e com pesquisadores experientes, vivência nas disciplinas, participação em seminários e eventos acadêmicos, além de outras formas de contribuição para o desenvolvimento da investigação e do pesquisador. A proposta inicial foi sendo ajustada em função das realidades encontradas e vivenciadas neste percurso. A pandemia provocada pelo coronavírus (COVID-19), bem como as necessidades pessoais e profissionais, impactaram sobremaneira nosso itinerário metodológico.

Diante desta realidade, tranquilizam-nos Lincoln e Guba (1995), quando deixam claro que uma pesquisa pode ter um *design* emergente quando, a partir dos objetivos definidos, os procedimentos metodológicos vão se construindo à medida que o pesquisador segue uma trilha para consecução dos propósitos. Neste caminhar, os procedimentos e instrumentos de coleta, análise e interpretação da realidade investigada vão se definindo e fortalecendo, sem a necessidade de determiná-los rigidamente *a priori*.

De todo modo, buscamos investigar uma realidade composta de fenômenos de natureza humana (ERNEST, 2003) e, por isso, optamos por uma abordagem exploratória, em torno do objeto da pesquisa, os laboratórios associados à Matemática. Neste caso, Gil (2009, p. 41) nos aponta que o “planejamento é, portanto, bastante flexível, de modo que possibilite a consideração dos mais variados aspectos relativos ao fato estudado”. Entretanto, o mesmo autor sugere a construção de um modelo conceitual e operacional para os procedimentos técnicos que serão usados no desenvolvimento do problema pesquisado.

Por outro lado, esta pesquisa também pode ser compreendida como de natureza bibliográfica, principalmente pela necessidade de recorrer à produção acadêmico-científica já produzida, na forma de livros, artigos, dissertações e teses, para o devido aprofundamento e balizamento teórico (LAKATOS; MARCONI, 2001). Essa aproximação com o material que já foi escrito sobre a temática, possibilitou produzir fatos inovadores para construção do conhecimento científico, como ainda,

possibilita gerar um excedente de visão<sup>11</sup> entre o eu e os outros pesquisadores, pois, “do mesmo modo que a minha visão precisa do outro para eu me ver e me completar, minha palavra precisa do outro para significar ‘esse excedente de minha visão, do meu conhecimento’” (SOUZA; ALBUQUERQUE, 2012, p. 113). Afinal, como bem defende Boote e Beile (2005, p. 3), uma pesquisa educacional precisa ser útil e significativa e, para tanto, deve se “desenvolver e aprender com pesquisas e estudos anteriores”, sendo cumulativa para o campo de investigação.

Nesta pesquisa, os tipos de obras de referências utilizadas foram: dissertações de mestrado; teses de doutorado; atos administrativos (leis, decretos e resoluções) relativos à educação brasileira; artigos publicados em anais de eventos ou em periódicos acadêmicos; capítulos de livros e livros na íntegra.

Além de temas mais gerais da Educação Matemática, como campo de atuação profissional e de pesquisa, as obras utilizadas versam especificamente sobre: laboratórios associados à Matemática (nas suas múltiplas concepções); princípios fundamentais da TAD (objeto, pessoa, instituição e relações); organização (ou praxeologias) matemáticas e didáticas, pela TAD; objetos ostensivos e não ostensivos; estruturas, normas e procedimentos para escrita de textos acadêmicos; meta-análise em pesquisas acadêmicas; concepções de (educação) matemática, tecnologias e metodologias.

Na seção seguinte, a dimensão metodológica ficará mais evidente quando forem detalhadas as partes que compõem esta tese de doutoramento.

#### **[#A] 4 ESTRUTURA E ORGANIZAÇÃO DA TESE**

Os trabalhos de conclusão dos cursos de mestrados e doutorados no Brasil, inclusive nas áreas de Ensino e de Educação, habitualmente se configuram em formatos monográficos, se apresentam como documentos densos, extensos e relativamente bem estruturados em introdução, desenvolvimento e conclusão. Manuais de metodologia científica (LAKATOS; MARCONI, 2003; SEVERINO, 2007) sugerem que a organização seja feita por capítulos contendo elementos que: (1) apresentam a pesquisa – objetivos, justificativa, problema de pesquisa, metodologia, referência teórica etc.; (2) detalham e circunscrevem a pesquisa – revisão de

---

<sup>11</sup> Na perspectiva teórica de Mikhail Bakhtin, no tocante a especificidade do conhecimento produzido pelas ciências humanas e suas implicações para a tarefa do pesquisador.

literatura, procedimentos metodológicos, técnicas de coleta, construção e análise de dados etc.; (3) concluem a pesquisa – com resultados obtidos e as considerações necessárias. Para além destes, elementos pré-textuais e pós-textuais complementam a estrutura dos relatos de pesquisas *stricto sensu*.

Entretanto, outras possibilidades textuais para dissertações e teses já vêm sendo utilizadas em escalas mais largas em outras áreas do conhecimento, como por exemplo, nas Ciências Médicas e nas Ciências Biológicas (BARBOSA, 2015). A adoção por estruturas alternativas para escrita dos relatos das pesquisas se configura como uma “postura de insubordinação criativa [por parte] do pesquisador” (BARBOSA, 2015, p. 350), que rompe com as representações tradicionais acadêmicas e se apresenta como uma ferramenta efetiva de difusão dos conhecimentos produzidos em uma área específica. Uma dessas possíveis insubordinações, nomeada por Barbosa (2015), é a tese ou dissertação escrita em um formato como uma coleção de artigos publicáveis (*multipaper*). Sugere-se, ainda, adicionar uma introdução e uma conclusão, as quais podem também possuir a estrutura de um manuscrito científico.

No formato insubordinado, cada uma destas partes (os artigos) precisam ser independentes e ter “todas as características necessárias para viabilizar suas publicações” (BARBOSA, 2015, p. 351), “cada qual com seu fio condutor e com início, desenvolvimento e fim” (BARBOSA, 2015, p. 356), de modo que os leitores não precisem recorrer às outras partes para uma compreensão integral (BOOTE; BEILE, 2005; DUKE; BECK, 1999). Notavelmente, neste caso, a produção acadêmica deixa de ser uma “única obra publicável” e passa a ser classificada como “várias obras publicáveis”. Adicionalmente, é sugerido que fique evidente, para o leitor que experiencia a análise de uma dissertação ou tese no formato *multipaper*, a razão de ser para a construção textual escolhida, como também o “fio condutor” que liga cada um dos artigos componentes.

Indo na contramão da manutenção dos formatos tradicionais, encontramos as teses de doutorado de Santana (2017) e de Rodrigues (2017), como exemplos de subversão responsável à produção e ao relato científico: após a defesa, os manuscritos que integravam suas teses foram publicados em periódicos bem avaliados pelo sistema Qualis da Capes (entre A1 e A4, pela avaliação do Quadriênio 2017-2020), nas áreas de Ensino ou de Educação.

Em um estudo panorâmico, de análise fenomenológica, sobre os documentos que orientam a elaboração de dissertações e teses, Mutti e Klüber (2018, p. 10) concluem que “parece estar se esboçando no âmbito dos programas de pós-graduação (PPG) brasileiros das áreas de Educação e Ensino, o que entendemos como um movimento de abertura ao formato *Multipaper*”. Tal conclusão foi baseada na visita das páginas eletrônicas (*sites*) de 335 PPG, encontrando referências a “normas para a elaboração de dissertações e teses, considerando o formato *Multipaper*” (MUTTI; KLÜBER, 2018, p. 5), em 31 destes programas. Ou seja, na época desta coleta de dados (dezembro de 2017), em pelo menos 9,2% dos PPG *stricto sensu* brasileiros, nas áreas mencionadas, já consideravam e orientavam seus discentes sobre o formato alternativo para elaboração de seus relatórios de pesquisas.

De modo particular, para o relato do nosso processo investigativo, elencamos cinco argumentos para justificar a escolha para escrita da tese neste formato:

1. **[forma, produto e pares]** O formato que a pesquisa é apresentada não irá conferir a legitimidade ou a inovação que por ela é requerida. Estas atribuições devem ficar a cargo dos resultados que lhes são demonstrados, sendo inegociáveis as características essenciais de uma produção acadêmica: revisão consistente da literatura; metodologias de coleta e de análise coerentes com as necessidades da investigação; estilo de escrita compatível e aceitável e com as exigências da área de inquérito (DUKE; BECK, 1999; BOOTE; BEILE, 2005). Em um estudo feito sobre a produção acadêmica de mestrados e doutorados, em várias áreas de estudo de uma universidade australiana, Paltrigde (2002) faz uma análise comparando o formato *multipaper* com o formato de dissertação (tradicional), como se a primeira fosse uma compilação feita por “*especialistas escrevendo para especialistas*”, enquanto que a outra sendo elaborada por “*novatos ‘escrevendo para admissão na academia’*” (PALTRIGDE, 2002, p. 132, tradução e grifos nossos). Essa opção de estrutura textual confere ao pós-graduando uma interlocução direta com outras instâncias (pessoas e instituições) de pesquisas na sua região de inquérito acadêmico;
2. **[contribuição para formação do pesquisador]** Russell *et al.* (2009, p. 405, tradução nossa) se apoiam na concepção de que a habilidade da escrita se desenvolve de modo gradual, “totalmente ligada aos objetivos e tradições

intelectuais particulares de cada disciplina ou profissão”. Considerando que os cursos de doutorado, por excelência, são instituições que formam pesquisadores, em termos de habilidades de escrita, o que se pode esperar de um candidato neste nível de pós-graduação? Duke e Beck (1999), fazendo referências à discussão proposta por David Krathwohl<sup>12</sup>, respondem a tal questão afirmando que estes deverão “escrever artigos de pesquisa para publicação ao longo de sua carreira, [assim,] escrever a dissertação [em formato *multipaper*] apoiaria o desenvolvimento de uma habilidade generalizável para um tipo de orientação própria e exclusiva do curso de doutorado” (DUKE; BECK, 1999, p. 34, tradução nossa). De modo complementar, os mesmos autores advogam que aqueles pesquisadores que passam pela “experiência de escrever vários artigos sob a orientação e escrutínio de um comitê examinador estará em uma posição muito melhor para treinar outras pessoas nessa habilidade do que alguém que escreveu apenas um único e pesado volume, que agora está acumulando poeira nos arquivos da biblioteca da instituição que concedeu seu diploma”. (DUKE; BECK, 1999, p. 34, tradução nossa). Boote e Boile (2005) também se posicionam sobre este processo de formação acadêmica, defendendo que, antes de serem pesquisadores, os doutorandos devem ser estudantes, e que este momento deve contribuir ativamente para uma adequada formação. Em consequência, a produção acadêmica, neste caso a tese, deve relatar e demonstrar a sua capacidade de fazer e comunicar pesquisas acadêmicas (BOOTE; BEILE, 2005). Os artigos publicáveis produzidos, neste caso, poderão ser considerados como uma forma de materializar o êxito processual da formação do pesquisador, que, embora não finalizada, já apresenta sinais de maturidade;

3. **[disseminação dos resultados]** Disseminar integralmente os resultados de uma pesquisa de doutorado não é uma missão trivial. Publicar uma tese no formato monográfico (tradicional) geralmente ocorre por meio de livros e, mesmo assim, depois de um considerável tempo após a defesa. Outro fator que merece atenção é o alcance dos resultados dentro da comunidade acadêmico-científica: atualmente, comunicações feitas por meio de

---

<sup>12</sup> KRATHWOHL, D. A slice of advice. *Educational Researcher*, v. 23, n. 1, 1994, p. 29-32.

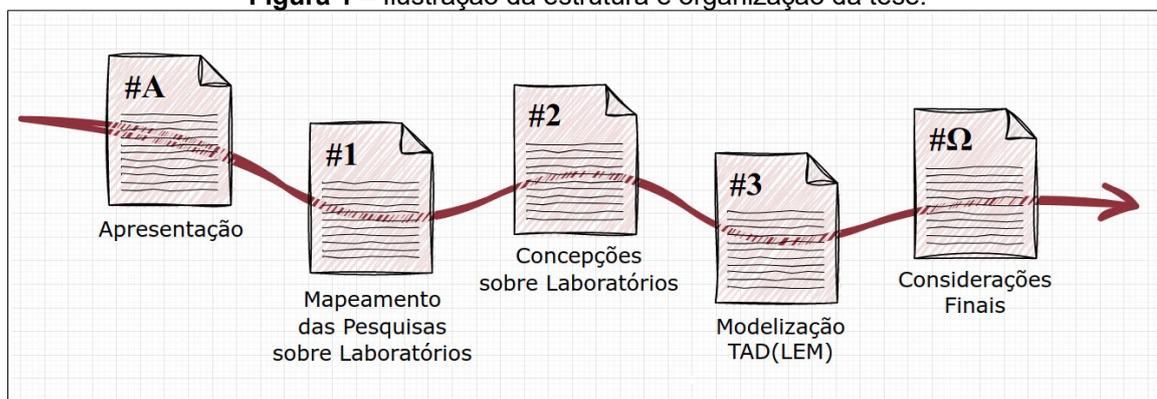
periódicos apresentam um maior impacto que um livro publicado. Por outro lado, em nossa região de inquérito, o tempo entre a submissão e a publicação de um artigo é relativamente longo, em algumas situações chegando há 12 meses (25% do tempo regular do curso de doutorado). Nestas condições, Duke e Beck (1999) sugerem que a(s) submissão(ões) dos artigos possa(m) ocorrer após a defesa, defendendo o formato *multipaper* pelo maior potencial de impacto e contribuição ao campo de investigação, pelo gênero textual mais conciso e pelas formas mais práticas de localização e divulgação das informações nele presentes. Os autores destacam, ainda, que no momento da submissão, as comunicações científicas já terão o crivo e as considerações de pesquisadores mais experientes, justamente aqueles que compuseram a banca avaliadora da tese.

4. **[produção coletiva de uma tese]** Pensamos de modo semelhante ao argumento que Mutti e Klüber (2018) apresentam sobre a natureza monográfica do relatório de pesquisas de doutorado: “entendemos que assumir a compreensão da tese como uma produção individual, escrita por um único autor, pode evidenciar [...] esse como o único modo legítimo de se fazer pesquisa.” (MUTTI; KLÜBER, 2018, p. 11). Ao escolher este formato, estamos declarando explicitamente as contribuições dos orientadores e coorientadores no processo de concepção e elaboração textual, fazendo-os assumir a função de coautores destas obras publicáveis em desenvolvimento. Além do mais, este posicionamento vai no sentido de satisfazer as exigências atuais para difusão de conhecimentos impostas por muitos programas de pós-graduação e órgãos brasileiros de fomento à pesquisa, visando aumentar produtividade acadêmica com publicações conjuntas entre orientador e orientando.
5. **[subversões responsáveis e coerentes]** As propostas educacionais vinculadas aos laboratórios, de modo geral, apresentam-se como insubordinações criativas às práticas habituais para o ensino e aprendizagem da matemática (D'AMBRÓSIO; LOPES, 2015), habitualmente nomeadas por “tradicionais”. A opção pelo formato *multipaper* para a produção acadêmica (BARBOSA, 2015), seguirá uma lógica comparada com aquela que os laboratórios instauram nos processos educativos. Portanto, consideramos

que estas atitudes subversivas, aos modos de pensar e de fazer a prática do professor e a pesquisa acadêmica, são coerentes e apresentam responsabilidades ancoradas em referências já consolidadas na literatura acadêmica. Ressalte-se, porém que esta escolha não se impõe como estratégia superior à escrita monográfica tradicional, mas se trata de uma escolha refletida e assumida por nós nesta tese de doutorado.

Pelas colocações expostas, para além deste texto de apresentação, nossa tese está organizada em outras quatro partes: Artigo 1 – Mapeamento das pesquisas brasileiras sobre Laboratórios associados à Matemática: análise de 40 anos de produções acadêmicas; Artigo 2 – Concepções sobre laboratórios associados à Matemática em produções acadêmicas brasileiras; Artigo 3 – O Laboratório de Educação Matemática modelado pela Teoria Antropológica do Didático; e Considerações Finais – um texto que articula os três artigos, tecendo reflexões e observações que não foram contemplados anteriormente. Uma ilustração da estrutura e organização da tese está sinteticamente apresentada na Figura 1, a seguir.

**Figura 1** – Ilustração da estrutura e organização da tese.



**Fonte:** produção dos autores.

Os artigos foram produzidos, cronologicamente, na ordem que estão dispostos neste texto. Finalizados entre novembro de 2021 e abril de 2023, constituem-se como complementares, porém independentes, cada um contando com características, objetivos e metodologias próprias. Juntos, compõem o produto desse percurso de doutoramento, o qual levantou subsídios para uma tessitura

entre o Laboratório de Educação Matemática (LEM) e a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

A elaboração do artigo 1 se deu imediatamente após a constituição da Base de Dados da Pesquisa, uma estrutura matricial com 166 linhas e 31 colunas, indicando, respectivamente, o número de produções acadêmicas selecionadas para o estudo e a quantidade de campos (variáveis) coletados nestes trabalhos. Debruçar-se sobre os dados coletados e organizados nesta matriz, permitiu múltiplas análises: ora aprofundando o estudo em uma única variável; ora buscando correlações entre variáveis que fossem plausíveis e interessantes para os objetivos da investigação maior. Esta primeira comunicação científica apresenta um mapeamento geral dos primeiros 40 anos da produção acadêmica brasileira, sob o foco temático nos Laboratórios associados à Matemática. Neste panorama, por meio dos gráficos e tabelas apresentados, conseguimos vislumbrar respostas para “quem”, “quando”, “onde”, “(sobre) o quê” e “como” foram realizadas tais pesquisas.

O artigo 2 se constitui como um desdobramento do anterior, sendo gerado a partir de um olhar para as concepções evidenciadas pelas dissertações e teses analisadas no primeiro. Incluindo as compreensões já desenvolvidas sobre o foco temático em questão, nosso objetivo com este estudo foi analisar como foram nomeados (estudo terminológico), fundamentados (estudo teórico-metodológico) e caracterizados (estudo conceitual) os laboratórios abordados nas pesquisas brasileiras nas últimas quatro décadas. Considerando todas as referências investigadas sobre laboratórios, e usando como suporte inicial o texto compilatório de Rodrigues (2011), apresentamos uma categorização das concepções sobre os laboratórios associados à Matemática.

No artigo 3, elegemos o Laboratório de Educação Matemática (LEM) como o tipo de laboratório de referência para as discussões nesta última parte da pesquisa que constitui a tese em tela. Em uma construção textual interdiscursiva<sup>13</sup>, apresentamos o LEM e suas práticas, mesclando os verossímeis fundamentos da Teoria Antropológica do Didático (TAD) a uma narrativa fictícia, com inspirações em situações reais. Neste texto, os elementos teóricos emergem ao longo da narrativa de um fragmento da história de vida de Flor, uma professora de matemática de uma

---

<sup>13</sup> Por interdiscursivo, compreende-se “que não há discurso homogêneo, fechado em si mesmo e dotado de uma fonte única do dizer”. Em um texto interdiscursivo, “o enunciador constrói, a partir de uma posição enunciativa, um diálogo com o outro.” (SILVA, 2023, sem paginação).

escola de educação básica, que ingressa em um curso de mestrado para investigar o LEM e suas relações possíveis (pessoais, institucionais e interinstitucionais).

Por fim, na última parte desta tese, apresentamos um texto conclusivo sobre a investigação realizada. Por meio de uma análise relacional dos artigos produzidos, se evidencia o fio que os conduz, iniciando por um breve relato dos retrocessos, estagnações e avanços no percurso de doutoramento. Além disso, indicamos sugestões para futuros estudos *stricto sensu*, tecemos considerações específicas aos programas de pós-graduação e à região de inquérito que se instaura em torno dos Laboratórios associados à Matemática.

## [#A] REFERÊNCIAS (UTILIZADAS NA APRESENTAÇÃO)

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BARBOSA, J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. In: D'AMBRÓSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática**. Campinas: Mercado das Letras, 2015. p. 347-367.

BOOTE, D. N.; BEILE, P. Scholars Before Researchers: On the Centrality of the Dissertation Literature Review in Research Preparation. **Educational Researcher**, Washington, v. 34, n. 6, ago./set. 2005, p. 3-15. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/3699805>. Acesso em: 25 mar 2023.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. Twenty-five years of the didactic transposition. *ICMI bulletin*, v. 58, n. 58, p. 51-65, 2006. Disponível em: [https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Publications/ICMI\\_bulletin/58.pdf](https://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Publications/ICMI_bulletin/58.pdf). Acesso em: 08 abr 2023.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigner**. In: CHEVALLARD, Y.; JOHSUA M. A.. Un exemple d'analyse de la transposition didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

\_\_\_\_\_. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: Éditions La Pensée Sauvage. v. 12, n. 1, 1992, p. 73-112. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1992/concepts-fondamentaux-de-la-didactique/>. Acesso em: 10 jan 2023.

\_\_\_\_\_. A Teoria Antropológica do Didático face ao professor de Matemática. In: ALMOULOU, S.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. **A Teoria Antropológica do Didático: princípios e fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018.

CHEVALLARD, Y., BOSCH, M. e GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

D'AMBRÓSIO, B. S.; LOPES, C. E. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, abr. 2015, p. 1-17. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a01>. Acesso em: 25 mar 2023.

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education Should Consider Alternative Formats for the Dissertation. **Educational Researcher**, Washington, v. 28, n. 3, 1999, p. 31-36. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1177255>. Acesso em: 25 mar 2023.

ERNEST, P. The interpretive research paradigm. In: **Research Methodology in Mathematics Education**. Advanced Course Module. University of Exeter, 2003, p.33-39.

FIORENTINI, D. Memória e análise da pesquisa acadêmica em educação matemática no Brasil: o banco de teses do CEMPEM/FE-UNICAMP. **Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1, 1993, p. 55-76. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646827>. Acesso em: 26 Maio 2022.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GASCÓN, J. Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: Éditions La Pensée Sauvage. v. 18, n. 52, 1998, p. 7-33. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1998/evolucion-de-la-didactica-de-las/>. Acesso em: 10 maio. 2023.

GASCÓN, J. Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico. el caso del álgebra elemental. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, Cidade do México, v. 14, n. 2, 2011, p. 203-231. Disponível em: <https://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v14n2/v14n2a4.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2023.

LAKATOS, E. M. A.; MARCONI, M. A. **Fundamentos da metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2001.

LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. **Naturalistic inquiry**. London: Sage Publication. 1995.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 1. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Formato multipaper nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS, 5., 2018, Foz do Iguaçu. **Anais** [...] Foz do Iguaçu: UNIOESTE, 2018. p. 1-14. Disponível em: <https://sepq.org.br/eventos/vsipeq/documentos/02858929912/11>. Acesso em: 23 mar. 2023.

OLIVEIRA, C. E. **Expectativas e Dificuldades de Licenciandos em Matemática relativas ao uso da Tecnologia Informática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

PALTRIDGE, B. Thesis and dissertation writing: An examination of published advice and actual practice. **English for Specific Purposes**, v. 21, 2002, p. 125-143. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0889-4906\(00\)00025-9](https://doi.org/10.1016/S0889-4906(00)00025-9). Acesso em: 23 mar. 2023.

RODRIGUES, F. C. **Laboratório de Educação Matemática**: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2011.

RODRIGUES, R. V. F. **O contexto de formação a partir da exploração de um caso multimídia**: aprendizagens profissionais de futuros professores de matemática. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

RODRIGUES, R. F. **Percurso de estudo e pesquisa no conceito de função**: analisando o processo de ensino e aprendizagem e as influências na formação do professor de matemática. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2019.

RUSSELL, D. R. et al. Exploring notions of genre in “Academic Literacies” and “Writing across the curriculum”: approaches across countries and contexts. In: BAZERMAN, C.; BONINI, A.; FIGUEIREDO, D. (Ed.). **Genre in a changing world**. Colorado: WAC Clearinghouse, 2009. p. 395-423. Disponível em: <http://wac.colostate.edu/books/genre/>. Acesso em: 10 abr. 2023.

SANTANA, K. C. L. **Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática: uma análise a partir de elementos dos recursos do currículo e dos recursos dos professores**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. rev. e atual. São Paulo: Cortez, 2007.

SANTOS, 2020. Sobre mapeamento de pesquisas[?]

SANTOS, K. C; CAVALCANTI, J. D. B; CAVALCANTE, J. L. **A noção de relação pessoal ao saber na Teoria Antropológica do Didático**: uma revisão sobre seu uso nas teses brasileiras de 2012-2022, [2023?]. Não publicado.

SANTOS JÚNIOR, V. B. **Juros Simples e Compostos**: análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

SILVA, J. V. G. **Grandezas e medidas**: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.

SILVA, J. Q. G. Interdiscursividade. In: FRADE, I. C. A. S.; VAL, M. G. C.; BREGUNCI, M. G. C. **Glossário Ceale**: termos de Alfabetização, Leitura e Escrita para educadores. Belo Horizonte: CEALE/FaE/UFMG. Disponível em: <https://cutt.ly/Yweco396>. Acesso em: 23 mar. 2023.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, set. 2000. Disponível em: <https://cutt.ly/FwecoJNH>. Acesso em: 23 mar. 2023.

SOUZA, S. J.; ALBUQUERQUE, E. D. P. A pesquisa em ciências humanas: uma leitura bakhtiniana. **Bakhtiniana**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 109-122, dez. 2012. Disponível em: <https://cutt.ly/CnjqQXW>. Acesso em: 16 fev. 2021.

TURRIONI, A. M. S. **O Laboratório de Educação Matemática na formação inicial de professores**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

## ARTIGO #1

-  
**MAPEAMENTO DAS PESQUISAS BRASILEIRAS SOBRE LABORATÓRIOS  
ASSOCIADOS À MATEMÁTICA: ANÁLISE DE 40 ANOS DE PRODUÇÕES  
ACADÊMICAS<sup>14</sup>**

Carlos Eduardo de OLIVEIRA

José Luiz CAVALCANTE

Vladimir Lira Veras Xavier de ANDRADE

**Resumo:** Este artigo, resultado de uma investigação de doutorado, tem como finalidade apresentar um mapeamento das pesquisas acadêmicas (dissertações e teses) produzidas no Brasil, nos últimos 40 anos (1983 a 2022), que trazem laboratórios associados à Matemática como um dos seus focos principais. Como relato científico de uma pesquisa de característica inventariante, que busca desenhar um panorama, inicia por evidenciar brevemente fatos e textos historicamente demarcados no desenvolvimento da temática dos laboratórios. Em seguida, detalha metodologicamente a construção da Base de Dados da Pesquisa (Base), organizada em uma planilha, gerada a partir de dados coletados em 55 trabalhos, frutos de mestrados (acadêmico e profissional) e doutorados em programas de pós-graduação nas áreas de Educação, de Ensino e de Matemática. Dentre os principais resultados, destaca-se a constatação de que a produção científica sobre os laboratórios não tem sido uniforme, apesar de as discussões em torno da temática não serem recentes. Desde a primeira produção acadêmica, em 1983, há um lapso temporal de 14 anos para surgimento de novos trabalhos; mesmo assim, somente a partir de 2010 a produção começa a tomar corpo. Observa-se, ainda, que os trabalhos estão mais concentrados em apenas duas regiões brasileiras (Nordeste e Sudeste); que a área de Ensino detém a maior parte das pesquisas; e que os mestrados profissionais têm assumido um lugar de destaque nesta produção.

**Palavras-chave:** Laboratórios. Matemática. Estado do Conhecimento. Mapeamento de Pesquisas.

---

<sup>14</sup> Submetido à Revista Paranaense de Educação Matemática ([RPEM](#)) em 17 de fevereiro de 2023. Aceito para publicação em 3 de agosto de 2023.

## [#1] 1 INTRODUÇÃO

Entre os textos há lacunas, ambiguidades, singularidades, que são preenchidas pela leitura que o pesquisador faz deles. Então, a História da produção acadêmica é aquela proposta pelo pesquisador que lê. Haverá tantas Histórias quanto leitores houver dispostos a lê-las (FERREIRA, 2002, p. 269).

A autora da epígrafe que inicia este texto, nos apresenta um questionamento estruturador para o desenvolvimento do estudo: o que move um pesquisador para fazer um mapeamento em uma determinada área? Em uma reflexão particular, percebemos que a gênese da nossa resposta ao tema de interesse, reside no desconhecimento acerca da totalidade das investigações sobre os laboratórios que estão associados à Matemática; de modo específico, àquelas que estão ligadas a dissertações e teses produzidas no contexto brasileiro. “*Conhecer* o já construído e produzido para depois *buscar* o que ainda não foi feito [...], [além de] *dar conta* de determinado saber que se avoluma cada vez mais rapidamente e de *divulgá-lo* para a sociedade” são motivações, apresentada por Ferreira (2002, p. 259, grifos nossos), que comungamos e que nos impulsionaram nesta missão.

A temática dos laboratórios associados ao ensino e aprendizagem da Matemática, no que tange especialmente ao seu ensino, não é recente. Conforme aponta Trouche (2010), esta é uma temática frequentemente revisitada desde a concepção da *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) em 1908, tanto na Europa como na América do Norte. No Brasil, há registros, como veremos adiante, que datam do final do século XIX e início do século XX. Embora, à época, a ênfase fosse aos prováveis benefícios para o ensino de Matemática das atividades desenvolvidas no laboratório, não há indícios de um tratamento sistemático do tema naquele período, haja vista que a própria Educação Matemática estava em uma fase embrionária, “a partir das primeiras décadas do século XX, no Brasil, há um debate de caráter público sobre a matemática e o ensino de matemática” (VALENTE, 2021, p. 164).

Nesse ínterim, é entre meados dos anos 1980 e início dos anos 1990 que a temática passa a ganhar certo destaque como tema de investigação. Neste período, surgem os primeiros estudos sistemáticos (pesquisas *stricto sensu*), apontando o laboratório como um dos focos temáticos da pesquisa em Educação Matemática. Desde então: o que podemos dizer sobre a produção científica em torno desse foco temático? Quantos trabalhos foram produzidos? Em qual período? Por quem? Em

quais contextos? De quais modos? Sobre quais (sub)focos lançaram luz essas produções?

Estas são perguntas que pretendemos responder como parte dos resultados de uma pesquisa de doutorado, especificamente vinculada à área de Ensino de Ciências e Matemática. Na primeira parte desta investigação, nos propomos a explorar o campo das pesquisas com o foco temático *Laboratório associado à Matemática*<sup>15</sup>. Com este estudo de mapeamento, pretende-se construir um *corpus* de dados que possa, inicialmente, fornecer um panorama geral dessas produções. Posteriormente, em estudos subsequentes, serão levantadas questões mais aprofundadas sobre a natureza teórico-metodológica de tais pesquisas.

Nesse sentido, o presente artigo está estruturado em quatro seções. Iniciamos com um breve percurso histórico dos Laboratórios associados à Matemática aqui no Brasil. Em seguida, tem-se o detalhamento metodológico do mapeamento elaborado por nós para, posteriormente, apresentarmos e discutirmos os dados.

## [#1] 2 LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA NO BRASIL

Um dos primeiros registros brasileiros de propostas para o uso de metodologias que se assemelham às práticas desenvolvidas com os laboratórios datam do final do século XIX: um dos pareceres de Rui Barbosa (1849–1923) sobre a Reforma do Ensino Primário, para o Ministério da Educação, em 1883. O polímata inicia a sessão que expõe sobre as “matemáticas elementares” apontando para a importância de se trabalhar por meio de métodos, modelos e materiais concretos. Ele sugere a taquimetria<sup>16</sup> como a única técnica capaz de ensinar “as combinações geométricas das linhas, superfícies e sólidos [...] [no] segundo grau da escola”, de modo a torná-la um “elemento universal de educação popular” (BARBOSA, 1946, p. 290), principalmente para aqueles com menos desenvolvimento das faculdades

---

<sup>15</sup> Dario Fiorentini (1993) definiu “laboratório para o ensino da matemática” como um dos focos temáticos das pesquisas brasileiras em Educação Matemática, envolvido diretamente com os aspectos didáticos e metodológicos. Propomos essa redefinição mais abrangente, em função das múltiplas concepções e terminologias em torno desse campo de investigação. Assim, as pesquisas acadêmicas que se relacionam diretamente com alguma proposta de laboratório, que

<sup>16</sup> A técnica mencionada por Rui Barbosa foi elaborada pelo francês Edouard Lagout (1820-1885), para instrução dos soldados do corpo de engenheiros, artilharia e infantaria naval da França, no tocante a cálculos geométricos, denominada de Geometria Concreta (LAGOUT, 1874).

intelectuais (LAGOUT, 1874). Continuando em defesa da técnica, Rui Barbosa diz que:

a taquimetria é a *concretização* da geometria, é o ensino da geometria pela evidência material, a acomodação da geometria às inteligências mais rudimentares: é a lição de coisas aplicada à medida das extensões e volumes. [...] esse método proporciona aos entendimentos menos desenvolvidos o mais pronto acesso às verdades e regras fundamentais do cálculo geométrico (BARBOSA, 1946, p. 290, grifo do autor).

Ao final do texto, especificamente em defesa da sua visão relacionada aos conhecimentos matemáticos em tela, Rui Barbosa se apoia sobre justificativas de uma comissão de engenheiros franceses para apontar as vantagens do método, mesmo ferindo a precisão da linguagem e dos conceitos matemáticos em alguns pontos (TAHAN, 1962). Entretanto, não encontramos indícios da aplicação da taquimetria nas propostas e reformas curriculares da educação básica no Brasil. Uma conjectura possível é a de que tais recomendações não tenham reverberado, de modo suficiente, entre as instâncias educacionais responsáveis à época para sua implementação. Com essa suposição, abrimos possibilidades de investigações históricas mais apuradas para uma conclusão fundamentada ao referido caso.

Outro grande expoente, revolucionário e contribuinte da educação brasileira, o educador matemático Euclides Roxo<sup>17</sup> (1890-1950), no final da década de 1920, enaltece a “excelência” do espaço físico e da metodologia do laboratório para seus colegas docentes. Contudo, não foram encontradas evidências de que tais recomendações metodológicas eram aplicadas em sua(s) cátedra(s) no Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro. Em uma de suas falas, Euclides Roxo defende que:

[a] introdução de *recursos de laboratório* [...], aliados ao método heurístico, permitem a experimentação e auxiliam a self-discovery, além de concorrerem para dar vivacidade e interêsse ao ensino e um certo apoio concreto e, talvez, um tanto divertido, ao raciocínio do adolescente, ajudando-o a galgar, o mais suavemente possível a íngreme rampa da abstração matemática. (TAHAN, 1962, p. 77-78 apud ROXO, 1929, s/p, grifos do autor)

Em 1955, na cidade de Salvador, aconteceu o I Congresso Nacional de Ensino de Matemática, atraindo estudiosos e interessados nas reflexões e socializações metodológicas em torno de processos educacionais específicos para

---

<sup>17</sup> Euclides de Medeiros Guimarães Roxo, defensor dos ideais escolanovistas, foi professor de Matemática e diretor do Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro. Em 1937, recebeu a nomeação como Diretor do Ensino Secundário, vinculado ao Ministério de Educação e Saúde, e em anos seguintes atuou também na Comissão Nacional do Livro Didático, exercendo uma grande influência nas modificações do ensino brasileiro à época (CARVALHO et al., 2000).

a Matemática. Em um dos artigos presentes nos anais<sup>18</sup> deste evento, com o título “Tendências Modernas no Ensino”, e a partir de argumentações cognitivas para aprendizagem de crianças e adolescentes, Cerqueira, Tinaut e Pereira (1955, p. 144) afirmaram que a “utilização de um material que concretize o assunto, facilita consideravelmente a aprendizagem da matemática”. De modo mais contundente, aconselharam:

[...] nas grandes escolas, como sendo de resultado vantajoso para o ensino, a organização de uma sala separada para o laboratório. O professor de matemática não se contenta com 4 paredes e um quadro negro. Este ponto de vista pedagógico, é, de algum modo, uma manifestação da tendência mais geral, que pretende afastar da sala de aula a aridez, formando um ambiente agradável (CERQUEIRA; TINAUT; PEREIRA, 1955, p. 144).

É importante evidenciar que, no primeiro evento acadêmico nacional voltado às preocupações do que hoje podemos chamar de Educação Matemática, a temática dos laboratórios já aparece associada aos materiais didáticos, sob uma abordagem motivacional e informativa. Essa seção do artigo é finalizada com uma conclusão categórica sobre a instauração do “método de laboratório” aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, é “[...] onde se aprende fazendo e onde se oferece ao educando as oportunidades indispensáveis para adquirir conceitos e descobrir proposições e leis” (CERQUEIRA; TINAUT; PEREIRA, 1955, p. 145).

Na década seguinte, o escritor e professor Júlio César de Mello e Souza, sob o pseudônimo de Malba Tahan, entre suas muitas contribuições em torno da Matemática, organiza a obra *Didática da Matemática*. No capítulo XVIII do segundo volume, inspirado em produções norte-americanas e europeias, apresenta o “método do laboratório” como uma possibilidade metodológica para o ensino da matemática (TAHAN, 1962, p. 61). No texto, além de evidenciar exemplos de atividades e materiais didáticos, o autor argumenta sobre as vantagens e desvantagens do método e sugere possibilidades de estruturação física para o laboratório de matemática nas instituições de educação básica. Em uma das notas de rodapé, defende e exemplifica a ideia central da sua proposta: “[...] não basta, ao aluno, ouvir falar em medir; é preciso aprender a medir, praticar em medir várias grandezas” (TAHAN, 1962, p. 66, grifo do autor).

---

<sup>18</sup> Agradecemos de modo especial à Coordenação do Lugares de Memória da UFBA / Campus de Ondina, na pessoa da servidora Maria Alice Santos Ribeiro, pela solicitude durante a pandemia, respondendo com presteza à nossa solicitação de acesso digital a este documento.

Com propriedade de quem estudou e lecionou no Instituto de Educação do Rio de Janeiro e no Colégio Pedro II, sendo aluno e substituto de Euclides Roxo em suas cátedras, Malba Tahan relata as limitações estruturais de um laboratório de matemática que foi organizado pelo professor Antônio Pereira Caldas, entre as décadas de 1920 e 1930. Destaca que, mesmo diante da sua precariedade, tal ambiente “representava [...] um progresso para o ensino de Matemática” (TAHAN, 1962, p. 83) naquela instituição e, com notável indignação, não via justificativa para sua desativação e transformação em uma sala de aula comum.

Entre as décadas de 1980 e 1990, muitos laboratórios são criados no Brasil, em contextos universitários, vinculados a cursos de licenciatura (pedagogia e matemática), como frutos de projetos das instituições de ensino, com fomento de órgãos governamentais. Como sugere Varizo (2011), após a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, e outros dispositivos legais sobre a ampliação da carga horária de formação docente, cresceu ainda mais o interesse para criação de laboratórios. O principal argumento em prol dessa implementação, era a definição de um dispositivo institucional que contribuísse para a consumação das horas de prática como componente curricular, dentro dos projetos pedagógicos dos cursos.

Em um referencial bibliográfico pioneiro para a difusão de concepções e discussões em torno dos laboratórios associados à Matemática, o professor Sergio Lorenzato, em 2006, compila um conjunto de oito artigos no livro *Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*, publicado pela editora Autores Associados. Essa é uma das obras de referência que repercute fortemente nas produções acadêmicas com foco nesta temática, para além de estimular e subsidiar diversas atividades dentro e fora dos processos de formação docente, nos mais variados formatos.

Como evidenciaremos nas seções seguintes, com a construção e análise dos dados, mesmo após um século dos primeiros registros, as discussões acadêmicas sobre laboratórios ganharam força apenas há pouco mais de uma década, posteriormente à citada publicação de Lorenzato (2006).

### [#1] 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS PARA CONSTRUÇÃO DA BASE DE DADOS

Para sistematizar o mapeamento da produção acadêmica brasileira que trata dos laboratórios que estão associados à Matemática, decidimos criar uma estrutura matricial (planilha) com os dados coletados das dissertações e teses selecionadas como relevantes para o estudo. Para além de uma lista de dados, essa planilha permitiu fazer inclusões, edições, ordenações especiais, consultas (com suporte a filtros adequados) e várias outras possibilidades de manipulação dos dados coletados. Chamaremos essa estrutura de Base de Dados da Pesquisa, ou, simplesmente, de Base.

Com a finalidade de evidenciar os procedimentos utilizados para aqueles que não participaram desse momento da pesquisa, Goldenberg (1999, p. 48) nos orienta sobre a elaboração “[...] de uma descrição explícita e sistemática de todos os passos do processo”. Desse modo, delineamos a estratégia de construção da Base de acordo com as seguintes etapas:

- i. definição dos bancos de dados e dos termos das buscas;
- ii. construção da lista inicial de trabalhos da base;
- iii. primeira seleção (leitura de títulos e resumos);
- iv. segunda seleção (leitura de títulos, resumos, palavras-chaves e sumários);
- v. análise detalhada dos trabalhos (leitura de sumários, capítulos e seções específicas);
- vi. reanálise dos trabalhos (leitura dos complementos e conferência das informações);
- vii. análise dos trabalhos excluídos (nas etapas iii e iv), quando mencionados por trabalhos selecionados.

Inicialmente, como procedimento da primeira etapa metodológica, definimos as plataformas utilizadas para realizar as buscas: Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) e Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT). Uma justificativa plausível para essa escolha é a de que ambas são plataformas livres e públicas, concentrando uma quantidade maior de trabalhos acadêmicos nacionais.

Em uma busca-piloto, usamos os termos conectados por operadores booleanos (AND, OR e NOT), de modo que incluísse “laboratório”, “matemática” e, pelo menos, um dos termos “ensino” ou “educação”. Para reduzir a amplitude dos resultados, optamos pela exclusão dos termos “física”, “química”, “biologia”, “ciências”, “informática”, “computação”, “à distância” e “virtual”. De modo complementar, também foram incluídos filtros para seleção de trabalhos vinculados às áreas do conhecimento “Ensino de Ciências e Matemática”, “Ensino-Aprendizagem”, “Ensino” e “Educação”. Com essa configuração, foram encontrados pouco mais de 200 trabalhos e, mesmo assim, percebemos a exclusão de muitas produções.

Para ampliar o conjunto de trabalhos a serem coletados, ajustamos a busca com a inclusão dos descritores “laboratório” e “matemática” (unidos pelo operador AND), sendo excluídos os termos “física”, “química”, “biologia”, “informática”, “computação”, “à distância” e “virtual” (usando o operador NOT), presentes nos títulos, nos resumos ou nas palavras-chaves. Nessa segunda configuração, não aplicamos filtros redutores sobre as áreas de conhecimento às quais estavam vinculados os trabalhos. Essa escolha foi motivada pela identificação de pesquisas que discutiam a temática que desejamos estudar – que possuíam objetivos, métodos, discursos e referenciais bibliográficos próprios das áreas da Educação e de Ensino –, mas que estavam vinculadas a programas de pós-graduação em Matemática (principalmente o PROFMAT<sup>19</sup>). Com esse ajuste, as buscas retornaram 511 trabalhos no banco de dados da Capes e 429 no do IBICT.

Usando a simbologia matemática para representar os conjuntos de interesse deste levantamento, podemos considerar:

$$A = \{\text{“trabalhos identificados no banco de dados da Capes”}\}$$

$$B = \{\text{“trabalhos identificados no banco de dados do IBICT”}\}$$

Após analisarmos comparativamente os elementos de A e de B, contabilizamos 361 elementos na intersecção desses dois conjuntos ( $A \cap B$ ). Em seguida, identificamos que 150 trabalhos estavam apenas no banco de dados da Capes ( $A - B$ ), enquanto outros 68 estavam apenas no banco de dados do IBICT

---

<sup>19</sup> Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional é um programa de mestrado semipresencial com oferta nacional, formado por uma rede de Instituições de Ensino Superior, no contexto da Universidade Aberta do Brasil/Capes, e coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM).

(B – A). Essas constatações foram necessárias para saber quantos e quais elementos estavam presentes no universo inicial (A U B) a ser pesquisado. Por fim, chegamos aos 579 trabalhos, entre teses e dissertações, que compuseram a lista inicial das produções investigadas nesta pesquisa.

Cada linha da planilha criada para essa finalidade representa o registro de cada uma das produções, de modo que as colunas guardam dados contendo os seguintes campos: número do registro (#); autor; título; ano da publicação; tipo da titulação (mestrado acadêmico, mestrado profissional ou doutorado); Instituição de Ensino Superior (IES) do Programa de Pós-Graduação (PPG); unidade da federação do PPG (UF); área de conhecimento do PPG; resumo; e *link* para o trabalho (URL). Nesse momento, a estrutura matricial com essa configuração convém ser definida como a Base de Dados da Pesquisa em sua fase inicial (Figura 2).

**Figura 2** – Exemplo fictício da Base de Dados da Pesquisa em fase inicial.

#	AUTOR	TÍTULO	ANO	TIPO	IES	UF	ÁREA DE CONHECIMENTO	RESUMO	URL
1	SILVA, JOÃO	LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: SALA	1983	MESTRADO A	UFPA	PA	EDUCAÇÃO	Muito se tem d	<a href="https://sucupira">https://sucupira</a>
2	SILVEIRA, JOSÉ	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DIFERENCIADA	1999	DOUTORADO	UFSM	RS	ENSINO	-	<a href="http://bdt.d.ibict">http://bdt.d.ibict</a>
3	SILVO, JOANA	SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: DESAFIOS	2007	MESTRADO P	UEPB	PB	MATEMÁTICA	Não disponível NOTAS: Dois é	-
4	...	...	...	...	...	...	...	...	...

**Fonte:** produção dos autores.

A etapa seguinte (iii) dessa sistematização foi caracterizada como a primeira seleção do conjunto A U B. Por meio da leitura dos títulos e dos resumos, foram eliminados os registros das produções acadêmicas que não estivessem suficientemente próximos das áreas do conhecimento “Ensino”, “Educação” e “Matemática” e, ainda, cujo objeto de pesquisa se distanciasse das discussões com o laboratório associado, de alguma forma, com a Matemática. Pela subjetividade presente no critério de seleção dessa etapa, determinamos que todos os trabalhos que potencialmente tangenciassem nosso objeto de pesquisa não deveriam ser excluídos<sup>20</sup>. Dessa forma, a Base se reestruturou, sendo constituída por 166 trabalhos acadêmicos.

<sup>20</sup> Alguns exemplos de exclusões nesta etapa: trabalhos que continham os termos “laboratório” e “matemática” no resumo, mas não associados entre si; trabalhos que usavam “laboratório” e “uma justificativa matemática” para verificação de experimentos em outros contextos científicos, também foram retirados.

Os metadados<sup>21</sup> obtidos até esse momento permitiram análises consistentes acerca da produção acadêmica sobre os laboratórios associados à Matemática, porém de modo ainda precário. Por muitas vezes, após a leitura de cada resumo, ficávamos com a sensação de que não conseguimos depreender “[...] a idéia do todo, a idéia do que ‘verdadeiramente’ trata a pesquisa” (FERREIRA, 2002, p. 265-266). Sentimos a necessidade de uma análise mais minuciosa dos trabalhos: fizemos uma segunda seleção (etapa iv), a partir de uma leitura mais acurada do título e do resumo; em algumas situações, foram incluídas as palavras-chaves e os sumários. Para tanto, foram adicionados à base de dados mais três campos (ver a Figura 3), especificamente para receber respostas aos seguintes questionamentos: “o trabalho foca ‘laboratório’ no título?”; “o trabalho foca ‘laboratório’ no resumo?”; “o trabalho é relevante para uma análise mais detalhada?”.

**Figura 3** – Exemplo fictício da Base de Dados da Pesquisa com a inclusão de mais três campos.

#	AUTOR	TÍTULO	...	Foca LAB no Título?	Foca LAB no Resumo?	RELEVANTE para análise?
1	SILVA, JOÃO	LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA: SALA	...	Sim	Sim	Sim
2	SILVEIRA, JOSÉ	EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DIFERENCIADA	...	Não	Não	Sim
3	SILVO, JOANA	SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: DESAFIOS	...	Não	Sim	Sim
4	...	...	...	...	...	...

**Fonte:** produção dos autores.

Além dos trabalhos que focavam<sup>22</sup> o termo “laboratório”, seja no título ou no resumo, outras produções acadêmicas foram selecionadas como relevantes para uma análise mais detalhada. Nestes casos, encontramos indícios, nas palavras-chaves ou nos títulos dos sumários, de possíveis discussões articuladas com referências bibliográficas sobre laboratórios de (ensino/educação) Matemática ou com teorias já utilizadas em trabalhos acadêmicos das áreas de Ensino ou de Educação. Isto é, mesmo que os trabalhos não apresentassem (ou não focalizassem) os termos “laboratório” ou “matemática”, no título ou no resumo, por este critério, ainda poderiam ser selecionados. Ao final dessa etapa, foram indicadas 57 produções acadêmicas para a análise seguinte, dentre as quais 46

<sup>21</sup> Os dados que identificam os trabalhos estudados sistematicamente são frequentemente chamados de metadados por serem dados dos dados que são objetos de investigação. Nesse contexto, os metadados foram definidos por meio das variáveis que compõem a Base.

<sup>22</sup> Neste trabalho, usaremos o verbo *focalizar*, bem como suas derivações e flexões, no sentido de “dar destaque” ou “direcionar a atenção” a algo.

focam laboratório no título, 50 focam no resumo e 39 focam nos dois itens simultaneamente.

Com esse processo inicial de análise, observamos dois resultados colaterais, que não faziam parte dos objetivos do estudo, porém que julgamos significativos aos processos ligados à produção científica. Eles dizem respeito à elaboração do título e do resumo de trabalhos acadêmicos, sendo eles: (i) ausência de informações essenciais em muitos dos resumos analisados; e (ii) divergência entre as ênfases dadas ao título e ao resumo.

De modo regulamentar, a Norma Brasileira (NBR) 6028 da ABNT (2021, p. 2) estabelece requisitos para redação e apresentação de resumos, indicando que “os pontos principais do documento” necessária e concisamente precisam estar presentes no texto. Enquanto gênero textual acadêmico, Ferreira (2002) sugere que os resumos devem seguir uma

[...] certa padronização quanto à *estrutura composicional*: anunciam o que se pretendeu investigar, apontam o percurso metodológico realizado, descrevem os resultados alcançados; e, em sua maioria, seu *estilo verbal* é marcado por uma linguagem concisa e descritiva, formada de frases assertivas, em um certo tom “enxuto”, impessoal, sem detalhamento, com ausência de adjetivos e advérbios (FERREIRA, 2002, p. 268, grifos da autora).

No que concerne ao título de trabalhos acadêmicos, a NBR 14724 (ABNT, 2011, p. 6) orienta que “[...] deve ser claro e preciso, identificando o seu conteúdo e possibilitando a indexação e recuperação da informação”. Como consequência, essas orientações apontam para uma relação estreita entre o conteúdo textual do resumo e o título do trabalho. Quando as ênfases dadas ao título e ao resumo são distintas, análises feitas apenas com esses componentes textuais são passíveis de questionamentos, principalmente quanto aos resultados obtidos.

Como sugerido por Ferreira (2002), buscamos ir além da sistematização de um inventário que respondesse “quando”, “por quem” e “onde” foram produzidas as dissertações e teses do nosso interesse. Foram identificadas tendências, escolhas teóricas, apontamentos metodológicos, aproximações e distanciamentos entre as produções analisadas. Essa ação nos ofertou subsídios para construção de um registro historicamente demarcado das pesquisas sobre laboratórios associados à Matemática. Assim, na etapa v, a mais longa e que exigiu de nós uma maior vigilância epistemológica durante o processo, foi feita uma leitura analítica detalhada das obras selecionadas como relevantes para esta pesquisa, buscando responder a

questões referentes a “o quê” e “como”. Para isso, foram incluídos na Base sete campos para registrar os dados sobre os seguintes questionamentos:

- quais referências (bibliográficas/teóricas) usadas para fundamentar o “laboratório”?
- evidencia uma metodologia para uso do “laboratório”?
- qual o objetivo (geral) da pesquisa?
- o trabalho foca “laboratório” no objetivo?
- qual(is) o(s) foco(s) temático(s) da pesquisa?
- qual(is) o(s) lócus do “laboratório” da pesquisa?
- qual(is) terminologia(s) utiliza para “laboratório”?

Após a ordenação dos registros da base de dados em uma cronologia ascendente, e seguindo esta ordem, um a um, os trabalhos acadêmicos foram estudados com a finalidade de buscar as respostas às questões definidas anteriormente. Iniciamos com a leitura do resumo, das palavras-chaves e do sumário. A partir disso, avançamos para os capítulos e seções específicas, as quais poderiam conter as informações desejadas. Durante o processo de leitura analítica, quatro trabalhos, que tinham sido excluídos em etapas anteriores, foram citados por mais de uma das produções analisadas. Diante desse fato, procedemos à análise e inclusão destes entre os trabalhos relevantes.

Em outro sentido, seis trabalhos selecionados para análise foram excluídos por não evidenciarem o laboratório associado à Matemática como foco ou contexto do trabalho. Por fim, 55 trabalhos (57 iniciais, mais 4 reincluídos, menos 6 excluídos) compõem o universo relevante da Base de Dados desta investigação.

Após finalizada a documentação<sup>23</sup> constatamos que, para além de coletar e sistematizar os dados, esse percurso metodológico permitiu nos entranharmos no corpus da pesquisa e, como consequência, analisar com propriedade o panorama da produção acadêmica brasileira com o foco temático laboratório associado à Matemática.

Na seção seguinte, serão apresentadas as variáveis, descritos os processos de análise e os resultados obtidos a partir do estudo em questão. Destacamos que a construção da Base com todos os campos (variáveis) contribuirá para estudos

---

<sup>23</sup> Técnica de pesquisa, definida por Severino (2007), que coloca os dados em condição de serem analisados.

complementares e atualização deste cenário investigativo ao longo dos anos. Assim, de modo enfático, declaramos que nem todas as variáveis coletadas serão exploradas neste artigo.

## [#1] 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

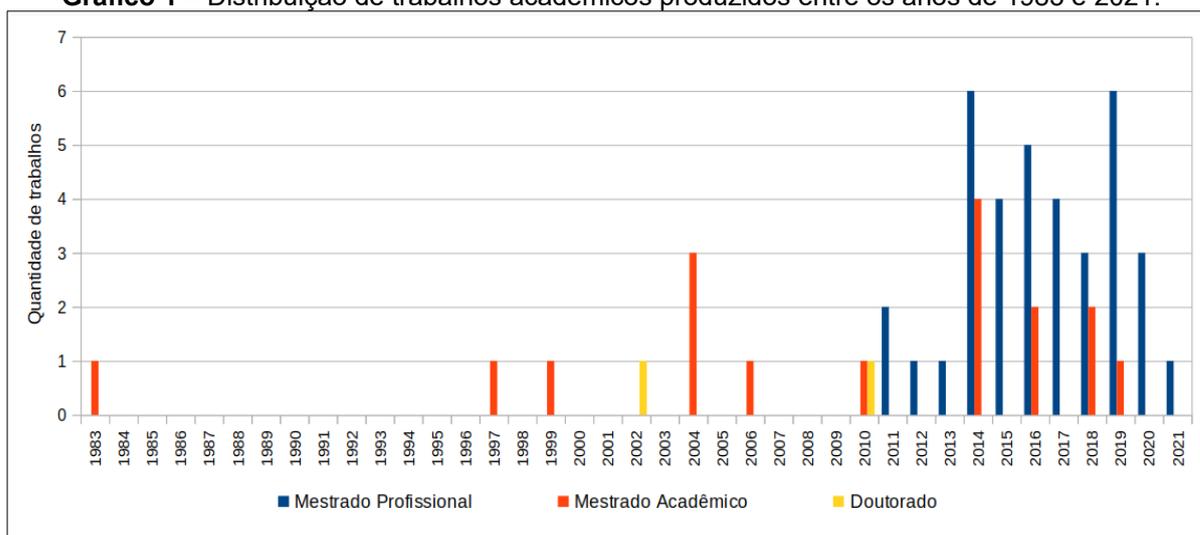
Pela característica inventariante e descritiva desta investigação dentro de um foco temático específico da Educação Matemática, buscamos conhecer aspectos quantitativos, temporais, geográficos e institucionais das dissertações e teses que compõem a Base de Dados da Pesquisa. A fim de gerar dados coerentes e determinantes para compreensão do panorama das produções acadêmicas em questão, recorreremos ao Quadro 1 para definir e apresentar as variáveis que foram utilizadas no processo de análise e discussão dos resultados obtidos neste estudo inicial.

**Quadro 1** – Definição das variáveis da Base de Dados da Pesquisa utilizadas neste estudo.

NOME	DESCRIÇÃO	VALORES POSSÍVEIS
V#	Número do registro do trabalho	Entre 1 e 166
V <sub>Ano</sub>	Ano da defesa	Entre 1983 e 2022
V <sub>Tipo</sub>	Tipo da titulação acadêmica	Mestrado Acadêmico (MA); Mestrado Profissional (MP); Doutorado (D)
V <sub>IES</sub>	Vínculo institucional do PPG (IES)	Lista das siglas das IES
V <sub>UF</sub>	Unidade Federativa do PPG	Lista das UF das IES
V <sub>Cidade</sub>	Cidade do PPG	Lista das cidades das IES
V <sub>Área</sub>	Área de Conhecimento do PPG	Ensino; Educação; Matemática
V <sub>Foco</sub>	Foco(s) temático(s) da pesquisa	F1; F2; F3.1; F3.2; F4; F5; F6
V <sub>lôcus</sub>	lôcus do “laboratório” da pesquisa	L1.1; L1.2; L1.3; L2

**Fonte:** Elaboração dos autores.

Quando estudamos as distribuições dos trabalhos acadêmicos ao longo dos anos, buscamos compreender a produção brasileira sobre laboratórios associados à Matemática em uma dimensão quantitativa. O Gráfico 1 a seguir, apresenta a distribuição das dissertações e teses analisadas nesta pesquisa, sob uma linha temporal de quatro décadas.

**Gráfico 1** – Distribuição de trabalhos acadêmicos produzidos entre os anos de 1983 e 2021.

Fonte: produção dos autores.

Sobre essa representação gráfica, a primeira e notável constatação que fazemos é a lacuna de 14 anos entre as duas primeiras dissertações, além do espaçamento irregular entre as demais produções.

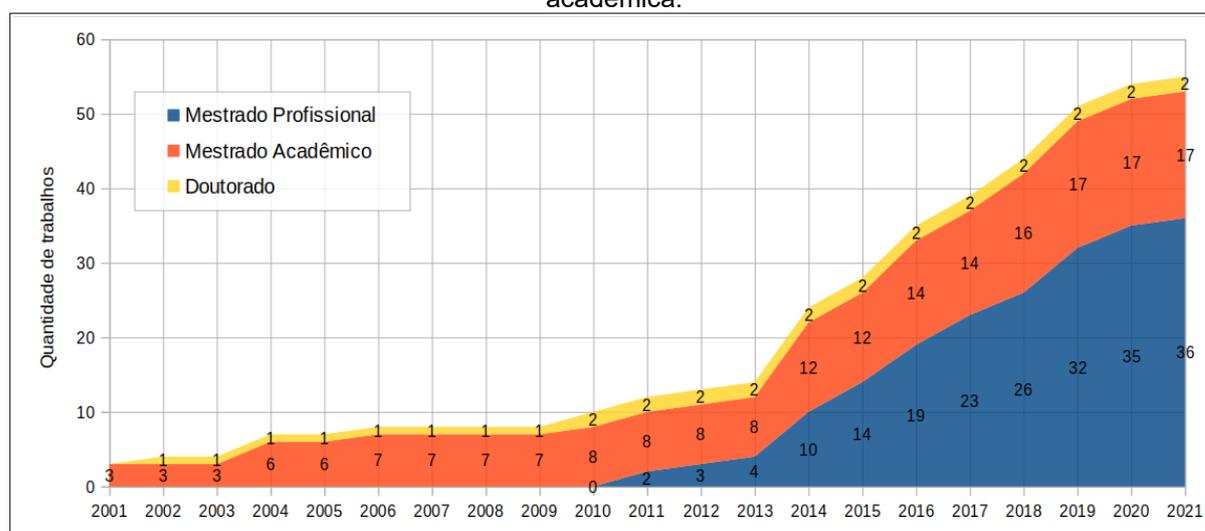
Uma segunda constatação é a frequência anual de trabalhos a partir do início de 2010. Diante desse fato, podemos conjecturar que uma das justificativas para o aumento dessa produção acadêmica pode estar na divulgação da Portaria Normativa 17, de 28 de dezembro de 2009, na qual o Ministério da Educação (MEC) determina “a oferta de programas de mestrado profissional mediante chamadas públicas”, regulamentados e avaliados pela Capes<sup>24</sup>. Considerando o tempo esperado de dois anos para a conclusão de cursos nessa modalidade, a partir de 2011, é possível notar os frutos dessa portaria: uma quantidade crescente nas dissertações produzidas nesses espaços de formação de profissionais que ensinam Matemática.

Outra evidência comparativa de crescimento da temática de laboratório pode ser identificada no gráfico da distribuição acumulada (Gráfico 2). Nas duas representações, após 2013, pode-se notar um aumento ainda maior da quantidade de dissertações que são frutos dos mestrados profissionais. Um evento que provavelmente contribuiu para justificar esse fato foi a aprovação do PROFMAT, pela Capes, em novembro de 2010, com as primeiras turmas iniciando no primeiro

<sup>24</sup> Oito anos depois, por meio da Portaria Normativa 389, de 23 de março de 2017, o MEC adicionalmente institui a oferta de cursos de pós-graduação em nível de doutorado profissional e revoga a portaria anterior. Entretanto, até maio de 2022, não foram encontrados produtos desta oferta ligados ao foco temático em questão.

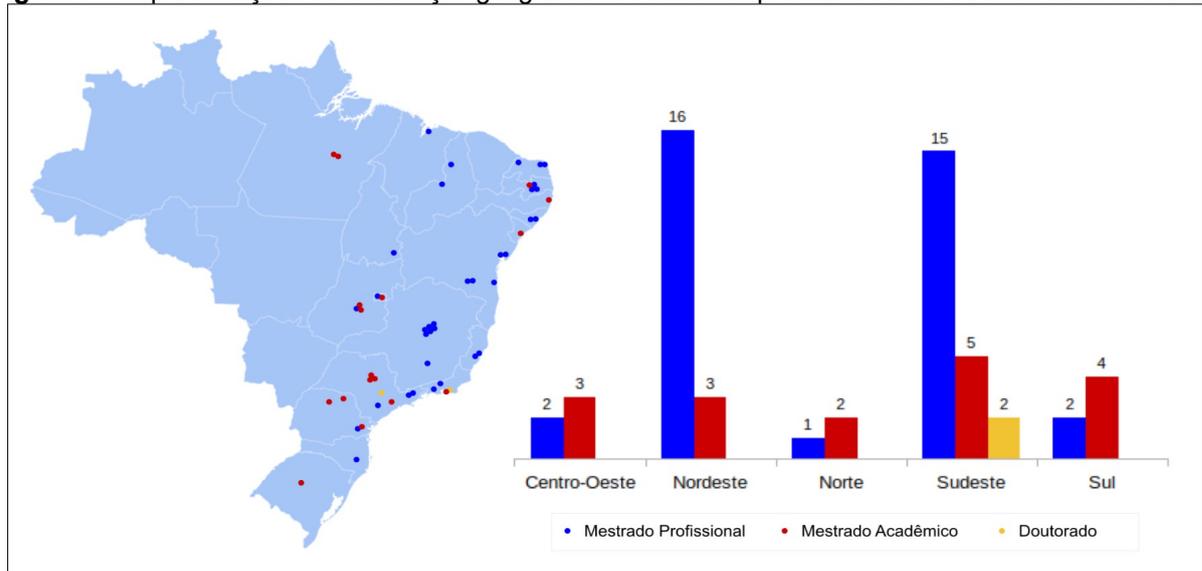
semestre de 2011. Na última década (2012-2021), a quantidade de dissertações sobre laboratórios associados à Matemática mais que triplicou, quando se compara com todo o período anterior (de 1983 até 2011). Destacamos, ainda, que a maior parte das produções são provenientes de mestrados profissionais (36), seguidas daquelas elaboradas em mestrados acadêmicos (17), com apenas duas vinculadas a cursos de doutorado, conforme mostra o Gráfico 2.

**Gráfico 2** – Distribuição acumulada de trabalhos produzidos entre 2001 e 2021, por tipo de titulação acadêmica.



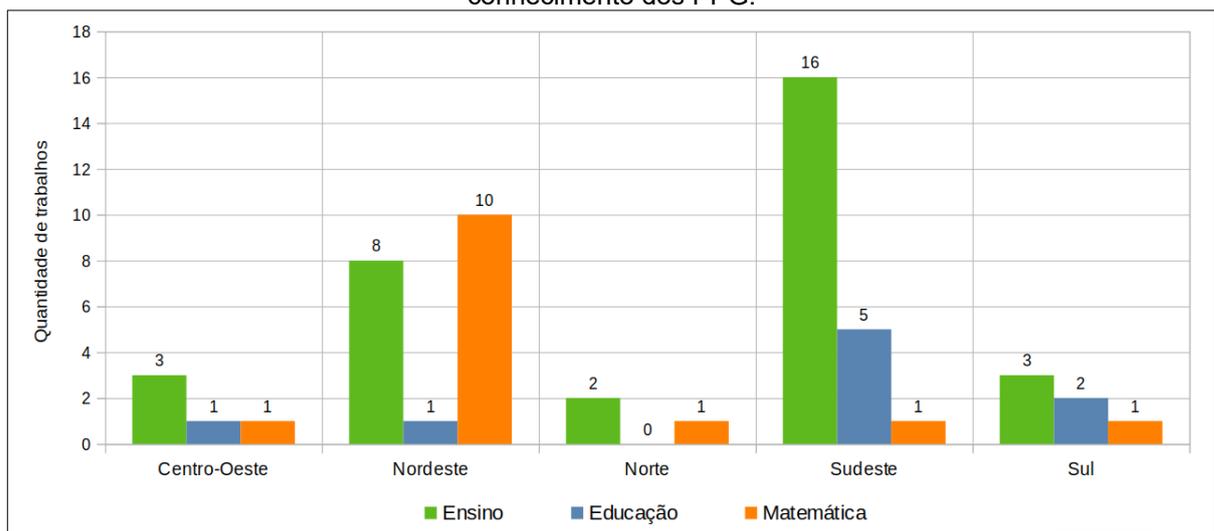
Fonte: produção dos autores.

Buscando compreender a distribuição geográfica dessas produções, com base nas representações gráficas da Figura 4, é possível notar que as dissertações e teses foram elaboradas majoritariamente no Sudeste (40%) e no Nordeste (34,5%) brasileiro. Juntas, essas regiões são responsáveis por 3/4 dos trabalhos que compõem a Base de Dados da nossa pesquisa e, de modo complementar, definem a tendência nacional de os mestrados profissionais produzirem mais trabalhos que os mestrados acadêmicos. Mesmo com quantidades pequenas (inviabilizando uma análise comparativa e inferencial), notamos que, nas demais regiões, há um equilíbrio maior entre esse tipo de produção.

**Figura 4** – Representações da distribuição geográfica dos trabalhos produzidos entre os anos de 1983 e 2021.

Fonte: produção dos autores.

Analisando os trabalhos por áreas de conhecimento às quais os programas de pós-graduação (PPG) estão vinculados, notamos o primeiro grande destaque: mais da metade (52,6%) dos trabalhos produzidos na região Nordeste estão vinculados à área de Matemática (ver Gráfico 3), e, mais uma vez, uma das justificativas deve residir na oferta dos cursos do PROFMAT.

**Gráfico 3** – Distribuição dos trabalhos produzidos, em cada região brasileira, por área de conhecimento dos PPG.

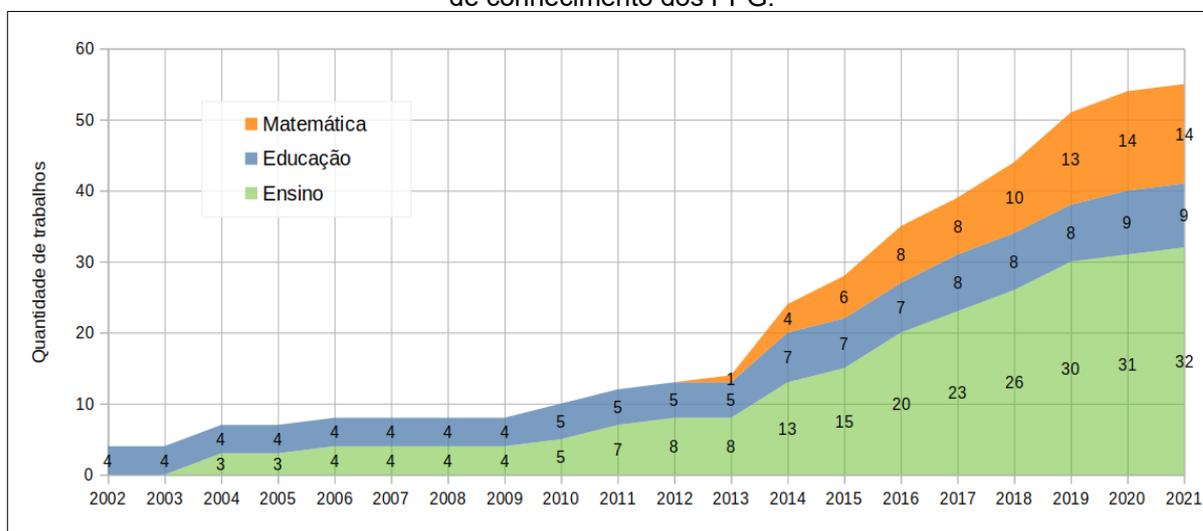
Fonte: produção dos autores.

Como o público-alvo desse programa de mestrado profissional em Matemática são docentes da educação básica em serviço, é compreensível que as temáticas escolhidas para os objetos de discussão no texto monográfico girem em

torno das suas práticas profissionais e, dentre elas, as que se assemelham com as atividades de/no laboratório. É importante ressaltar que, pela natural e constitutiva distinção<sup>25</sup> entre as áreas de Ensino (46) e de Matemática (01), os objetos de investigação, os procedimentos metodológicos, os referenciais bibliográficos e teóricos, bem como a estruturação dos discursos das dissertações e das teses, também tendem a serem distintas.

Resguardadas as semelhanças de crescimento entre as distribuições acumuladas, presentes no Gráfico 2 e no Gráfico 4, esta última representação aponta o crescimento das produções acadêmicas sobre laboratórios nas duas últimas décadas, por área de conhecimento. É possível notar que, a partir da primeira publicação em cada uma das áreas, a área de Ensino levou dez anos para chegar a oito publicações (2003-2012), enquanto a área de Matemática atingiu esse número em apenas quatro anos (2013-2016). Em outra análise, é notável o crescimento absoluto, nos últimos seis anos, dos trabalhos ligados aos laboratórios, sendo maior na área de Ensino que na área de Matemática.

**Gráfico 4** – Distribuição acumulada de trabalhos produzidos entre os anos de 2002 e 2021, por área de conhecimento dos PPG.



Fonte: produção dos autores.

Pelas diversas possibilidades de sistematizar um mapeamento de trabalhos acadêmicos, seguimos a mesma opção metodológica de Fiorentini (2002), que sugere uma organização temática. Ele afirma que:

<sup>25</sup> Para mais detalhes comparativos sugerimos consultar o “Documento de Área” das áreas de Ensino (46) e de Matemática (01), disponíveis na página da Capes > Avaliação > Páginas das Áreas.

Esse processo não é simples ou direto pois acontece de forma indutiva e, às vezes, dedutiva, exigindo ajustes individuais (para cada estudo) e grupais (envolvendo um conjunto de estudos). A vantagem é que *as categorias construídas emergem do material sob análise e não da literatura propriamente dita*, embora, neste processo, o diálogo com a literatura e outras formas de classificação seja conveniente e necessário. O resultado obtido, isto é, o quadro dos estudos organizados tematicamente, é uma elaboração particular relativa àquele conjunto de trabalhos, não sendo, portanto, facilmente transferível para outros conjuntos. A vantagem dessa forma de organização é que ela permite comparar por contraste os diferentes olhares e resultados produzidos, independentemente da opção teórica ou metodológica de cada estudo (FIORENTINI, 2002, p. 4-5, grifo nosso).

Considerando essa natural emergência das temáticas investigadas, além das variáveis  $V_{\text{Tipo}}$  e  $V_{\text{Área}}$ , anteriormente discutidas, elegemos mais duas variáveis como temáticas de interesse para destacar neste panorama investigativo. No processo de estudo dos trabalhos e composição da base de dados desta pesquisa, foram identificados focos temáticos e lócus de atuação dos laboratórios nas dissertações e teses analisadas<sup>26</sup>. No Quadro 2, estão as definições dos valores das variáveis  $V_{\text{Foco}}$  e  $V_{\text{lócus}}$ , junto a cada um dos seus significados.

**Quadro 2** – Definição das variáveis  $V_{\text{Foco}}$  e  $V_{\text{lócus}}$ , com seus valores e descrições.

Variáveis	Valores	Descrição dos Valores
$V_{\text{Foco}}$	F1	<u>Conceito e Função do Laboratório</u> – pesquisas que propuseram apresentar (com considerável fundamentação nos seus referenciais) conceituações ou funções atribuídas aos laboratórios dentro do processo educacional.
	F2	<u>Concepção de docentes sobre Laboratório</u> – pesquisas que coletaram e procuraram identificar (traços de) concepções de professores (ou de licenciandos) sobre o laboratório.
	F3.1	<u>Ensino ou Aprendizagem de conceitos matemáticos da Educação Básica</u> – pesquisas que propuseram atividades com estudantes (ou professores) objetivando analisar aspectos do ensino ou da aprendizagem de conceitos matemáticos próprios da Educação Básica (ensino fundamental ou ensino médio).
	F3.2	<u>Ensino ou Aprendizagem de conceitos matemáticos do Ensino Superior</u> – pesquisas que propuseram atividades com estudantes (ou professores) objetivando analisar aspectos do ensino ou da aprendizagem de conceitos matemáticos próprios do Ensino Superior (curso de licenciatura em Matemática).
	F4	<u>Contribuições na Formação Inicial de Docente</u> – pesquisas que investigam ou apresentam contribuições do laboratório na formação inicial de professores.
	F5	<u>Contribuições na Formação Continuada de Docentes</u> – pesquisas que investigam ou apresentam contribuições do laboratório na formação continuada de professores.

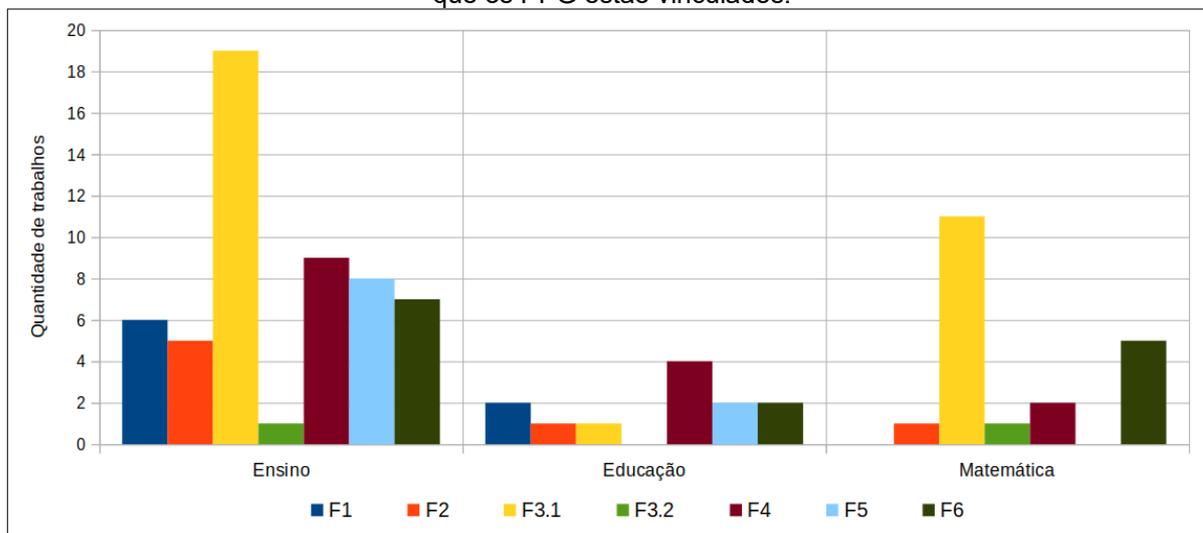
<sup>26</sup> Algumas das dissertações e teses apresentaram mais de um (dois e até três) Foco Temático e lócus de Atuação. Isto é, um mesmo trabalho pode assumir mais de um valor para cada uma dessas variáveis.

	F6	<u>Implementação de Laboratório</u> – pesquisas que investigam ou propõem a implementação de laboratórios em instituições educacionais.
Vócus	L1.1	<u>Ensino Fundamental 1</u> – pesquisas que investigam o laboratório no contexto dos anos iniciais (1º ao 5º) do ensino fundamental.
	L1.2	<u>Ensino Fundamental 2</u> – pesquisas que investigam o laboratório no contexto dos anos finais (6º ao 9º) do ensino fundamental.
	L1.3	<u>Ensino Médio</u> – pesquisas que investigam o laboratório no contexto do ensino médio.
	L2	<u>Ensino Superior</u> – pesquisas que investigam o laboratório no contexto dos cursos superiores de formação inicial de professores de Matemática.

**Fonte:** produção dos autores.

Sobre os focos temáticos que emergiram durante o estudo dos trabalhos, foi possível evidenciar que a proposta de atividades para se analisar/discutir o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos na Educação Básica (F3.1) é um dos destaques em 56,4% das dissertações da base de dados (nas teses, não registramos tal focalização). Para além desse resultado, a organização dos dados que gerou o Gráfico 5 revela outras informações a serem mencionadas: (i) 45,5% dos trabalhos se destacam por evidenciar a contribuição dos laboratórios à formação docente (F4 e F5 juntos); (ii) a implementação de laboratórios (F6) é foco em 1/4 das pesquisas; e (iii) pesquisas que buscam conceituar e identificar traços das concepções de docentes sobre o laboratório (F1 e F2) somam 27,3% dos estudos.

**Gráfico 5** – Distribuição dos Focos Temáticos nos trabalhos estudados por áreas de conhecimento que os PPG estão vinculados.

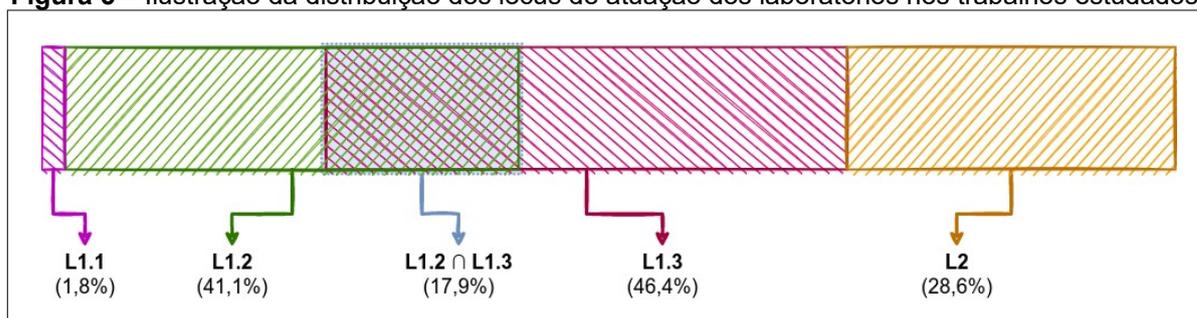


**Fonte:** produção dos autores.

Pelas diferenças epistemológicas entre as áreas de conhecimento dos trabalhos analisados, parece coerente o fluxo de adesão aos focos temáticos identificados. De modo geral, identificamos que os textos das dissertações dos mestrados profissionais, e vinculados aos PPG de Matemática, se apresentaram mais descritivos e com menos subsídios analíticos, enquanto aqueles ligados às áreas de Ensino e de Educação (profissionais ou acadêmicos) tiveram uma preocupação maior com a fundamentação bibliográfica adequada aos objetivos e metodologias, como também apresentaram análises mais acuradas. Nesse sentido, trabalhos conceituais (F1) e de análise de concepção (F2) sobre laboratórios não deverão ser comuns ou frequentes em dissertações que estejam relacionados à área de Matemática.

Em relação à variável  $v_{\text{lócus}}$ , procuramos identificar quais eram os espaços de atuação dos laboratórios associados à Matemática mencionados nos trabalhos estudados. Analisando principalmente os resumos, as introduções e os capítulos/seções metodológicas, constatamos que: 69,6% dos lócus de atuação indicados eram os anos finais do Ensino Fundamental (L1.2) ou Ensino Médio (L1.3); outros 28,6% dos laboratórios referidos atuavam no curso de licenciatura em Matemática (L2); e 1,8% (apenas um deles) desenvolveu atividades nos anos iniciais do Ensino Fundamental (L1.1). A Figura 2 ajuda a visualizar e comparar essas informações.

**Figura 5** – Ilustração da distribuição dos lócus de atuação dos laboratórios nos trabalhos estudados.



Fonte: produção dos autores.

Como mencionado no final da seção anterior, a Base contém outros três conjuntos de informações que merecem ser analisadas de modo mais metódico. Os dados coletados sobre as terminologias, as indicações metodológicas de utilização e as referências bibliográficas utilizadas para fundamentar o laboratório serão objetos de um estudo complementar e posterior à publicação desse panorama.

## [#1] 5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES NECESSÁRIAS

Iniciamos a construção deste artigo com a proposta de apresentar um panorama das investigações (teses e dissertações) cujo foco temático fosse os laboratórios associados à Matemática. Para responder às perguntas-diretrizes dessa investigação, no interstício dos últimos 40 anos, empregamos a metodologia de mapeamento que foi rigorosamente detalhada na seção 3.

Os resultados até aqui apresentados mostram que, apesar de as discussões sobre laboratórios associados à Matemática não serem recentes, constatamos que não há uma profusa discussão acadêmica com esse foco temático entre as pesquisas brasileiras, tampouco uma distribuição uniforme entre as diversas regiões do Brasil. Identificamos uma maior adesão pela temática em trabalhos na área de Ensino e em programas de pós-graduação de mestrado profissional, e também uma quantidade crescente nas produções acadêmicas na área de Matemática, apesar de ser recente.

As representações gráficas presentes nesse artigo, todas de elaboração autoral e inspiradas nos achados do estudo e nas reflexões por eles provocados, podem auxiliar a compreensão do panorama das pesquisas sobre laboratórios no contexto brasileiro. Ao mesmo tempo, elas abrem possibilidade a outras interpretações que não foram esgotadas nesse texto – ou sequer foram abordadas –, carecendo de novas investigações para que sejam desenvolvidas. Por exemplo, quando afirmamos que o Nordeste e o Sudeste brasileiros vêm se destacando nesse tipo de produção acadêmica (ver Figura 4), é natural nos questionarmos: o que acontece nas demais regiões que possa justificar tais ausências? Há trabalhos acadêmicos de outras naturezas sobre laboratórios associados à Matemática? Se eles existem, por que não geram desdobramentos em pesquisas *stricto sensu*? Quais as causas (e consequências) da pequena quantidade de teses de doutorado que encontramos? Quais sentidos ou concepções de laboratórios associados à Matemática são tratados nessas pesquisas? Quais aportes teóricos têm dado (ou poderão dar) sustentação para as investigações nesse foco temático?

A nosso ver, a etapa de investigação descrita responde às questões iniciais a que nos propusemos, isto é, no marco temporal das últimas quatro décadas, quando pudemos delimitar quem, quando e onde as pesquisas com esse foco temático

foram produzidas. No entanto, as questões emergentes e subsequentes, anteriormente apresentadas, têm potencial para abrir novos pontos de debate em relação à natureza teórico-metodológica das pesquisas sobre os laboratórios associadas à Matemática. Esse é o objetivo central do trabalho de doutorado em andamento.

Nesse processo meta-investigativo, para além de conhecer e divulgar as produções e os saberes que se avolumam em torno da temática dos laboratórios, buscamos elaborar uma base de dados cronológica da produção bibliográfica brasileira, a qual permitirá outros desdobramentos nessa região de inquérito. Como já mencionado, essa construção favorecerá a manutenção dessa análise panorâmica e ampliação para outros contextos geográficos (continentes, países e regiões), além da produção de outros documentos (livros, artigos em periódicos, trabalhos em anais de eventos científicos etc.). Ademais, detalhadamente, apresentamos uma possibilidade metodológica para coleta de informações, construção e análise de dados em pesquisas inventariantes, com possibilidade de gerar estudos e pesquisas longitudinais.

Para finalizarmos este texto, retomamos as palavras de Ferreira (2002, p. 269), destacadas na epígrafe inicial, com as nossas devidas adaptações:

Entre os textos [acadêmicos] há lacunas, ambiguidades, singularidades, que são preenchidas pela leitura que o pesquisador faz deles. *[Esta é,] então, a História da produção acadêmica [...] [sobre os laboratórios associados à Matemática no Brasil, entre os anos de 1983 e 2022, proposta pelos pesquisadores que as leram].* Haverá tantas Histórias quanto leitores houver dispostos a lê-las (FERREIRA, 2002, p. 269, grifos nossos).

## [#1] 6 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6028:** Informação e documentação: Resumo, resenha e resenha: Apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14724:** Informação e documentação: trabalhos acadêmicos: apresentação. Rio de Janeiro: ABNT, 2011.

BARBOSA, R. Parecer sobre Reforma do Ensino Primário e várias instituições complementares da instrução pública. Vol. X, Tomo II, 1883. **Coleção Obras Completas de Rui Barbosa.** Ministério da Educação e Saúde, Rio de Janeiro, p. 288-292, 1946. Disponível em: <https://cutt.ly/mwecgNfW>. Acesso em: 26 Maio 2022.

CARVALHO, J. B. P. *et al.* Euclides Roxo e o movimento de reforma do ensino de Matemática na década de 30. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 81, n. 199, p. 415-424, set./dez. 2000. Disponível em: <https://doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.81i199.955>. Acesso em: 26 Maio 2022.

CERQUEIRA, A. L. P.; TINAUT, Z. M.; PEREIRA, E. F. Tendências Modernas do Ensino. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA NO CURSO SECUNDÁRIO, 1., 1955, Salvador. **Anais [...]**. Salvador: Tipografia Beneditina, 1957. p. 133-160.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**. v. 23, n. 79, p. 257-272, ago. 2002. ISSN 1678-4626 versão online. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0101-73302002000300013>. Acesso em: 26 maio 2022.

FIORENTINI, D. Memória e análise da pesquisa acadêmica em educação matemática no Brasil: o banco de teses do CEMPEM/FE-UNICAMP. **Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1, p. 55-76. 1993. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646827>. Acesso em: 26 Maio 2022.

FIORENTINI, D. Mapeamento e balanço dos trabalhos do GT-19 (Educação Matemática) no período de 1998 a 2001. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPEd, 25., 2002, Caxambu. **Anais [...]**, Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação Matemática, 2002. Disponível em: <http://25reuniao.anped.org.br/te25.htm>. Acesso em: 10 dez. 2022.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. 3 ed., Rio de Janeiro: Record, 1999.

LAGOUT, É. **Tachymétrie géométrie concrète en trois leçons**: accessible, inaccessible, incalculable: cahier d'un soldat du génie. Rédaction des conférences faites par ordre du ministère de la guerre à l'Ecole régimentaire du génie de Versailles. Paris: Paul Dupont, 1874. Disponível em: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k317434j?rk=21459>. Acesso em: 26 Maio 2022.

LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. rev. e atual. São Paulo: Cortez, 2007.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. São Paulo: Ed. Saraiva. v.2, 1962.

TROUCHE, L. Laboratórios de Matemática para o ensino, uma metáfora produtiva, ontem e hoje, tanto para alunos como para professores. 28 jul 2010. Conferência. **V Colóquio de História e Tecnologia no Ensino da Matemática**. Recife: UFPE, 2010. Disponível em:

<http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/projets/Capes-cofecub/resolveUid/b70ef92dc65cb8d3a44bf8729616369e>. Acesso em: 26 maio 2022.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática. **Cadernos CEDES**. v. 41, n. 115, p. 164-167. set. 2021. ISSN 1678-7110 versão online. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/CC245614>. Acesso em: 22 Maio 2022.

VARIZO, Z. C. M. Concepção e implementação de um laboratório de educação matemática no ensino superior. *In*: VARIZO, Z. C. M.; CIVARDI, J. A. (org.). **Olhares e reflexões acerca de concepções e práticas no laboratório de educação matemática**. Curitiba: CRV, 2011. p. 21-42.

—

## CONCEPÇÕES SOBRE LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA EM PRODUÇÕES ACADÊMICAS BRASILEIRAS

Carlos Eduardo de OLIVEIRA  
José Luiz CAVALCANTE  
Vladimir Lira Veras Xavier de ANDRADE

**Resumo:** Neste artigo, apresentamos três concepções de laboratórios associados à Matemática que estão presentes em dissertações de mestrado, teses de doutorado e outros trabalhos de referência a este foco temático específico das pesquisas em Educação Matemática. Trata-se de uma produção meta-analítica sobre produções acadêmicas inventariadas em uma etapa anterior de uma pesquisa de doutorado. A análise das variáveis, previamente definidas, gerou a realização em três estudos sequenciais e complementares: o estudo terminológico – como foram nomeados; o estudo teórico-metodológico – como fundamentaram suas práticas, e; o estudo conceitual – como foram caracterizados os laboratórios abordados nas pesquisas brasileiras nas últimas quatro décadas. Como resultados principais: identificamos que metade dos trabalhos analisados não apresentam argumentação para escolha da terminologia de laboratório utilizada (resultado do primeiro estudo); elaboramos um ranqueamento das citações às obras de referências sobre laboratórios utilizadas nos trabalhos estudados; percebemos que um terço das produções acadêmicas não apresentou nenhuma argumentação metodológica ligada ao uso do laboratório. Entre elas, as que apresentam níveis mais profundos de argumentação foram produzidas nas áreas de Ensino e de Educação (resultados do segundo estudo); identificamos que 60% de toda produção acadêmica apresenta de modo explícito e fundamentado suas concepções sobre o que chamaram de laboratório (resultado do terceiro estudo). A partir desses estudos, foi possível definir as seguintes concepções: i) laboratório como espaço físico – caracterizada pela necessidade do espaço físico específico para sua existência; ii) laboratório como abordagem didática – pressupõem uma relativização da necessidade do espaço físico específico para que ele exista e aconteça; iii) laboratório como componente curricular – compreendido como parte integrante do currículo dos cursos de licenciatura em Matemática.

**Palavras-chaves:** Laboratório; Matemática; Concepções; Pesquisas Acadêmicas; Meta-análise.

## [#2] 1 INTRODUÇÃO

Conquanto a idéia de um laboratório de matemática não seja nova, ele não tem sido usado em larga escala, tampouco se tem prestado suficiente atenção à invenção de dispositivos hábeis e úteis. Esse esplêndido auxiliar pedagógico tem sido negligenciado. (KLEIN, 1976, p. 195)

Na pioneira dissertação brasileira sobre a temática dos laboratórios, Oliveira (1983) buscava apoio nas propostas de Morris Klein<sup>27</sup> para indicar possibilidades de superação de problemas e dificuldades ligadas ao ensino e à aprendizagem da matemática escolar. Em meados da década de 1970, Klein já apontava que o “laboratório de matemática” não era uma proposta nova, e mesmo assim, pouca utilização se fazia dele. Parafraseando Lorenzato (2006b, p. 34), propomos o seguinte questionamento: se for verdadeiro que “ninguém *pode fazer uso daquilo que não conhece*”, então, ficaria explicado por que tantos docentes não utiliza(va)m o laboratório? Passado mais de meio século, muitos relatos de experiências e estudos sistemáticos já apontam que esse uso é mais frequente. Assim, o que já foi produzido no sentido de conhecê-lo?

Em um estudo preliminar, Oliveira, Cavalcante e Andrade (2023a) apresentaram um mapeamento da produção acadêmica brasileira sobre os laboratórios associados à Matemática<sup>28</sup>, nas últimas quatro décadas (1983-2022). Nele, fora realizada uma descrição metodológica detalhada do processo de construção da Base de Dados da Pesquisa (Base), a qual gerou uma estrutura matricial com mais de 30 campos contendo informações coletadas nas dissertações e teses estudadas sobre este foco temático. Esse instrumento favoreceu o delineamento de um panorama do conhecimento produzido academicamente sobre os laboratórios<sup>29</sup>, trazendo respostas para questões sobre “quantas”, “quando” e “quem” as produziu, além de “onde” e “sobre o quê” os estudos *stricto sensu* se

---

<sup>27</sup> O matemático americano Morris Klein (1908-1992) foi um contribuinte da educação matemática nos Estados Unidos. Suas mais fortes contribuições se concentram na crítica ao Movimento da Matemática Moderna e suas implicações para currículos das escolas básicas.

<sup>28</sup> Dario Fiorentini (1993) definiu “laboratório para o ensino da matemática” como um dos focos temáticos das pesquisas brasileiras em Educação Matemática, envolvido diretamente com os aspectos didáticos e metodológicos. Propomos o termo “laboratório associado à Matemática” como sendo uma redefinição mais abrangente, em função das múltiplas concepções e terminologias em torno desse campo de investigação. Assim, os espaços ou práticas de laboratório que têm ligação com a Matemática seja no ensino, no seu estudo ou na formação de professores estão aqui contemplados.

<sup>29</sup> Ao longo desse texto, exceto se houver uma indicação explícita de outra possibilidade, o termo “laboratório” (e suas variações) estará “associado à Matemática”.

debruçaram. Ao longo da construção da Base, nos deparamos inicialmente com 579 trabalhos, após o primeiro filtro analítico, reduzimos para 166 trabalhos. Por fim, selecionamos duas teses de doutorado e 53 dissertações de mestrado pesquisas, dentre as quais, o maior volume foi produzido em contextos de mestrados profissionais.

No presente manuscrito, consideramos os dados produzidos por este trabalho inventariante e avançamos nos processos meta-analíticos acerca das concepções evidenciadas pelas produções acadêmicas investigadas, incluindo-as às compreensões já desenvolvidas sobre o foco temático em questão. Portanto, nosso objetivo é analisar como foram *nomeados* (estudo terminológico), *fundamentados* (estudo teórico-metodológico) e *caracterizados* (estudo conceitual) os laboratórios abordados nas pesquisas brasileiras das últimas quatro décadas.

Para tanto, como explicam Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 103) sobre a meta-análise, buscamos fazer uma “revisão sistemática de outras pesquisas, visando realizar uma avaliação crítica [...] [para] produzir novos resultados ou [e] sínteses a partir do confronto desses estudos, transcendendo aqueles anteriormente obtidos”. Assim, o aprofundamento epistemológico sobre os laboratórios associados à Matemática, a partir das concepções presentes nas pesquisas acadêmicas, se traduz como fio condutor deste artigo.

## [#2] 2 PARA INÍCIO DE CONVERSA...

Ponte (1992, p. 185) destaca que o interesse pelo estudo das concepções humanas se baseia “no pressuposto que existe um substracto conceptual que joga um papel determinante no pensamento e na acção”. Assim, considerando que o nosso pensar e o nosso fazer são regidos por um sistema de conceitos, compreender seu funcionamento é objeto investigativo das pesquisas em Educação Matemática desenvolvidas no Brasil. “Ao focarem as *concepções*, revelam preocupação com a Educação Matemática para além do *como fazer*, indo em direção a um pensamento reflexivo sobre os modos pelos quais se faz.” (BICUDO; PAULO, 2011, p. 267, grifos das autoras). Buscar interpretações sobre saberes, fazeres, ambientes e artefatos passam, necessariamente, pela compreensão em torno do termo *concepção*.

Apoiando-nos nas primeiras discussões da tese de doutorado de Cury (1999), na qual se faz uma revisão nas pesquisas que abordam concepções de professores sobre a matemática, encontramos o relato da dificuldade de definição do termo concepção, confundindo-o com os termos visão, crença e opinião. Conclui, categoricamente, que “não há concordância entre os diversos pesquisadores a respeito do uso dos termos concepções e crenças” (p. 10). A autora, recorrendo a dicionários para completar o seu posicionamento semântico sobre o termo, opta por uma acepção vinculada ao ato de conceber ideias (e abstrações), unido a um sistema de interpretação do mundo a partir dessas ideias (CURY, 1999). Neste sentido, as experiências vividas parecem ser determinantes para constituição de particulares concepções.

Complementando, Ponte (1992) afirmando que este sistema de interpretações possui uma “natureza essencialmente cognitiva” e atua como um filtro:

Por um lado, são indispensáveis pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão (PONTE, 1992, p. 185).

Diante destas considerações, e com a livre manipulação da estrutura matricial da Base, que gerou o mapeamento mencionado anteriormente, o Quadro 3 destaca as variáveis de interesse para o estudo das concepções que ora relatamos:

**Quadro 3** – Definição das variáveis utilizadas no estudo das concepções sobre laboratórios.

Nome	Descrição	Valores Possíveis
V <sub>#</sub>	Número do registro do trabalho (sequencial)	Números inteiros entre 1 e 166
V <sub>Ano</sub>	Ano da defesa	Números inteiros entre 1983 e 2022
V <sub>Tipo</sub>	Tipo da titulação acadêmica	Mestrado Acadêmico (MA); Mestrado Profissional (MP); Doutorado (D)
V <sub>Área</sub>	Área de Conhecimento do Programa de Pós-Graduação (PPG)	Ensino; Educação; Matemática
V <sub>Term</sub>	Abreviatura das terminologias usadas para o laboratório	L.M.; L.M.E.; L.Ens.M; L.Ed.M.; L.E.A.M.; L.E.P.A.M.
V <sub>Def.Term</sub>	Definição da terminologia usada para o laboratório	Presente; Ausente
V <sub>Ref.Bib</sub>	Referências bibliográficas para fundamentar o laboratório	Lista das referências bibliográficas
V <sub>Metod</sub>	Evidências metodológicas para uso do laboratório	Presente; Ausente
V <sub>Nível.Metod</sub>	Nível de argumentação metodológica	Números inteiros: 1 (argumentação mais superficial); 2; 3; 4; 5 (argumentação mais profunda).
V <sub>Concep</sub>	Modo como foram evidenciadas as concepções sobre o laboratório nas pesquisas	Ostensiva; Não-Ostensiva; Conflituosa

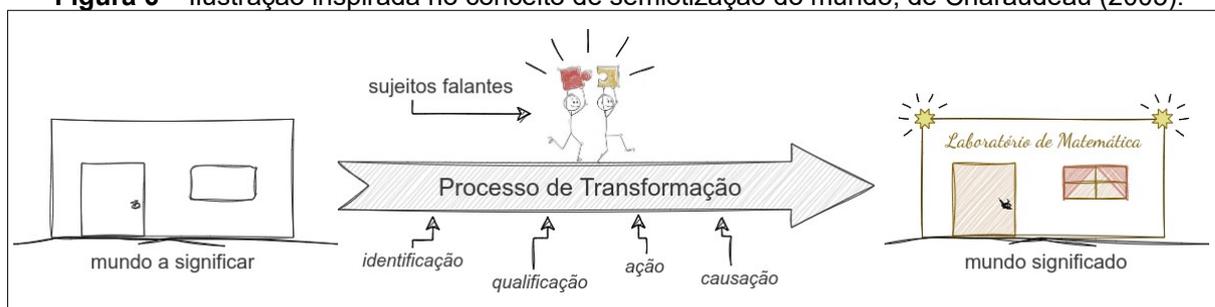
**Fonte:** elaborado pelos autores.

Cada uma destas variáveis nos permitiu a meta-análise da produção acadêmica mapeada, a qual, como destacada na introdução, gerou três categorias: o estudo terminológico, o estudo teórico metodológico e o estudo conceitual.

## [#2] 3 ESTUDO TERMINOLÓGICO

De acordo com o postulado de *semiotização<sup>30</sup> do mundo*, Charaudeau (2005) afirma que o ato de nomear e conceituar os seres é a primeira operação (*identificação*) que um sujeito (falante) deve exercer no processo de transformar um “mundo a significar” em um “mundo significado”. Descrever suas propriedades e características se constitui como a segunda operação (*qualificação*), a qual deve preceder a operação que lhe confere uma razão de ser no mundo, a *ação*. Por fim, a inscrição destes em uma cadeia de causalidade (*causação*) – a compreensão que os seres agem ou sofrem ações por motivações causais, sejam essas humanas ou não humanas – constitui a última operação deste processo de transformação.

**Figura 6** – Ilustração inspirada no conceito de semiotização do mundo, de Charaudeau (2005).



Fonte: produção dos autores.

Este quadro teórico vem reforçar o princípio linguístico que afirma que uma língua não pode ser reduzida a “uma lista de termos que correspondem a outras tantas coisas” (SAUSSURE, 2006, p. 79). Quando uma palavra (compreendida aqui como *significante*) é definida para representar um ser, um conjunto de *significados* que o identifica e o descreve, dentro de um esquema de ação com motivações relativamente definidas, se constitui conjuntamente. Deste modo, quando se nomeia um ser por “Laboratório de Matemática”, por exemplo, vendo-o como um *signo linguístico*, estamos unindo em duas faces deste mesmo ser o significante e os seus significados, considerando inclusive as concepções daqueles que assim o

<sup>30</sup> O linguista francês Patrick Charaudeau (2005, p. 12) define o processo da semiolinguística como aquele que evoca a construção de sentidos e sua configuração, “sob por responsabilidade de um sujeito intencional, com um projeto de influência social, num determinado quadro de ação”.

nomearam. Para um outro significante (“Laboratório de Ensino de Matemática” ou “Laboratório de Aprendizagem Matemática”, por exemplo), coerentemente, outros significados devem emergir.

A partir destas considerações, no sentido de evidenciar as concepções em torno do foco temático em questão, inicialmente, apresentamos como os trabalhos nomearam os laboratórios associados à Matemática. Entre as variáveis previamente definidas, no Quadro 4 apresentamos os valores e descrições para a variável  $v_{\text{Term}}$ , a qual coletou as terminologias utilizadas pelos pesquisadores/autores das pesquisas estudadas.

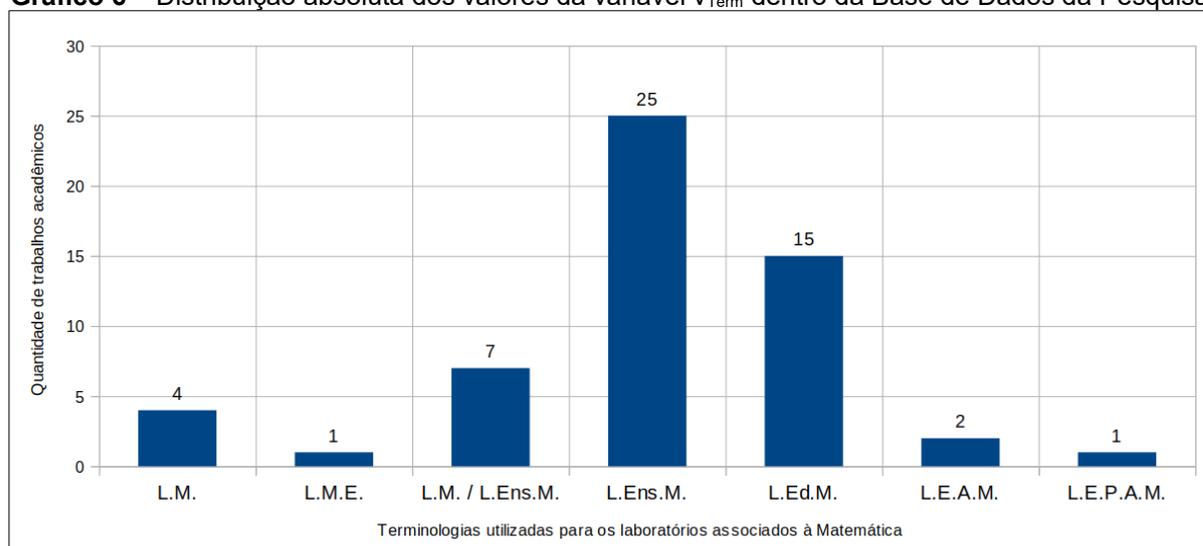
**Quadro 4** – Definição da variável  $v_{\text{Term}}$  e seus valores.

Variável	Valores	Descrição dos Valores
$v_{\text{Term}}$	L.M.	Laboratório de Matemática
	L.M.E.	Laboratório de Matemática Escolar
	L.Ens.M.	Laboratório de Ensino de Matemática
	L.Ed.M.	Laboratório de Educação Matemática
	L.E.A.M.	Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática
	L.E.P.A.M.	Laboratório de Ensino, Pesquisa e Aprendizagem de Matemática

**Fonte:** produção dos autores.

Após o tratamento dos dados associados aos valores coletados pela variável  $v_{\text{Term}}$ , por meio do gráfico da Gráfico 6, identificamos que: 63,6% dos nomes dados aos laboratórios figuram a palavra “Ensino”, apenas três deles (5,5%) traziam a palavra “Aprendizagem” e um único deles (1,8%) destaca “Pesquisa” em seu título; 12,7% dos trabalhos utilizam os termos “Laboratório de Ensino de Matemática” e “Laboratório de Matemática” sem fazer distinção entre eles; 45,5% (pouco menos da metade) dos trabalhos utilizam exclusivamente a terminologia “Laboratório de Ensino de Matemática”.

**Gráfico 6** – Distribuição absoluta dos valores da variável  $v_{\text{Term}}$  dentro da Base de Dados da Pesquisa.



**Fonte:** produção dos autores.

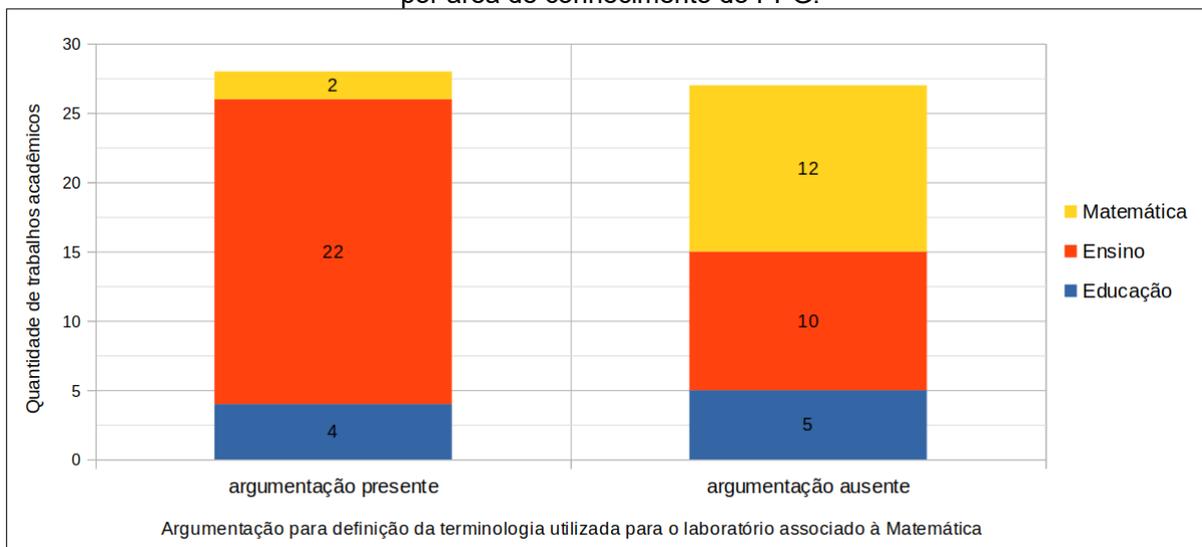
Mesmo considerando que a literatura brasileira ainda não tenha abordado essa temática, apoiando-nos em Saussure (2006), poderíamos especular que o destaque ao termo “ensino” nas nomenclaturas dos laboratórios, indicaria uma centralização maior nos processos educacionais ligados às ações docentes, que em relação às ações discentes. Em outras palavras, o laboratório poderia ser interpretado como um dispositivo educacional dirigido às práticas dos professores, um “auxiliar pedagógico” para o fazer docente. Entretanto, garantir a admissibilidade dessa afirmação, necessitaria do conhecimento sobre os significados que foram atribuídos a cada um dos laboratórios que receberam o termo, em seus nomes. Como não temos acesso a estas informações, consideramos que essa interpretação deve, pelo menos, orbitar em torno das compreensões do nosso foco temático.

Em dois dos trabalhos analisados encontramos preocupações explícitas com as terminologias utilizadas: Santos (2018, p. 31) sugere a necessidade de “um estudo sobre essas diferenciações, a fim de que se tenha uma melhor compreensão dos sentidos implícitos desses diferentes modos de se referir [ao laboratório]”; Ribeiro (2019, p. 43), por sua vez, ressalta que “não há a intenção de se produzir julgamento sobre qual denominação é mais adequada, apenas defende-se a relevância de associar a nomenclatura à prática, de maneira adequada”. Mais à frente, segue com a explanação:

*Dar nome às coisas, ou mais estritamente a esses ambientes, é uma atividade praticamente espontânea. Ao criar algo, assume-se a necessidade de nomeá-lo e, assim, caracterizar, delimitar, tornar ‘único’. Os nomes podem ser pensados quanto a etimologia das palavras, ser construídos a partir da junção de termos, conter expressões mais gerais ou específicas, mas geralmente estão relacionados à ideia que se deseja transmitir (RIBEIRO, 2019, p. 48, grifos nossos).*

Em uma análise mais cuidadosa sobre a definição da terminologia, auxiliada pela variável  $V_{Def.Term}$ , observamos a Base equilibradamente dividida (ver Gráfico 7). Em 28 trabalhos (50,9%) notamos a presença de uma argumentação explanando a escolha do termo utilizado para o laboratório. Outro destaque considerável é o fato de que 85,7% dos trabalhos vinculados à Programas de Pós-Graduação (PPG) de Matemática não apresentaram justificativas para o uso de suas terminologias. Uma possível explicação para este resultado está na natureza das produções, dos discursos e dos referenciais utilizados em cada uma das áreas de conhecimento, às quais os trabalhos estão vinculados.

**Gráfico 7** – Distribuição da quantidade de trabalhos com argumentação presente e com argumentação ausente para definição da terminologia utilizada para o laboratório, por área de conhecimento do PPG.



Fonte: produção dos autores.

No que pese à ausência de justificativa para utilização de determinada terminologia, julgamos que o seu uso indiscriminado pode levar a um tipo de fragilidade da produção científica, visto que no processo de validação da pesquisa acadêmica, a clareza e a coerência epistemológica são aspectos fundamentais (KILPATRICK, 1996; FIORENTINI; LORENZATO, 2006). Evidenciar essas características é apontar o nível de rigor utilizado na produção e no relato das pesquisas.

Considerando os trabalhos que apresentaram alguma argumentação para definição e utilização da terminologia, em todos eles foram encontradas fundamentações para suas escolhas nos referenciais adotados. Alguns trabalhos apresentaram argumentações mais elaboradas, com articulações densas com suas referências, enquanto outros fizeram definições ou caracterizações de modo mais superficial. Associações entre as nomenclaturas e as concepções presentes na literatura sobre laboratórios, serão exploradas nas seções seguintes.

## [#2] 4 ESTUDO TEÓRICO-METODOLÓGICO

Buscando entender como as pesquisas foram fundamentadas, as variáveis  $V_{\text{Ref.Bib}}$  e  $V_{\text{Metod}}$  coletaram, respectivamente, em cada trabalho estudado: (i) as referências bibliográficas (obras) utilizadas para fundamentar o que fora chamado de laboratório; e (ii) se foi evidenciada alguma metodologia para sua utilização. Com os valores da primeira variável, geramos uma distribuição de frequências para cada uma das obras citadas diretamente nos trabalhos. Procuramos contabilizar e selecionar apenas aquelas referências que se apresentaram na parte do texto que embasou o que os autores denominaram como laboratório. Deste modo, as obras citadas para justificar o uso de materiais didáticos manipuláveis, por exemplo, ainda que estando em um mesmo texto que explanasse sobre o laboratório em questão, não foram contabilizadas.

Entre os trabalhos estudados, registramos 346 citações ( $N_{\text{cit}}$ ) a *obras de referência bibliográficas*<sup>31</sup> quando definiam, caracterizavam ou apenas explanavam sobre o que estavam chamando de laboratório, ao longo dos textos. Dentre as obras, o primeiro capítulo do livro organizado pelo professor Sergio Lorenzato<sup>32</sup>, docente da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), se destaca por ter sido citado em 45 dos 47 trabalhos concluídos a partir do seu lançamento<sup>33</sup>. Não há equívoco em afirmar que os capítulos deste livro exerceram uma grande influência nas concepções sobre os laboratórios associados à Matemática: juntos, chegam a 38,2% de todas as obras de referências bibliográficas citadas pelas dissertações e teses (defendidas após 2006), para o embasamento dos laboratórios.

Por meio da organização dos dados coletados pela variável  $V_{\text{Ref.Bib}}$ , conseguimos identificar e ranquear as obras de referências mais utilizadas para fundamentar as propostas de laboratórios, distribuindo-as em ordem decrescente, sendo possível sua visualização no gráfico da Gráfico 8. Neste ranqueamento, estão apresentadas 65% de todas as citações às obras de referências utilizadas nos

---

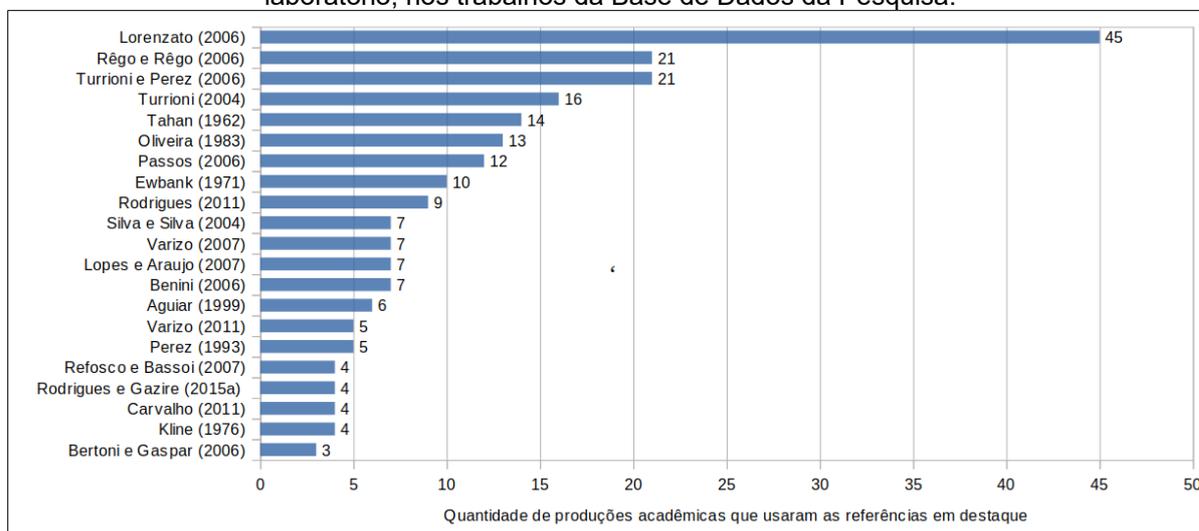
<sup>31</sup> São livros, artigos, dissertações e teses que foram utilizados como referências para as produções acadêmicas investigadas.

<sup>32</sup> LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: \_\_\_\_\_. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006b, p. 3-38.

<sup>33</sup> Entre 1983 e 2006, contabilizamos oito trabalhos defendidos, que juntamente aos 47 mencionados, constituem os 55 trabalhos que compõem a *Base*.

trabalhos estudados. As demais, não presentes na representação, foram citadas em menos de três das produções acadêmicas investigadas (dissertação ou tese).

**Gráfico 8** – Ranking das obras de referências mais utilizadas para fundamentar a proposta de laboratório, nos trabalhos da Base de Dados da Pesquisa.



Fonte: produção dos autores.

Observamos que seis dissertações (que fazem parte das produções estudadas), aparecem entre as obras de referências neste ranqueamento. As três primeiras, acrescidas de suas obras derivadas, se destacam com consideráveis *Percentuais de Citação*<sup>34</sup> (PC), a saber:

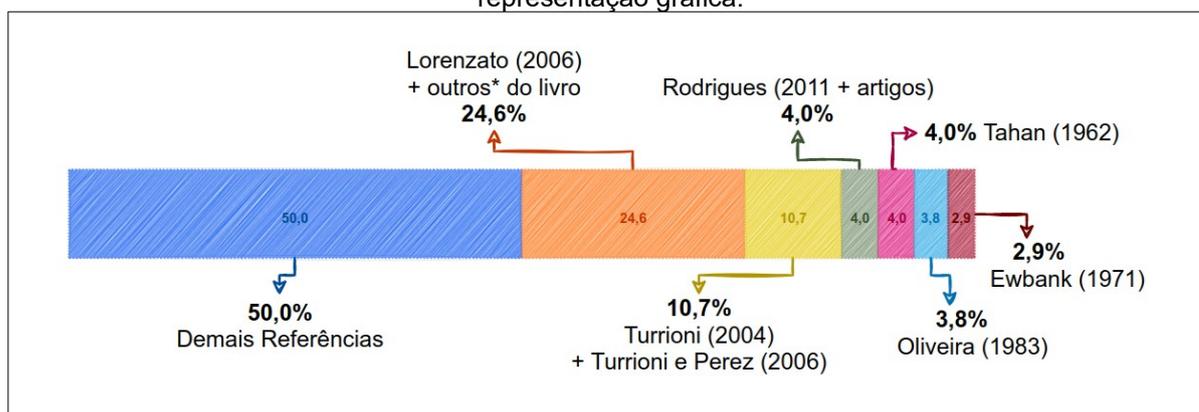
- I. Turrioni (2004) gera o capítulo 3 (TURRIONI; PEREZ, 2006) do livro de Lorenzato (2006a), corresponde a um PC de 10,7%;
- II. Rodrigues (2011) produz dois artigos (RODRIGUES; GAZIRE, 2015a; 2015b), que são citados pelos trabalhos da Base, totalizando um PC de 4,0%;
- III. Oliveira (1983), pela densidade e pioneirismo do trabalho, citada em 13 produções, acumula um PC de 3,8%.

Parecem pequenos os percentuais, mas juntas correspondem a 1/5 de todas as citações desta investigação. Quando se unem as três dissertações mencionadas ao clássico artigo de Ewbank (1971), aos pioneiros livros (de épocas e características distintas) de Malba Tahan (1962) e de Sergio Lorenzato (2006a), contabilizamos 173 registros de citações para fundamentação do laboratório entre

<sup>34</sup> O *Percentual de Citação* (PC) de uma obra de referência é a razão percentual entre a quantidade de referências citadas desta obra e o total de referências citadas ( $N_{cit}$ ) por todos os trabalhos da Base.

os trabalhos estudados. Este número corresponde exatamente a metade (50%) do número total de citações nas produções acadêmicas estudadas, como fica graficamente evidenciado a seguir (Gráfico 9).

**Gráfico 9** – Distribuição percentual das obras de referências mais citadas para fundamentar a proposta de laboratório, considerando agrupamentos específicos em destaque; \*foram excluídas as referências ao capítulo 3 do livro de Lorenzato (2006a) por pertencer a outro agrupamento nesta representação gráfica.



Fonte: produção dos autores.

Durante o processo de construção da Base, especificamente da variável  $V_{Ref.Bib}$ , identificamos que as chamadas autor-data das obras de referências citadas nos trabalhos estudados possuem: erros de grafias, erros de datas e ausência de coautorias; referências a edições diferentes de uma mesma obra. Diante desta constatação, ajustamos os valores coletados pela variável, de modo a corrigir os erros identificados e padronizar o registro do ano da primeira edição das obras citadas, mantendo, assim, a fidedignidade à obra de referência citada pelas produções acadêmicas (ver exemplos na Figura 7).

**Figura 7** – Exemplos de ajustes aos valores coletados pela variável  $V_{Ref.Bib}$ .

Referência Coletada	Referência Ajustada	Referência Completa
Lorenzato (2006)	Lorenzato (2006)	LORENZATO, S. O laboratório de ensino de matemática na formação de
Lorenzato (2010)	Lorenzato (2006)	LORENZATO, S. O laboratório de ensino de matemática na formação de
Lorenzatto (2012)	Lorenzato (2006)	LORENZATO, S. O laboratório de ensino de matemática na formação de
Larossa (2002)	Larrosa (2002)	LARROSA, J. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. Rev
Rego e Rego (2006)	Rêgo e Rêgo (2006)	RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G.. Desenvolvimento e uso de materiais didáti
Rego (2006)	Rêgo e Rêgo (2006)	RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G.. Desenvolvimento e uso de materiais didáti
Varizo et al (2011)	Varizo e Civardi (2011)	VARIZO, Z. C. M. CIVARDI, J. A. (orgs.). Olhares e Reflexões acerca d

Fonte: produção dos autores.

Por fim, contribuindo com a análise sobre como as pesquisas fundamentaram os laboratórios apresentados, a variável  $v_{Metod}$  coletou dados acerca da presença ou ausência de indicações, sugestões ou propostas metodológicas para sua utilização. A Tabela 1 evidencia que mais de 2/3 (67,3%) dos trabalhos da Base apresentaram

alguma argumentação metodológica ligada ao uso do laboratório. Entretanto, quando analisamos os dados organizados por área de conhecimento ( $v_{\text{Área}}$ ), notamos que a maior parte das produções vinculadas ao Ensino (75%) e à Educação (77,8%), abordam aspectos metodológicos, enquanto que apenas menos da metade (42,9%) das dissertações produzidas em PPG de Matemática deixam registradas textualmente estas questões.

**Tabela 1** – Distribuição de frequências (absoluta e percentual) das produções acadêmicas por área de conhecimento do PPG ( $v_{\text{Área}}$ ), considerando os valores da variável  $v_{\text{Metod}}$ .

$v_{\text{Área}}$	$v_{\text{Metod}}$ (Freq. Absoluta)		$v_{\text{Metod}}$ (Freq. Percentual)	
	presente	ausente	% presente	% ausente
Educação	7	2	77,8	22,2
Ensino	24	8	75,0	25,0
Matemática	6	8	42,9	57,1
Toda a Base de Dados da Pesquisa	37	18	67,3	32,7

**Fonte:** elaborado pelos autores.

Com a finalidade de aprofundar a compreensão sobre as metodologias apresentadas nas produções acadêmicas estudadas, usamos a variável  $v_{\text{Nível.Metod}}$  para registrar nível de argumentação textual que foi utilizado nas dissertações e teses. Esta variável foi definida para graduar a “presença” da argumentação coletada pela variável  $v_{\text{Metod}}$ , quantificando-a. Para tanto, consideramos a quantidade de indicações, de sugestões e de propostas metodológicas, vinculadas ao uso ou atuação no contexto dos laboratórios, presentes nas dissertações e teses da Base. Para cada argumentação feita associamos, respectivamente, a um baixo, médio e alto índice de detalhamento. Em seguida, levando em conta o conjunto de todas as produções acadêmicas estudadas, ajustamos os valores obtidos na avaliação de cada trabalho em uma escala que varia de 1 a 5, de modo que o valor mais baixo (1) aponta a um nível “mais superficial” de argumentação metodológica, enquanto o valor mais alto (5) aponta para um nível “mais profundo” de discussão.

Por exemplo, todos os trabalhos que foram avaliados com 5, na variável  $v_{\text{Nível.Metod}}$ , apresentaram em, pelo menos, uma seção ou parte de um capítulo, indicações metodológicas articuladas com as principais obras de referência da literatura em questão. Propostas de atividades e possibilidades de utilização dos laboratórios estão presentes, de modo referenciado no texto, em 36,4% das produções acadêmicas, especificamente, naquelas que receberam 4 ou 5, nesta variável. Três trabalhos foram avaliados com 1, indicando uma fragilidade na

argumentação presente. Nestes, existem afirmações de natureza pessoal sem o respaldo dos referenciais habituais e, inclusive, com equívocos ou desvios conceituais e metodológicos.

Após o tratamento dos dados da variável descrita anteriormente, por meio da Figura 8, é possível notar que os trabalhos das áreas de Educação e de Ensino tendem a apresentar níveis mais profundos de argumentação sobre o uso ou atuação do(s) laboratório(s) em seus textos. Por outro lado, os trabalhos da área de Matemática apresentam argumentações mais superficiais. Uma possível justificativa para estes resultados, mais uma vez, pode estar na natureza, nos objetivos, nos métodos e nos referenciais adotados em cada área na qual estão vinculados os PPG onde os trabalhos foram produzidos.

**Figura 8** – Distribuição percentual da quantidade de produções acadêmicas por área de conhecimento do PPG, de acordo com os níveis de argumentação metodológica definida pela variável  $V_{\text{Nível.Metod}}$ .

$V_{\text{Nível.Metod}}$	Educação	Ensino	Matemática
1	0,0%	8,3%	16,7%
2	14,3%	8,3%	50,0%
3	14,3%	20,8%	33,3%
4	42,9%	20,8%	0,0%
5	28,6%	41,7%	0,0%

**Fonte:** elaborado pelos autores.

Em síntese, por meio da coleta das obras de referência citadas em cada um dos trabalhos, foi possível identificar aquelas de maior influência na fundamentação teórica-metodológica dos laboratórios. Destacamos a importância do livro de Lorezanto (2006b), tanto quanto se percebe a retroalimentação das pesquisas, isto é, a característica *sine qua non* da produção acadêmica que permite o avanço do conhecimento por meio das pesquisas anteriormente desenvolvidas. Outro dado importante permitiu concluir que 2/3 das produções acadêmicas apresentam argumentações metodológicas para o uso ou atuação do laboratório. Entre elas, as que apresentam níveis mais profundos de argumentação foram produzidas nas áreas de Ensino e de Educação (ver Figura 8).

Os estudos analíticos que foram apresentados até aqui, buscaram apresentar como os trabalhos da Base nomearam e fundamentaram teórico-metodologicamente o laboratório associado à Matemática, nos últimos 40 anos da produção acadêmica brasileira. Para complementar o que foi exposto até agora, a

sessão seguinte tem como objetivo discutir como foram caracterizados tais laboratórios.

## [#2] 5 ESTUDO CONCEITUAL

Sendo guiados pela pergunta diretriz “como os trabalhos acadêmicos caracterizaram o(s) laboratório(s) presente(s) nas pesquisas estudadas?”, buscamos analisar evidências e traços das concepções dos autores sobre *o que é* um laboratório associado à Matemática. De modo geral, notamos apropriações, negações e articulações com argumentos presentes nas obras de referências já mencionadas; alguns expuseram mais assertivamente suas concepções, enquanto outros, deixaram-nas mais veladas. Outros, ainda, não deixaram marcas tão definidas no texto, de modo que fosse possível identificar ou definir claramente suas compreensões. Assim, a forma como foram evidenciadas as concepções sobre os laboratórios, nos permitiu gerar mais uma categorização, a qual alimentou a variável  $V_{\text{Concep}}$ , como mostra o Quadro 5.

**Quadro 5** – Definição da variável  $V_{\text{Concep}}$  com seus valores e descrições.

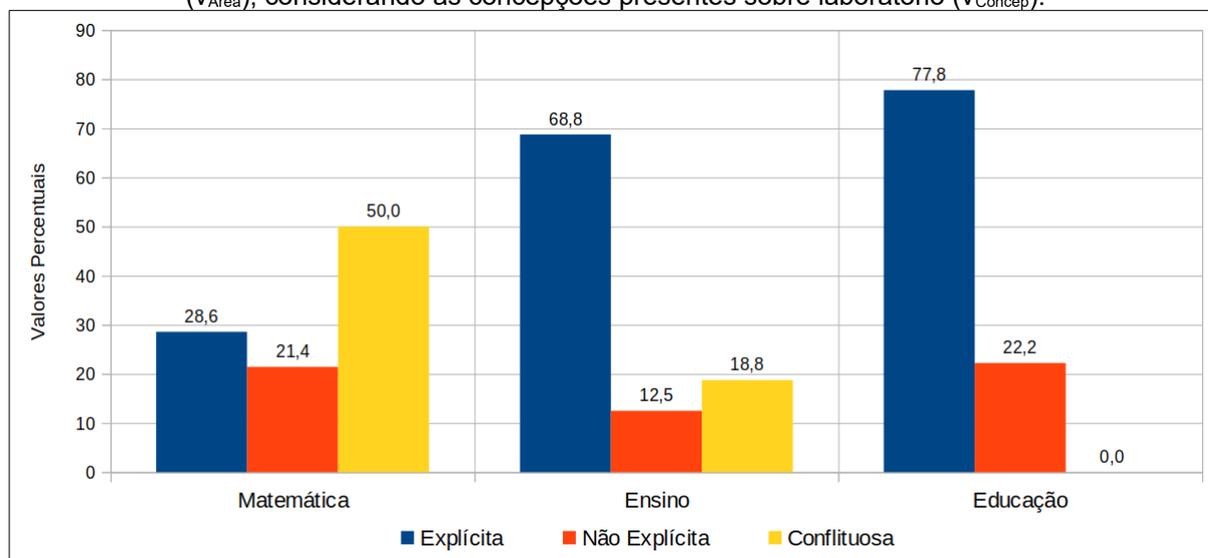
Variável	Valores	Descrição dos Valores
$V_{\text{Concep}}$	Concepção Explícita	Trabalhos que expõem explicitamente uma concepção para o(s) laboratório(s), articulando-se com as obras de referência.
	Concepção Não Explícita	Trabalhos que não expõem de modo explícito uma concepção para o(s) laboratório(s), mas apresentam indícios de concepções pelas articulações feitas com as obras de referência.
	Concepção Conflituosa	Trabalhos que apresentam conflitos ou equívocos quando comparados com as concepções presentes nas obras de referência.

**Fonte:** elaborado pelos autores.

Após revisitarmos cada uma das pesquisas da Base para esta análise, identificamos que: 60% de toda produção acadêmica apresenta explicitamente suas concepções sobre o que chamaram de laboratório; em 16,4%, apesar de detectada, julgamos como não explícita a presença da concepção; e 23,6% dos trabalhos revelaram concepções conflituosas. Quando comparamos por área de conhecimento dos PPG (Gráfico 10), notamos que as dissertações vinculadas à Matemática são aquelas que mostram mais conflitos (ou equívocos) nas evidências das concepções sobre os laboratórios. Em um sentido oposto, encontramos nos trabalhos vinculados às áreas de Ensino e de Educação um maior percentual de manifestações explícitas das concepções, isto é, nestes trabalhos, as

compreensões do que chamam de laboratório associado à Matemática ficaram mais evidentes, inclusive com mais articulações entre as obras de referências.

**Gráfico 10** – Distribuição percentual das produções acadêmicas, por área de conhecimento do PPG ( $V_{\text{Área}}$ ), considerando as concepções presentes sobre laboratório ( $V_{\text{Concep}}$ ).



Fonte: produção dos autores.

Analisar como os pesquisadores nomearam, fundamentaram e caracterizaram o(s) laboratório(s) nas dissertações e teses estudadas, bem como, a forma como expuseram suas compreensões foram passos antecessores, necessários e determinantes à definição das concepções vinculadas aos laboratórios, como veremos a seguir.

## [#2] 5.1 CONCEPÇÕES DE LABORATÓRIOS ASSOCIADOS À MATEMÁTICA

Por meio da leitura, análise e compreensão das obras de referência de maior influência para a difusão das concepções e discussões em torno dos laboratórios associados à Matemática, tanto para a educação básica quanto para a formação de professores, destaca-se algumas evidências sobre o modo de fazer e de pensar sobre e nos laboratórios, neste contexto.

Inicialmente, Lorenzato (2006b, p. 5) ressalta que competências profissionais ligadas à criatividade metodológica devem ser estimuladas e desenvolvidas nos próprios ambientes educacionais, defendendo a constituição de um espaço físico adequado à prática profissional docente: “o bom desempenho de todo profissional depende também dos ambientes e dos instrumentos disponíveis”. Para o autor, este

espaço, com toda a infraestrutura necessária, configurado para ser utilizado por docentes e discentes para o desenvolvimento coletivo de conhecimentos matemáticos e de práxis pedagógicas, em especial aquelas que tangem potencialidades técnicas e teóricas, circunscreve algumas das especificidades dos Laboratórios de Ensino de Matemática (L.Ens.M.)<sup>35</sup>.

Passos (2006, p. 90, grifo nosso) caracteriza o L.Ens.M. como “um ambiente onde ocorre um *processo*; constitui-se um cenário que permite que projetos individuais possam ser investigados por diferentes atores”, não devendo ser reduzido, de modo algum, a um arquivo/depósito de artefatos diversos para serem usados nas aulas de matemática. De modo contundente, destaca que sua “definição [...] não pode ficar restrita a um *lugar* ou *processo*, devendo incluir *atitude*”.

Nesse mesmo sentido, Ewbank (1971) defendia que um Laboratório de Matemática (L.M.) não deve ser considerado somente um lugar, mas um processo, um procedimento, considerando-o também como uma metodologia, a qual pode ser utilizada independente do ambiente físico anteriormente caracterizado. Partindo desse pressuposto, referenciando experiências profissionais de duas educadoras com a constituição e implementação de um Laboratório de Educação Matemática (L.Ed.M.), Civardi (2011) exemplifica e reafirma os posicionamentos anteriores quando anuncia que:

[...] o laboratório deixa de ser um ambiente específico com endereço próprio e *constitui um conceito* que passou a integrar o ideário dessas educadoras que, por sua vez, dele se apropriaram e o ressignificaram para os contextos e realidades educacionais, sociais e culturais nos quais estiveram e estão imersas (CIVARDI, 2011, p. 14, grifos nossos).

Acreditamos que a intencionalidade educacional em torno dessa perspectiva, muitas vezes é materializada através de artefatos específicos (chamados de recursos ou materiais didáticos), os quais devem ser cuidadosamente desenvolvidos como frutos de reflexões teórico-metodológicas, impregnada de aspectos epistemológicos. Reforçando esse posicionamento, Fiorentini e Miorim (1990, sem paginação) se posicionam afirmando que “por trás de cada material se esconde uma visão de educação, de matemática, de homem e de mundo; ou seja, existe [ou deve existir], subjacente ao material uma proposta pedagógica que o justifica”.

---

<sup>35</sup> Usaremos as siglas como definidas pela variável  $v_{Term}$ , na seção anterior (estudo terminológico). A razão de ser da grafia divergente daquela presente nas obras de referência, deve-se à pluralidade de concepções associadas aos laboratórios.

Passos (2006) complementa e compreende que o suporte à materialidade é uma possibilidade de superação das dificuldades na construção de conceitos pelos estudantes. Essa concepção é uma herança dos ideais do movimento Escola Nova<sup>36</sup>, que propôs uma renovação educacional por meio de uma concepção de aprendizagem que partia “do intuitivo, do concreto, para o abstrato e formal” (CARVALHO *et al.*, 2000, p. 428). Fundamentada em princípios propostos por Jan Amos Komenský (1592-1670, ou simplesmente, Comenius, em latim), no século XV, outros estudiosos também se apoiaram na premissa que afirma: “a ação do indivíduo sobre o objeto é básica para a aprendizagem” (LORENZATO, 2006b, p. 4).

Percebemos que há uma relação estreita, entre os materiais didáticos (MD), as principais concepções de laboratórios associados à Matemática, seus objetivos e suas propostas de utilização. Turrioni (2004) e Turrioni e Perez (2006) ressaltam que um laboratório, além de ser um local constituído de MD, é um espaço de interação, onde estudantes e professores devem ter liberdade para pensar, criar, manipular, construir e descobrir estratégias pedagógicas que possam contribuir tanto para o ensino como para a aprendizagem da matemática.

Lorenzato (2006b), ainda apoiado na materialidade dos artefatos, sugere que essa estrutura física deve convidar os professores a trabalhar conceitos e procedimentos matemáticos de maneira mais tátil, proporcionando aos estudantes criar, recriar, questionar e vivenciar situações associadas ao “estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático” (p. 7). Continua sugerindo que este espaço promova e aprimore, tanto no estudante como no professor o desenvolvimento de habilidades de “questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender” (LORENZATO, 2006b, p. 7).

Na dissertação pioneira sobre essa temática, Oliveira (1983, p. 81) define laboratório como sendo “o espaço onde se criam situações e condições para levantar problemas, elaborar hipóteses, analisar resultados e propor novas situações ou soluções para questões detectadas”. Destaca, ainda, que é nesse espaço/lugar que as ações de caráter experimentais devem ocorrer, viabilizando “a

---

<sup>36</sup> Surgido entre educadores norte-americanos e europeus, no fim do século XIX. No Brasil, ganhou força na primeira metade do século XX, seguindo ideais liberais, defendia que a educação teria a função de favorecer a igualdade de oportunidades aos direitos que a lei garantia a todos os cidadãos.

integração entre teoria e prática aplicada a uma comunidade” (p. 83). Como suas discussões estão voltadas para a formação inicial docente, compreende-o como “o lugar onde se concentram esforços de pesquisas na busca de novas alternativas para o aperfeiçoamento do currículo do curso de licenciatura em matemática bem como os currículos dos cursos [da educação básica]” (OLIVEIRA, 1983, p. 89).

Diante dessas e de outras obras referências dentro do mesmo foco temático, em um trabalho de análise de concepções sobre laboratórios, Rodrigues e Gazire (2015a)<sup>37</sup> apresentam uma contribuição relevante quanto à classificação tipológica dos laboratórios vinculados à Matemática. Neste estudo, foram identificados traços característicos que permitiram gerar uma categorização dos diferentes tipos de laboratórios (ver Quadro 6), considerando principalmente seus diferentes objetivos, focos de atuação e propostas de utilização. Encontramos uma premissa de justificativa para essa tipologia na afirmação de Lorenzato (2006b, p. 10) quando diz que “existem diversos tipos de LEM [laboratórios de ensino de matemática], em razão dos seus diferentes objetivos e concepções”.

**Quadro 6** – Tipologia dos laboratórios com síntese das características e propostas de utilização.

- 1. Depósito-Arquivo** – um local de apoio restrito ao acondicionamento dos MD que poderão ser utilizados para realização de atividades práticas.
- 2. Sala de Aula** – o ambiente da sala de aula convencional, sendo utilizada uma abordagem alternativa, com materiais e práticas diferenciadas.
- 3. Disciplina** – um componente curricular de cursos de licenciatura, geralmente, com características teórico-práticas para trabalhar temas específicos da formação e atuação docente.
- 4. Laboratório de Tecnologia** – um ambiente composto por computadores e outras tecnologias digitais de informação e comunicação a ele associadas, que permite a exploração e discussão de conceitos matemáticos. Permite, ainda, o desenvolvimento de atividades de Educação à distância.
- 5. Laboratório de Matemática (Tradicional)** – um espaço físico estruturado para o desenvolvimento de experimentos e realização de atividades práticas, sob uma perspectiva empirista, enfatiza mais habilidades procedimentais que as de atitudes. O uso dos MD buscam uma finalidade em si mesmo.
- 6. Laboratório de Ensino de Matemática (Sala Ambiente)** – um espaço físico estruturado para ser uma sala de aula, contendo MD para a integralização de propostas educacionais, rompendo com a dicotomia teoria-prática para a aprendizagem da Matemática. Valoriza a construção do conhecimento na dimensão conceitual, procedimental e atitudinal, por meio dos MD e de atividades experimentais.
- 7. Laboratório de Educação Matemática (Agente Formação)** – transcende o espaço físico denominado de laboratório, assumindo as características e atuações do Laboratório de Tecnologia e da Sala Ambiente. Estando intimamente ligado a um projeto pedagógico, não apenas na dimensão estrutural, favorece o desenvolvimento de projetos de pesquisa e de extensão, indo além da dimensão do ensino. Poderá atuar, ainda, como agente de formação continuada de professores.

**Fonte:** elaborado pelos autores, inspirados em Rodrigues e Gazire (2015a).

<sup>37</sup> Livro publicado com parte da dissertação de mestrado profissional de Fredy Coelho Rodrigues (2011), orientado pela professora Eliane Scheid Gazire, na Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC/MG).

Entretanto, quando analisamos o trabalho de Rodrigues (2011), especialmente os argumentos e fundamentos utilizados para constituição da tipologia apresentada, notamos uma similaridade semântica entre os termos “tipos” e “concepção”. Na última citação de Lorenzato (2006b), há uma primeira indicação que as acepções são distintas. Recorrendo aos dicionários semânticos e de filosofia (AULETE, 2023; ABBAGNANO, 2007), percebemos que o ato de fazer agrupamentos entre elementos que estão interligados por características semelhantes é o princípio de se determinar “tipos” (conjuntos, grupos, modelos, formas etc.) diferentes de elementos. As motivações que fazem surgir essas características distintas, em diferentes tipos de elementos, certamente não estão associadas à própria construção tipológica. Logo, “tipo” e “concepção” não podem gozar das mesmas propriedades semânticas. Fazer a diferenciação do sentido denotativo destes termos, implica a abertura de um espaço para categorização das concepções distintas sobre os laboratórios associados à Matemática.

### [#2] 5.1.1. Laboratório como espaço físico

Uma característica marcante, na maior parte das obras de referência sobre laboratórios, foi a defesa da necessidade do espaço físico específico para sua existência, não fazendo sentido falar em laboratório sem paredes e sem os artefatos que habitualmente o caracterizam. Como consequência, a maioria das produções acadêmicas (78,2%) também assumiu esse modo de compreender os laboratórios.

Assim, percebemos a *primeira concepção* como sendo o *laboratório como espaço físico*, concebendo-a e se constituindo um sistema de compreensões e interpretações para os seguintes tipos de laboratórios: (1) Depósito-Arquivo; (4) Laboratório de Tecnologia; (5) Laboratório de Matemática (Tradicional); (6) Laboratório de Ensino de Matemática (Sala Ambiente); (7) Laboratório de Educação Matemática (Agente de Formação); (8) Laboratório no Museu (detalhado a seguir).

As obras de referência basilares desta concepção sugerem, ainda, que a manipulação dos artefatos (materiais didáticos físicos ou digitais) atue fortemente no processo de ensino e aprendizagem da matemática, para além de outras características já pontuadas (TAHAN, 1962; EWBANK, 1971; OLIVEIRA, 1983; TURRIONI, 2004; LORENZATO, 2006a; RODRIGUES; GAZIRE, 2015; e outros).

De modo objetivo, não exclusivo, nem exaustivamente elaborado, apontamos características possíveis para a primeira concepção de laboratório, aquelas cujo espaço físico específico se faz necessário:

- Existência de um local específico para acondicionamento de artefatos (MD e Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação – TDIC);
- Existência de um local específico para ser designado como laboratório;
- Existência de um local estruturado para ser uma sala de aula;
- Manipulação de artefatos didáticos para ensinar e aprender matemática;
- Produção de artefatos didáticos para ensinar e aprender matemática;
- Construção de conhecimentos nas dimensões conceituais e procedimentais;
- Construção de conhecimentos na dimensão atitudinal;
- Desenvolvimento de experiências significativas de aprendizagem matemática;
- Desenvolvimento de atividades alternativas para o ensino da matemática;
- Favorecimento da integração entre componentes curriculares nos cursos de formação docente (inicial e/ou continuada);
- Favorecimento da integração entre teorias e práticas;
- Assessoria didático-pedagógica dentro e fora da instituição;
- Desenvolvimento de atividades por meio de projetos de Ensino e de Aprendizagem;
- Desenvolvimento de atividades por meio de projetos de Pesquisa e de Extensão;
- entre outras características de compatível concepção.

Além dos tipos já definidos anteriormente pela literatura, Brito (2016) disserta sobre outra possibilidade de existência ou de lócus de atuação para o conjunto dos laboratórios associados à Matemática: o *Laboratório no Museu*. Aberto ao público geral, ou com sessões especiais para instituições de ensino (de distintos níveis e segmentos educacionais), a proposta se inspirou em outras pesquisas que analisaram as influências dos museus de ciências, como espaços não-formais para o ensino e a aprendizagem de conceitos da Biologia, da Física e da Química. Nesse tipo de laboratório, as atividades devem permitir a manipulação de artefatos, ser momentâneas circunscritas, com tempo reduzido, bem definido e únicas, “uma vez que não existe uma continuidade das exposições [de modo permanente]” (BRITO, 2016, p. 31-32). Destaca ainda que é esperado que “o aluno [visitante] desenvolva ideias matemáticas a partir das experiências realizadas, [...] [mas que] não oferecem oportunidade de fazer sequências de atividades que se estendam para outros momentos” (BRITO, 2016, p. 32).

Diante da breve descrição desta primeira concepção, apesar dela estar presente na caracterização da maioria dos trabalhos da Base, observamos que ela não é suficiente, por isso, a necessidade de outras concepções, como segue.

### [#2] 5.1.2. Laboratório como abordagem didática

Tahan (1962), Ewbank (1971), Passos (2006), entre outros, apesar de se ancorarem na materialidade, defenderam o “método”, o “procedimento”, o “processo” e a “atitude”, em pé de igualdade com o “lugar”. Como consequência, as produções acadêmicas que se apoiaram sobre essa ênfase (14,5%), sem tirar a importância do espaço físico específico, relativizaram sua necessidade, concebendo a possibilidade de “lugares” diferentes para que o laboratório exista e aconteça.

Aguiar (1999) argumenta que é no “espaço da escola” que as experiências de aprendizagem acontecem. Entretanto, para a autora faz mais sentido dizer que a “sala de aula é o lugar da escola que mais propriamente podemos chamar de laboratório, pois aqui [...] as experiências ocorridas são intencionalmente provocadas e orientadas pelo professor” (p. 143). Há uma concentração mais na ação planejada que no espaço ou na materialidade. Neste modo de conceber o laboratório, a utilização de artefatos específicos (“materiais e aparelhos tecnológicos”) fica em segundo plano, uma vez que tais experiências “ocorrem no campo das ideias, no uso da imaginação e provocam discussões, investigações e pesquisas” (p. 144).

Na tese de Guérios (2002), fazendo referência ao trabalho de Oliveira (1983), surge uma compreensão de laboratório sem limites de espaço e de tempo, não somente por não estar vinculado a uma disciplina, mas principalmente, por defini-lo como um espaço intersticial, no qual:

[...] não se caracteriza por um espaço materializado, mas pelo espaço do livre pensar, da ação em rotas inovadoras, da ousadia. [...] Os espaços intersticiais são espaços para a realização de projetos e de inovações no modo de fazer, no modo de agir, no modo de pensar. [...] Neste sentido, o espaço físico da sala de aula pode se converter em um espaço intersticial. Dependerá da postura do professor frente à dinamização de seu cotidiano profissional.” (GUÉRIOS, 2002, p. 175).

Oliveira (2004, p. 28), em uma discussão sobre alternativas para o ensino da Geometria, a partir de temas regionais, defende que “a gênese de um laboratório de

ensino, está além de sua forma física, ou de seu funcionamento”. Assim, mais adiante, propõe que o laboratório

[...] não se constitui necessariamente num espaço físico, inserido na escola, mas em momentos de reflexão, investigação, discussão e aprendizagem, tanto do professor, quanto do aluno, efetuados no próprio ambiente da sala de aula e no espaço da formação continuada de professores (OLIVEIRA, 2004, p. 148).

A partir de uma consideração pessoal, Cabral (2004, p. 14) fortemente relata: “talvez o componente mais nocivo da formação acadêmica que recebi tenha sido a impossibilidade de uma prática reflexiva”. Conclui dizendo que suas experiências vividas na educação básica e na graduação, o impulsionaram para que na pós-graduação (mestrado e posteriormente no doutorado) constituísse uma concepção distinta das práticas educativas tradicionais, abrindo assim, “a possibilidade de superação da mera ministração frontal de conteúdos – exposição de lições” (p. 27). Entretanto, apontando para uma visão distinta das obras de referência para o laboratório, declara:

Minha concepção provisória de um laboratório de educação matemática pressupõe uma íntima relação da tríade espaço-atitude-intenção, uma vez que destina-se à pesquisa, elaboração, aplicação e avaliação de situações de ensino-aprendizagem do saber matemático e suas múltiplas implicações nas relações humanas. (CABRAL, 2004, p. 25)

Alguns anos à frente, se referindo ao clássico texto de Ewbank (1971) e evidenciando sua visão sobre o laboratório, Cabral (2010) reforça a seguinte interpretação: “[...] o autor abre a possibilidade de a própria sala de aula, espaço físico mais comum na realidade de nossas escolas, ser também admitida como um laboratório de ensino em função do tipo de abordagem desenvolvido com os alunos” (CABRAL, 2010, p. 88). Sob os mesmos fundamentos, Rossy<sup>38</sup> (2014) corrobora a visão de que o espaço físico não “predomina como aspecto caracterizador do [laboratório] [...], mas as ações dirigidas pelo professor na condução de uma situação de ensino” (ROSSY, 2014, p. 19). Em seguida, detalha a materialização do laboratório, por meio da trílice espaço-atitude-intenção proposta por Cabral (2004; 2010), caracterizando-o:

---

<sup>38</sup> Nayra da Cunha Rossy (2014) foi orientada pelo professor Natanael Freitas Cabral (2004; 2010) durante seu mestrado acadêmico, na Universidade Federal do Pará (UFPA).

[...] a partir da união de *um espaço físico* (podendo ou não ser a sala de aula), com *a atitude do professor* em propor situações de ensino que visem a uma aprendizagem mais crítica e, portanto, mais completa, de seu aluno. E por fim, essa atitude que consubstancia as ações do professor, precisa estar *revestida de uma intencionalidade pedagógica* com a qual o docente propõe e dirige suas atividades (ROSSY, 2014, p. 19-20, grifos nossos).

Complementando estas ideias, com uma argumentação objetiva, Bermudes (2014) defende que “[...] a não dependência de um local exclusivo amplia a possibilidade de trabalho no LEM [laboratório] a praticamente qualquer contexto escolar, uma vez que se retira o foco do local e se coloca sobre a preparação das aulas.” (BERMUDES, 2014, p. 17). Deslocar as atenções conceituais para a ação docente é ainda mais incisivo quando se diz que “se faz laboratório” sem estar vinculado diretamente a um espaço físico determinado.

Neste sentido, e buscando analisar os entendimentos e usos que professores de Matemática fazem de práticas de laboratório em suas aulas, Jarske (2014) contribui para constituição desta concepção quando define *o laboratório como uma abordagem*:

[...] procedimento adotado pelo professor, em que são desenvolvidas atividades de ensino de Matemática, *em um ambiente não específico de laboratório*, através das quais os alunos realizam experiências, geralmente trabalhando de maneira informal, movimentando-se e discutindo (JARSKE, 2014, p. 28-29, grifo nosso).

Em seguida, Jarske faz uma classificação do uso das “práticas de laboratórios” como Recurso ou como Metodologia, a partir da geografia da sala e dos papéis de alunos e professores no momento dos procedimentos. Para tanto, define tais práticas como

[...] atividades que superem a aula expositiva tradicional, ou seja, que contemplem, a princípio, as seguintes características: Utilização de recursos didáticos alternativos (manipuláveis e/ou tecnológicos), indo além do quadro e giz; Atuação direta do aluno na manipulação dos recursos didáticos (JARSKE, 2014, p. 34).

Outra contribuição, nessa mesma direção, está presente na dissertação de Alzeri (2016). Apesar de investigar as potencialidades e limitações de um laboratório específico (LEMAT/UFPE) como espaço na formação de professores de matemática, em sua caracterização, deixa evidente que considera o laboratório como um ambiente de formação que não está atrelado exclusivamente ao espaço físico que recebe esse nome.

A partir destas argumentações, compreendemos que o *laboratório como abordagem didática* se define como a segunda concepção, e se manifesta institucionalmente sob a forma (ou o tipo) de *Abordagem de Laboratório*, definido anteriormente como “Sala de Aula” (2), por Rodrigues (2011). A mudança terminológica (de significante) se justifica quando prezamos pela coerência com os significados presentes nas produções acadêmicas estudadas. Adicionalmente, notamos que a ênfase descritiva dada para o tipo “Depósito-Arquivo”, pelas obras de referência (destacadas na seção anterior), se compara àquela destinada ao tipo “Sala de Aula”. Estes argumentos corroboram para a redefinição proposta, como também, para constituição desta concepção.

Assim, apontamos um conjunto (não limitado, nem exaustivamente definido) de características próprias para a segunda concepção de laboratório, ou para tipos de laboratórios que nela se apoie:

- Relativização da necessidade de um espaço físico específico para o laboratório;
- Utilização da própria sala de aula como laboratório;
- Utilização da própria sala de aula para desenvolver atividades (ou práticas) de laboratório;
- Utilização de espaços plurais para desenvolver atividades (ou práticas) de laboratório;
- Manipulação de artefatos didáticos para ensinar e aprender matemática;
- Desenvolvimento de reflexões, investigações e discussões na sala de aula;
- Entre outras de compatível concepção.

Como um lastro de conceitos, essa concepção se permite ser suporte interpretativo para outros tipos de laboratórios, mesmo que não compactuem completamente com seus princípios fundantes. Desconsiderando as características mais conflituosas, podemos, por exemplo, sugerir que a atuação docente ancorada no tipo “Laboratório de Ensino de Matemática” (como uma “sala ambiente”, na definição de RODRIGUES, 2011) busque, nesta concepção, elementos que potencializem suas ações e compreensões, ampliando suas possibilidades, no lugar de limitá-las (PONTE, 1992).

De modo semelhante, porém com mais demandas, percebemos que as ações do “Laboratório de Educação Matemática” (como Agente de Formação), vinculado aos cursos de licenciatura, carecem de uma concepção mais abrangente ou que transcenda a primeira. Por exemplo, não se pode negar que o espaço físico

é necessário para sua constituição, mas muitas das suas ações (previstas por: OLIVEIRA, 1983; TURRIONI, 2004; LORENZATO, 2006a; VARIZO, 2007; RODRIGUES, 2011; entre outros) ocorrem fora dele, inclusive em auditórios, em salas de aulas convencionais, em espaços abertos e até em dependências físicas de outras instituições. Conclusivamente, afirmamos que: um tipo de laboratório pode ser suportado por mais de uma concepção; a adesão por uma concepção não elimina a possibilidade de recorrer a outra para transcender suas limitações, desde que não se assumam características contraditórias.

### [#2] 5.1.3. Laboratório como componente curricular

A partir da segunda metade da década de 1980 se evidencia uma crescente de implementações físicas de laboratórios associados à Matemática, e vinculados aos cursos de licenciatura (LORENZATO 2006a; BENINI, 2006; VARIZO; CIVARDI, 2011; RODRIGUES, 2011). Por consequência da presença institucional dos laboratórios, as ações dos docentes e dos discentes começaram a ser desenvolvidas também nestes cenários. As atividades das disciplinas de práticas de ensino e de estágio supervisionado, seguidas daquelas desenvolvidas por meio de projetos de extensão e de pesquisa, foram as primeiras a usar tal ambiente (BERTONI; GASPAR; 2006; BENINI, 2006; VARIZO, 2007).

Novas compreensões e diretrizes para formação docente impulsionaram reformulações dos projetos pedagógicos dos cursos de licenciatura, de tal modo que os espaços físicos dos laboratórios foram sendo introduzidos progressivamente nas estruturas curriculares. Varizo (2007) defende que uma das causas para a crescente utilização dos laboratórios, como lócus de formação docente, deve-se à determinação da carga horária<sup>39</sup> destinada às vivências dos estágios supervisionados e das práticas pedagógicas, por meio da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996).

Pelos trabalhos acadêmicos estudados, percebemos que: em algumas instituições o laboratório figura como parte integrante da estrutura física disponível ao curso de licenciatura (OLIVEIRA, 1983; GUÉRIOS, 2002; TURRIONI, 2004); em

---

<sup>39</sup> Atualmente, o documento oficial que orienta a formação inicial de professores para educação básica determina 800 horas para estas atividades, devendo iniciar a partir do primeiro ano, distribuídas de acordo com o projeto pedagógico de cada curso (BRASIL, 2019).

outras, o laboratório se transfigura propriamente em componente dos currículos de formação de professores, especificamente, de Matemática (FREITAS, 2015; ALZERI, 2016). Bertoni e Gaspar (2006) relatam que desde meados da década de 1980, as universidades brasileiras já criavam e implementavam disciplinas com a terminologia “laboratórios” nos cursos de licenciatura. Essa prática se intensificou nas décadas seguintes.

Em um levantamento feito por Alzeri (2016), com uma amostra de 89 universidades brasileiras que possuem o curso de licenciatura em Matemática, foi possível identificar que “quase a metade delas (47,1%) possuem disciplinas [ou componentes curriculares] de LEM [laboratório]. Destas, 57,1% possuem mais de uma disciplina ou componentes distribuídos de diferentes maneiras nos períodos do curso.” (ALZERI, 2016, p. 28). Mesmo desconhecendo a representatividade da amostra analisada, acreditamos que, atualmente, estes números podem ser ainda maiores, em função de modificações curriculares sofridas no interstício 2016-2023.

Diante destes indícios acadêmico-científicos, constatamos que o *laboratório como componente curricular* se define como a terceira concepção de nosso estudo, e percebemos sua materialização nos cursos de formação de professores (podendo ser inicial ou continuada) no formato de “*Disciplina*”, como tipificado por Rodrigues (2011).

De modo análogo as anteriores, apontamos um conjunto de características possíveis que compõem a terceira concepção de laboratório, a saber:

- Integração entre os componentes da formação pedagógica e da formação profissional;
- Acesso à literatura acadêmica sobre laboratórios associados à matemática;
- Acesso à literatura acadêmica em torno da formação e atuação docente;
- Desenvolvimento de atividades que integrem teorias e práticas;
- Desenvolvimento de reflexões colaborativas sobre saberes e práticas docente;
- Conhecimento e utilização de laboratórios associados à matemática;
- Conhecimento e utilização de metodologias alternativas para o ensino da matemática;
- Integração de projetos de pesquisa e de extensão à formação inicial do professor;
- Contribuição para produção de textos acadêmicos monográficos e colaborativos;
- Entre outras de compatível concepção.

Evidenciamos, mais uma vez: o sistema de conceitos que as concepções apresentadas trazem consigo não são exclusivas de um determinado tipo de laboratório; servem para caracterizá-lo, mas também, para ampliar sua atuação. Neste sentido, percebemos que a manifestação institucional do “Laboratório de Educação Matemática” (Agente de Formação), como defendido por Turrioni (2004) e ampliado por Rodrigues (2011), também se apropria dessa concepção sem uma vinculação exclusiva. Claramente, percebemos que esse tipo de laboratório perpassa as três concepções apresentadas e, adicionalmente, são propostas outras características que não foram explicitadas neste estudo, mas que já estão presentes na literatura sobre este foco temático (ver LOPES; ARAUJO, 2007).

## [#2] 5.2 SÍNTESE DO ESTUDO CONCEITUAL

Iniciamos por trazer à tona evidências, presentes nas obras de referências, sobre como os laboratórios são compreendidos e vinculados à prática docente. Neste ínterim, por meio da construção tipológica apresentada originalmente no trabalho de Rodrigues (2011), propusemos uma diferenciação entre os “tipos” e as “concepções” de laboratórios: pontuamos que os tipos são possibilidades de manifestação institucional das concepções acerca dos laboratórios que estão, de algum modo, associados ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

Apoiado nos estudos anteriores (terminológico e teórico-metodológico) e nos conhecimentos produzidos pela interação com as obras de referências, identificamos três concepções: i) *laboratório como espaço físico* – caracterizada pela necessidade do espaço físico específico para sua existência; ii) *laboratório como abordagem didática* – pressupõe uma relativização da necessidade do espaço físico específico para que ele exista e aconteça; iii) *laboratório como componente curricular* – compreendido como parte integrante do currículo dos cursos de licenciatura em Matemática<sup>40</sup>.

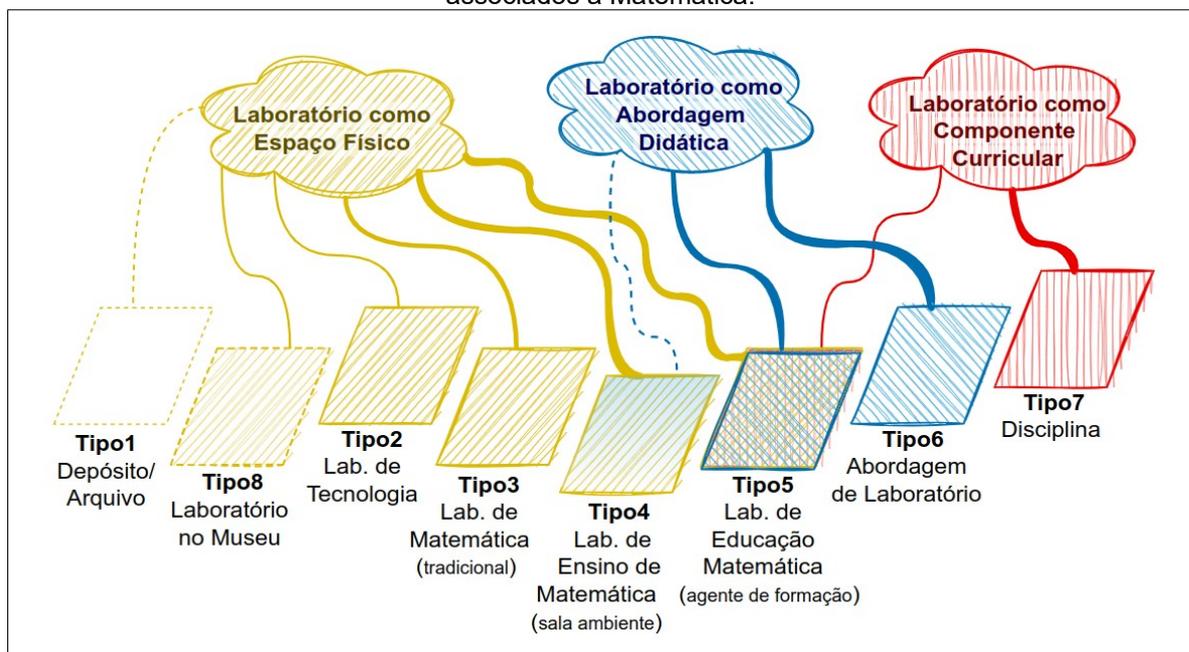
No intuito de clarear e materializar as relações entre as concepções propostas e os tipos de laboratórios discutidos, idealizamos a Figura 9. Na

---

<sup>40</sup> Acreditamos que essa compreensão possa ser estendida para os cursos de licenciatura em Pedagogia e outras licenciaturas, cuja matemática seja objeto da formação docente. Entretanto, as obras de referências e as produções acadêmicas estudadas não apresentaram tal consideração.

ilustração, as concepções estão representadas por nuvens que se vinculam e “alimentam” conceitualmente os tipos, identificados por paralelogramos com preenchimentos (hachuras) representativos das características que os definem. As ligações entre as nuvens e os paralelogramos se dão por curvas com espessuras, tonalidades (de amarelo, azul e vermelho) e formas (contínuas e tracejadas) distintas, de modo a caracterizar a ênfase da vinculação entre as entidades que as representam.

**Figura 9** – Ilustração gráfica das relações entre as concepções e os tipos de laboratórios associados à Matemática.



**Fonte:** produção dos autores.

Outras duas produções acadêmicas abordam posicionamentos convergentes sobre a questão conceitual dos laboratórios que merecem ser evidenciadas neste estudo: Oliveira (2017, p. 42) sugere que “cada instituição pode vir a adotar a concepção de LEM que melhor se adequa às suas necessidades. [...] [Com] diferentes funcionalidades, não sendo um espaço de concepções restritas e imutáveis.”; Lima (2018), abordando sobre a gênese e a pluralidade conceitual dos laboratórios associados à Matemática, destaca:

[...] é preciso levar em conta o ponto de vista de quem escreve, planeja, implementa e utiliza o laboratório em questão. [...] Diferentes olhares geram diferentes concepções para Matemática, ensino, aprendizagem, educação, didática, material didático, entre outros, que são fatores constituintes da concepção de LEM aqui explicitada. É a crença em determinado modo de ensinar e aprender Matemática que fará nascer uma concepção de LEM e o fará ser utilizado satisfatoriamente. [...] [O laboratório] necessita de um local, mas não se resume a ele, é uma abordagem metodológica, um processo, mas não se dá em todos os lugares e em todos os momentos do ensino de Matemática, não deve ser entendido apenas como o resultado da atitude do professor, mas envolve, sim, esta atitude (LIMA, 2018, p. 74-75).

A argumentação proposta pela autora é um primeiro passo para compreendermos a pluralidade de concepções e os múltiplos usos desses laboratórios. Mas também, confirma-nos o papel de destaque que deve ser atribuído às pessoas e às instituições onde estes laboratórios são gestados.

## [#2] 6 OUTRAS CONSIDERAÇÕES NECESSÁRIAS

Entre tantas considerações possíveis que podem emergir durante o estudo das produções acadêmicas brasileiras sobre laboratórios associados à Matemática, especificamente nos últimos 40 anos, algumas se fazem mais necessárias que outras. Eis as escolhidas:

- (1) De modo semelhante às obras de referências produzidas, ficou evidente a forte relação entre os materiais didáticos e os laboratórios. Identificar os argumentos que defendem cada um deles de modo separado, por muitas vezes, não foi tarefa simples;
- (2) Uma sugestão inusitada, presente na dissertação de Justo (2015, p. 30), propõe usar o laboratório como “estratégia de marketing positivo” para a disciplina de Matemática na escola básica, minimizando a imagem histórica de “‘bicho papão’ do currículo escolar”. Esta característica transcende o aspecto meramente motivacional atribuído aos materiais didáticos e as atividades (práticas) de laboratório.
- (3) Identificamos trabalhos com equívocos conceituais graves quando se compara com as obras de referência mais utilizadas (concepção conflituosa). A maioria deles fazem afirmações que não correspondem com o que os autores citados afirmam. Este aspecto, revela uma característica preocupante, pois como vemos em Oliveira, Cavalcante e

Andrade (2023a), a área de pesquisa onde as produções apresentam mais equívocos ou ausência de fundamentação, são também responsáveis pelo aumento da produção em torno do foco temático na última década;

- (4) Algumas produções se apoiam em obras de referências sobre laboratórios didáticos de outras áreas (principalmente da Física e da Química), sem fazer contrapontos às diferenças filosóficas e epistemológicas, quando comparadas com a Matemática;
- (5) O trabalho de Ribeiro (2019), com consistência argumentativa sobre as discussões conceituais presentes nas obras de referência, sugere a “ambientalização” de laboratórios:

A formalização dessa proposta não apresenta uma nova palavra para um local ‘inovador’, uma vez que o Laboratório de Educação Matemática já existe e muitos defendem a prática. Apresenta-se uma denominação que se refere à ação de implementar esse ambiente em escolas básicas. Novamente, ressalta-se que essa alteração pode ocorrer de diversas maneiras, como a disponibilidade de uma sala para a implementação do laboratório, a possibilidade de inserir um armário na sala de aula destinado a recursos didáticos, ou até mesmo a confecção de uma caixa que contenha materiais didáticos manipuláveis por parte do professor e seus alunos. (RIBEIRO, 2019, p. 53-54).

- (6) Identificamos quatro produções acadêmicas que apresentaram posicionamentos dicotômicos, evidenciando que existe um modo “correto” de se trabalhar com o laboratório e o modo “errado” precisa ser corrigido nos cursos de formação inicial e continuada de professores. Entretanto, a grande maioria das dissertações e teses estudadas revelou, explícita ou implicitamente, que pensa como Oliveira (2017, p. 39), quando afirma que “não há concepção certa ou errada, há objetivos que se almeja alcançar em contextos diferenciados”.

Por fim, apontamos que existem concepções distintas de laboratórios porque existem (e continuarão a existir) diferentes lócus e formas de atuação dos seres humanos que a eles estão vinculados. A *práxis* humana é quem determina a concepção do laboratório associado à Matemática. São as oportunidades que foram oferecidas aos docentes em formação – inicialmente como discentes da educação básica, seguindo pelas vivências durante os cursos de graduação e pós-graduação nas Instituições de Ensino Superior, e contribuindo pelas experiências da prática

profissional – unidas com as condições circunstanciais de vida (pessoal e institucional) que determinam como os laboratórios serão caracterizados e utilizados.

Neste lócus conceitual, um ponto de concordância, entre as principais obras de referências e os trabalhos estudados, aponta para que as características de cada laboratório proposto precisam considerar as necessidades e especificidades do público que o receberá. Cada nível, curso ou segmento educacional tem seus próprios objetivos, expectativas de contribuição e de atuação do laboratório no processo de ensino e de aprendizagem da matemática. A quantidade e a formação dos profissionais docentes que estarão à frente da gestão das atividades irá determinar de sobremaneira como serão as vivências junto ao laboratório. Cada instituição, com seus singulares hábitos e rotinas específicas, favorecerá (ou dificultará) a vinculação das pessoas a essa proposta diferenciada e com potencial para desenvolvimento curricular da matemática de modo exitoso.

## [#2] 7 REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.
- AGUIAR, M. **Uma ideia para o laboratório de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.
- ALZERI, A. L. **Atividade do professor de matemática**: influências de sua participação no Laboratório de Educação Matemática. 2016. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.
- AULETE, Caldas. **Dicionário Aulete Digital**: o dicionário da língua portuguesa na internet. Lexikon Editora Digital, 2023. *Online*. Disponível em: <https://www.aulete.com.br/>. Acesso em: 21 ago. 2023.
- BENINI, Marli B. C. **Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências**: Uma comparação. 2006. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ensino Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.
- BERTONI, N.E.; GASPAR, M.T.J. Laboratório de ensino de Matemática da Universidade de Brasília: uma trajetória de pesquisa em Educação Matemática, apoio à formação do professor e interação com a comunidade. *In*: LORENZATO, Sérgio (Org). **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p.135-152.

BICUDO, M. A. V.; PAULO, R. M. Um exercício filosófico sobre a pesquisa em educação matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, dez. 2011, p. 251-298. Disponível em: <https://cutt.ly/Z255sVt>. Acesso em: 21 dez. 2022.

BRASIL. [Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDBEN]. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm). Acesso em: 21 Dez 2022.

\_\_\_\_\_. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP nº 02/2019, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). **Diário Oficial da União**, Brasília, seção 1, edição 72, 15 de abril de 2020, p. 46-49. Disponível em: <https://cutt.ly/7255jv4>. Acesso em: 21 dez. 2022.

BRITO, L. L. **Laboratório de matemática no museu: uso e perspectivas**. 2016. 134 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

CABRAL, N. F. **O papel das interações professor-aluno na construção da solução lógico-aritmética otimizada de um jogo com regras**. 2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2004.

CABRAL, N. F. **Contribuições do laboratório de educação matemática para a formação inicial de professores: saberes práticos e formação profissional**. 2010. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Educação, Rio de Janeiro, 2010.

CARVALHO, J. B. P. et al. Euclides Roxo e o movimento de reforma do ensino de Matemática na década de 30. *In: Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v. 81, n. 199, p. 415-424, set/dez 2000. Disponível em: <https://cutt.ly/4255IZN>. Acesso em: 21 dez. 2022.

CHARAUDEAU, P. Uma análise semiolinguística do texto e do discurso. *In: PAULIUKONIS, M. A. L.; GAVAZZI, S. (org.). Da língua ao discurso: reflexões para o ensino*. Rio de Janeiro: Lucerna, 2005, p. 11-27. Disponível em: <https://cutt.ly/U255eJ3>. Acesso em: 21 dez. 2022.

CIVARDI, J. A. A concepção e o papel do laboratório de educação matemática no curso de licenciatura: primeiras reflexões. *In: VARIZO, Z. C. M.; CIVARDI, J. A. (org.). Olhares e reflexões acerca de concepções e práticas no Laboratório de Educação Matemática*. Curitiba: CRV, 2011. p. 13-20.

CURY, H. N. Concepções e Crenças dos Professores de Matemática: pesquisas realizadas e significados dos termos utilizados. **Bolema**, Rio Claro, v. 12, n. 13, p. 29-43, 1999. Disponível em: <https://cutt.ly/725754z>. Acesso em: 21 dez. 2022.

EWBANK, W. A. The Mathematics Laboratory: What? Why? When? How? *In: The Arithmetic Teacher*, JSTOR/NCTM, v. 18, n. 8, p. 559-564, dez. 1971. Disponível em: <https://goo.gl/aQnNhq>. Acesso em: 21 dez. 2022.

FIORENTINI, D. Memória e análise da pesquisa acadêmica em educação matemática no Brasil: o banco de teses do CEMPEM/FE-UNICAMP. *Zetetiké*, Campinas, v. 1, n. 1, p.55-76, 1993. Disponível em: <https://cutt.ly/V26op1r>. Acesso em: 18 jan 2023.

FIORENTINI e LORENZATO. **Investigação em Educação Matemática**. 1. ed. Autores Associados: Campinas, 2006.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. *Boletim da SBEM-SP*, São Paulo, n. 7, p. 1-6, 1990.

FREITAS, A. L. **Laboratório de ensino de Matemática**: uma proposta para licenciatura em matemática e a utilização de jogos de recorrência. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2015.

GUÉRIOS, E. C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente**: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática: 2002. 234 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual Campinas, Campinas, 2002.

JARSKE, E. L.. **Práticas de Laboratório**: uma análise dos entendimento(s) e uso(s) apontados por professores de Matemática em Aracaju-SE. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão. 2014.

JUSTO, E. B. **Construção de atividades para o trabalho no laboratório de matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

KLINE, M. **O fracasso da Matemática Moderna**. Tradução Leonidas Gontijo de Carvalho. Ibrasa: São Paulo, 1976.

LIMA, M. A. G. **As potencialidades didáticas do Laboratório de ensino de Matemática para a Álgebra escolar**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

LOPES, J. A.; ARAUJO, E. A. O laboratório de ensino de matemática: implicações na formação de professores. *Zetetiké*, Campinas, v. 15, n. 1, p. 57-70, 2007. Disponível em: <https://cutt.ly/f26oy5w>. Acesso em: 10 jan. 2023.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 1ª. ed. Campinas: Autores Associados, 2006a.

\_\_\_\_\_. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Editores Associados, 2006b. p. 3-37.

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de Ensino e aprendizagem em Matemática**: As razões de sua necessidade. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1983.

OLIVEIRA, S. S. **Temas regionais em atividades de geometria**: uma proposta na formação continuada de professores de Manaus (AM). Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

OLIVEIRA, R. R. M. **Laboratório na Escola**: possibilidades para o ensino de matemática e formação docente. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

OLIVEIRA, C. E.; CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X. Mapeamento das pesquisas brasileiras sobre Laboratórios associados à Matemática: análise de 40 anos de produções acadêmicas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 405-426, 2023a. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.28.405-426. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/7544>. Acesso em: 3 ago. 2023.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. *In*: LORENZATO, Sergio. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 1 ed. Campinas: Autores Associados, 2006, p. 77-92.

PONTE, J. P. Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. *In*: PONTE, J. P. *et al.* (org.). **Educação Matemática**: temas de investigação. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1992, p. 185-239. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/2985>. Acesso em: 12 ago. 2022.

RIBEIRO, A. L. A. **A utilização do Laboratório de Educação Matemática na escola**: experiências com professores que ensinam matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.

RODRIGUES, F. C. **Laboratório de Educação Matemática**: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2011.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. **Laboratório de Educação Matemática na Formação de Professores**. Curitiba: Appris, 2015a.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Os diferentes tipos de abordagem de um laboratório em matemática e suas contribuições para a formação de professores. **REVMAT**, Florianópolis, v. 10, n. 1, 2015b, p. 114-131. Disponível em: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n1p114>. Acesso em: 10 jan. 2023.

ROSSY, N. C. **Fração e sua representação como medida de comprimento**: uma experiência de ensino-aprendizagem no contexto de um laboratório de educação matemática. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

SANTOS, M. G. **Laboratório de Educação Matemática “Zaira da Cunha Melo Varizo”**: Um mosaico sobre a formação de professores no IME/UFG. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2018.

SAUSSURE, F. **Curso de Linguística Geral**. Tradução: Antônio Chelini, José Paulo Paes, Izidoro Blikstein. ed. 27. São Paulo: Cultrix, 2006.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. v. 2. São Paulo: Saraiva, 1962.

TURRIONI, A. M. S. **O Laboratório de Educação Matemática na formação inicial de professores**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. *In*: LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 1. ed. Campinas: Autores Associados, 2012, p. 57-76.

VARIZO, Z. C. M. O Laboratório de Educação Matemática do IME/UFG: Do sonho à realidade. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais [...]** Belo Horizonte: UFMG, 2007, p. 1-12.

VARIZO, Z. C. M.; CIVARDI, J. A. (org.). **Olhares e reflexões acerca de concepções e práticas no laboratório de educação matemática**. Curitiba: CRV, 2011.

## O LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA MODELADO PELA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Carlos Eduardo de OLIVEIRA

José Luiz CAVALCANTE

Vladimir Lira Veras Xavier de ANDRADE

**Resumo:** Este artigo se propõe a apresentar o Laboratório de Educação Matemática (LEM), por meio dos conceitos da Teoria Antropológica do Didático (TAD), em um processo de modelização dos modos de fazer e pensar das pessoas vinculadas a essa concepção de laboratório associado à Matemática. Após discorrer sobre as primeiras noções fundamentais da TAD, uma estrutura textual fictícia é introduzida como abordagem metodológica para descrever e viabilizar a modelização teórica em questão. As relações estabelecidas entre as pessoas, os objetos e as instituições, que foram definidas, evidenciadas e discutidas, entrelaçaram-se com a literatura acadêmica produzida sobre os laboratórios, para garantir que as atividades desenvolvidas no LEM se constituíssem como uma possibilidade de representação da realidade educacional. De modo complementar, as praxeologias (ferramenta teórica da TAD) se apresentaram neste modelo conceitual através das organizações matemáticas (OM) e organizações didáticas (OD), ligadas às atividades desenvolvidas em um curso de extensão, em torno do LEM, sobre os conceitos de capacidade e de volume de sólidos. A reconstrução e análise das atividades, feita pelas OM e OD, permitiram identificar técnicas alternativas às técnicas reconhecidas pelos saberes matemáticos consolidados. Ademais, tais ferramentas favoreceram o estabelecimento de relações entre as práxis e os logoi para atividades propostas no contexto de um LEM.

**Palavras-chaves:** Laboratório de Educação Matemática; Teoria Antropológica do Didático; Modelização teórica.

### [#3] 1 CONTEXTO INICIAL

No início dos anos 2000, Yves Chevallard, em uma obra conjunta com Marianna Bosch e Joseph Gascón, apresentaram a tese de que o *estudo* era o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Para os autores, as atividades matemáticas desenvolvidas no seio da instituição escolar, precisavam promover situações em que a atividade de estudo fosse resgatada. O estudo, na acepção dos autores, não seria parte dos processos de ensino e aprendizagem, mas os englobaria, de maneira que o mesmo não se encerraria na sala de aula, mas estaria para além dela, assim como a aprendizagem (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001).

A provocação dos autores deve figurar no âmago das hipóteses assumidas para as ações que consideram os *laboratórios associados à Matemática*<sup>41</sup> como um dispositivo educacional, com potencial para o desenvolvimento de situações didáticas<sup>42</sup>, que pudessem recuperar o status e o lugar da atividade de estudo. Nestes cenários, professores e alunos assumem posições que lhes permitem se relacionar com a matemática, por modos de fazer e de pensar próprios. Esta configuração favorece o processo de modelização pela Teoria Antropológica do Didático (TAD).

A escolha desta teoria não é sem razão. De acordo com Chevallard, Bosch e Gascón (2001), a atividade matemática e seu estudo envolvem dimensões específicas que tratam do reconhecimento, utilização ou mesmo a criação de novos modelos para compreensão de conceitos matemáticos. Estas dimensões estariam contempladas nas atividades desenvolvidas nos laboratórios associados à Matemática? Qual é o enfoque (teórico e metodológico) da literatura nacional frente a este foco temático? Qual a natureza desta produção científica e como estes

---

<sup>41</sup> Dario Fiorentini (1993) definiu “laboratório para o ensino da matemática” como um dos focos temáticos das pesquisas brasileiras em Educação Matemática, envolvido diretamente com os aspectos didáticos e metodológicos. Propomos “laboratório associado à Matemática” como sendo uma redefinição mais abrangente, em função das múltiplas concepções e terminologias em torno deste campo de investigação. “Laboratório de Matemática”, “Laboratório de Ensino de Matemática” e “Laboratório de Educação Matemática” são algumas das terminologias utilizadas, e cada uma delas, com concepções próprias e localmente definidas sobre como pensar e fazer o ensino, a aprendizagem e a própria matemática.

<sup>42</sup> Baseados em Brousseau (2008), consideramos uma situação didática como um conjunto de relações estabelecidas entre professores e alunos, para o desenvolvimento de atividades que permitam a aprendizagem de um conhecimento matemático específico.

laboratórios são abordados por ela? De que modo a TAD poderia se constituir como um referencial teórico para modelar as atividades nestes laboratórios?

Partindo destas e de outras inquietações, desenvolvemos uma série de estudos que culminaram com a realização de dois trabalhos, os quais respondem algumas das questões propostas e fundamentam a realização deste artigo.

No primeiro trabalho (OLIVEIRA; CAVALCANTE; ANDRADE, 2023a) foi destacada a contribuição da literatura nacional sobre os laboratórios na produção dos trabalhos *stricto sensu*, por meio da elaboração de um mapeamento da produção acadêmica brasileira, nos últimos 40 anos, a partir do estudo de dissertações e teses que discutem sobre laboratórios associados à Matemática. O panorama desenhado evidenciou quantas, quando, quem, onde e sobre quais ênfases foram produzidas estas pesquisas. Por meio deste trabalho, vislumbramos a ausência de aspectos teóricos que dialogassem com a potencialidade metodológica que os laboratórios trazem para os processos educacionais.

Apoiados na base de dados construída neste primeiro trabalho, Oliveira, Cavalcante e Andrade (2023b?) caminharam no sentido de responder questões ligadas aos aportes teóricos e concepções presentes nos trabalhos que foram selecionados como relevantes para uma investigação maior. A partir das informações coletadas, pelas variáveis previamente definidas, foram apresentados três estudos analíticos explorando como os trabalhos nomearam (estudo terminológico), fundamentaram (estudo teórico-metodológico) e caracterizaram (estudo conceitual) os laboratórios abordados nas pesquisas. Como resultado da análise da produção acadêmica, foi possível identificar três concepções:

i) *laboratório como espaço físico* – caracterizada pela necessidade do espaço físico específico para sua existência; ii) *laboratório como abordagem didática* – pressupõem uma relativização da necessidade do espaço físico específico para que ele exista e aconteça; iii) *laboratório como componente curricular* – compreendido como parte integrante do currículo dos cursos de licenciatura em Matemática (OLIVEIRA; CAVALCANTE; ANDRADE, 2023b?, p. 88, grifos dos autores).

Uma outra consideração relevante apontada pelos autores diz respeito à existência de distintas concepções para os laboratórios, uma vez que são determinadas pelos modos de ser e fazer das pessoas que estão a eles vinculados: “São as oportunidades que foram oferecidas aos docentes em formação [...] unidas com as condições circunstanciais de vida (pessoal e institucional) que determinam como os laboratórios serão caracterizados e utilizados.” (2023b?, p. 92). Por fim,

concluem que as compreensões e, principalmente, os usos dos laboratórios associados à Matemática também serão determinados pelos “singulares hábitos e rotinas específicas” das instituições, nas quais as pessoas, as matemáticas e os laboratórios estão vinculados.

Com vistas à finalidade desta discussão, assumimos o laboratório sob a terminologia de *Laboratório de Educação Matemática* (LEM), tal como é proposto por Turrioni (2004) e reconfigurado por Rodrigues e Gazire (2015), como um agente de formação vinculado a cursos de licenciatura. Nesta concepção, o LEM encarrega-se de:

- (a) Contribuir para melhoria da formação inicial e continuada de professores, promovendo a integração das atividades de ensino, pesquisa e extensão.
- (b) Difundir uma nova concepção de Matemática como instrumento de cidadania e inserção social.
- (c) Integrar as duas áreas que compõem a formação inicial do professor de Matemática, na medida em que proporciona a articulação das disciplinas de formação pedagógica e de formação profissional, promovendo uma real aplicação das teorias desenvolvidas nessas disciplinas (RODRIGUES; GAZIRE, 2015, p. 107-108).

Compreendido como um “ambiente construtivista de aprendizagem” (RODRIGUES; GAZIRE, 2015), por meio de suas características, o LEM incorpora uma compreensão que transcende a percepção de laboratório como um espaço físico. Nesse sentido, considerar um local específico para concentrar os esforços institucionais em torno do ensinar e do aprender matemática – por professores e estudantes, sejam dos cursos de licenciatura ou da escola básica – terá destaque especial nesta compreensão, mas não se fará laboratório somente neste espaço físico. Assumindo-o também como uma abordagem, o laboratório favorece o desenvolvimento de atividades por meio de projetos colaborativos, de modo interdisciplinar e contextualizado, propondo uma “mudança de atitude frente ao ensino tradicional”, despertando a “aprendizagem crítica”, o “interesse pelo estudo da Matemática” e o “desenvolvimento de habilidades sociais”, da indagação e da criatividade (RODRIGUES; GAZIRE, 2015; OLIVEIRA; CAVALCANTE; ANDRADE, 2023b?).

Diante desta forma de compreender o laboratório e algumas de suas práticas, na seção seguinte, discutiremos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta pelo pesquisador francês Yves Chevallard e demais colaboradores, contextualizando-a com exemplos e situações perpassadas pelo LEM e por atores que nele figuram.

### [#3] 2 NOÇÕES FUNDAMENTAIS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

O ponto central da Teoria Antropológica do Didático (TAD), e de avanço em relação à Teoria da Transposição Didática (CHEVALLARD, 1991; 1992), está em considerar e analisar, de modo sistemático e dinâmico, as *relações* mantidas entre *objetos* (O), *pessoas* (x ou y) e *instituições* (I), estes definidos como noções fundamentais. Nas palavras do próprio Chevallard (2018, p. 24), a “noção de relação [de uma pessoa ou de uma instituição] a um objeto, que completa o conceito de Transposição Didática [...] aprofunda a ruptura epistemológica ampliando a orientação ‘antropológica’ da TAD”.

Tomando as ideias de Chevallard (2018), um *objeto* O se apresenta como uma entidade material ou imaterial qualquer que exista para, pelo menos, um indivíduo x. Por exemplo, para um jogador de xadrez ( $x_1$ ), o tabuleiro ( $O_{1.1}$ ), as peças ( $O_{1.2}$ ), ou mesmo as regras ( $O_{1.3}$ ), podem ser consideradas como objetos. Para uma determinada professora de matemática ( $x_2$ ), o livro didático ( $O_{2.1}$ ), a resolução de uma equação algébrica ( $O_{2.2}$ ) e a utilização didática do tangram<sup>43</sup> ( $O_{2.3}$ ) são tidos como objetos. Se  $x_1$  não for professor, provavelmente ele não conhece as características que definem  $O_{2.3}$ . Se  $x_2$  não sabe jogar xadrez, as regras ( $O_{1.3}$ ) não fazem sentido para ela, ou não saberá o que fazer com as peças ( $O_{1.2}$ ). Nestes dois casos, dizemos que  $O_{2.3}$  e  $O_{1.3}$  não são objeto para  $x_1$  e  $x_2$ , respectivamente, pois não são produtos intencionais das suas atividades humanas (CHEVALLARD, 2018).

Para a TAD, a *relação pessoal de x com O*, denotada por  $R_n(x, O)$ , diz respeito ao conjunto de todas as “n” interações que um indivíduo x tem com um objeto O. Simbolicamente, podemos escrever

$$R_n(x, O) = \{ r_1, r_2, \dots, r_k, \dots, r_n \},$$

compreendendo  $r_k$  como sendo a k-ésima interação de x com O, com  $1 \leq k \leq n$ .

Se x não teve nenhuma interação com um determinado O ( $k = 0$ ), diz-se que essa relação pessoal é vazia:  $R_0(x, O) = \emptyset$ . Usando os exemplos apresentados, podemos afirmar que  $R_n(x_1, O_{1.3}) \neq \emptyset$ , enquanto que  $R_n(x_2, O_{1.3}) = \emptyset$ . Em outras

---

<sup>43</sup> O tangram é um quebra-cabeça geométrico, de origem chinesa, composto por sete peças de formato poligonal: dois triângulos grandes, um triângulo médio, dois triângulos pequenos, um quadrado e um paralelogramo. Seu uso mais comum é para montagem de figuras pela justaposição de suas peças.

palavras, dizemos que  $x_1$  conhece  $O_{1.3}$  (regras do xadrez), ao passo que  $x_2$  ainda não o conhece, pois não teve nenhum encontro ou interação entre eles. Para Bosch e Chevallard (1999, p. 83, tradução nossa), “conhecer um objeto é ter o que fazer com este objeto”. Com isso, o conjunto de todos os pares formados pelo objeto  $O$  e as relações pessoais  $R_n(x, O)$  não vazias poderá ser compreendido como o *universo cognitivo de  $x$* , e denotado por

$$UC(x) = \{ ( O ; R_n(x, O) ) : R_n(x, O) \neq \emptyset \}.$$

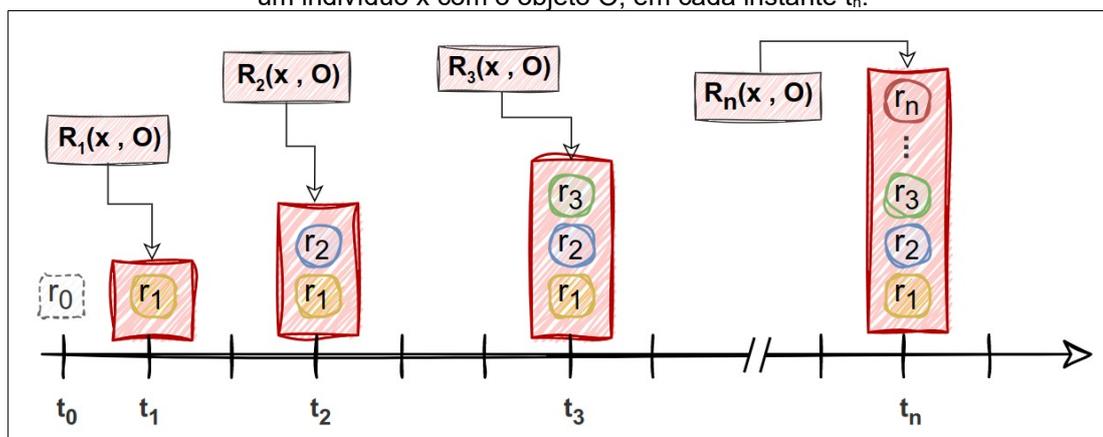
Suponhamos<sup>44</sup> que a professora  $x_2$  tenha decidido aprender a jogar xadrez, e buscou auxílio com  $x_1$ . Após algumas horas de interação entre os dois indivíduos, os objetos  $O_{1.1}$ ,  $O_{1.2}$  e  $O_{1.3}$ , juntamente a suas relações com eles, passaram a fazer parte do universo cognitivo de  $x_2$ , isto é, a professora modificou suas relações pessoais com cada um dos objetos associados ao jogo de xadrez, em questão. A partir dos conjuntos de movimentos das peças, sob as regras devidamente estabelecidas, é possível que  $x_2$  já consiga jogar uma partida com outros indivíduos. Cada nova jogada, refletida e articulada com as anteriores, permitirá que seu universo cognitivo ligado ao jogo de xadrez (podendo inclusive ser definido como um novo objeto:  $O_z$  – jogo de xadrez) seja ampliado.

Pela natureza relativa, dinâmica e cumulativa do conjunto  $R_n(x, O)$ , define-se *pessoa* como sendo o conjunto formado pelo indivíduo  $x$  e o sistema de suas relações pessoais com o objeto  $O$ , em um dado momento  $t_n$  da sua história, como mostra a Figura 10.

---

<sup>44</sup> A partir desse ponto iniciamos uma construção textual fictícia, com inspirações em situações reais, para explicar a modelização do LEM e de suas práticas pela TAD. Essa estrutura explicativa é inspirada nas “vinhetas” propostas por Etienne Wenger (1998), em seu livro *Communities of Practice: learning, meaning and identity*, para exemplificação dos conceitos-alvos de sua teoria. Miles e Huberman (1994), no livro *Qualitative Data Analysis*, definem as vinhetas como “uma descrição focada em uma série de eventos tidos como representativos, típicos ou emblemáticos em um estudo. Ela tem uma estrutura narrativa, semelhante a uma história, que preserva o fluxo cronológico e que normalmente é limitada a um breve período de tempo, a um ou alguns atores chave, a um espaço delimitado ou a todos os três” (MILES; HUBERMAN, 1994, p.81, nossa tradução).

**Figura 10** – Representação gráfica para uma evolução genérica das relações pessoais de um indivíduo  $x$  com o objeto  $O$ , em cada instante  $t_n$ .



Fonte: produção dos autores.

Para evidenciar a evolução pessoal de um indivíduo, faz-se necessário comparar pelo menos dois momentos distintos das suas relações pessoais com um determinado objeto. Por exemplo, se tomarmos  $t_0$  como sendo o “momento em que  $x_2$  decide aprender a jogar xadrez” e  $t_n$  como o “momento logo após o décimo encontro entre  $x_1$  e  $x_2$ ”, então, é esperado que, neste último momento, a professora já compreenda como as peças se movimentam, quais são os objetivos do jogo e a necessidade de estabelecer estratégias para alcançar tais objetivos. Enfim, existirá um instante  $t_k$ , com  $0 < k \leq n$ , em que é esperado que  $x_2$  saiba o que fazer com o jogo de xadrez ( $O_z$ ). Com o passar do tempo, uma pessoa  $x$  deve modificar suas relações pessoais com os objetos que conhece, mas o que não muda é o indivíduo  $x$ , este último sendo classificado como invariante nesta dinâmica cognitiva (CHEVALLARD, 2018). De certo modo, podemos falar que a aprendizagem acontece quando se amplia o universo cognitivo, isto é, quando são modificadas as relações pessoais com um objeto específico (ARAÚJO, 2009).

Para convenientemente explicar a formação e evolução do  $UC(x)$ , Chevallard (2018) postula que uma *Instituição*  $I$  é uma estrutura não homogênea, compreendida como um dispositivo social total, que impõe formas singulares de fazer e de pensar às pessoas que estão a ela sujeitadas, em torno dos objetos que nelas vivem. Assim, dentro de uma instituição existirão múltiplas relações pessoais dos indivíduos com os objetos, como também haverá muitas instituições distintas, nas quais os indivíduos se sujeitarão para se relacionar com os objetos de interesse. Nas palavras de Chevallard (2018, p. 32):

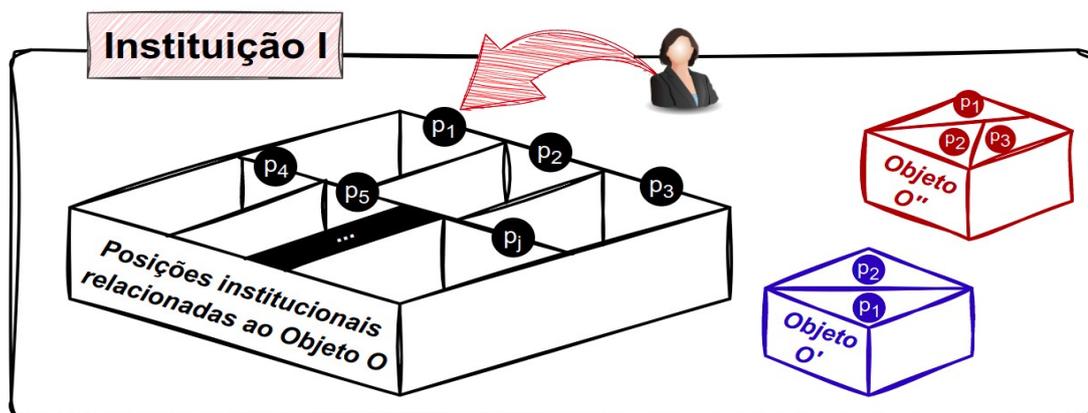
A relação pessoal de  $x$  para com um objeto  $O$  muda – ou é criada, se ela ainda não existia – pelo encontro de  $x$  com o objeto  $O$  nas instituições  $I$  onde ele [o objeto] vive e onde  $x$  vem ocupar uma certa posição  $p$  que o coloca em contato com  $O$ . Desde o nascimento, cada indivíduo *está sujeito a* – quer dizer, sujeito e sustentado por – múltiplas instituições, como a sua *família*, da qual se torna sujeito. [...] De uma maneira geral, é por estas sujeições, pelo fato de ele ser sujeito de uma multiplicidade de instituições, que o indivíduo  $x$  se constitui como uma *pessoa* (CHEVALLARD, 2018, p.32, tradução nossa, grifos do autor).

Em uma dialética social, “uma instituição  $I$  não pode existir sem indivíduos”, do mesmo modo que, “privadas de filiações institucionais [...] as pessoas em breve deixariam de existir”. Se por um lado, as instituições determinam as relações pessoais, por outro, as interações entre os indivíduos e os objetos tornam vivas as instituições, inclusive, “às vezes, alterando seu modo de vida” (CHEVALLARD, 2018, p. 33). Uma instituição  $I_x$  se formou quando  $x_2$  procurou  $x_1$  para aprender  $O_z$ , e existiu enquanto os encontros foram necessários. A partir de um determinado momento, a relação  $R_n(x_2, O_z)$  não sofreu mais a interferência de  $x_1$ ,  $I_x$  se modificou para continuar existindo e dar suporte filial à relação entre  $x_2$  e  $O_z$ .

Em outra situação, podemos considerar que  $x_2$  decide frequentar um clube de xadrez na sua cidade ( $I_z$ ), uma outra instituição em que vive  $O_z$ . Logo nos primeiros momentos,  $x_2$  percebe-se em uma posição iniciante às práticas naquela instituição. Com o passar do tempo, seus modos de fazer e de pensar serão ajustados em função das suas experiências em  $I_z$ . Outras relações em torno de  $O_z$  serão desenvolvidas e o  $UC(x_2)$  será ampliado. Deste modo, sendo compreendida como pessoa,  $x_2$  pode ser considerado um sujeito da instituição  $I_z$ , como também é possível se sujeitar a outras várias instituições em que vive com  $O_z$ .

Transferindo a compreensão relacional entre pessoas e objetos às instituições e os objetos, Chevallard (2018) define uma *relação institucional ao objeto  $O$  na posição  $p_i$* , denotada por  $RI(p_i, O)$ , como sendo a relação esperada (ou idealizada) ao objeto  $O$  que uma pessoa  $x$ , ocupante da posição  $p_i$ , deve ter na instituição  $I$  (Figura 11). Em outras palavras, em cada instituição, a cada momento da sua história de vida, uma pessoa ocupa uma posição institucional que é definida pela sua relação a um determinado objeto. No clube de xadrez ( $I_z$ ), por exemplo, após frequentá-lo por um certo tempo,  $x_2$  compreende as regras e as possibilidades da sua atuação como sujeito deste clube. Percebe que não é mais iniciante e ocupa uma outra posição institucional.

Figura 11 – Representação gráfica das posições institucionais  $p_i$  dos objetos  $O$ ,  $O'$  e  $O''$ , na instituição  $I$ .



Fonte: produção dos autores.

Na Figura 11, observamos caixas particionadas para representar algumas das posições institucionais  $p_i$  (com  $1 \leq i \leq j$ ) dos objetos  $O$ ,  $O'$  e  $O''$  que vivem na instituição  $I$ , além de uma seta que sugere o posicionamento da pessoa  $x$  em  $p_1$ , em relação ao objeto  $O$ . Uma das consequências interpretativas dessa ilustração é a existência de uma associação entre a  $R_n(x, O)$  e a  $RI(p_1, O)$ . Para Chevallard (2018), uma pessoa  $x$  será considerada como “bom sujeito” ou “sujeito adequado” à instituição  $I$ , se sua relação pessoal estiver em *conformidade* (usaremos o símbolo “ $\cong$ ”) com a relação institucional, na posição  $p_j$ , em questão. Em outros termos, para cada  $i$ , deverá existir um  $k$ , com  $1 < k \leq n$ , de sorte que  $R_k(x, O) \cong RI(p_i, O)$ . Caso contrário, dizemos que  $I$  conhece  $O$ , mas pode ocorrer que: (1)  $x$  não conhece  $O$ , ou; (2)  $x$  não está em conformidade com a posição institucional relacionada a  $O$ .

De modo análogo às relações pessoais, definimos como *universo cognitivo de uma instituição  $I$* , denotado por  $UC(I)$ , o conjunto dos pares formados pelo objeto  $O$  e suas relações institucionais  $RI(p_i, O)$ , em cada posição  $p_i$ . Em termos simbólicos, podemos escrever:  $UC(I) = \{ (O; RI(p_i, O)) : 1 \leq i \}$ .

Retornando para nosso exemplo geral, após perceber uma considerável ampliação do seu universo cognitivo associado ao jogo de xadrez ( $O_z$ ), a professora  $x_2$  decide levar a prática do  $O_z$  para a escola de educação básica ( $I_{Esc}$ ) em que assume um novo trabalho. Nesta, os modos de fazer e pensar dos indivíduos que estiverem a ela sujeitadas, sofrerão influências da dinâmica cognitiva institucional. Os recém-chegados à  $I_{Esc}$  também passarão por isso, ao passo que estão a constituir suas primeiras relações pessoais com a instituição. Quando algumas delas são inéditas, fica evidenciada a característica criadora dos sujeitos. Na

dialética entre instituição e indivíduo, a conformidade pode atuar como um entrave para a capacidade pessoal de gerar relações inovadoras, as quais permitirão a ampliação do universo cognitivo institucional (CHEVALLARD, 2018, p. 33). Neste sentido, ser um “mau sujeito” poderá fazer, de certo modo, “bem” à instituição.

Quando  $x_2$  percebe que  $I_{Esc}$  não conhece  $O_z$ , inicia uma série de ações para torná-lo conhecido institucionalmente: aquisição de tabuleiros e peças de xadrez; diálogos formativos sobre  $O_z$  com os membros da comunidade escolar (discentes, docentes e outros colaboradores); solicitação de adequação e designação de locais para a prática do  $O_z$ , entre outros. Os fazeres e pensares educativos, especificamente aqueles ligados aos currículos, começarão a ser modificados quando os docentes favorecerem associações entre os saberes disciplinares e o novo objeto institucional. Buscando catalisar esse processo,  $x_2$  sugere a reestruturação e utilização do espaço físico de uma sala/depósito para ser caracterizada como um laboratório para novas práticas educativas dentro de  $I_{Esc}$ .

Definir a escola como uma instituição ( $I_{Esc}$ ), pelas lentes da TAD, permite-nos também caracterizar as aulas nas salas habituais ( $I_{S,Aula}$ ), o intervalo entre as aulas no pátio ( $I_{Pátio}$ ), o refeitório ( $I_{Ref}$ ), a biblioteca ( $I_{Bib}$ ), o laboratório ( $I_{Lab}$ ) etc. como limitações de um espaço social maior, que impõem condições e restrições próprias sobre as ações dos seus sujeitos, principalmente nas suas relações com os objetos que ali vivem (CHEVALLARD, 2018). Deste modo, estes dispositivos podem ser definidos como micro-instituições vinculadas a uma instituição maior, que neste caso é a  $I_{Esc}$ .

Diante da negativa da gestão escolar para constituição do *laboratório como um espaço físico*, a professora  $x_2$  se utiliza das suas relações pessoais ao *laboratório como uma abordagem*, constituídas ao longo de sujeições passadas a outras instituições, para desenvolver sua prática docente nesta escola. Percebendo que nenhuma das duas concepções de laboratório parece fazer parte do universo cognitivo da  $I_{Esc}$  ou dos seus indivíduos, encontra resistências (quase restrições) para defini-lo como um objeto institucional. A não conformidade explícita, naturalmente um fator restritivo às práticas dos sujeitos no seio das instituições, inversamente, estimula  $x_2$  a utilizar jogos (como o  $O_z$ ), atividades com materiais manipuláveis e propostas didáticas diferenciadas no rol de possibilidades do seu fazer e do seu pensar pedagógico na  $I_{Esc}$ . Essa situação, mais uma vez, reforça o papel das pessoas na criação das instituições (CHEVALLARD, 2018).

Buscando outras interlocuções pessoais, institucionais e teóricas,  $x_2$  inicia um curso de pós-graduação (mestrado) com a finalidade de fundamentar e ampliar suas relações pessoais associadas à prática docente. Elege como objeto de pesquisa os laboratórios associados à Matemática e, após os primeiros contatos com a instituição formadora, recebe orientações (primeiras sujeições institucionais) para conhecer o Laboratório de Educação Matemática (LEM), o qual está vinculado ao curso de licenciatura em Matemática ( $I_{Lic}$ ) e, também, ao curso de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática ( $I_{Mest}$ ), no qual assume a posição de discente. Seus próximos passos vão no sentido de caracterizar este laboratório e suas relações institucionais na formação docente, configurando, assim, a centralidade e objeto de suas discussões acadêmicas.

Na seção seguinte, aprofundaremos a compreensão em torno do LEM, à medida que será modelizado segundo as lentes da Teoria Antropológica do Didático (TAD).

### [#3] 3 MODELIZAÇÃO DO LABORATÓRIO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dando continuidade à apresentação iniciada na introdução deste texto, Turrioni (2004) afirma que o Laboratório de Educação Matemática (LEM) é um agente dentro das instituições formadoras de professores, especificamente, nos cursos de licenciatura. De modo enfático, aponta que esse laboratório

cria oportunidades para trocas de experiências interindividuais e coletivas, tanto com os próprios alunos como com outros professores do curso de Matemática e de outros cursos que passaram a visitar o LEM. Os processos ensino e aprendizagem não se separam dentro desse ambiente (TURRIONI, 2004, p. 81).

Rodrigues e Gazire (2015) destacam sua natureza integradora entre as atividades de ensino, pesquisa e extensão, permitindo a convivência, interação e troca de experiências entre discentes e docentes da escola básica e dos cursos de licenciatura. Em algumas situações, indivíduos que não fazem parte das comunidades escolares são convidados a visitar e participar de ações específicas. A literatura produzida até hoje, sugere o LEM como um lugar agradável que respira e inspira a produção e difusão de saberes em torno da matemática e do seu processo educativo. Permeado por atitudes ativas, reflexivas e críticas, mais colaborativas que individuais, materializa-se como um “agente de mudanças” educacionais, dentro

ou em parceria com outras instituições (RODRIGUES; GAZIRE, 2015; TURRIONI, 2004; VARIZO; CIVARDI, 2011).

Neste primeiro esboço do universo cognitivo do laboratório (que não é uma pessoa, embora tenha sido chamado de *agente*<sup>45</sup>) é reforçada a definição do LEM como uma micro-instituição do curso de Licenciatura em Matemática ( $I_{Lic}$ ), cujo vínculo pode ser estabelecido por meio do Projeto Pedagógico do Curso (PPC). Habitualmente, esse documento aponta alguns dos objetos que vivem em  $I_{Lic}$ , indica algumas posições institucionais com relação a tais objetos e, ainda, alguns modos de estabelecer as relações pessoais entre licenciandos e docentes aos objetos em questão. Entretanto, pelas subjetividades daqueles que estão envolvidos nestas instituições, antropologicamente centradas, o PPC, como um artefato institucional, não determinará as formas de fazer e de pensar dos indivíduos, mas apontará para a necessidade de construção de relações específicas entre pessoas, objetos e instituições (CHEVALLARD, 1998). Ainda mais, o PPC materializa o que Chevallard (1992, 2018) chamava de contrato institucional. Neste contrato, o LEM e sua existência se colocam como expectativas a serem concretizadas no seio da prática institucional.

Voltando às exemplificações com  $x_2$ , personalizadas a partir de então chamada de Flor, professora/sujeito de  $I_{Esc}$  e discente/sujeito de  $I_{Mest}$ , conduzida pelos seus procedimentos de pesquisa, busca intencionalmente conhecer o LEM. Assim, estabeleceu estratégias para interagir e modificar sua relação pessoal com essa instituição, que agora se transforma em objeto de investigação como pesquisadora. Antes da sua primeira visita ao espaço físico, tem acesso e estuda o PPC<sup>46</sup> da licenciatura em Matemática, e identifica uma vinculação primária entre o LEM e a  $I_{Lic}$ . Quando o documento detalha sobre a infraestrutura, são apresentadas as características físicas do laboratório, mas é quando explicita a organização curricular do curso, que o percebe como um dos principais articuladores entre o ensino, a pesquisa e a extensão, durante o processo de formação do professor de Matemática.

---

<sup>45</sup> Segundo o Aulete (2023), o termo *agente* está intimamente relacionado a uma pessoa ou instituição “que causa, dá origem ou impulso a alguma coisa”.

<sup>46</sup> Esta é uma referência a um documento fictício, mas que contém elementos factíveis para um documento real. Mais a frente são exemplificadas ações vinculadas a um laboratório fictício, mas que também são passíveis de serem desenvolvidas em situações reais. Qualquer semelhança com uma realidade específica, é uma mera coincidência.

A mestranda Flor ( $x_2$ ) percebe a presença da concepção do *laboratório como componente curricular*<sup>47</sup>, especialmente pelo modo como as disciplinas ligadas à prática docente foram concebidas: conjunto de componentes organizadas por áreas de conhecimento da matemática escolar (Aritmética, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística); indicação de desenvolvimento dos componentes por meio da compreensão, planejamento, implementação e discussão coletiva de planos de ensino para os níveis fundamental e médio; seguimento das orientações presentes nos documentos de referência e na literatura acadêmica produzida sobre os saberes em questão; ações educacionais suportadas por tecnologias e metodologias diversificadas. Estas são características próprias do foco e do lócus de atuação dos laboratórios associados à Matemática, identificados por Oliveira, Cavalcante e Andrade (2023b?).

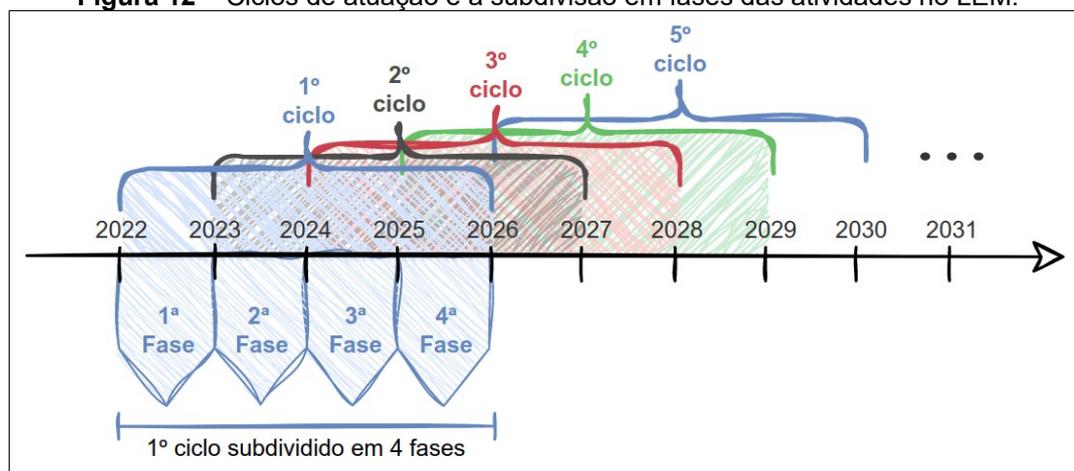
De acordo com este PPC, analisado por  $x_2$ , o LEM não é reduzido a um espaço para simulação de atividade de ensino. Para além disso, ele assume atribuições de um “órgão de assessoria didático-pedagógica”, favorecendo uma efetiva integração curricular entre as componentes teóricas e práticas ofertadas pela  $I_{Lic}$  (LOPES; ARAÚJO, 2007; RODRIGUES; GAZIRE, 2015). Assim, os professores formadores que possuem vinculação direta com o laboratório, isto é, que desenvolvem projetos e ações no âmbito do LEM, serão os gestores inerentes (naturais, primordiais, principais...) da articulação entre as diversas componentes da formação inicial dos professores de matemática.

Fazendo referência à proposta de Rodrigues (2011), o projeto pedagógico sugere que, posteriormente à sua implementação, o LEM deverá atuar em ciclos com duração de quatro anos (oito semestres letivos), tempo que coincide com o período de integralização curricular de um licenciando. Os ciclos de atuação serão divididos em quatro fases (como mostra a Figura 3), cada uma delas com um rol de atividades a serem desenvolvidas, previamente definidas e articuladas com as habilidades e competências definidas no PPC da  $I_{Lic}$ . Tal organização permitirá que a “experiência e os resultados obtidos ao final do desenvolvimento de cada fase de um ciclo [...] [sejam] avaliados pela equipe de coordenação e execução, na tentativa de aperfeiçoar o processo e ampliar as suas atividades para o ano seguinte.” (RODRIGUES; GAZIRE, 2015, p. 109-110).

---

<sup>47</sup> Uma das três concepções de laboratório proposta por Oliveira, Cavalcante e Andrade (2023b[?]). As outras são: laboratório como espaço físico e laboratório como abordagem metodológica.

**Figura 12** – Ciclos de atuação e a subdivisão em fases das atividades no LEM.



**Fonte:** Adaptada pelos autores, a partir da ilustração feita por Rodrigues (2011, p. 156).

Por este modelo de vinculação, entre as fases dos ciclos de atuação do LEM e os momentos da formação docente previsto no PPC da licenciatura, é sugerido que: na 1ª e 2ª fases sejam desenvolvidas apenas atividades de ensino; na 3ª fase, sejam priorizadas atividades de ensino e de extensão; e, na 4ª fase, se incluam atividades de pesquisa, às de ensino e de extensão (RODRIGUES, 2011).

Logo após a análise documental, a mestrandia Flor ( $x_2$ ) inicia uma série de visitas ao espaço físico do LEM. Fazendo o registro com fotos e gravações das conversas com licenciandos e professores formadores da  $I_{Lic}$ , sobre o funcionamento do LEM, consegue identificar a existência de ações e de projetos que relacionam indivíduos em várias posições institucionais e em distintas instituições ( $I_E$ ,  $I_{Mest}$ ,  $I_{Lic}$  e do próprio LEM). Eis alguns exemplos:

- (1) *projeto de pesquisa* de  $I_{Mest}$  que investiga as potencialidades e limitações de jogos de tabuleiro (incluindo o  $O_2$ ) na aprendizagem de conceitos probabilísticos de licenciandos em Matemática de  $I_{Lic}$ ;
- (2) *projeto de extensão* de  $I_{Lic}$  que busca introduzir o jogo de xadrez entre alunos e professores de escolas de educação básica (inclusive  $I_E$ ) por meio de oficinas e atividades lúdicas coletivas;
- (3) *curso de extensão* para professores da escola básica (inclusive  $I_E$ ) sobre os conceitos de capacidade e volume, trabalhados a partir de materiais didáticos manipuláveis, ofertado por  $I_{Lic}$ ;
- (4) *aulas de componentes curriculares* diversos de  $I_{Lic}$ , inclusive aquelas vinculadas à prática profissional docente (anteriormente descritas);

- (5) *projeto de iniciação à docência* (PIBID<sup>48</sup> da I<sub>Lic</sub>) com a finalidade de elaboração de materiais manipuláveis para utilização em sequências didáticas para desenvolvimento de habilidades geométricas para o ensino fundamental e médio;
- (6) *planejamento e construção de materiais didáticos manipuláveis* para desenvolvimento de atividade nos estágios supervisionados e nas residências pedagógicas; etc.

Para além de estabelecer as relações (inter)institucionais entre o LEM, a I<sub>Lic</sub> e a I<sub>Esc</sub>, por meio do curso de extensão (3), por exemplo, é necessário compreender como vivem os conceitos de capacidade e de volume em cada uma dessas instituições. Quais são as relações esperadas a estes conceitos que os sujeitos devem construir? Quais são os possíveis e esperados modos de fazer e de pensar, nestes contextos institucionais, associados à capacidade e volume? Quais são as atividades, propriamente ditas, desenvolvidas pelos sujeitos destas instituições?

Chevallard (1998, p. 222, tradução nossa) nos afirma que “a TAD situa a atividade matemática, e conseqüentemente a atividade de estudar matemática, no conjunto de atividades humanas e de instituições sociais”. Assim sendo, para analisar as condições e restrições na realização de práticas institucionais, faz-se necessário a constituição e utilização de um sistema de tarefas relativamente bem definidas, para modelizar tais práticas (CHEVALLARD, 1998). A ferramenta teórica que permite essa análise é a noção de *praxeologia*, a qual detalhamos no contexto do laboratório, a seguir.

### [#3] 4 POSSIBILIDADES PRAXEOLÓGICAS NO LEM

No mesmo sentido que apontamos anteriormente, consideramos os saberes da matemática escolar como frutos das relações humanas dentro de instituições didáticas, qualquer que seja o nível de ensino. Chevallard (1999), por meio da TAD, propõe uma ferramenta para modelizar as práticas sociais matemáticas em uma instituição, permitindo, assim, uma *descrição e estudo das condições e realização*

---

<sup>48</sup> O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), administrado pela Capes, tem por finalidade o aperfeiçoamento e a valorização da formação de professores para a educação básica, concedendo bolsas aos licenciandos, em parceria com escolas da rede pública de ensino.

*destas atividades, bem como, a avaliação das conformidades em um sistema didático.* A relevância dessa ferramenta é evidenciada por Chevallard (2009, p. 4, tradução nossa) quando afirma que “a noção de praxeologia está no coração da TAD”.

Assim, quando o sistema didático é constituído (por exemplo, um conjunto finito de alunos  $X = \{ x_1, x_2, \dots, x_n \}$  e um professor  $y$ , inseridos em uma instituição didática  $I$ , e vinculado a um objeto do saber matemático bem determinado), naturalmente também se constitui uma possibilidade de modelização das atividades humanas desenvolvidas. Uma *praxeologia matemática* ou *organização matemática* (OM) é uma estrutura que pode ser descrita e analisada por meio do conjunto de quatro componentes  $[ T / \tau / \theta / \Theta ]$ , a saber: um tipo de tarefa matemática  $T$ , a qual deverá ser cumprida, geralmente pelos alunos  $X$ , através de uma técnica  $\tau$  que, por sua vez, deve ser justificada, explicada e possivelmente produzida por uma tecnologia  $\theta$ , a qual possui uma teoria  $\Theta$  que a fundamenta.

Em uma OM, dois blocos se destacam: aquele ligado à *práxis*, ao saber-fazer, que constitui o bloco prático-técnico  $\Pi = [ T / \tau ]$  da praxeologia; e o outro ligado ao *logos*, associado ao saber matemático específico e designado por bloco tecnológico-teórico  $\Lambda = [ \theta / \Theta ]$ . Chevallard (2018) nos lembra que, na perspectiva antropológica, para toda *práxis* existe um *logos* associado, mesmo que não seja evidente ou visível.

Para compreender, descrever e avaliar o funcionamento da atividade extensionista (3), mencionada anteriormente, a mestranda Flor procura o docente formador e proponente desta ação, que revela: “*o objetivo central deste curso é gerar momentos de discussão e reflexão sobre os conceitos de capacidade e volume, tomando como referência as habilidades propostas pela BNCC, enquanto apresentamos possibilidades de manipulação de materiais didáticos, para favorecer a construção destes conhecimentos matemáticos*”. O docente evidenciou que outras edições desta ação já haviam ocorrido anteriormente, para públicos distintos, e convidou Flor para participar do último momento da edição vigente do curso. Em seguida, apresentou para a mestranda um plano com as atividades propostas aos cursistas participantes. O curso foi estruturado para ser desenvolvido através de um conjunto de tarefas a serem realizadas pelos cursistas, a saber:

T <sub>1.EF05</sub> : Medir o volume de sólidos geométricos por meio de empilhamento de cubos.
T <sub>2.EF06</sub> : Medir o volume de sólidos formados por blocos retangulares (sem o uso de fórmulas).
T <sub>3.EF07</sub> : Calcular a medida da capacidade de reservatórios de base retangular com diferentes tamanhos.
T <sub>4.EF08</sub> : Realizar conversões entre as unidades de medidas de volume (decímetro cúbico e metro cúbico) e de capacidade (litro).
T <sub>5.EF09</sub> : Medir o volume de água em canos de PVC com diferentes diâmetros e comprimentos.

Na perspectiva da TAD, as tarefas anteriormente detalhadas devem ser melhores nomeadas como tipos de tarefas, uma vez que os objetos são bem precisos e não provém diretamente da natureza, mas “são ‘artefatos’, ‘obras’, construções institucionais, cuja reconstrução em tal instituição, como, por exemplo, em uma sala de aula, é um problema por si só, que é o próprio objeto da didática” (CHEVALLARD, 1999, p. 224, tradução nossa). Sendo, para cada um dos tipos de tarefas listadas acima, é possível identificar elementos prático-técnicos [T / τ] e tecnológicos-teóricos [θ / Θ], os quais deverão permitir sua reconstrução institucional dentro da escola básica. As atividades desse curso de extensão devem conduzir os participantes a refletirem sobre possíveis técnicas para realizar tais tarefas, bem como, os argumentos tecnológicos que as justificam.

Refletindo sobre as técnicas reconhecidas e as técnicas alternativas, Chevallard (1999) destaca que

em uma determinada instituição I, em relação a um determinado tipo de tarefa T, geralmente há *apenas uma* técnica, ou pelo menos *um pequeno número* de técnicas *reconhecidas institucionalmente*, excluindo possíveis técnicas alternativas – que podem existir de fato, mas em *outras* instituições. Tal exclusão é correlativa, entre os atores de I, a uma ilusão de “naturalidade” das técnicas institucionais em I [...], em contraste com o conjunto de técnicas alternativas possíveis, que os sujeitos de I ignoram, ou, se forem confrontados com elas, espontaneamente as considerarão *artificiais*, e (portanto) “contestáveis”, “inaceitável”, etc. (CHEVALLARD, 1999, p. 225, grifos do autor, tradução nossa).

Nesta direção, parece coerente afirmar que a legitimidade de uma técnica é determinada pelas sujeições criadas nas instituições em que o tipo de tarefa será realizada. Por exemplo, em uma disciplina de Geometria Analítica (I<sub>GA</sub>), do curso de Licenciatura em Matemática (I<sub>LIC</sub>), após enunciar uma proposição, é esperado que seja apresentada (ou mesmo discutida) sua demonstração. Espera-se que as técnicas utilizadas para manipular os argumentos matemáticos, que provam o resultado da proposição, sejam compreendidas pelos estudantes dessa componente curricular. Tais modos de fazer são legitimados pela instituição I<sub>GA</sub>, por

herança de outras sujeições institucionais hierarquicamente anteriores e superiores (I<sub>LIC</sub>, associações de profissionais da Matemática, linguagem matemática, etc.).

Pelas características já explicitadas, as praxeologias desenvolvidas no LEM legitimarão técnicas reconhecidas e técnicas alternativas, de sorte a contribuir com a ampliação do universo cognitivo dos sujeitos, nos momentos de interação com os objetos da Matemática Escolar, sejam eles ostensivos ou não-ostensivos (BOSCH; CHEVALLARD, 1999; CHEVALLARD, 1994).

A característica de ostensividade dos objetos é um ponto que merece destaque. Na TAD, os objetos ostensivos são aqueles que gozam de uma presença sensorial nas práticas institucionais. Por exemplo, o conjunto de sólidos geométricos em acrílico que faz parte do acervo do LEM, onde Flor transita, é considerado um objeto ostensivo. Mas também a grafia do texto matemático, que nos informa o volume de cilindro, cumpre a função ostensiva de materializar a ideia (métrica) de volume do cilindro que, neste caso, é um objeto não-ostensivo. Logo, Flor reconhece que no LEM há uma diversidade de objetos que podem ser classificados como ostensivos ou não-ostensivos. A dialética ostensivos/não-ostensivos permite “examinar a maneira como a atividade matemática é condicionada pelos instrumentos materiais, visuais, sonoros e táteis que são normalmente utilizados na sua realização” (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 90, tradução nossa).

Partindo destas considerações, no dia e horário marcado, como previamente havia sido combinado, a mestrandia Flor compareceu ao último momento do referido curso de extensão. No início das atividades, o docente proponente explana: “*Hoje, em nosso último encontro, iremos refletir sobre uma tarefa elaborada a partir da habilidade EF09MA19, da BNCC<sup>49</sup>, elaborada sob o seguinte texto: medir o volume de água em canos de PVC com diferentes diâmetros e comprimentos*”. Em seguida, distribuiu um pedaço de papel impresso com a habilidade e a T<sub>5.EF09</sub>, a medida que estimulou os participantes a pensarem nas estratégias (técnicas) para resolver a tarefa proposta. De modo complementar, disponibilizou uma caixa contendo vários pedaços de canos de PVC, de diferentes diâmetros e comprimentos. Em cada um deles, uma das suas extremidades estava fechada, com um disco de acrílico totalmente transparente.

Em momentos anteriores, já havia apresentado o LEM aos participantes, e lembra que algumas prateleiras contêm artefatos para medição de diversas

---

<sup>49</sup> “A Base Nacional Comum Curricular [BNCC] é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica [...]” (BRASIL, 2018, p. 7)

grandezas, tais como tempo, comprimento, ângulo, massa, volume etc.. Estimula-os a manipular livremente os objetos que estão à disposição, refletindo sobre a tarefa a ser resolvida sob algumas provocações: *“Como poderemos medir um determinado volume de água no interior de alguns desses canos de PVC? Notem que os canos não precisam estar completamente cheios de água...”*.

Diante do questionamento de um dos participantes, *“Posso colocar água de ‘verdade’ dentro de um desses canos?”*, o docente formador sugere que escolham três canos, enumerem e coloquem uma determinada quantidade de água em cada um deles. Após o preenchimento do líquido, utilizando os artefatos disponíveis no LEM, começaram o processo de medição. Inicialmente, todos buscaram aferir e registrar em papel as medidas do diâmetro interno e a altura dos canos de PVC. Durante essa movimentação, uma participante indaga em voz alta: *“Se eu quero medir a quantidade de água, eu devo medir a altura do nível da água, e não a altura total do recipiente, né?”*. Sua reflexão compartilhada ganha notoriedade e confirmação entre os demais colegas. Sob o acompanhamento atento, a mestrandia Flor e o docente proponente observam sem interferir na atividade proposta.

Em meio às medições, registros e alguns rabiscos de cálculos, um outro participante chama a atenção para si, questionando: *“E se... os canos estiverem inclinados? Neste caso, não teremos cilindros retos, eles são chamados de oblíquos. Ah... mas o cálculo do volume é feito do mesmo jeito. Calcula a área da base... que é a mesma... e multiplica pela altura”*. Outra participante, depois de acompanhar a fala explicativa do colega, faz uma intervenção: *“Você deu uma viradinha de quase 45°, e se... a gente colocasse uma tampa na outra extremidade e virasse 90°? Se deixasse ele deitadinho... o volume seria o mesmo, mas o cálculo seria diferente, né? Até esse aí que você disse que era oblíquo, o cálculo não faz do mesmo jeito”*.

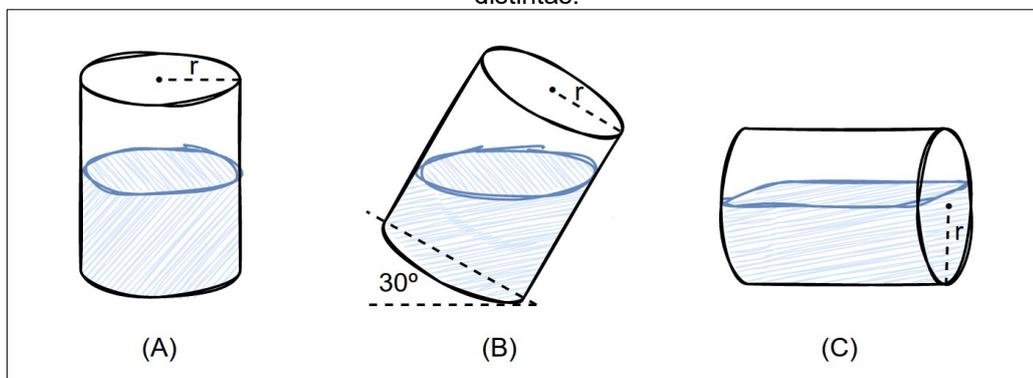
Desejando aproveitar as colocações que emergiram nessas intervenções, o docente formador propôs que fossem analisadas três situações, para fazer a medição do volume de água nos canos de PVC: (A) a base do cano de PVC está paralela ao chão, na horizontal; (B) a base está inclinada em  $\alpha = 30^\circ$  com referência ao plano do chão (poderia ser claramente outra inclinação  $\alpha^{50}$ ); (C) com a colocação de uma tampa na outra extremidade (para garantir que o líquido não saia do cano),

---

<sup>50</sup> A medida desta inclinação é um valor arbitrário, definido de modo a facilitar a visualização e compreensão do formato geométrico da água no interior do recipiente cilíndrico (cano de PVC). Sugerimos:  $5^\circ < \alpha < 40^\circ$ .

a base está posicionada perpendicular ao plano do chão. Tais situações são apresentadas na Figura 5, que se segue.

**Figura 13** – Representações de canos de PVC, com determinado volume de água, em três posições distintas.



Fonte: produção dos autores.

Após o ajuste na tarefa proposta pelo docente ( $T_{5.EF09}$ ), podemos explicitar três *subtipos da tarefa*:

$T_{5A}$  : Medir o volume de água em canos de PVC, com diferentes diâmetros e comprimentos, quando a base estiver paralela ao plano horizontal (chão).

$T_{5B}$  : Medir o volume de água em canos de PVC, com diferentes diâmetros e comprimentos, quando a base tiver uma inclinação  $\alpha$  com o plano horizontal (chão).

$T_{5C}$  : Medir o volume de água em canos de PVC, com diferentes diâmetros e comprimentos, quando a base estiver perpendicular ao plano horizontal (chão).

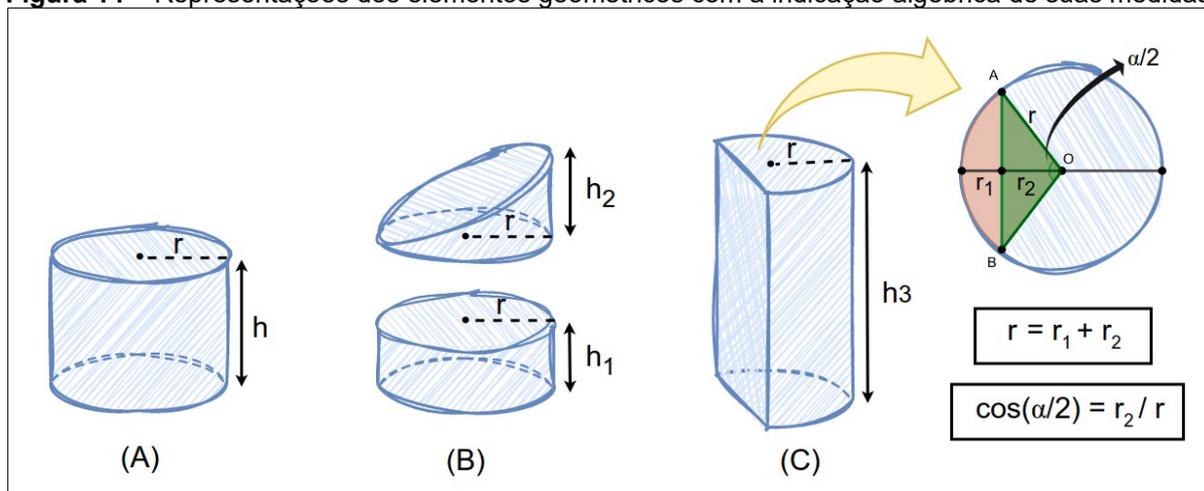
No momento do planejamento das atividades, o docente formador definiu três técnicas para a resolução dos subtipos de tarefas indicados anteriormente. Cada uma delas está ancorada e justificada em torno de elementos teóricos  $\Theta$  presentes nas *Grandezas e Medidas*, na *Geometria Plana* e na *Geometria Espacial*. Portanto, definidas como técnicas reconhecidas, a saber:

$\tau_{DMG}$  : *Definição do Modelo Geométrico* – para cada situação, é necessário definir o elemento geométrico mais adequado ao formato da água presente nos canos de PVC. Espera-se que: na situação A, seja escolhido um cilindro reto; na situação B, um cilindro reto truncado obliquamente; na situação C, um cilindro reto truncado longitudinalmente, cuja base é definida por um segmento circular (maior). A aplicação dessa técnica apoia-se nos elementos tecnológicos que constituem a *Nomenclatura, Classificação e Propriedades dos Sólidos Geométricos*.

$\tau_{MRM}$  : *Mensuração e Registro de Medidas* – para cada uma das situações, e para cada um dos diferentes canos de PVC, é necessário mensurar as

medidas de comprimento relativas às alturas  $h$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  e  $h_3$ , ao raio  $r$  da circunferência da base e às medidas  $r_1$  e  $r_2$  do segmento circular da base, como mostra a Figura 6. O discurso tecnológico que justifica o uso dessa técnica considera as *expressões algébricas* (fórmulas) que geram as métricas para *áreas de figuras planas* e para o *volume de sólidos geométricos*.

**Figura 14** – Representações dos elementos geométricos com a indicação algébrica de suas medidas.



Fonte: produção dos autores.

$\tau_{AF}$  : **Aplicação em Fórmulas** – as medidas de comprimento identificadas e registradas por meio da técnica  $\tau_{MRM}$ , devem ser aplicadas em fórmulas, respeitando as *regras da aritmética fundamental*, para determinar a medida do volume do elemento geométrico específico. A medida desta grandeza, para tais elementos, é definida como o produto da medida da área da base pela medida da altura. Entretanto, para cada uma das situações modeladas e indicadas na Figura 14, temos uma estrutura de fórmula diferente (Quadro 7).

**Quadro 7** – Dedução das fórmulas para medição do volume dos elementos geométricos da Figura 6.

Situação A	Situação C
$V_A = A_{baseA} \cdot h$ $V_A = \pi \cdot r^2 \cdot h$	$V_C = A_{baseC} \cdot h_3$
Situação B	$A_{baseC} = A_{Circulo} - A_{SegmentoCircular}$ Considerando que: $A_{SegmentoCircular} = A_{SetorAB} - A_{\Delta AOB}$ $A_{baseC} = A_{Circulo} - A_{SetorAB} + A_{\Delta AOB}$ $A_{baseC} = (\pi \cdot r^2) - (\frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot r^2) + (\frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \text{sen}(\alpha))$ $A_{baseC} = r^2 \cdot [\pi + \frac{1}{2} \cdot (\text{sen}(\alpha) - \alpha)]$ $V_C = r^2 \cdot [\pi + \frac{1}{2} \cdot (\text{sen}(\alpha) - \alpha)] \cdot h_3$
$V_B = V_{B1} + V_{B2}$ $V_B = (A_{baseB} \cdot h_1) + (\frac{1}{2} \cdot A_{baseB} \cdot h_2)$ $V_B = A_{baseB} \cdot (h_1 + \frac{1}{2} \cdot h_2)$ $V_B = \pi \cdot r^2 \cdot (h_1 + \frac{1}{2} \cdot h_2)$	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Ressaltamos duas argumentações tecnológicas para a determinação da medida do volume na situação C: (i) pela existência do triângulo isósceles AOB, de base AB e ângulo do vértice  $\alpha$  – que compõe o setor circular menor AOB (ver figura 6), é possível estabelecer uma razão trigonométrica que relaciona  $\alpha$ ,  $r_2$  e  $r$ :  $\cos(\alpha/2) = r_2 / r$ . Pela fórmula do ângulo duplo, conseguimos, a partir dos comprimentos dos segmentos de reta ( $r_2$  e  $r$ ), obter a medida (em radianos) do ângulo  $\alpha$ , em questão:

$$\cos(\alpha) = 2 \cdot [\cos(\alpha/2)]^2 - 1 \Rightarrow \cos(\alpha) = 2 \cdot [r_2 / r]^2 - 1 \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} (2 \cdot [r_2 / r]^2 - 1).$$

(ii) A mensuração experimental desta medida angular é relativamente complicada (por meio de artefatos de medição) e, por ser necessária para o cálculo da medida do volume, justifica a utilização das expressões algébricas deduzidas anteriormente.

Sob a observação atenciosa do docente proponente e da mestrandia Flor, os professores participantes conseguiram resolver sem maiores dificuldades os subtipos de tarefas  $T_{5A}$  e  $T_{5B}$ , por meio das técnicas  $\tau_{DMG}$ ,  $\tau_{MRM}$  e  $\tau_{AF}$ . No entanto, a situação C (referente à  $T_{5C}$ ), usando as técnicas reconhecidas, foi resolvida por menos de 10% dos professores participantes. Notavelmente, é perceptível que a aplicação da técnica  $\tau_{AF}$ , quando o cano de PVC está com sua base perpendicular ao plano horizontal, requer a mobilização de mais elementos tecnológicos para conclusão da tarefa. Possivelmente, as relações pessoais da maioria participantes à *área do segmento circular* ( $A_{\text{SegmentoCircular}}$ ), à *área do setor circular* ( $A_{\text{SetorAB}}$ ), bem como, aos objetos trigonométricos utilizados na situação C (*razões e fórmula do ângulo duplo*), não conseguiram emergir dos seus universos cognitivos e se materializar em técnicas no momento da atividade proposta.

Diante do impasse na resolução de algumas das situações indicadas, uma das professoras participantes sugeriu: “*E se a gente pesasse a quantidade de água que tem em cada cano naquela balança de precisão? Como sabemos que 1ml de água pesa 1g, a gente consegue descobrir o volume pedido na atividade!*”. Buscando explorar os elementos tecnológicos-teóricos presentes nesta técnica alternativa (àquelas que já foram evidenciadas), o docente formador completa: “*Muito bem pensado! Mas gostaria de saber: como podemos garantir que ‘1ml de água pesa 1g’, como você falou? Qual a ciência [teoria] que ampara essa ‘afirmação?’*”. Outras intervenções sugeriram a realização de experimentos para validação da afirmação feita. Entre algumas falas, um participante explicou: “*Penso que a relação estabelecida entre o volume e a massa de uma substância qualquer é chamada de densidade... na verdade é a razão entre a massa e o volume. Neste caso, a água tem densidade de 1 g por cm<sup>3</sup>. Penso que a ciência que define essa afirmação é a Química, né?*”.

Logo em seguida, outro participante completa: “*Se é assim... então podemos despejar o líquido do cano em um recipiente bem graduado, que conseguimos determinar a medida do volume desejado*”. Essa fala dispara uma série de risos entre os presentes e, de modo semelhante à abordagem anterior, o formador intervém: “*Olha aí... será que existe técnica mais simples que esta?! De fato, ela resolve a tarefa passada, mas... e quanto à precisão da medida obtida... como podemos julgar estes modos de fazer?*”. A exposição logo é complementada por outra participante, afirmando: “*Eu diria que... em uma ordem... do jeito mais preciso para o mais impreciso... o primeiro modo seria fazendo as contas com as fórmulas, depois usando a balança de precisão e, por último, fazendo o transpasse para um recipiente graduado, uma proveta, por exemplo*”. A fala recebe uma validação unânime do grupo de professores presentes.

Estas duas últimas resoluções das tarefas propostas, caracterizam-se como técnicas alternativas àquelas reconhecidas pelas tecnologias e teorias matemáticas, anteriormente detalhadas. Formalizando textualmente estes dois modos de fazer, temos:

$\tau_{PMA}$  : **Pesagem da Massa de Água** – com o auxílio de uma balança de precisão, inicialmente, deve-se tarar o cano de PVC, ou seja, identificar a medida de massa (peso), em gramas, do recipiente vazio, sem a água. Em seguida, preenche-se o cano de PVC com água, até a marcação desejada, e afere-se o peso do conjunto (cano+água). A diferença entre a segunda e a primeira pesagem corresponde à medida da massa de água contida no recipiente. Considerando que a tarefa seja realizada em um ambiente com temperatura entre 17°C e 23°C, e pressão atmosférica entre 920 hPa e 1080 hPa, cada 1g de massa de água (à temperatura ambiente) ocupará o volume de 1cm<sup>3</sup> (GUERRA, 2011).

$\tau_{TRG}$  : **Transpasse para Recipiente Graduado** – após o preenchimento do cano de PVC com a água, até a marcação desejada, deve-se realizar um transpasse do líquido para um outro recipiente graduado (de preferência, para uma proveta), apoiado sobre uma superfície nivelada com o plano horizontal. Em seguida, compara-se a altura da coluna de água com as marcações de graduação da capacidade volumétrica (em mililitros) impressas no recipiente. Cada 1ml de água ocupará o volume de 1cm<sup>3</sup> (GUERRA, 2011; LEÃO, 2020).

Importante notar que cada uma destas técnicas alternativas são justificadas por discursos tecnológicos-teóricos presentes em outras ciências: a *densidade de substâncias*, presente na Química; as *medições com balanças*, *medições com recipientes*

graduados, além das conversões entre as unidades de medidas presentes na Metrologia<sup>51</sup>.

Como última atividade do curso de extensão, o docente formador propõe aos participantes a elaboração de um quadro comparativo entre os resultados produzidos pela aplicação das técnicas reconhecidas ( $\tau_{DMG}$ ,  $\tau_{MRM}$  e  $\tau_{AF}$ ) e das técnicas alternativas ( $\tau_{PMA}$  e  $\tau_{TRG}$ ). Importante notar que estes últimos modos de fazer e de pensar emergiram no processo educacional devido às condições ofertadas pelo LEM, como um ambiente que favorece práticas diferenciadas daquelas habituais do ensino tradicional (JARSKE, 2014; LIMA, 2018). Apoiado em concepções mais amplas sobre a aprendizagem da matemática (inclusive a escolar), cabe ao docente criar meios para o estudo das relações entre as *técnicas reconhecidas*, as quais devem ser aprendidas, e as *técnicas alternativas*, às quais são mais factíveis em situações cotidianas.

Neste contexto, enredado pela mestrandia Flor, em seu último encontro de um curso de extensão, no LEM, foi possível determinar os elementos estruturadores de uma organização matemática pontual (OMP), em torno de uma tarefa proposta, como mostra o Quadro 8:

**Quadro 8** – Elementos do Bloco Prático-Técnico da OMP associado à atividade extensionista relatada.

Tipo de Tarefa		
T <sub>5.EF09</sub> : Medir o volume de água em canos de PVC com diferentes diâmetros e comprimentos.		
Subtipos da Tarefa		
T <sub>5A</sub> : Medir o volume de água em canos de PVC, com diferentes diâmetros e comprimentos, <i>quando a base estiver paralela ao plano horizontal</i> (chão)	T <sub>5B</sub> : Medir o volume de água em canos de PVC, com diferentes diâmetros e comprimentos, <i>quando a base tiver uma inclinação <math>\alpha</math> com o plano horizontal</i> (chão).	T <sub>5C</sub> : Medir o volume de água em canos de PVC, com diferentes diâmetros e comprimentos, <i>quando a base estiver perpendicular ao plano horizontal</i> (chão).
Técnicas Reconhecidas		Técnicas Alternativas
T <sub>DMG</sub> : Definição do Modelo Geométrico T <sub>MRM</sub> : Mensuração e Registro de Medidas T <sub>AF</sub> : Aplicação em Fórmulas		T <sub>PMA</sub> : Pesagem da Massa de Água T <sub>TRG</sub> : Transpasse para Recipiente Graduado

**Fonte:** Produção dos autores.

<sup>51</sup> Ciência que se preocupa com os aspectos teóricos e práticos relativos às medições, suas medidas e incertezas.

Complementarmente, como uma forma de síntese e reconstrução praxeológica, também foi elaborada uma estrutura simplificada para o encontro que Flor participou, a partir daquilo que Chevallard (1999) compreende como *praxeologia didática* ou *organização didática* (OD). Importante observar que:

seja qual for o caminho seguido, inevitavelmente chegará um momento em que tal ou tal 'gesto de estudo' será cumprido: onde, por exemplo, o aluno deve "fixar" os elementos elaborados (momento da institucionalização); onde terá que se perguntar "o que vale", o que foi construído até então (momento de avaliação); etc. (CHEVALLARD, 1999, p. 250).

Esse tipo de praxeologia pode ser estruturado em seis situações chamadas de *momentos didáticos*, os quais não são, necessariamente, definidos de modo cronológico. São eles: momento do primeiro contato<sup>52</sup> com a praxeologia matemática estudada (MD<sub>1</sub>); momento de exploração do tipo de tarefa e de elaboração de técnicas (MD<sub>2</sub>); momento de constituição do ambiente tecnológico e teórico (MD<sub>3</sub>); momento do trabalho da técnica (MD<sub>4</sub>); momento de institucionalização (MD<sub>5</sub>); momento de avaliação (MD<sub>6</sub>). Nas palavras de Chevallard:

um momento, no sentido aqui dado à palavra, é antes de tudo uma dimensão em um espaço multidimensional, um fator em um processo multifatorial [...] os momentos didáticos são antes de tudo uma realidade funcional do estudo, antes de ser uma realidade cronológica. (CHEVALLARD, 1999, p. 250)

Cada um desses momentos didáticos, por sua vez, será constituído por um conjunto de episódios sequenciais e temporalmente fixados sob a linha do tempo que decorre o processo de estudo. Os episódios são descrições dos fatos ocorridos no processo de estudo, enquanto que os momentos didáticos irão agrupar os episódios, por características semelhantes. No Quadro 9, apresentamos a hipotética reconstrução praxeológica (OD) elaborada pela personagem Flor para o encontro do curso de extensão que participou.

---

<sup>52</sup> Para não gerar ambiguidade, neste contexto específico, utilizamos "momento do primeiro contato" para o que Chevallard (1999) chama de "momento do primeiro encontro".

**Quadro 9** – Síntese dos episódios associados aos momentos de estudo da organização didática.

<b>Momento Didático</b>	<b>Episódios<sup>53</sup> associados aos momentos</b>
<b>MD<sub>1</sub></b> : momento do primeiro contato com a praxeologia matemática estudada	<p><b>E<sub>1</sub></b>: como o curso de extensão foi composto por cinco encontros, o primeiro contato (e mais superficial) com a praxeologia estudada ocorreu no penúltimo deles, antecipando o que iria ser estudado no último encontro.</p> <p><b>E<sub>2</sub></b>: Um outro encontro inicial se deu quando o professor formador apresentou a tarefa T<sub>5.EF09</sub>, distribuindo-a por escrito e estimulando os participantes a pensarem em técnicas para resolvê-la.</p> <p><b>E<sub>3</sub></b>: A disponibilidade da caixa contendo os canos de PVC de variadas dimensões, também configura um encontro inicial com a praxeologia, pela possibilidade de manipulação física.</p>
<b>MD<sub>2</sub></b> : momento de exploração do tipo de tarefa e de elaboração de técnicas	<p><b>E<sub>4</sub></b>: Aproximação dos participantes à caixa contendo os recipientes cilíndricos, juntamente com as iniciativas individuais de escolha dos canos de PVC.</p> <p><b>E<sub>5</sub></b>: Seleção e manipulação dos recipientes, refletindo sobre as dimensões e sobre como realizar as medições com os artefatos disponíveis.</p>
<b>MD<sub>3</sub></b> : momento de constituição do ambiente tecnológico e teórico	<p><b>E<sub>8</sub></b>: Determinação dos sólidos geométricos formados pela água nos canos de PVC, em cada uma das três posições (situação A, B e C, na Figura 5).</p> <p><b>E<sub>9</sub></b>: Identificação das fórmulas e dos valores mensurados que determinam o volume do sólido geométrico.</p> <p><b>E<sub>12</sub></b>: Proposição de pesagem da massa de água que tem em cada recipiente, para determinar o volume por meio da razão da densidade da água.</p> <p><b>E<sub>13</sub></b>: Proposição de transpasse do líquido para um outro recipiente graduado.</p>
<b>MD<sub>4</sub></b> : momento do trabalho da técnica	<p><b>E<sub>6</sub></b>: Aferição das medidas do recipiente cilíndrico (diâmetro interno e altura).</p> <p><b>E<sub>7</sub></b>: Preenchimento dos canos de PVC com água, seguida de aferição das medidas do cilindro formado pelo líquido.</p> <p><b>E<sub>10</sub></b>: Aplicação das medidas nas fórmulas para determinação do volume dos sólidos.</p>
<b>MD<sub>5</sub></b> : momento de institucionalização	<b>E<sub>15</sub></b> : Elaboração coletiva de um quadro comparativo entre os resultados produzidos pela aplicação das técnicas propostas.
<b>MD<sub>6</sub></b> : momento de avaliação	<p><b>E<sub>11</sub></b>: Discussões entre os participantes sobre os resultados obtidos pelas aplicações das fórmulas.</p> <p><b>E<sub>14</sub></b>: Reflexão sobre a ordem de precisão das técnicas propostas para resolução das tarefas.</p>

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Como nos propõe Artaud (2019), os momentos didáticos são tipos de tarefas didáticas definidas (previamente) pelo diretor do processo de estudo, neste caso, o

<sup>53</sup> Os índices numéricos após a letra “E” indicam a ordem de cada episódio ao longo do processo de estudo.

docente formador do curso de extensão. Deste modo, por meio da explicitação da OD, e da OM associada, é possível investigar e reconstruir uma dada realidade educacional. Por exemplo, analisar como as técnicas alternativas foram elaboradas, utilizadas e avaliadas, ou como os elementos tecnológicos-teóricos são justificados e produzem técnicas para tipos de tarefas específicas. Estas são ações próprias do processo de pesquisar sobre a atuação e a formação docente, as quais, por sua vez, favorecem à formação de praxeologias profissionais (ARTAUD, 2019).

Ao estudarem a literatura nacional, Oliveira, Cavalcante e Andrade (2023b?) identificam a ausência de discussões teóricas sistemáticas de atividades desenvolvidas nos laboratórios associados à Matemática, em particular nos LEM. Para as *práxis* (compreendidas como resultados dos modos de fazer e de pensar) nos laboratórios, a TAD nos propõe questionamentos sobre quais *logos* são usados para produzi-las e justificá-las (CHEVALLARD, 2018). De posse desta argumentação teórica, e por meio das análises praxeológicas exemplificadas anteriormente, parece justificada esta proposta de modelização.

### [#3] 5 MAIS CONSIDERAÇÕES NECESSÁRIAS

Ao longo deste texto, as vivências de uma professora da escola básica, no seu processo de reflexão e desenvolvimento docente, vinculada a um programa de pós-graduação, foram entrelaçadas com a apresentação de elementos conceituais da TAD. Por meio da nossa argumentação, no mesmo sentido usado por Bosch e Chevallard (1999), Flor torna-se um elemento ostensivo nesta narrativa fictícia, contribuindo para uma criativa e responsável insubordinação (BARBOSA, 2015) na construção do dado analisado e discutido, contrapondo-se aos modos tradicionais de elaborar os relatos de pesquisa *stricto sensu*, no Brasil, em particular na Educação Matemática. Articulado, amparado e defendido por referenciais para análise de dados de pesquisas qualitativas, o uso das vinhetas, como proposto por Miles e Huberman (1994, p. 83), favorece àquele que escreve a proposição e análise de situações semelhantes às reais, “vívidas, convincentes e persuasivas”.

Em uma das situações evidenciadas pela vinheta desenhada, um curso de extensão propõe aos participantes atividades de reflexão sobre objetos do saber matemático que vivem nas instituições de educação básica brasileiras, particularmente, os conceitos de capacidade e volume de sólidos (BRASIL, 2018).

Tais atividades são sugeridas em um contexto didático diferenciado, que considera a livre exploração e manipulação de materiais didáticos, com vistas à execução de uma tarefa previamente definida. Os desdobramentos desta ação extensionista devem alterar o universo cognitivo dos docentes envolvidos, por meio da modificação das suas relações pessoais aos saberes em jogo: saberes matemáticos e, principalmente, os saberes didáticos vinculados aos modos de fazer e de pensar com (e nos) laboratórios associados à Matemática.

Uma das hipóteses primárias da dimensão epistemológica, instaurada pela TAD, afirma que “a relação pessoal dos alunos às OM que se estudam na escola secundária está essencialmente determinada pela relação institucional a estas OM” (BOSCH, FONSECA; GASCÓN, 2004, p. 37, tradução nossa). De modo complementar, podemos dizer que a relação institucional a um objeto do saber matemático (por exemplo, a OMP em destaque) é influenciada, e possivelmente modificada, pelas relações pessoais dos seus sujeitos a estes objetos, no seio institucional. Quando um docente desenvolve gestos didáticos, inspirados nas *praxeologias próprias dos laboratórios*, rompe com o contrato didático institucional, instaurado por modos de fazer e de pensar tradicionalmente desenvolvidos na escola.

Destacamos a reflexão feita sobre as técnicas alternativas, em nossa vinheta, com a utilização de materiais didáticos manipuláveis e com atividades de características investigativas e experimentais. Mesmo podendo ser consideradas inaceitáveis, por não possuírem tecnologias ancoradas em teorias matemáticas, mas se destacam pelo seu potencial na resolução do problema proposto. Lembramos que as técnicas são definidas como alternativas por surgirem nas resoluções de tarefas não exclusivamente Matemáticas, isto é, são tarefas que outras ciências já se empenharam em resolver. Assim, essas técnicas são justificadas por tecnologias e teorias externas à Matemática, como por exemplo, determinar a medida do volume de líquido em um recipiente cilíndrico.

Em algumas situações, os benefícios didáticos são mais importantes que manter a rigidez em negar uma técnica por não ser reconhecidamente fundamentada na Matemática. Caso contrário, podemos ser induzidos a aceitar que o fazer matemático na escola não deve se “desviar” das técnicas reconhecidas, mesmo que tal “desvio” traga benefícios para a compreensão e construção de conhecimentos matemáticos. Este modo de conceber o processo educacional,

associando os saberes como monumentos os quais devem ser visitados, aprendidos sobre ele, sem questionamento sobre sua importância e funcionalidades, se contrapõem aos fundamentos epistemológicos que a TAD vem instaurar (CHEVALLARD, 2018).

Como última reflexão, observamos que um texto, inclusive matemático, não é elaborado da mesma forma como ele se apresenta em seu estado derradeiro. Muitas idas e vindas acontecem, e o processo, definitivamente, não é linear como o produto final se mostra. Resguardando as particularidades específicas desta analogia, é coerente acreditar que até o momento de institucionalização de um conhecimento matemático, outros mecanismos e estruturas serão estimulados, mesmo que estes, sejam como as técnicas alternativas: não têm tecnologias ancoradas em teorias matemáticas, mas que se apresentam como um outro modo possível de fazer uma atividade educacional prevista na e para a educação básica brasileira.

### [#3] 6 REFERÊNCIAS

ARAÚJO, A. J.. **O Ensino de Álgebra no Brasil e na França**: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

ARTAUD, M. Praxéologies de formation, praxéologies pour la formation et leur écologie. La justification des pratiques comme condition et comme contrainte. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 21, n. 5, 2019. p. 80-98. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/45598>. Acesso em: 15 abr. 2023.

BARBOSA, J. C.. Formatos Insubordinados de Dissertações e Teses na Educação Matemática. In: D' AMBRÓSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). **Vertentes de Subversão na Produção Científica em Educação Matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2015. p. 347-367.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y.. La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: Éditions La Pensée Sauvage. v. 19, n. 1, 1999, p. 77-123. Acessado em: 10 jan 2023. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1999/la-sensibilite-de-l-activite/>.

BOSCH, M.; FONSECA, C.; GASCÓN, J. Incompletitud de las Organizaciones Matemáticas Locales en las instituciones escolares. In: **Recherches en Didactique**

**des Mathématiques**, v. 24, n. 2, 2004. p. 205-250. Disponível em: <https://revue-rdm.com/2004/incompletitud-de-las/>. Acesso em: 15 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática: Ensino de quinta a oitava série. Brasília: MEC, 1998.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino (volume 2). Brasília: MEC, 2002.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (volume 2). Brasília: MEC, 2006.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CHEVALLARD, Y. **La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigner**. In: CHEVALLARD, Y.; JOHSUA M. A.. Un exemple d'analyse de la transposition didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991.

\_\_\_\_\_. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: Éditions La Pensée Sauvage. v. 12, n. 1, 1992, p. 73-112. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1992/concepts-fondamentaux-de-la-didactique/>. Acesso em: 10 jan 2023.

\_\_\_\_\_. Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique, Séminaire de l'Associazione Mathesis, Turin, 3 février 1994. In: **Actes du Séminaire 1993-1994**, p. 190-200, 1994. Disponível em: <https://cutt.ly/d7X3GLI>. Acesso em: 10 jan 2023.

\_\_\_\_\_. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. In: L'Université d'Été, 1998, p. 91-118. **Actes de l'Université d'Été la Rochelle**, IREM, Clermont-Ferrand, France. 1998.

\_\_\_\_\_. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: Éditions La Pensée Sauvage. v. 19, n. 2, 1999, p. 221-266. Acessado em: 10 jan 2023. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1999/l-analyse-des-pratiques/>

\_\_\_\_\_. **A Teoria Antropológica do Didático face ao professor de Matemática**. In: ALMOULOU, S.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A.. A Teoria Antropológica do Didático: princípios e fundamentos. Curitiba: CRV, 2018.

CHEVALLARD, Y., BOSCH, M. e GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

GUERRA, H. A. G. **Medição do volume por comparação entre o método gravimétrico e geométrico**. 2011. Dissertação (Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa. 2011.

JARSKE, E. L.. **Práticas de Laboratório: uma análise dos entendimento(s) e uso(s) apontados por professores de Matemática em Aracaju-SE**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão. 2014.

LEÃO, K. W. M.. **Abordagem de volume e capacidade em um coleção de livros didáticos: uma análise à luz da teoria antropológica do didático**. 2020. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 2020.

LIMA, M. A. G.. **As potencialidades didáticas do Laboratório de Ensino de Matemática para a álgebra escolar**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2018.

LOPES, J. A.; ARAUJO, E. A. O laboratório de ensino de matemática: implicações na formação de professores. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 15, n. 1, p. 57-70, 2007. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647016>. Acesso em: 10 jan. 2023.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 1ª. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

MILES, M. B.; HUBERMAN, A. M.. **Qualitative Data Analysis: an expanded sourcebook**. 2ª ed. California: Sage, 1994.

OLIVEIRA, A. M. N.. **Laboratório de Ensino e aprendizagem em Matemática: As razões de sua necessidade**. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1983.

OLIVEIRA, C. E.; CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X. Mapeamento das pesquisas brasileiras sobre Laboratórios associados à Matemática: análise de 40 anos de produções acadêmicas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 405-426, 2023a. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.28.405-426. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/7544>. Acesso em: 3 ago. 2023.

OLIVEIRA, C. E.; CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X. **Concepções sobre laboratórios associados à Matemática em produções acadêmicas brasileiras**. 2023b[?]. Em fase de pré-publicação.

RODRIGUES, F. C. **Laboratório de Educação Matemática: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores**. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2011.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. **Laboratório de educação matemática na formação de professores**. Curitiba: Appris, 2015.

TURRIONI, A. M. S. **O Laboratório de Educação Matemática na formação inicial de professores**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

VARIZO, Z. C. M.; CIVARDI, J. A. (org.). **Olhares e reflexões acerca de concepções e práticas no laboratório de educação matemática**. Curitiba: CRV, 2011.

WENGER, E. **Communities of practice: learning, meaning and identity**. New York: Cambridge University Press, 1998.

**CONSIDERAÇÕES FINAIS...**

“É a crença em determinado modo de ensinar e aprender Matemática que fará nascer uma concepção de [laboratório] e o fará ser utilizado satisfatoriamente.” (LIMA, 2018, p. 74)

Inspirados nos postulados de Chevallard (1992) sobre a Teoria Antropológica do Didático (TAD), consideramos a pesquisa de doutorado, relatada neste documento, como a confluência das sujeições institucionais ao longo da minha vida, tanto no âmbito pessoal como profissional, como docente ou pesquisador (se é que podemos separar bem essas instâncias!), em diálogo e reflexão com outros sujeitos que pensam e vivem a docência, na matemática ou fora dela, em contextos de laboratório ou fora deles.

Como já explanado na parte inicial deste relato, a minha relação às concepções e práticas de laboratórios associados à Matemática vêm se modificando intensamente ao longo das últimas duas décadas (2002-2023). A partir da primeira metade do curso de Licenciatura em Matemática, já me deparava com propostas diferenciadas para apresentar e interagir com conceitos matemáticos específicos. A vivência no Laboratório de Pesquisa em Ensino de Matemática (LAPEM), da UFCG<sup>54</sup>, durante a participação em um projeto de extensão para elaboração e oferta de "Minicursos de Laboratórios de Matemática para professores do Ensino Médio", foi o meu primeiro painel de possibilidades didáticas mediada pelos laboratórios.

A aproximação inicial com os estudos da TAD ocorreu no contexto de uma disciplina ofertada pelo Programa de Pós-Graduação de Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC), da UFPE<sup>55</sup>, no primeiro semestre de 2017. A partir de então, outras situações de estudo me impulsionaram a investigar a manifestação dos laboratórios, por meio de atividades que apresentavam características experimentais para se trabalhar o conceito de volume na educação básica. Sob as lentes da TAD, pretendíamos analisar as condições e restrições para constituir e

---

<sup>54</sup> Universidade Federal de Campina Grande, Campus Campina Grande.

<sup>55</sup> Universidade Federal de Pernambuco, Campus Recife.

implementar Percursos de Estudo e Pesquisa (PEP), junto a um grupo de licenciandos em Matemática. Essa foi a tônica da primeira versão do projeto de doutorado, proposto em 2018.2, para ingresso no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (PPGEC), da UFRPE.

Pela intensa dinâmica da vida pessoal, profissional e acadêmica, associada ao período em que a pandemia provocada pela COVID-19 (coronavírus) assolou todos os setores da sociedade, entre o início de 2019 e meados de 2021 a propositura inicial de pesquisa foi impossibilitada de se desenvolver, sendo necessariamente modificada. Para o Exame de Qualificação, realizado em julho de 2021, apresentamos uma proposta de tese teórica, com uma intenção metodológica mais ousada que o tempo restante para a conclusão do doutorado poderia permitir. Cogitamos desenvolver um estudo denso, desenvolvido sobre a direção de Problema Didático de Pesquisa, adentrando em questões de natureza epistemológica, econômico-institucional e ecológica, como proposto por Gascon (2011).

Após este escrutínio, por indicação da banca examinadora, outra sistematização metódica precisaria ser instaurada. Assim, redefinimos nossos objetivos e procedimentos metodológicos, de modo a conhecer mais sobre os laboratórios associados à Matemática, principalmente, sobre como a pesquisa acadêmica brasileira os compreende. Partindo deste conhecimento, na parte final desta tese (OLIVEIRA; CAVALCANTE; ANDRADE, 3#.[s.d.]), apresentamos uma das concepções do laboratório (o Laboratório de Educação Matemática), através de uma modelização por meio da TAD. Este foi um redirecionamento necessário para a finalização da pesquisa e para os passos vindouros, cuja inspiração já se apresenta na direção de atividades pós-doutorais.

Para a consecução do objetivo da investigação – definido por estudar as compreensões presentes na pesquisa *stricto sensu* brasileira sobre os laboratórios envolvidos no ensino e na aprendizagem da Matemática, e as possibilidades de modelização por meio da TAD – investimos esforços por caminhos que permitiram a construção de três artigos, em vias de publicação. Por influência da teoria adotada, fizemos uma síntese praxeológica deste processo metodológico, definindo um bloco prático-técnico (Quadro 10), com a identificação das tarefas ( $T$ ) e as respectivas técnicas ( $\tau$ ) utilizadas para cada uma das finalidades previstas.

Quadro 10 – Bloco prático-técnico da praxeologia metodológica da tese.

	Tarefas da pesquisa	Técnicas utilizadas na pesquisa
Objetivo Específico 1	T <sub>1.1</sub> – Construir uma estrutura matricial para receber a base de dados da pesquisa.	$\tau_{1.1}$ – Operar com as principais funções de uma planilha eletrônica ( <i>software</i> ) para criação uma organização tabular, indexada pelos registros (linhas) e com filtros nos campos de informações (colunas) extraídas de dissertações e teses.
	T <sub>1.2</sub> – Inventariar as pesquisas de mestrado e doutorado que abordaram o uso ou a implementação de laboratórios.	$\tau_{1.2}$ – Selecionar, nos repositórios escolhidos, pesquisas que contém expressões previamente definidas, em partes específicas, usando operadores booleanos.
	T <sub>1.3</sub> – Identificar objetivos, focos e lócus de atuação, terminologias, referências teóricas e metodológicas utilizadas nas pesquisas inventariadas.	$\tau_{1.3}$ – Ler partes específicas das pesquisas selecionadas, para coletar os dados de interesse nos campos predeterminados (variáveis).
	T <sub>1.4</sub> – Apresentar os resultados obtidos a partir de processos descritivos e analíticos, por meio de tabelas, gráficos e dados absolutos e percentuais.	$\tau_{1.4a}$ – Contabilizar os dados presentes nas variáveis gerando informações em tabelas específicas. $\tau_{1.4b}$ – Gerar gráficos e medidas-resumos absolutas e relativas. $\tau_{1.4c}$ – Organizar as informações geradas ao longo do texto, em novas estruturas tabulares e na forma de imagens e gráficos.
Objetivo Específico 2	T <sub>2.1</sub> – Analisar como foram nomeados os laboratórios.	$\tau_{2.1}$ – Ler partes específicas das pesquisas selecionadas buscando argumentos que justificassem a terminologia usada.
	T <sub>2.2</sub> – Identificar as referências utilizadas para fundamentar o que fora chamado de laboratório.	$\tau_{2.2a}$ – Ler partes específicas das pesquisas selecionadas buscando referências citadas ao longo do texto no momento que se referiam aos laboratórios. $\tau_{2.2b}$ – Coletar as referências localizadas em uma variável específica ( $v_{Ref.Bib}$ ).
	T <sub>2.3</sub> – Avaliar a presença de evidências teóricas e metodologias para utilização do laboratório.	$\tau_{2.3a}$ – Ler partes específicas das pesquisas selecionadas buscando citações que apresentassem argumentações teórico-metodológicas para uso dos laboratórios. $\tau_{2.3b}$ – Registrar em uma variável específica ( $v_{Metod}$ ) a presença ou ausência de indicações, sugestões ou propostas metodológicas para sua utilização. $\tau_{2.3c}$ – Registrar em uma variável específica ( $v_{Nivel.Metod}$ ) o nível de argumentação associado ao uso ou atuação no contexto do laboratório.
	T <sub>2.4</sub> – Identificar evidências e traços das concepções dos autores sobre o que é um laboratório.	$\tau_{2.4a}$ – Ler partes específicas das pesquisas selecionadas buscando inferir sobre a concepção de laboratório.
	T <sub>2.5</sub> – Descrever, por meio de categorias, as concepções sobre laboratório associado à Matemática.	$\tau_{2.5a}$ – Gerar categorias distintas para as inferências sobre concepções identificadas. $\tau_{2.5b}$ – Registrar em uma variável específica ( $v_{Concep}$ ) as categorias de inferências das concepções identificadas.

Fonte: Elaboração dos autores.

**Continuação do Quadro 10** – Bloco prático-técnico da praxeologia metodológica da tese.

<b>Objetivo Específico 3</b>	T <sub>3.1</sub> – Explicar os elementos fundantes da TAD, no contexto de atuação de um LEM.	$\tau_{3.1}$ – Escrever um texto de apresentação dos elementos da TAD, organizado em seções, exemplificando-os em um contexto de exposição do laboratório específico.
	T <sub>3.2</sub> – Caracterizar o LEM como um agente a serviço da formação docente, sob as lentes da TAD.	$\tau_{3.2}$ – Escrever um texto que caracteriza o laboratório específico como uma instituição vinculada à formação docente, modelizado pela TAD.
	T <sub>3.3</sub> – Evidenciar práticas sociais (modos de pensar e de fazer / praxeologias) que são estabelecidas pelo LEM e pelas suas relações pessoais e institucionais.	$\tau_{3.3}$ – Escrever um texto de explanação das praxeologias (matemática e didática), a partir do relato das situações exemplificadas no contexto de uma atividade de extensão universitária.

Fonte: Elaboração dos autores.

Neste relato de pesquisas e inquietações, não há uma enunciação nomeada por “tese”, estruturada no formato de uma sentença ou proposição verdadeira, proximal à lógica aristotélica. Assim, não fará sentido responder ao questionamento “qual é a sua tese?”, ou “que tese você defende?”, com um único enunciado afirmativo. Aqui, atribuímos o significado da palavra “tese” ao percurso de pesquisa realizado durante um curso de doutorado, associado ao processo investigativo e formativo do pesquisador principal, o doutorando.

Ademais, neste contexto, a utilização do termo *fio condutor*<sup>56</sup> pode se vincular, semanticamente, com a ideia central que alimenta o processo de consecução dos objetivos definidos para a realização da pesquisa. Assim, quando observamos o aspecto linear com que a tese se mostra depois de finalizada, ilustrada pela Figura 1, presente no final da Apresentação, pode-se gerar no leitor a falsa impressão de que a construção dos artigos (o qual seguiram fios condutores bem definidos) se deu linearmente. Entretanto, reescritas, correções e alterações na estrutura textual imprimiram uma não-linearidade na elaboração desta tese. Por isso, são necessárias considerações, às partes e ao todo.

<sup>56</sup> No campo científico da Engenharia Elétrica, chama-se *fio condutor* um material responsável pelo transporte energético de uma fonte (origem) ao seu destino; geralmente é metálico, maciço, flexível, com a área da seção transversal circular de medida invariável e de grande comprimento (SANTOS, A. C. S. Física: Eletricidade e Magnetismo I. *e-book*. Fortaleza: EdUECE, 2015. Disponível em: <https://cutt.ly/GwwvGUjQ>. Acesso em: 31 maio 2023.). Metaforicamente, usamos *fio condutor* como uma “ideia, meio ou sinal que serve de orientação numa obra, num raciocínio ou ainda numa situação difícil ou problemática” (Dicionário Priberam da Língua Portuguesa, 2021. Disponível em: <https://cutt.ly/ZwwwHtHT>. Acesso em: 20 maio 2023.).

## [#Ω] 1 ... SOBRE OS ARTIGOS PRODUZIDOS

A ilustração do início do primeiro artigo, traz um questionamento que direciona o percurso do que é apresentado no restante do texto: “o que move um pesquisador para fazer um mapeamento em uma determinada área?” (p. 39). Como indicação do caminho, Norma Ferreira (2002) sugere: “conhecer o já construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito [...], [além de] dar conta de determinado saber que se avoluma cada vez mais rapidamente e de divulgá-lo para a sociedade.” (FERREIRA, 2002, p. 259). Buscamos, assim, seguir sua sugestão.

Para além de uma revisão de literatura da região sob investigação, a proposta de fazer um mapeamento da produção acadêmica, identificando o estado atual do conhecimento produzido em torno dos laboratórios associados à Matemática, evidenciava-se como condição primeira da pesquisa em curso. Com essa demanda, fazer uma pesquisa bibliográfica foi basilar para a investigação doutoral, com a finalidade de: (1) conhecer o que já se produziu academicamente sobre os laboratórios; (2) avançar sobre a produção existente; (3) identificar lacunas para novas pesquisas; (4) estruturar embrionariamente a região de inquérito.

Com o mapeamento da produção acadêmica foi possível concluir que existem poucas discussões acadêmicas sistemáticas (*stricto sensu*) em torno deste foco temático, como também uma distribuição geográfica irregular. Diante destas conclusões, vários questionamentos emergiram na primeira parte da investigação, trazendo consigo um potencial para abrir novos pontos de debate. Questões em torno da natureza teórico-metodológica das pesquisas sobre os laboratórios associados à Matemática, ainda não foram explorados na literatura.

Como parte das intencionalidades da pesquisa de doutorado aqui relatada, construímos um instrumento, associado a uma técnica, para favorecer a

manutenção desta análise panorâmica, ampliação para outros contextos geográficos [...] e outros formatos de produção [...] [De modo geral,] apresentamos uma possibilidade metodológica para coleta de informações, construção e análise de dados em pesquisas inventariantes, com possibilidade de gerar estudos e pesquisas longitudinais (OLIVEIRA; CAVALCANTE; ANDRADE, 2023a, p. 52).

Para a construção do segundo artigo, partimos dos dados apresentados e das informações geradas pelo trabalho inventariante relatado no manuscrito inicial. A partir deste, avançamos nos processos meta-analíticos acerca das concepções

evidenciadas pelas produções acadêmicas investigadas, incluindo-as às compreensões já desenvolvidas sobre o foco temático em questão. Nosso objetivo, portanto, foi analisar como foram nomeados (estudo terminológico), fundamentados (estudo teórico-metodológico) e caracterizados (estudo conceitual) os laboratórios abordados nas pesquisas brasileiras das últimas quatro décadas. Assim, o aprofundamento epistemológico sobre os laboratórios associados à Matemática, a partir das concepções presentes nas pesquisas acadêmicas, se traduz como cerne deste artigo.

No estudo terminológico, iniciamos por trazer conceitos da linguística para refletirmos sobre as nomenclaturas atribuídas aos laboratórios. Charaudeau (2005) nos diz que a nomeação e conceituação é a primeira ação que um sujeito intencional, sob influência social, exerce para dar significado ao mundo (semiotização) onde está inserido. Na busca pela significação de um laboratório, além de nomear, qualificar e atribuir uma razão de ser, insere-o em uma cadeia de causalidade, sendo passível agir e sofrer ações.

Quando se nomeia um ser (neste caso, uma instituição, para a TAD) por “Laboratório de Matemática”, por exemplo, vendo-o como um signo linguístico, estamos unindo em duas faces deste mesmo ser, o significante e os seus significados, considerando inclusive as concepções daqueles que assim o nomearam. Deste modo, para um outro significante – por exemplo, “Laboratório de Ensino de Matemática” ou “Laboratório de Aprendizagem Matemática” – outras *razões de ser* e outros significados devem emergir.

Apesar de ter identificado seis nomenclaturas distintas para os laboratórios, não foi possível inferir sobre os significados que estes “seres” trazem consigo, pois, os contextos que se apresentaram (os relatos das pesquisas estudados) não trouxeram elementos suficientes para tais análises. Apoiando-nos em Saussure (2006), poderíamos especular que o destaque ao termo “ensino” nas nomenclaturas dos laboratórios, indicaria uma centralização maior nos processos educacionais ligados às ações docentes, que em relação às ações discentes? Poderia este laboratório ser interpretado como um dispositivo educacional dirigido às práticas dos professores, um (“esplêndido”) “auxiliar pedagógico” para o fazer docente?

A admissibilidade de afirmações como estas, necessitaria de dados específicos que expusessem os significados atribuídos a cada um dos laboratórios que receberam o termo (“ensino”, por exemplo), em seus nomes. Em dois dos

trabalhos analisados (SANTOS, 2018; RIBEIRO, 2019) encontramos preocupações explícitas com as terminologias utilizadas. De antemão, acreditamos que o uso indiscriminado da terminologia dos laboratórios associados à Matemática pode levar a um tipo de fragilidade na significação deste ser. O esmero em constituir um laboratório, desde o seu nome até as suas possibilidades de ação, poderá influenciar na sua atuação educacional? Estas colocações e questionamentos apontam para mais um locus de investigação em aberto nesta região de inquérito.

No estudo teórico-metodológico, buscamos compreender quais referências bibliográficas as pesquisas utilizaram para fundamentar o que chamaram de laboratório, além de identificar a presença (ou ausência) de indícios metodológicos para sua utilização. Com este estudo, conseguimos fazer um segundo mapeamento, agora sobre as obras de referências bibliográficas utilizadas, isto é, livros, artigos, dissertações e teses que foram utilizados como referências, nas produções acadêmicas investigadas, no tocante ao laboratório e seu uso. Foi possível comprovar a influência da obra do professor Sergio Lorenzato, e obras derivadas, para constituição da concepção dominante do laboratório, compreendido como um espaço físico, mais próximo de uma sala ambiente.

Há um outro resultado deste estudo que também merece destaque. Dentre as produções acadêmicas investigadas, foi possível constatar que o nível de argumentação teórico-metodológica – associada ao que se compreende por laboratório, suas práticas e finalidades educacionais – está diretamente ligada à área de conhecimento (Ensino, Educação ou Matemática), na qual estão vinculados os PPG onde os trabalhos foram produzidos. Notamos que os objetivos, métodos e referenciais adotados em cada área, definem como os discursos textuais são construídos. Assim, identificamos níveis mais superficiais de argumentação teórico-metodológicas, naqueles vinculados aos PPG da área de Matemática, e níveis mais profundos de argumentação naqueles trabalhos das áreas de Ensino e de Educação.

No estudo conceitual, analisamos evidências e traços das concepções dos autores sobre o que é um laboratório associado à Matemática, nas pesquisas estudadas. Como atividade preliminar deste estudo, analisamos como a exposição discursiva textual das concepções foram apresentadas (ostensiva, não-ostensiva ou conflituosa).

Sob inspiração na produção acadêmica de Rodrigues (2011), que fez uma construção tipológica dos laboratórios, justificamos que os “tipos” são possibilidades de manifestação institucional das “concepções”. Assim, apoiados nos estudos anteriores, identificamos três concepções para laboratórios que, de algum modo, estão associados ao ensino e à aprendizagem da Matemática: (i) *laboratório como espaço físico* – caracterizada pela necessidade do espaço físico específico para sua existência; (ii) *laboratório como abordagem didática* – pressupõe uma relativização da necessidade do espaço físico específico para que ele exista e aconteça; (iii) *laboratório como componente curricular* – compreendido como parte integrante do currículo dos cursos de licenciatura em Matemática.

Entretanto, como ficou evidenciado no trabalho de Oliveira (2017) e Lima (2018), cada instituição que gesta um laboratório, apontará as concepções e finalidades que melhor se adéquam às suas necessidades educacionais. Estas, por sua vez, são definidas pelas crenças e concepções (pessoais e institucionais) associadas aos laboratórios, à Matemática, ao ensino, à aprendizagem, à educação, à didática etc. Assim, evidencia-se a pluralidade de concepções e os múltiplos usos para o conceito de laboratório.

Neste lócus conceitual, um ponto de concordância, entre as principais obras de referências e os trabalhos estudados, aponta para que as características de cada laboratório proposto precisam considerar as necessidades e especificidades do público que o receberá. Cada nível, curso ou segmento educacional tem seus próprios objetivos, expectativas de contribuição e de atuação do laboratório no processo de ensino e de aprendizagem da matemática. A quantidade e a formação dos profissionais docentes que estarão à frente da gestão das atividades irá determinar de sobremaneira como serão as vivências junto ao laboratório. Cada instituição, com seus singulares hábitos e rotinas específicas, favorecerá (ou dificultará) a vinculação das pessoas a essa proposta diferenciada e com potencial para desenvolvimento curricular da matemática de modo exitoso. (OLIVEIRA; CAVALCANTE; ANDRADE, 2023b?, p. 84-85)

Na constituição do elo seguinte desta cadeia, decidimos apresentar o laboratório sob a terminologia conceitual de Laboratório de Educação Matemática (LEM) – tal como proposto por Turrioni (2004) e reconfigurado por Rodrigues e Gazire (2015), como um agente de formação vinculado a cursos de licenciatura em Matemática – por meio da Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Discorreremos sobre as noções teóricas em uma construção textual fictícia, com inspirações em situações reais, para modelizar o LEM e suas praxeologias pela TAD. Essa estrutura explicativa foi inspirada nas “vinhetas” propostas por Etienne

Wenger (1998), em seu livro *Communities of Practice: learning, meaning and identity*, para exemplificação dos conceitos-alvos de sua teoria. Miles e Huberman (1994), no livro *Qualitative Data Analysis*, justificam o uso e definem as vinhetas como

uma descrição focada em uma série de eventos tidos como representativos, típicos ou emblemáticos em um estudo. Ela tem uma estrutura narrativa, semelhante a uma história, que preserva o fluxo cronológico e que normalmente é limitada a um breve período de tempo, a um ou alguns atores chave, a um espaço delimitado ou a todos os três (MILES; HUBERMAN, 1994, p. 81, nossa tradução).

A forma não convencional de apresentar a modelização teórica é a estrutura escolhida para apresentar o LEM como uma instituição, segundo a TAD, com diferentes relações a outras instituições, como universidades, cursos de graduação, cursos de pós-graduação e escolas básicas. Na vinheta, propusemos uma vinculação especial do laboratório com a Licenciatura em Matemática, por meio do Projeto Pedagógico do Curso (PPC), como propõe Rodrigues (2011) – atuação em ciclos do LEM como agente de formação docente.

Exemplificamos modos de fazeres particulares, com o foco nas ações de Flor, uma professora da escola básica, no seu processo de reflexão e desenvolvimento docente, vinculada a um programa de pós-graduação. Durante uma investigação participante da mestrandia Flor, em atividades extensionistas sobre os conceitos de capacidade e volume, emergiram algumas das *praxeologias próprias dos laboratórios*, exatamente aquelas que rompem com o contrato didático institucional, instaurado por modos de fazer e de pensar tradicionalmente desenvolvidos na escola básica.

A discussão trazida por Chevallard (1999) sobre técnicas reconhecidas e técnicas alternativas abre espaço para reflexões praxeológicas importantes: que tipos de técnicas vivem e se desenvolvem no LEM? Quais entram em obsolescência? Como estabelecer relações entre técnicas diferentes para realização de uma mesma tarefa? Quais critérios utilizar para validar modos alternativos de fazer e de pensar no contexto do LEM?

Estas reflexões sobre as praxeologias desenvolvidas nos laboratórios associados à Matemática, em particular nos LEM, devem favorecer o desenvolvimento de outras investigações sistemáticas. Entre os possíveis percursos de pesquisa poderão estar, por exemplo, a dialética da ostensividade/não-

ostensividade associada aos saberes matemáticos nos modos de fazer e de pensar nos laboratórios, que, de modo insuficiente, fora tratado nesta investigação.

Por fim, compreendemos que a proposta de construção dos três artigos, como apresentados, foi fundamental para a consecução do objetivo de pesquisa definido para esta tese. Conhecer a região central de inquérito, por meio das pesquisas *stricto sensu*, não poderia ser outra etapa, senão a primeira. Explorar o objeto central de investigação, definindo novas concepções, permitiu colocar um “tijolinho” a mais no campo pesquisado. Ao fim, olhar para o objeto de pesquisa a partir de uma robusta teoria, fez emergir elementos ainda não explorados, abrindo veios investigativos para impulsionar e redefinir a região de inquérito, com o delineamento de uma agenda de pesquisa.

## [#Ω] 2 ... AOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO

A produção acadêmica é regida por normas e convenções estabelecidas, de modo particular, em cada área do conhecimento e pelas instituições de ensino e de pesquisa. Geralmente, diretrizes são elaboradas para fornecer orientações sobre a formatação, a estrutura, o estilo do texto e até como as referências bibliográficas e citações devem ser escritas. Além disso, a escrita acadêmica tem como objetivo principal comunicar ideias e resultados de forma clara e precisa. Seguir direcionamentos para garantir o cumprimento destes objetivos deve ser uma regra, e não exceção, no desenvolvimento e relato de pesquisas.

Quando vinculado a um programa de pós-graduação, mais especificamente, no final de um curso de doutorado, espera-se que a produção acadêmica do pesquisador, em processo de formação, demonstre “uma compreensão completa e sofisticada de seu campo de estudo; Secundária e previamente, deve demonstrar a capacidade de fazer pesquisas que avancem no entendimento coletivo de importantes questões educacionais.” (BOOTE; BEILE, 2005, p. 11, tradução nossa).

A estrutura clássica de uma tese, organizada em uma série de capítulos, nos quais cada um deles aborda um aspecto específico da pesquisa, usualmente, é o instrumento utilizado para apreciar o desenvolvimento das habilidades acadêmicas de um pós-graduando, exatamente no momento de sua defesa. Entretanto, estruturas textuais alternativas à tese clássica, que materializam a produção

acadêmica no doutorado, já são realidades factíveis para se avaliar a formação de pesquisadores. Nesta seara, Duke e Beck (1999) sugerem

[...] avaliar [se os] possíveis formatos alternativos para a dissertação [ou tese] atende às duas perguntas a seguir sobre a dissertação, além daquelas que tradicionalmente fariam: [1] O formato desta dissertação possibilitará a divulgação do trabalho para um público amplo? [2] Escrever uma dissertação neste formato ajudará a preparar os candidatos para o tipo de escrita que eles deverão fazer ao longo de sua carreira? (DUKE; BECK, 1999, p. 35, tradução nossa)

Sobre o formato *multipaper*, mais à frente, Duke e Beck (1999) respondem afirmativamente às perguntas feitas, e apontam, justamente, estas como sendo falhas do formato tradicional de tese na preparação do profissional para sua atuação após o doutorado: [1] não favorecer a disseminação dos resultados alcançados; [2] não contribuir para habilidade de escrita de artigos científicos.

No decurso de uma pesquisa de doutorado, Mutti e Klüber (2018) investigam sobre como os programas de pós-graduação *stricto sensu* brasileiros, das áreas de Ensino e de Educação, orientam a elaboração de dissertações e teses. De modo mais específico, questionam e buscam identificar o que se mostra sobre o formato *multipaper*, nos documentos disponíveis nos *sites* das instituições de ensino (resoluções, regimentos, manuais, deliberações e diretrizes para normalização).

Como resultados, para além da categorização dos achados, até o final de 2018, identificaram que menos de 9% dos programas de pós-graduação (30 de 335) disponibilizavam orientações normativas para elaboração de dissertações e teses no formato *multipaper* (MUTTI; KLÜBER, 2018). Dentre os programas situados no Nordeste, todos em universidades federais e da área de Educação, apenas quatro (Bahia, Paraíba, Piauí e Rio Grande do Norte) faziam essa orientação. Compreendemos que não orientar sobre a elaboração dos relatos de pesquisas, por parte dos programas de pós-graduação: (1) limita a reflexão acerca das possibilidades para as estruturas textuais; (2) contribui para manutenção da tradição acadêmica que “dita como norma padrão o formato monográfico para pesquisas *stricto sensu*” (MUTTI; KLÜBER, 2018, p. 10); (3) pode legitimar a produção individual de uma tese como modo único de se fazer e relatar pesquisas.

Esta outra consideração parte da minha experiência vivida, fruto das relações pessoais com discentes, docentes e com o próprio PPGE/UFPE, como instituição: percebi que não existe proposta de vinculação dos doutorandos dos anos finais (após o cumprimento dos créditos disciplinares) às atividades regulares

do programa. A matrícula na componente curricular “Trabalho de Tese” é fundamental para manter o vínculo institucional do discente, mas, por outro lado, desobriga-o da vivência nos ambientes (físicos e/ou virtuais) onde a vida do programa acontece. O desobrigar pode institucionalizar o não fazer. Poderia existir um conjunto de atividades que os doutorandos, dos anos finais, realizassem sem comprometer o desenvolvimento das suas pesquisas e vivenciando a coletividade do pós-graduação?

A pandemia provocada pela COVID-19 nos levou a refletir sobre as implicações do distanciamento social, durante e depois dos afastamentos necessários. Naquele momento, a coletividade presencial era notavelmente danosa à nossa saúde física. Naquele momento, o distanciamento físico foi danoso à nossa saúde mental. Quais as implicações em formalizar o afastamento do doutorando das atividades junto a outros discentes e docentes do programa? Quais os prós e os contras de favorecer a concentração estrita e exclusivamente na produção individual de uma tese? Quão importante para a formação do doutorando é ... a interação com outras temáticas investigadas no programa? ... a participação de atividades coletivas para produções de significados? ... a vida social acadêmica em atividades propostas e direcionadas pelo programa de pós-graduação? ... Enfim, qual a contribuição das ações tomadas (ou deixadas de tomar) pelos programas de pós-graduação para manutenção da saúde mental estudantil? O que fazer (ou deixar de fazer) para minimizar o distanciamento dos doutorandos da sua própria temática de investigação? Quais estratégias podem ser adotadas para evitar o abandono (evasão) do curso, promovendo, inclusive, reflexões e produções coletivas que favoreçam a formação do pesquisador?

Estes questionamentos são desdobramentos das minhas experiências pessoais, que encontra em Boote e Boile (2005, p. 11, tradução nossa) a seguinte afirmação: “doutorandos devem ser estudiosos antes de serem pesquisadores”. Entretanto, afirmamos que um doutorando deve ser considerado um estudante antes de ser pesquisador, levando em conta as dimensões que o caracterizam como “um sujeito biológico, social e psicológico” (CAVALCANTE, 2018, p. 53). É respeitar as suas (im)possibilidades de seu desenvolvimento cognitivo e sua autonomia “estudiosa” como um processo, como um “vir a ser”, do modo como nos ensina Freire (2017, p. 105).

### [#Q] 3 ... À REGIÃO DE INQUÉRITO INSTAURADA

Por meio desta investigação, constatamos que a produção acadêmica brasileira, ao longo dos últimos 40 anos (1983-2022), revela o laboratório associado à Matemática como um *conceito multifacetado*, em virtude das diferentes concepções, tipos, lócus e possibilidades de atuação no processo educacional. Anterior à década de 1980, não encontramos relatos de pesquisas *stricto sensu* que versasse sobre o laboratório, ou ainda, que o colocasse em posição de objeto de investigação.

No primeiro artigo, mencionamos o destaque feito por Rui Barbosa (1849-1923) sobre a taquimetria<sup>57</sup>, nos idos de 1880, como uma metodologia alternativa às propostas de ensino de geometria da época. Evidenciamos, ainda, uma breve menção, em torno da temática dos laboratórios, feita por Euclides Roxo (1890-1950), no final da década de 1920, associando o termo “laboratório” a um espaço físico e também a uma metodologia. O notável Malba Tahan (1895-1974), no segundo volume da obra *Didática da Matemática*, publicado em 1962, traz no capítulo “O Método do Laboratório em Matemática” (cap. XVIII, p. 61-84) uma apresentação da composição física do “bom laboratório”, juntamente com orientações metodológicas que devem acompanhar o uso da sala ambiente e dos seus artefatos.

Não encontramos outros trabalhos que figurassem no rol das obras de referências sobre os laboratórios, até a dissertação de mestrado de Oliveira (1983). Cronologicamente, as seguintes produções *stricto sensu* foram desenvolvidas somente 14 anos depois: a dissertação de Abreu (1997); seguida pela dissertação de Aguiar (1999); e pela tese de Guérios (2002). Até 2006, ano da publicação do livro organizado por Sérgio Lorenzato, obra de maior influência nas pesquisas sobre laboratórios, contabilizamos oito trabalhos desenvolvidos, sendo sete dissertações e uma tese, sobre a temática investigada.

Tecendo um esboço cronológico com as principais obras de referência para a região de inquérito, apresentamos a seguir (Quadro 11) nove períodos que, a nosso ver, merecem ser investigados de modo sistemático. A razão de ser das futuras investigações deve residir na ampliação do mapeamento realizado inicialmente por

---

<sup>57</sup> Técnica de origem francesa para se ensinar conceitos geométricos e procedimentos de cálculo. Mais detalhes ver Oliveira, Cavalcante e Andrade (2023a, p. 40).

Oliveira, Cavalcante e Andrade (2023a), compondo o estado da arte brasileiro sobre os laboratórios associados à Matemática. Assim, serão preenchidos possíveis vazios deixados na seleção das dissertações e teses, e permitirá a inclusão outros tipos de documentos que possam relatar a produção do conhecimento desejado.

**Quadro 11** – Esboço cronológico com as principais obras de referência sobre os laboratórios.

Ano	Fatos Cronológicos	Períodos Investigativos
1929	Euclides Roxo parece ser a primeira referência brasileira que faz uma ligação do termo “laboratório”, associado à Matemática, a um espaço físico e a uma metodologia.	<i>Primeiro Período:</i> De 1929 a 1961, lacuna de 32 anos entre as duas primeiras referências.
1962	Malba Tahan, notável pela grandeza e pluralidade de sua obra, inclusive de apoio à ação docente, escreveu um capítulo de livro dedicado a “O Método do Laboratório em Matemática”.	<i>Segundo Período:</i> De 1962 a 1982, lacuna de 20 anos entre as produções.
1983	Ana Maria Naujack de Oliveira (UFPR) produz a primeira dissertação brasileira de mestrado sobre os laboratórios associados à Matemática.	<i>Terceiro Período:</i> De 1983 a 1996, lacuna de 13 anos entre as produções.
1997	Maristela de Abreu (UFMS) produz a segunda dissertação de mestrado investigada.	<i>Quarto Período:</i> Entre 1997 e 1998, lacuna de 2 anos entre as produções.
1999	Marcia Aguiar (USP) produz a terceira dissertação de mestrado investigada.	<i>Quinto Período:</i> Entre 1999 e 2001, lacuna de 2 anos entre as produções.
2002	Ettiene Cordeiro Guérios (UNICAMP) produz a primeira tese de doutorado investigada.	<i>Sexto Período:</i> Entre 2002 e 2003, lacuna de 2 anos entre as produções.
2004	São produzidas três dissertação de mestrado sobre laboratórios: - Natanael Freitas Cabral (UFPA); - Ana Maria Silveira Turriani (UNESP); - Selma Souza de Oliveira (UNESP).	<i>Sétimo Período:</i> Entre 2004 e 2005, lacuna de 2 anos entre as produções.
2006	- Sergio Lorenzato (UNICAMP) organiza um livro com oito capítulos produzidos por pesquisadores com relatos históricos, exemplos de atuação, argumentações e proposições para e sobre o laboratório. - Marli Benini (UEL) produz a sétima dissertação de mestrado investigada.	<i>Oitavo Período:</i> Entre 2006 e 2009, lacuna de 3 anos entre as produções.
2010	A partir deste ano, não houve lacunas entre as produções acadêmicas (dissertações e teses) sobre laboratórios.	<i>Nono Período:</i> Entre 2010 e 2022, produções anuais sobre laboratórios.

**Fonte:** Elaborado pelos autores.

Além das obras de referências estudadas, temos o conhecimento de outras produções, de naturezas diversas – manuscritos não publicados, artigos publicados em periódicos, trabalhos apresentados em eventos e publicados em anais, capítulos de livros, textos (com e sem ISBN) de apoio a materiais didáticos manipuláveis e

textos (com e sem ISBN) de apoio a sistemas educacionais presenciais e à distância –, que foram produzidas dentro e fora dos contextos *stricto sensu* e que merecem ser catalogadas e estudadas. Muitas delas não se apresentaram relevantes para o conjunto das dissertações e teses estudadas, por não terem sido referenciadas. Outras, mesmo com níveis mais profundos de argumentação sobre os laboratórios, apresentaram baixo percentual de citações na Base de Dados da Pesquisa (OLIVEIRA; CAVALCANTE; ANDRADE, 2023b?). Todas precisam ser catalogadas e postas em estudo, sendo este mais um indicativo de pesquisas futuras e uma contribuição do presente estudo.

Com esta tese, como mencionado anteriormente, desejamos dar visibilidade e determinar os elementos necessários para a constituição de uma agenda de pesquisa para a região de inquérito localizada dentro da Educação Matemática, como campo profissional, área de investigação científica (KILPATRICK, 1996; FIORENTINI; LORENZATO, 2006), e circunscrita pelo foco temático *Laboratórios associados à Matemática*. Para tanto, apontamos alguns possíveis caminhos para atuação profissional docente, em atividades próprias de pesquisa (*lato e stricto sensu*), como sugestão inicial para agenda de pesquisa nesta região:

- ampliar, e manter atualizado, o inventário do conhecimento produzido em torno dos laboratórios (ir do estado do conhecimento para o estado da arte);
- explorar a dimensão historiográfica da atuação dos laboratórios brasileiros;
- identificar principais investigadores, centros de pesquisa e de atuação com laboratórios, no Brasil;
- definir sub-focos temáticos para as pesquisas brasileiras sobre laboratórios;
- evidenciar abordagens teórico-metodológicas vinculadas aos laboratórios;
- planejar a divulgação, discussão e avaliação da produção científica vinculada aos laboratórios, com a criação de eventos periódicos específicos e/ou participação em eventos existentes.

Nos pressupostos da TAD, ancoramos nossa compreensão sobre: os *saberes* como formas privilegiadas de organização do *conhecimento* humano; a noção de *relação aos objetos* como o fazer fundamental para se produzir conhecimento. Como postulado por Bosch e Chevallard (1999), conhecer um objeto é ter o que fazer com ele, é lidar com este objeto nas práticas sociais que ocorrem dentro das instituições. Sendo o laboratório (ou um conceito matemático) o nosso

objeto, somente poderemos utilizá-lo em nossos fazeres profissionais, se as relações pessoais estabelecidas produziram informações suficientes para dizer que o conhecemos.

Quando um(a) estudante visita um laboratório (físico), ouve explicações e interage com alguns artefatos que nele vive, materializando conceitos e procedimentos matemáticos, esta situação não é suficiente para se *conhecer* o laboratório, inclusive como espaço físico. Mesmo assim, utiliza-o em uma prática social.

Se um(a) licenciando(a) elabora um material didático manipulável, e apresenta-o para seus colegas (e, possivelmente, para um docente) como uma atividade didática de uma componente curricular da sua formação inicial, isso não garante que ele(a) *conheça* o laboratório como disciplina ou, ainda, como uma abordagem educacional. No entanto, utiliza-o em uma prática social.

Na ocasião em que um(a) professor(a), com consideráveis anos de docência, faz uso de uma atividade experimental, para favorecer a compreensão de um conceito ou procedimento matemático, como alternativa às práticas tradicionais dominantes, não podemos afirmar que ele(a) *conhece* o laboratório com abordagem. Se essa atividade ocorre em uma estrutura física, dentro de uma escola, repleta de materiais didáticos manipuláveis, denominada por “Laboratório de ...”, mesmo assim, não podemos afirmar que ele(a) *conhece* o laboratório como espaço físico. Contudo, utiliza-o em uma prática social.

Mesmo quando um(a) pesquisador(a), que desenvolve a docência como profissão e investiga sistematicamente o laboratório como objeto do conhecimento, afirmar que *conhece* o laboratório, possivelmente encontraremos divergências sobre os modos de fazer e de pensar de outras pessoas (pesquisadores, professores, licenciandos, estudantes...) que afirmam o conhecer. E todos o utilizam em uma prática social.

Não há contradições entre as situações expostas com as assertivas propostas pela Teoria Antropológica do Didático, mas níveis de compreensões diferenciados para o conhecimento dos laboratórios associados a Matemática, considerando inclusive suas múltiplas facetas conceituais. Em suma, cada instituição, com suas práticas próprias, singulares hábitos e rotinas específicas, favorecerá (ou dificultará) a vinculação e o conhecimento das pessoas a essa proposta diferenciada, a qual carrega consigo o potencial para desenvolvimento do ensino e da aprendizagem matemática de modo exitoso.

#### [#Q] 4 REFERÊNCIAS (UTILIZADAS NAS CONSIDERAÇÕES FINAIS)

ABREU, M. D. P. **Laboratório de matemática: um espaço para a formação continuada do professor**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 1997.

AGUIAR, M. **Uma ideia para o laboratório de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y.. La sensibilité de l'activé mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problematique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: Éditions La Pensée Sauvage. v. 19, n. 1, 1999, p. 77-123. Acessado em: 10 jan 2023. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1999/la-sensibilite-de-l-activite/>.

BOOTE, D. N.; BEILE, P. Scholars Before Researchers: On the Centrality of the Dissertation Literature Review in Research Preparation. **Educational Researcher**, Washington, v. 34, n. 6, ago./set. 2005, p. 3-15. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/3699805>. Acesso em: 25 mar 2023.

CAVALCANTE, J. L. A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do Didático: reflexão teórico-crítica no ensino de Probabilidade na licenciatura em Matemática. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.

CHARAUDEAU, P. Uma análise semiolinguística do texto e do discurso. In: PAULIUKONIS, M. A. L.; GAVAZZI, S. (org.). **Da língua ao discurso: reflexões para o ensino**. Rio de Janeiro: Lucerna, 2005, p. 11-27. Disponível em: <https://cutt.ly/U255eJ3>. Acesso em: 21 dez. 2022.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: Éditions La Pensée Sauvage. v. 12, n. 1, 1992, p. 73-112. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1992/concepts-fondamentaux-de-la-didactique/>. Acesso em: 10 jan 2023.

\_\_\_\_\_. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble: Éditions La Pensée Sauvage. v. 19, n. 2, 1999, p. 221-266. Acessado em: 10 jan 2023. Disponível em: <https://revue-rdm.com/1999/l-analyse-des-pratiques/>

DUKE, N. K.; BECK, S. W. Education Should Consider Alternative Formats for the Dissertation. **Educational Researcher**, Washington, v. 28, n. 3, 1999, p. 31-36. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/1177255>. Acesso em: 25 mar 2023.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**. v. 23, n. 79, p. 257-272, ago. 2002. ISSN 1678-4626 versão online. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0101-73302002000300013>. Acesso em: 26 maio 2022.

FREIRE P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 55ª ed. São Paulo: Paz e Terra; 2017.

FIORENTINI e LORENZATO. **Investigação em Educação Matemática**. 1. ed. Autores Associados: Campinas, 2006.

GUÉRIOS, E. C. **Espaços oficiais e intersticiais da formação docente**: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática: 2002. 234 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual Campinas, Campinas, 2002.

KILPATRICK, J. Ficando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional científico. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 4, n. 1, p. 99-120, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.20396/zet.v4i5.8646867>. Acesso em: 8 jun. 2023.

LIMA, M. A. G. **As potencialidades didáticas do Laboratório de ensino de Matemática para a Álgebra escolar**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

MILES, M. B.; HUBERMAN, A. M.. **Qualitative Data Analysis**: an expanded sourcebook. 2ª ed. California: Sage, 1994.

MUTTI, G. S. L.; KLÜBER, T. E. Formato multipaper nos programas de pós-graduação stricto sensu brasileiros das áreas de educação e ensino: um panorama. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA E ESTUDOS QUALITATIVOS, 5., 2018, Foz do Iguaçu. **Anais** [...] Foz do Iguaçu: UNIOESTE, 2018. p. 1-14. Disponível em: <https://sepq.org.br/eventos/vsipeq/documentos/02858929912/11>. Acesso em: 23 mar. 2023.

OLIVEIRA, A. M. N. **Laboratório de Ensino e aprendizagem em Matemática: As razões de sua necessidade**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1983.

OLIVEIRA, R. R. M. **Laboratório na Escola: possibilidades para o ensino de matemática e formação docente**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

OLIVEIRA, C. E.; CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X. Mapeamento das pesquisas brasileiras sobre Laboratórios associados à Matemática: análise de 40 anos de produções acadêmicas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 405-426, 2023a. DOI: 10.33871/22385800.2023.12.28.405-426. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/7544>. Acesso em: 3 ago. 2023.

OLIVEIRA, C. E.; CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X. **Concepções sobre laboratórios associados à Matemática em produções acadêmicas brasileiras**. 2023b[?]. Em fase de pré-publicação.

OLIVEIRA, C. E.; CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X. **O Laboratório de Educação Matemática modelado pela Teoria Antropológica do Didático**. 2023c[?]. Em fase de pré-publicação.

RIBEIRO, A. L. A. **A utilização do Laboratório de Educação Matemática na escola**: experiências com professores que ensinam matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2019.

RODRIGUES, F. C. **Laboratório de Educação Matemática**: descobrindo as potencialidades do seu uso em um curso de formação de professores. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2011.

RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. **Laboratório de Educação Matemática na Formação de Professores**. Curitiba: Appris, 2015a.

SANTOS, M. G. **Laboratório de Educação Matemática “Zaira da Cunha Melo Varizo”**: Um mosaico sobre a formação de professores no IME/UFG. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2018.

SAUSSURE, F. **Curso de Linguística Geral**. Tradução: Antônio Chelini, José Paulo Paes, Izidoro Blikstein. ed. 27. São Paulo: Cultrix, 2006.

TAHAN, M. **Didática da Matemática**. v. 2. São Paulo: Saraiva, 1962.

TURRIONI, A. M. S. **O Laboratório de Educação Matemática na formação inicial de professores**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

WENGER, E. **Communities of practice**: learning, meaning and identity. New York: Cambridge University Press, 1998.