



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS - PPGEC
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

FÁBIO BELARMINO BEZERRA

**PENSAMENTO ALGÉBRICO E TAREFAS COM GENERALIZAÇÃO DE
PADRÕES: UM OLHAR PARA OS RECURSOS MULTIMODAIS EM UM
ENCONTRO FORMATIVO REMOTO COM PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS
À LUZ DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO**

Recife

2024

FÁBIO BELARMINO BEZERRA

**PENSAMENTO ALGÉBRICO E TAREFAS COM GENERALIZAÇÃO DE
PADRÕES: UM OLHAR PARA OS RECURSOS MULTIMODAIS EM UM
ENCONTRO FORMATIVO REMOTO COM PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS
À LUZ DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito para obtenção do título Mestre em Ensino das Ciências e da Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Dr. Jadilson Ramos de Almeida

Recife

2024

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

B574p Bezerra, Fábio Belarmino
PENSAMENTO ALGÉBRICO E TAREFAS COM GENERALIZAÇÃO DE PADRÕES: UM OLHAR PARA OS RECURSOS MULTIMODAIS EM UM ENCONTRO FORMATIVO REMOTO COM PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS À LUZ DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO / Fábio Belarmino Bezerra. - 2024.
110 f.

Orientador: Jadilson Ramos de Almeida.
Inclui referências.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, , Recife, 2024.

1. Teoria da Objetivação. 2. Ensino da Álgebra. 3. Pensamento Algébrico. 4. Formação Continuada de Professores. 5. Labor Conjunto. I. Almeida, Jadilson Ramos de, orient. II. Título

CDD

FÁBIO BELARMINO BEZERRA

**PENSAMENTO ALGÉBRICO E TAREFAS COM GENERALIZAÇÃO DE
PADRÕES: UM OLHAR PARA OS RECURSOS MULTIMODAIS EM UM
ENCONTRO FORMATIVO REMOTO COM PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS
À LUZ DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito para obtenção do título Mestre em Ensino das Ciências e da Matemática.

Aprovado em: ___/___/_____

BANCA EXAMINADORA

Dr. Jadilson Ramos de Almeida (Orientador e Presidente)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Dra. Elisângela Bastos de Melo (Examinadora Interna)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Dra. Juliana Martins (Examinadora Externa)
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Dra. Monica Dias do Nascimento (Examinadora Externa à Instituição)
Secretaria de Educação de Igarassu

*Dedico este trabalho a Deus, autor e
consumador da minha fé.*

À minha família.

*Aos mestres, professores, que passaram
pela minha vida.*

AGRADECIMENTOS

A Deus, autor e consumidor da fé.

Agradeço a minha família, por toda paciência e apoio que me ofereceram ao longo de toda essa jornada, e também por sempre me incentivarem a estudar e continuar os meus projetos.

Ao meu pai, por ser um exemplo de homem e pai presente que dedicou uma vida inteira à minha formação humana e profissional.

À minha mãe, por todo amor e cuidado.

À minha esposa Jullye Mary, por ter me impulsionado a entrar no Mestrado e por ter me ajudado na conquista deste sonho.

Ao meu bem mais precioso, minha amada e querida filha, Maria Júlia, que me impulsiona a ser um homem cada vez mais humano. Te amo, filha.

Aos meus queridos amigos-irmãos de hoje e sempre Edinaldo Feijó e Germano Gomes.

Aos meus queridos mestres e professores que passaram pela minha vida e contribuíram para a minha formação pessoal e profissional, aqui representados pelos amigos de vida e profissão, Demostenes Soares Pessoa e Diogo Vasconcelos.

À Kedma Guedes, que me ajudou na revisão dos textos, nas indicações de livros e artigos sobre multimodalidade, e nos longos desabafos. Obrigado por tanto.

À minha amiga, Monica Dias, pelas orientações, conselhos e incentivo constante.

Aos meus colegas da equipe de formação de professores da Secretaria de Educação de Igarassu, aqui representados por Anailde Felix.

Ao professor orientador e amigo, Prof^o. Dr. Jadilson de Almeida, por todo tempo dedicado, pela disponibilidade e flexibilidade concedidas durante a realização desta dissertação.

Além disso, agradeço à Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM e a Fundação de Amparo à Ciência e tecnologia do Estado de Pernambuco - FACEPE, por fomentar e estimular a formação continuada de professores, que nos ajudou na realização deste trabalho.

Ao Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências e Matemática - PPEGECM e à Universidade Federal Rural de Pernambuco, pela acolhida e oportunidade de desenvolvimento profissional.

Ao Grupo de Pesquisa *Al Jabr* em História, Epistemologia e Didática da Álgebra, pelas ricas discussões e contribuições para esta pesquisa.

A todos, muito obrigado pela contribuição para a realização de mais uma etapa profissional.

RESUMO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017), como o principal documento norteador do currículo da educação Brasileira, apresenta a álgebra como uma unidade temática a ser abordada, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, tendo como um dos seus objetivos principais contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Pensando na necessidade de se estabelecer uma conexão entre o ensino da álgebra e as demais unidades temáticas, é preciso considerar a responsabilidade que o professor dos Anos Iniciais assume, que é a de ampliar seus conhecimentos, a fim de proporcionar essa articulação com segurança. Esse contexto desperta a reflexão sobre a formação do professor dos Anos Iniciais, que desenvolve habilidades para uma ampla possibilidade de atuação profissional, para além da sala de aula, porém ainda com fragilidades, o que demonstra a constante necessidade de preencher as lacunas ao longo da sua formação. Desse modo, as mobilizações giram em torno do investimento em formação continuada, a fim de preencher alguns hiatos, entre eles, o entendimento sobre o ensino da álgebra, unidade temática foco desta pesquisa. Assim, este estudo tem como primeiro passo apreciar um encontro formativo de continuidade, em contexto remoto, planejado para professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, cujo objetivo é identificar indícios de objetivação, a partir da análise de tarefas com generalização de padrões, discutidas em um encontro formativo remoto, com professores dos anos iniciais, à luz da Teoria da Objetivação. Assim, foram realizadas análises de concepções relacionadas ao pensamento algébrico, a partir das reflexões e interações das professoras, durante o estudo dessas tarefas. Na análise, foi utilizado o conceito de multimodalidade e seus mais variados recursos como artefatos fundamentais para a compreensão da temática, bem como reflexões sobre a importância desses recursos na mobilização de saberes em sala de aula. Nesses aspectos, não evidenciamos com clareza a materialização dos vetores do pensamento algébrico, mas experienciamos os processos de objetivação e possíveis distinção entre as generalizações algébrica e aritmética, discutidas dentro da vivência do Labor Conjunto, atividade apresentada na TO, que, entre outros aspectos, prioriza a coletividade, a solidariedade, o cuidado com o outro, nos processos de produção do conhecimento.

Palavras-chave: Ensino da Álgebra; Pensamento algébrico; Processo de Objetivação; Multimodalidade; Formação continuada remota; Labor Conjunto; Teoria da Objetivação.

ABSTRACT

The National Common Core (BNCC, 2017), as the main guiding document of the Brazilian education curriculum, introduces algebra as a thematic unit to be addressed starting from the Early Years of Elementary School, with one of its primary objectives being to contribute to the development of algebraic thinking. Considering the need to establish a connection between algebra instruction and other thematic units, it is essential to recognize the responsibility that Early Years teachers assume, which is to expand their knowledge in order to facilitate this integration effectively. This context prompts reflection on the training of Early Years teachers, who develop skills for a broad range of professional activities beyond the classroom but still face challenges, highlighting the ongoing need to address gaps throughout their education. Therefore, efforts focus on investing in continuing education to fill these gaps, including understanding the teaching of algebra, which is the central theme of this research. The first step of this study involves evaluating a continuing education session conducted remotely, designed for Early Years Elementary School teachers, with the aim of identifying evidence of objectification through the analysis of tasks involving pattern generalization, discussed in a remote formative session with Early Years teachers, in light of the Theory of Objectification. Analyses were conducted on conceptions related to algebraic thinking, based on the teachers' reflections and interactions during the study of these tasks. The analysis utilized the concept of multimodality and its various resources as fundamental tools for understanding the topic, along with reflections on the importance of these resources in mobilizing knowledge in the classroom. In these aspects, the materialization of vectors of algebraic thinking was not clearly evidenced, but the processes of objectification and possible distinctions between algebraic and arithmetic generalizations were experienced and discussed within the context of Joint Labor, an activity presented in the Theory of Objectification, which, among other aspects, prioritizes collectivity, solidarity, and care for one another in the processes of knowledge production.

Keywords: Algebra Teaching; Algebraic Thinking; Objectification Process; Multimodality; Remote Continuing Education; Joint Labor; Theory of Objectification.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fases do labor conjunto.....	39
Figura 2 - Estrutura do projeto didático da formação - PDF.....	53
Figura 3 - Síntese do PDF a uma AEA.....	54
Figura 4 - Labor conjunto remoto.....	56
Figura 5 - Tabela utilizada como registro das contribuições dos professores(as).....	65
Figura 6 - Recorte da tarefa apresentada ao pequeno grupo.....	66
Figura 7 - Tarefa 1 proposta para o 4º ano e apresentada ao pequeno grupo.....	73
Figura 8 - Tabela 2 utilizada como registro das contribuições dos professores(as)...	78
Figura 9 - Proposta de tarefa envolvendo sequência recursiva.....	80
Figura 10 - Tarefa sobre variação de proporcionalidade analisada pelo pequeno grupo.....	86
Figura 11 - Tarefa 2 proposta para o 5º ano.....	92

LISTA DOS QUADROS

Quadro 1 - Quadro síntese das diretrizes para a formação inicial e continuada dos docentes.....	28
Quadro 2 - Quadro das competências gerais docentes da BNC - Formação.....	29
Quadro 3 - Saberes e objetivos dos encontros formativos.....	54
Quadro 4 - Síntese das fases do labor conjunto remoto.....	57
Quadro 5 - Sujeitos da Pesquisa.....	63

LISTA DE ABREVIações E SIGLAS

AEA - Atividade Ensino Aprendizagem

BNC-Formação - Base Nacional Comum para a Formação Continuada de Professores da Educação Básica

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CNE - Conselho Nacional de Educação

DCN - Diretrizes Curriculares Nacionais

EF - Ensino Fundamental

EI - Educação Infantil

IES - Instituições de Ensino Superior

LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação

MEC - Ministério da Educação

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PCPE - Parâmetros Curriculares de Pernambuco

PDF - Projeto Didático da Formação

SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática

TO - Teoria da Objetivação

UFRPE - Universidade Federal Rural de Pernambuco

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	14
2. A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	19
2.1 BREVE CONTEXTO NORMATIVO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	19
2.2 ALGUMAS IDEIAS ACERCA DA FORMAÇÃO DOCENTE.....	23
2.3 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA.....	27
3. TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: CONCEITOS DE ATIVIDADE, SABER, CONHECER E LABOR CONJUNTO.....	32
3.1 CONCEITO DE ATIVIDADE PARA A TO.....	35
3.2 LABOR CONJUNTO.....	37
3.3 SABER E CONHECIMENTO PARA TO.....	40
4. O ENSINO DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA PERSPECTIVA DA TO.....	43
4.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA E DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS.....	43
4.2 O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA PERSPECTIVA DA TO.....	46
5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	51
5.1 CLASSIFICAÇÕES DA PESQUISA.....	51
5.2 CONTEXTO DA FORMAÇÃO.....	52
5.2.1 Participantes da formação continuada.....	52
5.2.2 Projeto didático da formação.....	53
5.2.3 O labor conjunto remoto.....	55
5.3 ASPECTOS ÉTICOS.....	58
5.4 ESPECIFICIDADES DA ANÁLISE.....	58
5.4.1 Multimodalidade.....	60
5.4.2 O pequeno grupo analisado.....	62
6. RESULTADOS.....	64
6.1 PRIMEIRO MOMENTO DO ENCONTRO FORMATIVO.....	64
6.2 SEGUNDO MOMENTO DA ENCONTRO FORMATIVO.....	72
6.2.1 Tarefa 1, segundo momento, proposta para o 4º ano.....	72
6.2.2 Tarefa 2, segundo momento, proposta para o 4º ano.....	79
6.2.3 Tarefa 3, segundo momento, proposta para o 5º ano.....	85
6.2.4 Tarefa 4, segundo momento, proposta para o 5º ano.....	91
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	97
REFERÊNCIAS.....	102

1. INTRODUÇÃO

A matemática, mesmo que de forma intuitiva, sempre esteve presente na vida do homem. A mesma vem sendo parte da construção e do desenvolvimento da humanidade ao longo da sua história, interagindo com as transformações que aconteceram e que continuam a acontecer na sociedade e no próprio ser humano. Dessa forma, o desenvolvimento da Matemática como ciência está apoiado na necessidade de sobrevivência do homem no meio social.

A matemática se comunica com o homem e com o mundo por meio de uma linguagem própria. Compreender e aplicar uma linguagem matemática, são essenciais para o desenvolvimento das atividades das mais simples às mais complexas. Devlin (1997) vai dizer que: “[...] quase não existe um aspecto de nossas vidas que não seja afetado, em maior ou menor grau, pela matemática, pois padrões abstratos são a própria essência do pensamento da comunicação, da computação, da sociedade e da vida” (apud Boaler; Munson; Williams, 2016, p. 23)

Sendo assim, a escola passa a desempenhar um importante papel no processo de garantir a todos condições para compreender e se comunicar utilizando uma linguagem matemática em um mundo cada vez mais tecnológico, uma vez que o homem é um ser histórico-social, e que evolui e se transforma na inter-relação com o outro. Para Leontiev (1978) a humanização do homem, ocorre à medida que ele se apropria dos bens culturais produzidos ao longo do tempo, de forma que

[...] o processo de apropriação efetua-se no desenvolvimento das relações reais do sujeito com o mundo. Relações que não dependem nem do sujeito nem de sua consciência, mas são determinadas pelas condições históricas concretas, sociais, nas quais ele vive e pela maneira como a sua vida se forma nestas condições (p. 257).

Nessa perspectiva, nossa pesquisa se localiza em processos de ensino-aprendizagem da matemática, pautados em uma aprendizagem que “[...] não se refere apenas a saber algo, mas também a respeito de se tornar alguém” (Radford, 2011, p. 312). Entendemos que o objetivo da Educação Matemática é:

[...] um esforço dinâmico, político, social, histórico, cultural, que visa a criação dialética de professores e alunos reflexivos e éticos, que se posicionam criticamente em discursos e práticas matemáticas histórica e culturalmente constituídas, e ponderam e deliberam sobre novas possibilidades de ação e pensamento (Radford, 2021, p. 47).

Assim, aprender e ensinar matemática, ou qualquer outra disciplina, “[...] passa inevitavelmente pela apropriação, por parte do sujeito que aprende, dos conceitos que constituem tal área” (Moretti, 2011, p. 387).

A matemática escolar tem um histórico de desafios, dentre eles o ensino da álgebra, e em especial o desenvolvimento do pensamento algébrico. Um dos prováveis motivos talvez seja a priorização, ao longo dos anos, do ensino da álgebra centrado na memorização e repetição de símbolos, expressões, fórmulas e resolução de exercícios descontextualizados, em detrimento da construção de significados, a partir das ideias que permeiam o pensamento algébrico, “[...] uma vez que pensar algebricamente possibilita construir sentido para os objetos algébricos e suas representações, o que dificilmente acontece quando a ênfase está na linguagem simbólica algébrica” (Almeida, 2016, p. 14).

Nesse sentido, é importante ressaltar que entendemos o pensamento algébrico como um processo de construção de significação do pensamento relacional, e da compreensão de generalizações, como sugere Almeida (2016, p. 81), ao dizer que “o pensar algebricamente é composto pelos seguintes elementos ou características: estabelecer relações; generalizar; modelar; construir significado; e operar com o desconhecido”.

Para autores como Russell *et al.* (2016), o ensino da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental tem se constituído como uma tendência em educação matemática, nas últimas décadas e, embora os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (Brasil, 1997) já indicassem nos anos iniciais do Ensino Fundamental o ensino de uma pré-álgebra, é a partir de 2012 que o ensino da álgebra começa a aparecer de maneira mais explícita e enfática em alguns currículos no Brasil (Ferreira, 2017). Um exemplo disso são os Parâmetros Curriculares de Pernambuco - PCPE que, em 2012, já apresentavam em sua estrutura diretrizes para o ensino da álgebra nos anos iniciais. Porém, somente a partir da promulgação da Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2017) há uma sinalização efetiva em caráter nacional para o ensino da álgebra desde os anos iniciais.

A partir da homologação da BNCC (Brasil, 2017), que normatiza no Brasil o ensino da álgebra, desde os anos iniciais, através do trabalho como redator do novo currículo de Pernambuco (2019), também como professor formador de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, observamos que o ensino da álgebra,

preconizado pela BNCC, apresenta importantes desafios para o trabalho docente. Dentre eles, se destaca compreender que o foco do ensino da álgebra proposto não está na utilização de símbolos e fórmulas matemáticas, mas na compreensão da ideia de generalização e do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Embora existam muitas pesquisas sobre a aprendizagem da álgebra pelos estudantes dos anos iniciais (Warren; Trigueiros; Ursini, 2016; Oliveira; Nobrega; Ferreira; Ferreira, 2018; Oliveira; Paulo, 2019), para Nacarato e Custódio (2018), pouco se tem estudado sobre a formação dos professores que ensinam matemática, no que se refere ao pensamento algébrico. Portanto, é importante considerar que o conhecimento do professor e sua prática pedagógica têm um papel fundamental na aprendizagem dos estudantes, uma vez que, ensinar exige o desenvolvimento de saberes que, para Tardif (2012, p. 36) é “um saber plural, formado pelo amálgama, mais ou menos coerente, de saberes oriundos da formação profissional e de saberes disciplinares, curriculares e experienciais”. No entanto, entendemos que a formação inicial do professor dos anos iniciais deixa algumas lacunas na discussão e materialização desses saberes teóricos-metodológicos, que influenciam diretamente na prática pedagógica do mesmo (André, 2010).

Assim, a formação continuada de professores pode desempenhar um importante papel para contribuir com o desenvolvimento profissional do professor, bem como na diminuição das lacunas formativas dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste sentido, a formação deve ser pensada com foco nos processos de ensino-aprendizagem, de forma teórica e prática, ou como indica Freire (1987), pela *práxis*, considerando, então, que o ambiente formativo pode assumir um contexto de espaço colaborativo de desenvolvimento mútuo, de trabalho comunitário, de pesquisa e de potencialidades.

Entendemos ser relevante aprofundar os estudos sobre o ensino da álgebra com professores que ensinam matemática, em um contexto de formação continuada. Uma vez que, para Radford (2018), o encontro com o saber ocorre na atividade, denominada por ele de *labor conjunto*, num processo de cooperação, em que professor e aluno trabalham de forma conjunta e igualitária, embora cada um tenha ciência do seu papel no processo de ensino-aprendizagem, o que favorece a materialização do saber e a transformação do sujeito. O autor também destaca a

relação da linguagem, política e alteridade no campo da matemática (Radford, 2018), ao preconizar que a fala e o pensamento são formas de agir sobre o mundo.

Assim, a partir do contexto aqui apresentado, algumas reflexões e inquietações emergem, e se traduzem no seguinte problema de pesquisa: *Como docentes experienciam processos de objetivação em torno do ensino da álgebra, a partir da análise de tarefas com generalização de padrões para os anos iniciais, no contexto remoto de um encontro formativo, à luz da Teoria da Objetivação - TO?*

Desta forma, nossa pesquisa tem os seguintes objetivos:

Objetivo geral

- Identificar indícios de objetivação, a partir da análise de tarefas com generalização de padrões, discutidas em um encontro formativo remoto, com professores dos anos iniciais, à luz da Teoria da Objetivação.

Objetivos específicos

- Apontar aspectos sobre pensamento algébrico revelados por professores dos Anos Iniciais durante um encontro formativo, ao analisar tarefas de generalização de padrões;
- Identificar as contribuições dos recursos multimodais para o entendimento do professor, em relação ao ensino de álgebra nos anos iniciais, com foco no pensamento algébrico.

Nesta pesquisa, realizamos uma análise de um encontro de formação continuada remoto, proposto e idealizado pelo Grupo de Pesquisa *Al Jabr* em História, Epistemologia e Didática da Álgebra, a partir do trabalho conjunto de um pequeno grupo de professores que ensinam matemática e, em particular, o ensino da álgebra. A formação teve por objetivo discutir aspectos do ensino da álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, à luz da Teoria da Objetivação.

A investigação da pesquisa se sustenta no arcabouço teórico da Teoria da Objetivação, sobre o pensamento algébrico (Radford, 2010, 2013). Esta considera que pensar algebricamente perpassa por três vetores: *Indeterminação*, que diz respeito ao uso de termos desconhecidos em uma sentença matemática; *Denotação*, que se refere ao reconhecimento e à nomeação da indeterminação por diferentes meios semióticos; e *Analiticidade*, que trata da ação de agir de modo analítico-dedutivo com o indeterminado, como se fosse determinado. A TO também servirá como análise do papel colaborativo de cada participante e das atividades propostas.

A pesquisa apresenta-se como qualitativa (Ludké; André, 1986; Minayo, 2008), do tipo descritiva e interpretativa (Chizotti, 1991; Vergel, 2016), com análise baseada em métodos multimodais (Radford, 2015), uma vez que, para a TO o pensamento pode se apresentar de diversas maneiras.

Esta dissertação está estruturada em 6 capítulos, iniciando com a introdução, onde apresentamos a justificativa, o problema de pesquisa, o objetivo geral e os específicos da investigação. No capítulo 1, apresentamos algumas reflexões acerca da formação inicial e continuada dos professores que ensinam matemática. No capítulo 2, discorremos acerca da Teoria da Objetivação, do conceito de atividade, labor conjunto, saber e conhecimento. No capítulo 3, discutimos sobre o ensino da álgebra e o pensamento algébrico, na perspectiva da Teoria da Objetivação. No capítulo 4, apresentamos os aspectos metodológicos da pesquisa. No capítulo 5, descrevemos, interpretamos e analisamos as atividades realizadas com os sujeitos participantes da pesquisa, apresentamos uma síntese dos resultados e, por fim, no capítulo 6, trazemos as considerações finais da pesquisa, apontando as dificuldades, bem como as possíveis contribuições para o ensino-aprendizagem da álgebra.

2. A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo, traremos um breve relato do contexto normativo da formação inicial e continuada de professores no Brasil, bem como uma breve apresentação das diretrizes da Base Nacional Comum para a formação continuada de professores da Educação Básica (BNC-Formação), por considerarmos importante entender as normativas que tratam sobre a formação docente, e a importância do processo contínuo de formação e desenvolvimento profissional dos professores.

2.1 BREVE CONTEXTO NORMATIVO DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A formação docente é uma temática ampla e complexa, podendo se referir tanto à formação inicial, quanto à continuada. Para Gatti (2017), essa complexidade se dá porque o sujeito, durante o seu processo formativo, pode sofrer a influência de diversas variáveis, tais como: valores pessoais, históricos, socioculturais, econômicos, políticos, entre outros que interferem diretamente no seu desenvolvimento pessoal, profissional, e em suas concepções, inclusive sobre educação. Sendo assim, entendemos ser importante, antes de qualquer discussão, e já neste tópico, trazer a nossa compreensão de educação, uma vez que a mesma norteará toda a pesquisa.

Acreditamos em uma educação humanística, transformadora, emancipadora e libertária, Freire (1986). Nesta perspectiva, entendemos ainda que a escola tem um papel preponderante na constituição do ser humano, uma vez que ambos são palco de práticas, ações e reflexões pedagógicas, políticas, sociais, históricas e, principalmente culturais, pois “a cultura influencia a formação do sujeito e a forma como ele pensa sobre o mundo” (Gobara; Silva; Praça, 2019, p. 47), contribuindo para a formação de um sujeito crítico, atuante, mas essencialmente humano. Nas palavras de Rousseau (1973):

[...]Que se destine meu aluno à carreira militar, à eclesiástica ou à advocacia pouco me importa. Antes da vocação dos pais, a natureza chama-o para a

vida humana. Viver é o ofício que lhe quero ensinar. Saindo de minhas mãos, ele não será, concordo, nem magistrado, nem soldado, nem padre; será primeiramente um homem. Tudo o que um homem deve ser, ele o saberá, se necessário, tão bem quanto quem quer que seja; e por mais que o destino o faça mudar de situação, ele estará sempre em seu lugar (p. 15).

Partindo deste pressuposto, entendemos ainda que a educação é uma atividade humana, pois “é nela e por meio dela que a consciência, a personalidade e as potencialidades tipicamente humanas podem desenvolver-se” (Camillo; Mattos, 2014, p. 215). Além disso, consideramos também um ato político, de liberdade e de entendimento do ser e de se fazer alguém, uma vez que “a aprendizagem não se refere apenas a saber algo, mas também a respeito de se tornar alguém.” (Radford, 2011, p. 312). A partir disso, vislumbramos que uma educação humanizada é essencial, pois ela se desenvolve no saber e no fazer de todos, de forma compartilhada.

Ao nascer, entramos no mundo, começamos a nossa história, e nos tornamos parte de um meio repleto de complexas relações e interações com outros homens, de modo que passamos a pertencer a um organismo inacabado e em constante evolução. Para Charlot (2000),

[...] nascer é penetrar nessa condição humana. Entrar em uma história, a história singular de um sujeito inscrita na história maior da espécie humana. Entrar em um conjunto de relações e inter-relações com outros homens. Entrar em um mundo onde ocupa um lugar (inclusive social) e onde será necessário exercer uma atividade. (p. 53)

Assim, a educação confere uma ideia em que o processo de ensino-aprendizagem não se limita apenas aos conhecimentos escolares sistematizados, mas também ao entendimento do sujeito como ser em constante transformação. Nesse sentido, a educação pode assumir uma conotação experimental antropológica, uma vez que se propõe à aprendizagem da condição humana. Nas palavras de Charlot (2000)

[...] aprender para desconstruir-se, em um triplo processo de “hominização” (tornar-se homem), singularização (tornar-se um exemplo único de homem), de socialização (tornar-se membro de uma comunidade, partilhando seus valores e ocupando um lugar nela). Aprender para viver com outros homens com quem o mundo é partilhado. Aprender para apropriar-se do mundo, de uma parte desse mundo, e para participar de um mundo pré-existente (p. 53).

Para Vygotsky (1991), o ser humano aprende por meio de sua cultura e da interação com o outro, o que também nos faz lembrar que, segundo Freire (1995), o ser humano é inconcluso e se desenvolve a partir de uma relação dialética e dialógica com o outro.

Partindo desse pressuposto, e no entendimento de que o docente vive em constante condição de aprendiz, e é um sujeito inconcluso, pensamos que a educação escolar deve ser voltada para o homem, na compreensão de sua totalidade, no reconhecimento de sua singularidade, que entenda o processo de ensino-aprendizagem como uma atividade humana, social, histórica e cultural (Radford, 2011); uma mão de via dupla, onde cada sujeito, professor e estudante, é igualmente importante nesse processo, embora cada um tenha bem definido e entenda o seu papel nessa relação.

Por fim, compartilhamos da visão de Saviani (2008), ao dizer que a educação tem por finalidade o reconhecimento da condição humana, da emancipação, “cujo compromisso seja a transformação da sociedade, e não a sua manutenção, a sua perpetuação [...]” (p. 93).

A partir desse pressuposto, e do entendimento da importância do professor no processo educativo, é fundamental levar em consideração a formação desse profissional, pois ao realizar uma determinada ação, ela será fruto da objetivação da sua condição humana, por ele apropriada em seus processos educativos, formativos, históricos e culturais, que refletirão diretamente em suas práticas pedagógicas.

Desse modo, levando em consideração a educação como uma atividade essencialmente humana, entendemos que a formação docente faz parte de uma conjuntura complexa de formação, que ao longo do tempo tem ganhado maior importância nas políticas públicas voltadas para a educação, seja como potencializadora da qualidade do ensino, seja para atender a constante evolução do mundo pós-moderno. Qualquer que seja o enfoque formativo, esse objeto é extremamente relevante, uma vez que repercute diretamente nas escolas e nos processos de ensino-aprendizagem.

Hoje, no Brasil, a formação inicial dos professores que atuam nos anos iniciais está sob a responsabilidade dos cursos de Licenciatura em Pedagogia, ofertados pelas instituições públicas e privadas de ensino superior. A

obrigatoriedade do nível superior para professores da Educação Básica ocorreu em 1996, a partir da promulgação da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação – LDB, a Lei de nº 9.394/96 (Brasil, 1996), no qual em seu artigo 62, diz:

A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em cursos de licenciatura, e graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistérios na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade normal.

Com a nova LDB em vigor, várias alterações ao longo dos anos foram feitas em seus artigos. Um exemplo foi a criação das Diretrizes Curriculares Nacionais – DCN para os diversos cursos de formação docente. No entanto, o curso de Pedagogia só teve suas DCNs aprovadas por meio da resolução, CNE/CP Nº 1, de 15 de maio de 2006, junto ao Conselho Nacional de Educação – CNE que institui em seu artigo 4º:

O curso de Licenciatura em Pedagogia destina-se à formação de professores para exercer funções de magistério na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar e em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos (Brasil, 2006, p. 119)

Analisando o artigo 4º, citado na resolução CNE/CP Nº 1 (Brasil, 2006), observamos que a Licenciatura em Pedagogia, além de habilitar para o efetivo exercício da docência na educação infantil, anos iniciais do Ensino Fundamental e Ensino médio, na modalidade normal, também habilita o licenciado ao exercício de outras funções, tais como Educação Profissional, na área de serviços e apoio escolar, e outras áreas correlatas, e que prevejam conhecimentos específicos e pedagógicos. Com tantas possibilidades de atuações diferentes para um licenciado em Pedagogia, André *et al.* (2019) argumenta que é difícil estabelecer uma identidade para este curso, uma vez que se estabelece a questão de se formar professores para os primeiros anos da Educação Básica, ou um pedagogo de modo geral.

Ainda para André *et al.* (2019), a formação ampla e, de certa forma, genérica, pelo qual os licenciados em pedagogia são submetidos, não tem correspondido aos desafios da atividade docente. Dentre esses desafios, destaca-se a definição de um currículo que contemple os componentes que abranjam a sua extensa formação

proposta. O que fica mais evidente, a partir da promulgação da BNCC, que estabelece de forma normativa o conjunto de aprendizagens essenciais para todos os alunos desenvolverem, ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (Brasil, 2017). Assim, de acordo com Pimenta *et al.* (2017)

a insuficiência ou mesmo a inadequação dos atuais cursos de Pedagogia para formar professores polivalentes, uma vez que essa formação implica diferentes saberes: domínio das diversas áreas do conhecimento que compõem a base comum do currículo nacional dos anos iniciais do ensino fundamental e da educação infantil e os meios e as possibilidades de ensiná-los, assim como a identificação de quem são os sujeitos (crianças, jovens e adultos) que aprendem e se desenvolvem nesses ambientes educacionais e escolares (*apud* André et al., 2019, p. 30-31).

Dessa forma, após a promulgação e a implementação da BNCC, tornou-se urgente que as políticas públicas voltadas à educação e à formação docente fossem revistas, uma vez que a graduação em pedagogia é responsável direta pela formação dos professores que atuarão nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, recentemente foram apresentadas modificações na LDB referentes à formação docente, através da Lei nº 13.415, de 2017, especificamente no Artigo 62, nos termos do parágrafo 8º, que passa a constar que “Os currículos dos cursos de formação de docentes terão por referência a Base Nacional Comum Curricular” (Brasil, 2017). Além da inclusão da BNCC como referência para os currículos de formação docente, o Ministério da Educação (MEC) propôs, em 2018, a Base Nacional Curricular para formação inicial de professores da Educação Básica (BNC-Formação), que foi aprovada em dezembro de 2019, por meio da portaria de nº 2.167, homologando as novas Diretrizes Curriculares para Formação Inicial de Docentes da Educação Básica.

Com essa breve trajetória normativa, que objetivou contextualizar, tendo em vista não ser o objetivo deste capítulo e desta pesquisa uma transcrição histórica e normativa detalhada da formação de professores no Brasil, discutiremos, a seguir, algumas ideias acerca da formação continuada docente.

2.2 ALGUMAS IDEIAS ACERCA DA FORMAÇÃO DOCENTE

Como dito no início deste capítulo, a formação docente é uma temática ampla e complexa, uma vez que, os professores no exercício da docência encontrarão

múltiplos desafios relacionados não apenas aos processos cognitivos de ensino-aprendizagem, mas também aos socios, históricos, culturais e emocionais estabelecidos a partir da relação interpessoal entre professor e estudante, o que demanda de sua formação não apenas o domínio específico do conteúdo a ser lecionado, mas também o conhecimento pedagógico, metodológico e histórico-cultural a ele atrelado. O que confere, neste sentido, à formação docente um papel crucial no processo de ensino-aprendizagem.

Nesse contexto, acreditamos ser importante apresentar, mesmo que de forma genérica, o que entendemos como formação inicial e continuada de professores. Assim, concebemos (genericamente) como formação docente inicial aquela que comumente é realizada em instituições de nível superior (IES), em cursos de Licenciatura em Pedagogia e/ou em áreas específicas, habilitando o futuro profissional para o exercício da docência em seus diferentes níveis de atuação e amparo legal, de acordo com as habilitações do curso escolhido. E a formação continuada como sendo aquela geralmente realizada ao longo do exercício da sua carreira profissional, de forma contínua e sistemática, considerando as múltiplas dimensões da profissão docente.

Em nosso atual modelo de educação, o processo de ensino-aprendizagem, em sua forma fundamental e estruturada, inicia-se na Educação Básica, desde a educação infantil em um contexto a partir das interações e brincadeiras planejadas com intencionalidade educativa, baseadas em Campos de Experiências¹ (Brasil, 2017), passando pelo ensino fundamental de nove anos, até, por fim, chegar ao Ensino Médio, o que exige do futuro profissional da docência, em especial os que atuarão na educação infantil e nos anos iniciais² do Ensino Fundamental, um compromisso constante com a sua formação inicial e contínua, dado o caráter amplo, subjetivo, histórico e normativo de sua habilitação profissional.

Ainda para André *et al.* (2019, p. 59) “existe uma expectativa, de âmbito internacional, de que a formação – inicial e continuada – favoreça o processo de profissionalização e de legitimidade da profissão, superando a concepção da

¹ Os campos de experiências constituem um arranjo curricular que acolhe as situações e as experiências concretas da vida cotidiana das crianças e seus saberes, entrelaçando-os aos conhecimentos que fazem parte do patrimônio cultural (Brasil, 2017).

² Os anos iniciais correspondem aos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental.

docência ligada a um fazer vocacionado”. Assim, é fundamental que o profissional docente esteja ciente que sua formação deverá ser permanente, pois, para Freire (1987, p. 92) “o professor que não leve a sério sua formação, que não estude, que não se esforce para estar à altura de sua tarefa, não tem força moral para coordenar as atividades de sua classe.”

Desse modo, a formação docente ganha cada vez mais importância, complexidade e abrangência, de modo que a formação não pode ser entendida apenas como algo de cunho tecnicista, com foco exclusivo na obtenção de saberes, pois nesse sentido o professor torna-se um mero implementador de métodos e técnicas em busca de resultados (André *et al.*, 2019), mas antes como função social e parte do desenvolvimento pessoal e profissional do professor. André *et al.*, (2019), ainda argumenta que a atividade docente como prática reflexiva humana está alicerçada em dois princípios fundamentais: “(i) a importância de valorizar os diferentes aspectos da história individual e profissional docente e (ii) o reconhecimento de que a formação se dá em um *continuum*” (p. 182).

Partindo desse pressuposto, a formação docente pode ser concebida como aquela que favorece uma reflexão crítica, compreende a realidade a qual está inserida, observa os seus problemas, estabelece relações com os pares, sofre influência de aspectos socio-histórico-culturais, políticos, cognitivos e emocionais, de forma que o seu processo é social, subjetivo e ocorre nas relações interpessoais e comunitárias (André, 2019). Assim, o processo formativo do professor se estende por toda a sua vida, com espaço para rupturas e desenvolvimento contínuo e desalienante, de forma que a educação tenha por premissa a valorização da humanidade e da formação para a emancipação (Saviani, 2008).

Nessa perspectiva, a formação do professor, em nosso entendimento, vai além do conhecimento de métodos, técnicas e teorias da aprendizagem. Passa pela compreensão que, para tornar-se professor é necessário reconhecer o trabalho docente como um “agente” de sua própria profissionalização, articulando teoria e prática no fazer pedagógico. Como defende Tardif (2012, p. 37), “o saber docente se compõe, na verdade, de vários saberes provenientes de diferentes fontes. Esses são os saberes disciplinares, curriculares, profissionais (incluindo os das ciências sociais da educação e da pedagogia) e experienciais”, de modo que, ao olhar para suas experiências e “ao desenvolver-se atividades baseadas no trabalho conjunto e

na ética comunitária, as ações formativas tornam-se um espaço público de discussões, de encontros, conflitos e subversão” (Camilotti; Gobara, 2020, p. 228).

Considerando que o exercício da docência perpassa as ideias de ensino-aprendizagem, de forma que professor e estudante são igualmente importantes nesse processo, Radford (2017), concebe professor e estudante em sua Teoria da Objetivação como sendo:

seres autossuficientes e feitos por si próprios, que já conhecem seus assuntos. Professores e estudantes são conceitualizados como subjetivos na elaboração, ou como fontes de saber e intencionalidade, eles são considerados como abertura para o mundo. A TO concebe os professores e os estudantes como seres humanos em fluxo, como projetos inacabados, em busca de si mesmos, empenhados num mesmo esforço onde sofrem, lutam e encontram satisfação juntos (p. 241-242).

O que reforça a necessidade que o professor tenha uma formação que lhe propicie uma socialização constante de conhecimentos específicos inerentes à profissão, mas também culturais, sociais e históricos. E que reconheça a sua formação como uma atividade humana de colaboração mútua, onde o processo de ensino-aprendizagem não resulta unicamente em um conhecimento científico sistematizado, mas também em um conhecimento para além das fronteiras da sala de aula (Radford, 2014).

Assim, a formação profissional do professor, em especial a continuada, precisa levar em consideração diversos saberes que, para Tardif (2012) são plurais, de modo que não se trata apenas dos saberes aprendidos de forma institucional, mas aqueles que são incorporados à sua práxis como um saber-fazer e um saber-ser contínuo, que pode implicar em transformações significativas no processo de ensino-aprendizagem, através da ação de reflexão crítica. Como já dito ao longo de todo o capítulo, a formação precisa ser um processo contínuo e atemporal “uma vez que a constituição do conhecimento e da identidade profissional ocorre de forma idiossincrática e processual” (André, 2019, p. 183).

Neste sentido, a formação inicial não é um fim em si mesmo, mas um marco que confere identidade ao exercício da docência, a partir do momento que propicia um apanhado de conhecimentos necessários à prática profissional do professor. Assim, ela é uma parte e não o todo da formação profissional, e tem como uma de

suas características indispensáveis ao desenvolvimento profissional docente a relação individual e coletiva do sujeito (Nóvoa, 2008).

Desta forma, é necessário pensar em um modelo de formação norteado por princípios éticos, didáticos, pedagógicos e colaborativos que permitam o pleno exercício da docência de forma profissional, e que seja capaz de compreender e lidar com a dinamicidade da escola e dos processos de ensino-aprendizagem. É preciso conceber a formação como um processo contínuo que tem partida na formação inicial e prossegue por toda a vida profissional do professor, em um contínuo processo de movimento progressivo, interativo, comunicativo, crítico, reflexivo e consciente, que irão lhe conferir identidade profissional.

Dentro deste cenário, desperta-nos interesse a formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que o processo de ensino-aprendizagem da matemática, ou qualquer outro componente curricular, requer por parte do professor não apenas conhecimento das estruturas conceituais da disciplina, mas também dos saberes necessários à docência (Tardif, 2012), que instrumentalize a profissionalização dos professores que ensinam matemática. Assim, na próxima seção deste capítulo discutiremos acerca da formação continuada para o ensino da matemática e em especial da álgebra.

2.3 FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Para ensinar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, o processo formativo de professores deve ser constante e contínuo, para que possa contribuir de forma contundente com a aprendizagem dos alunos. De modo que a formação estabeleça um diálogo constante de aperfeiçoamento entre a prática do professor e a sua relação com a matemática, pois “dificilmente um professor de Matemática formado em um programa tradicional estará preparado para enfrentar os desafios das modernas propostas curriculares” (D’Ambrosio, 1993, p. 38).

Assim, entendemos que a formação nos modelos de um ensino tradicional, pode não ser suficiente para o professor pensar em ações que contribuam para superar os desafios atuais de ensinar e aprender matemática. Uma vez que, os

atuais objetivos dos documentos norteadores, como a BNCC, propõem que o ensino da matemática “deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático” (Brasil, 2017, p. 264). Ou seja, que o estudante seja capaz de mobilizar conhecimentos, para resolver situações-problemas matemáticos do seu cotidiano. Assim, é cada vez mais importante a atualização profissional do professor, uma vez que o mesmo de forma colaborativa e coletiva, contribui para os processos de ensino-aprendizagem dentro da sala de aula.

Neste sentido, o Ministério da Educação (MEC), apresenta a BNC - Formação, através da resolução CNE/CP Nº 1, de 27 de outubro de 2020, que tem por objetivo principal aperfeiçoar a formação de docentes no Brasil e garantir “a promoção de situações favoráveis para a aprendizagem significativa dos estudantes e o desenvolvimento de competências complexas, para a ressignificação de valores fundamentais na formação de profissionais autônomos, éticos e competentes (Brasil, 2020). A BNC - Formação se fundamenta em três diretrizes para a formação inicial e continuada dos docentes, os quais são: conhecimento, prática e engajamento profissionais. Na tabela a seguir, apresentamos uma síntese dessas diretrizes:

Quadro 1 - Quadro síntese das diretrizes para a formação inicial e continuada dos docentes

DIMENSÕES	CONHECIMENTO PROFISSIONAL	PRÁTICA PROFISSIONAL		PLANEJAMENTO PROFISSIONAL
		PRÁTICA PROFISSIONAL PEDAGÓGICA	PRÁTICA PROFISSIONAL INSTITUCIONAL	
Síntese	Aquisição de conhecimentos específicos de sua área, do ambiente institucional e sociocultural e de autoconhecimento	Prática profissional referente aos aspectos didáticos e pedagógicos.	Prática profissional referente a cultura organizacional das instituições de ensino e do contexto sociocultural em que está inserido.	Comprometimento com a profissão docente assumindo o pleno exercício de suas atribuições e responsabilidades.

Fonte: Brasil (2020, p. 8)

Analisando as diretrizes da BNC - Formação, observamos que, por si só, a formação inicial dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental talvez não seja o suficiente para garantir uma aprendizagem significativa por parte dos estudantes, uma vez que, “a reduzida carga didática que

os cursos de Pedagogia e Licenciatura para as séries iniciais do Ensino Fundamental têm destinado à formação conceitual e didático-pedagógica da matemática tem sido um problema crônico [...]”, (Fiorentinni, 2008, p. 57).

Assim, os saberes teóricos e pedagógicos, são fundamentais à prática docente, tendo em vista que a compreensão teórica aliada à prática pedagógica e às vivências do estudante, possibilitam importantes avanços na consolidação do processo de ensino-aprendizagem.

Queiroz e Borges (2016) *apud* Fiorentinni (2006) relatam que, para o professor que ensina matemática é fundamental ter domínio conceitual, conhecer a sua estrutura e as ideias da Educação Matemática, além do compromisso em promover práticas pedagógicas que auxiliem o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes. No entanto, Shulman (1986, p. 8) diz que o “simples conhecimento do conteúdo é provável que seja tão inútil como a habilidade pedagógica sem conteúdo”. A partir desta dicotomia entre os saberes profissionais e pedagógicos, entendemos que esses saberes também são frutos do sentido que cada professor confere à sua prática docente, como compreende a matemática e como estabelece relações entre o saber-fazer e o saber-ser.

A BNC - Formação atrela à formação docente dez competências gerais, para que o professor desenvolva durante o seu percurso formativo. São elas:

Quadro 2 - Quadro das competências gerais docentes da BNC - Formação

COMPETÊNCIAS GERAIS DOCENTES
1. Compreender e utilizar os conhecimentos historicamente construídos para poder ensinar a realidade com engajamento na aprendizagem do estudante e na sua própria aprendizagem, colaborando para a construção de uma sociedade livre, justa, democrática e inclusiva.
2. Pesquisar, investigar, refletir, realizar análise crítica, usar a criatividade e buscar soluções tecnológicas para selecionar, organizar e planejar práticas pedagógicas desafiadoras, coerentes e significativas.
3. Valorizar e incentivar as diversas manifestações artísticas e culturais, tanto locais quanto mundiais, e a participação em práticas diversificadas da produção artístico-cultural para que o estudante possa ampliar seu repertório cultural.
4. Utilizar diferentes linguagens - verbal, corporal, visual, sonora e digital - para se expressar e fazer com que o estudante amplie seu modelo de expressão ao partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos, produzindo sentidos que levem ao entendimento mútuo.
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas docentes, como recurso pedagógico e como

ferramenta de formação, para comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e potencializar as aprendizagens.
6. Valorizar a formação permanente para o exercício profissional, buscar atualização na sua área e afins, apropriar-se de novos conhecimentos e experiências que lhe possibilitem aperfeiçoamento profissional e eficácia e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania, ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
7. Desenvolver argumentos com base em fatos, dados e informações científicas para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns, que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental, o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana, reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com estas, desenvolver o autoconhecimento e o autocuidado nos estudantes.
9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza, para promover ambiente colaborativo nos locais de aprendizagem.
10. Agir e incentivar, pessoal e coletivamente, com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência, a abertura a diferentes opiniões e concepções pedagógicas, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários, para que o ambiente de aprendizagem possa refletir esses valores.

Fonte: Brasil (2020, p. 12)

Compreendemos, então, que a formação de professores precisa dialogar com a perspectiva de uma educação socio-cultural-histórica, pois “o indivíduo se forma, apropriando-se dos resultados da história social e objetivando-se no interior dessa história” (Duarte, 1993, p. 47). Neste sentido, a formação continuada de professores pode atuar como um agente colaborativo desse processo mútuo de transformação da realidade social e identitária que ocorre nas relações interpessoais de ensino-aprendizagem. Uma vez que:

para a (co)produção do ser professores os saberes são essenciais, uma vez que é na materialização desses saberes, por meio da atividade intelecto-material, sensual e prática que as formas do ser professor também se materializam, que o cuidado com o outro é posto em ato, que a solidariedade, que o falar e ouvir, que o se colocar no lugar do outro aparece (Radford, 2020a, 2020b, 2021). Nessa perspectiva, formadores e professores “são conceituados como projetos de vida inacabados e inacabáveis, em contínua transformação, em busca de si mesmo, comprometidos juntos no mesmo esforço em que sofrem, lutam, se afirmam e encontram juntos plena realização (Almeida; Martins, 2022, p.115).

Assim, entendemos que para se ensinar matemática é preciso que o professor se cerque de arcabouço teórico-metodológico, que são inerentes ao exercício da docência.

No entanto, para além dos saberes e conhecimentos específicos e pedagógicos necessários à atividade docente, é preciso pensar em uma formação que favoreça um processo de ensino-aprendizagem reflexivo, carregado de sentidos, e colaborativo, de forma que se estabeleça uma dialogicidade entre a formação inicial, continuada e as práticas pedagógicas do professor.

Neste sentido, no capítulo a seguir, trataremos de uma teoria da aprendizagem - Teoria da Objetivação (TO) - proposta por Luis Radford (2011), que se estrutura entre o saber, o conhecimento e a aprendizagem, na defesa de que o processo de ensino-aprendizagem se dá por meio das relações interpessoais, culturais e da ética comunitária entre os sujeitos envolvidos.

3. TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: CONCEITOS DE ATIVIDADE, SABER, CONHECER E LABOR CONJUNTO

Neste capítulo, trazemos elementos que julgamos essenciais para a Teoria da Objetivação nesta pesquisa. Inicialmente, abordaremos uma definição da TO, em seguida, discorreremos sobre os conceitos de atividade, labor conjunto, saber e conhecer.

A TO, para Radford (2014), é uma teoria contemporânea de ensino-aprendizagem histórico-cultural, que emergiu como um movimento antagônico aos movimentos individualistas e construtivistas absolutistas “de que o saber deve *começar* com e *resultar* dos atos do aluno” (Idem, p. 44). Assim, para Radford (2021) a aprendizagem não tem de vir dos estudantes ou do professor, mas da interação entre ambos “como uma ‘dança de consciência’ tentando captar algo *em conjunto*” (p. 45).

Nesse sentido, a partir desta “nova perspectiva” de interação professor-estudante, Radford (2006) propõe uma teoria de ensino-aprendizagem na qual esses processos são complementares e inseparáveis, uma vez que eles não se limitam apenas à materialização do saber, mas também do ser. Radford (2021) esclarece que a TO concebe o professor e o estudante como sujeitos subjetivos em formação, em contínua transformação, inacabados, em fluxo, em busca de si próprios, solidários em um mesmo esforço, na qual vivenciam sentimentos diversos e encontram satisfação e realização de forma conjunta. A Teoria da Objetivação harmoniza-se com o projeto freiriano de educação, à medida que compreendem que o processo de ensino-aprendizagem é um ato político de emancipação de professores e estudantes como seres humanos reflexivos, histórica e culturalmente constituídos.

Assim, para Radford (2021), a TO vai de encontro ao ensino meramente transmissivo, em que o estudante geralmente é um agente passivo do processo, e ao modelo construtivista de que o estudante por si só constroi o seu próprio saber. Ao invés disso, a TO tem seu alicerce em como professores e estudantes, de forma conjunta, materializam saberes a partir das suas relações e interações histórico-culturais. Desta forma, nas palavras do teórico

A teoria da objetivação é uma tentativa de compreender o ensino e a aprendizagem não como o resultado dos próprios atos dos indivíduos (como nos relatos individualistas de aprendizagem) mas como processos culturais-históricos de conhecer e vir a ser. Ela procura estudar as formas de pensar e agir constituídas histórica e culturalmente, e como, enquanto subjetividades em formação, professores e estudantes se posicionam em práticas matemáticas. Tal investigação inclui linguagem, signos, artefatos e o corpo, mas a construção teórica central é o *labor conjunto* (Idem, p. 60).

Ainda sobre a TO, é importante destacar que sua origem remonta a década de 90, como uma possível forma de atender as necessidades de repensar o ensino e a aprendizagem da matemática vinculados às ideias construtivistas, individualistas e tradicionais. Neste sentido, a TO assume a concepção de que a perspectiva histórico-cultural é um dos elementos essenciais no processo de ensino-aprendizagem, bem como na produção dos indivíduos (Gomes, 2016). Desta forma, a Teoria da Objetivação compreende os seres humanos como obras inacabadas, plurais e “produtos” de suas experiências e cultura.

A TO concebe a interação entre professor-estudante como uma relação repleta de subjetividades, uma via de mão dupla pavimentada pela história, cultura e por constantes trocas de experiências, de modo que “aprender é conhecer e tornar-se”. Em outras palavras, a aprendizagem não pode ser limitada ao eixo do conhecimento, mas também deve abordar o eixo do ser: o eixo dos sujeitos. (Radford, 2017, p. 97).

Partindo desse pressuposto, a TO assume uma concepção de ensino-aprendizagem nos alicerces da semiótica³, além de se apoiar nas ideias de filósofos como Marx, Hegel, e dos pensamentos de Vygotsky. A TO “bebe na fonte” desses pensadores, no que se refere a perspectiva de homem e cultura como uma relação indissociável, o que caracteriza a Teoria da Objetivação como uma teoria histórico-cultural, em que os sujeitos aprendem e se desenvolvem de forma integral, uma vez que

o cultural e o social se entrelaçam e se incluem entre si: a cultura faz parte do social e o social tem uma de suas expressões na cultura que, por sua vez, desenvolve o social. Desta forma, acontece toda uma influência social em geral e cultural em particular, expressa fundamentalmente pelo processo educativo que atua sobre cada membro da sociedade culturalizada, através principalmente da família e da escola, porém também através dos grupos, da mídia, das outras pessoas, das diferentes instituições públicas e

³ A Semiótica é a ciência que tem por objeto de investigação todas as linguagens possíveis, ou seja, que tem por objetivo o exame dos modos de constituição de todo e qualquer fenômeno de produção de significação e de sentido. (SANTAELLA, L. 2005, p.11).

privadas, enfim, de tudo o que é produzido pelo conjunto de seres humanos em interação, isto é, pela sociedade e pela cultura. (Diaz, 2011, p. 42).

Para a TO, a aprendizagem ocorre “como o encontro consciente e deliberado com formas históricas e culturalmente codificadas de pensamento e ação” (Plaça; Radford, 2021, p. 313).

Desta forma, o processo de ensino-aprendizagem é histórico e cultural, uma vez que os estudantes se posicionam e expressam-se criticamente diante de ações e pensamentos historicamente construídos por uma sociedade e cultura pré-existente, como maneira de reorganização, ressignificação e materialização do saber e do seu próprio ser.

Assim, a TO pode contribuir para que professores e estudantes, durante todo o processo de ensino-aprendizagem, compreendam-se como sujeitos historicamente constituídos, socialmente atuantes, em constante processo de atualização, reflexão, éticos e críticos. Nesse sentido, é importante destacar que o processo de ensino-aprendizagem não são momentos distintos, mas sim “uma única e mesma atividade: o mesmo *labor conjunto* professor-alunos” (Radford, 2018, p. 14).

Para esta teoria, os processos em que os sujeitos encontram os saberes culturais são denominados objetivação. Trata-se de “um processo ativo e dinâmico no qual o sujeito se dá conta de um objeto conceitual da cultura e o transforma em um objeto de sua consciência” (Gomes, 2016, p. 16). Porém é importante deixar claro que objetivar não é sinônimo de construir algo, mas

é ter consciência de algo (uma forma de pensamento, uma forma de expressão, um modo de agir) e cuja lógica e sentido vão se abrindo progressivamente à compreensão do sujeito, à medida que o sujeito, trabalhando com os outros, tenta apreendê-lo. Esse processo acontece por meio das relações dos sujeitos com objetos culturais. (Plaça; Radford, 2021, p. 313).

Ainda para a TO, como já dito anteriormente, o ser humano é um projeto inacabado, em fluxo e em constante processo de “atualização” e “transformação” a partir da sua interação e vivências com o outro e o mundo. À medida que nos aproximamos do coletivo e das diversidades e diferenças culturais que estão ao nosso redor, acontece a transformação do ser, a partir dos processos de subjetivação, de modo que

os processos de subjetivação são os processos em que os sujeitos estão se coproduzindo em um contexto histórico e cultural, no qual vão se tornando presença no mundo, passando a ocupar um espaço com fala e escuta dentro de determinado grupo social. (Plaça; Radford, 2021, p. 314).

Para a Teoria da Objetivação, professores e estudantes, no contexto escolar

são considerados subjetividades em formação, projetos de vida inacabados e em constante transformação em busca de si mesmos, comprometidos juntos no mesmo esforço onde sofrem, lutam e encontram prazer e satisfação juntos (Radford, 2018, apud Plaça; Radford, 2021, p. 314).

Assim, partindo do pressuposto de que o sujeito, à medida que encontra os saberes, eles se “atualizam” e se “transformam”, e que o processo de ensino-aprendizagem não são momentos distintos, mas sim consubstanciais, na próxima seção deste capítulo, discutiremos acerca do conceito de atividade para a TO.

3.1 CONCEITO DE ATIVIDADE PARA A TO

Na Teoria da Objetivação, o conceito de atividade proposto por Luis Radford, baseia-se na Teoria da Atividade de Leontiev (1978), que entende que o desenvolvimento do ser humano é determinado pelas relações que ele estabelece no meio em que está inserido. Para a TO, o conceito de atividade assume outro contexto, diferente do que apenas se reduzir ao fato de realizar e/ou fazer alguma coisa (Moretti *et al.*, 2018). Desse modo, a ideia de atividade, em contextos de aprendizagem como a sala de aula, por exemplo, está intrinsecamente ligada ao modo como ocorre a materialização do saber, uma vez que o saber “é criado e recriado por intermédio de uma atividade histórico-cultural sensorial. O saber só pode vir a existir sensorialmente *em* e *através* da atividade prática e coletiva, isto é, uma atividade com outros” (Radford, 2021, p. 53).

Assim, o conceito de atividade adquire um papel fundamental e central na TO, e no processo de ensino-aprendizagem, visto que

para que a aprendizagem ocorra, é necessário, portanto, um esforço humano específico: *a atividade*. A produção de saberes em sala de aula, e sua progressiva revelação à consciência dos alunos, está emaranhada com

a evolução da atividade em sala de aula que torna possível tal produção/revelação. Como resultado, o tipo de atividade matemática que podemos promover na sala de aula torna-se extremamente importante. (Radford, 2021, p. 53).

Para Radford (2021) a atividade não é puramente a realização por um indivíduo de ações específicas na busca da concretização de um determinado objetivo, mas que antes ela “refere-se a um sistema *dinâmico* onde os indivíduos interagem coletivamente com um *forte* sentido social, o que torna os produtos da atividade também coletivos” (p. 53).

Assim, para a TO, a atividade é entendida como um movimento em conjunto, de maneira que os sujeitos envolvidos mobilizam de forma coletiva meios de subsistência, em que o saber ganha forma e converte-se em objeto de consciência (Moretti *et al.*, 2018). Ainda para Moretti *et al.* (2018, p. 233) “o conceito de atividade está ligado à ideia de atividade como uma energia”, de forma que essa energia

[...] se desprende dos indivíduos que estão fazendo coisas juntos. Essa energia inclui um fluxo afetivo: um fluxo de motivos e um fluxo de desejos; inclui também um fluxo de ações propriamente ditas, assim como toda a cultura material na qual os sujeitos vão se apoiar para realizar sua atividade. Dizer que a atividade é uma energia, quer dizer que é algo que está formado, por vezes, por uma ativação e que nós nos colocamos por nossa própria ativação física-intelectual com o fim de fazer algo (Moretti *et al.*, 2018, p. 233).

Ainda para (Idem, 2018), a atividade como forma de energia fundamenta-se na realização de um conjunto de ações desprendidas coletivamente por meio de um grupo de pessoas em um determinado contexto histórico e cultural, e não uma simples energia que emerge espontaneamente. Para Radford (2021), a atividade é “um esforço conjunto, por meio do qual os indivíduos produzem os seus meios de subsistência. [...] mais precisamente é uma forma de vida” (p. 54).

Assim, no contexto da TO, professor e estudante estão em constante atividade de trabalho conjunto, visando a satisfação de suas necessidades enquanto seres humanos inacabados, em constante atualização e conscientização das suas subjetividades. O processo de ensino-aprendizagem compreende os seus sujeitos (professor e aluno) como sendo seres histórico-culturais. E a proposição da ideia de atividade aqui apresentada, em um contexto de sala de aula, poderá desempenhar um papel central na atualização do saber dos sujeitos envolvidos nesse processo,

uma vez que ela atuará como “mediadora” da tomada de consciência a partir de movimentos reflexivos, éticos e políticos da comunidade escolar.

Diante disto, é importante destacar que “o saber só pode vir a existir sensorialmente em e através da atividade prática e coletiva, isto é, uma atividade com outros.” (Radford, 2021, p. 53). Nesse sentido, Radford (2021) diz que a atividade é uma forma de vida historicamente constituída, em que os indivíduos ganham corpo, vez e voz, a partir das suas ações e energias desprendidas com e para o outro, em um movimento coletivo (atividade) denominado *labor conjunto*.

Para ampliar as discussões acerca do conceito de atividade e entendê-la como um trabalho conjunto entre sujeitos diferentes de uma mesma cultura, na próxima seção deste capítulo, abordaremos o conceito de atividade como *labor conjunto*.

3.2 LABOR CONJUNTO

O conceito de atividade, para a Teoria da Objetivação, não está associado puramente a uma ação do sujeito em busca de um objetivo concreto, ou seja, para a TO, a atividade não significa fazer meramente alguma coisa, mas antes refere-se a ideia de um sistema em constante movimento, dinâmico, voltado para a satisfação das necessidades do coletivo. Para Radford *et al.* (2008), ela se sustenta em dois importantes pilares: (I) formas específicas de colaboração humana; e (II) formas definidas de produção material e espiritual.

Nesse sentido, a atividade é chamada de *labor conjunto*. Terminologia utilizada para diferenciar a ideia de atividade como resultado de um trabalho conjunto, de um grupo de indivíduos que leva em consideração e analisa todos os movimentos do nosso corpo (gestos, expressões faciais, tom de voz, e outros), além das suas emoções, e da interação com os demais indivíduos, da ideia puramente simplista de atividade como a realização de alguma ação individualista e mecânica.

O *labor conjunto* é a principal categoria ontológica para a TO, uma vez que ela seria o “processo infinito através do qual os indivíduos se inscrevem na sociedade” (Radford, 2021, p. 54). Para Radford, o fato de o labor conjunto ter um papel central na Teoria da Objetivação, a linguagem, os signos e os artefatos

continuam sendo processos importantes para o conhecer e vir a ser do ser humano. De modo que, “esta escolha afirma o papel ontológico e epistemológico fundamental da matéria, corpo, movimento, ação, ritmo, paixão e sensação em relação ao que é ser humano” (Radford, 2021, p. 54).

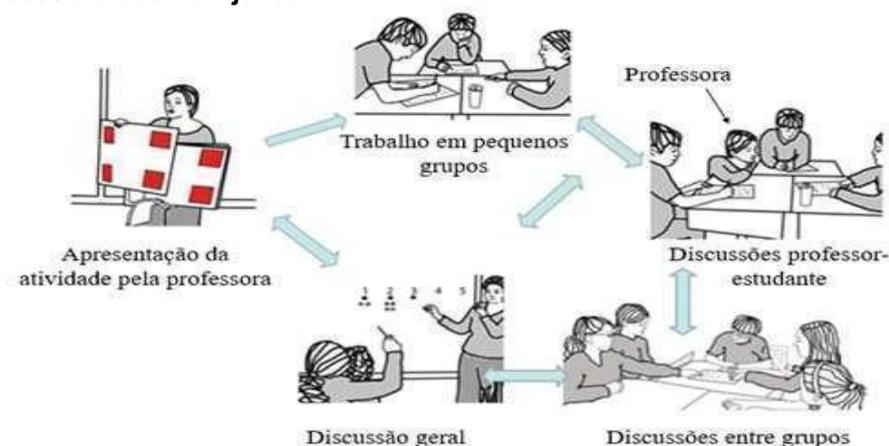
A TO entende o processo de ensino-aprendizagem no contexto de sala de aula, por meio do *labor comum*, “não como duas atividades separadas, uma realizada pelo professor (a atividade do professor) e outra realizada pelo estudante (a atividade do estudante), mas como uma única e mesma atividade: o mesmo labor conjunto de professores-estudantes” (Radford, 2021, p. 55).

A partir desta perspectiva, o professor não é visto como o detentor de saberes e conhecimentos que os repassa e transmite para os estudantes, mas como alguém que materializa esses saberes em um movimento lado a lado com o estudante, de modo que os estudantes não são agentes passivos deste processo, mas sim sujeitos coautores e colaboradores que, ao longo desse caminho, vão ao encontro e vão tomando consciência dos saberes matemáticos cultural e historicamente constituído (Idem, 2021).

No modelo, proposto pela TO, de *labor conjunto*, a relação dialética entre professor e estudante é entendida como um movimento dinâmico e mútuo, de modo que o professor pensa, planeja e apresenta possíveis estratégias de ações de ensino-aprendizagem, ao mesmo tempo que molda essas ações, à medida que interage de forma colaborativa com o estudante, ao escutá-lo, e entende as suas necessidades.

Nesse movimento indissociável de ensino-aprendizagem, a sensibilidade para entender o outro como um ser inacabado, em fluxo e em constante atualização, possibilita a ampliação e a complexificação das discussões com o coletivo e no encontro com o saber matemático historicamente constituído. Para isso, a TO se vale de um modelo de *labor conjunto* proposto por seu autor nas seguintes fases:

Figura 1 - Fases do labor conjunto



Fonte: Radford (2020, p. 30)

Nas fases do labor conjunto propostas esquematicamente por Radford (2020), como mostra a figura acima, na sala de aula o(a) professor(a) apresenta ao grande grupo uma determinada atividade, e propõe a realização e/ou discussão dessa atividade em pequenos grupos, de modo que seja possível, a partir da aproximação das diferenças culturais que estão ao redor destes, acontecer por meio dos processos de subjetivação a transformação e a atualização do ser.

Nessa etapa de discussões nos pequenos grupos, é importante que o professor tenha a devida sensibilidade de observar, escutar e ampliar os debates em torno da tarefa proposta. Em seguida, o professor pode retomar a discussão pro grande grupo ou ainda incentivar a interação entre grupos e, por fim, retomar as discussões de forma coletiva no grande grupo.

No labor conjunto, o professor deve respeitar as subjetividades dos estudantes, de modo que

o professor produz as suas, ancorados nos meios semióticos mobilizados durante o labor comum. Conseqüentemente, por meio de processos prolongados de objetivação e subjetivação, os estudantes se envolvem em formas cada vez mais complexas de intersubjetividade (eu, você, você e nós) (Faria, 2021, p. 10).

Partindo da perspectiva de que a atividade conjunta entre professor-estudante acontece por processos semióticos e multimodais e que

em todos os tempos, grupos humanos constituídos sempre recorreram a modos de expressão, de manifestação de sentido e de comunicação sociais outros e diversos da linguagem verbal, desde os desenhos nas

grutas de Lascaux, os rituais de tribos “primitivas”, danças, músicas, cerimoniais e jogos, até as produções de arquitetura e de objetos, além das formas de criação da linguagem que viemos a chamar de arte: desenhos, pinturas, esculturas, poética, cenografia etc. [...] Considerando-se que todo fenômeno de cultura só funciona culturalmente porque é também um fenômeno de comunicação, e considerando-se que esses fenômenos só comunicam porque se estruturam como linguagem, pode-se concluir que todo e qualquer fato cultural, toda e qualquer atividade ou prática social constituem-se como práticas significantes, isto é, práticas de produção de linguagem e de sentido. (Santaella, 2005, p.11-12)

O labor conjunto desses sujeitos implica num movimento semiótico e multimodal organizado, bem elaborado e complexo, cheios de formas culturais, de simbolismos, criatividade e pensamentos.

Essa relação conjunta e comunitária traz consigo a importância de um olhar cuidadoso para as relações e interações dentro desta comunidade, de forma que a participação dos indivíduos nessa produção coletiva seja pautada pela responsabilidade, compromisso e cuidado com o outro. Essa relação de percepção cuidadosa com o outro, Radford (2008) chama de ética comunitária.

No labor conjunto, para a TO, o sujeito é entendido como um ser histórico-cultural que perpassa a matéria, que se encontra com e no outro, num movimento intrínseco, consubstancial e colaborativo de encontro a materialização do saber. Neste sentido, “aprender é encontrar algo que não sou eu” (Radford, 2008, p. 18). Assim, na próxima seção deste capítulo, discutiremos brevemente o conceito de saber e de conhecer.

3.3 SABER E CONHECIMENTO PARA TO

Nesta seção, traremos, de forma breve, as ideias de saber e conhecer, para a TO. Embora sejam conceitos-chave, durante todo o texto deste capítulo, trouxemos elementos que ajudam na caracterização desses conceitos.

Para a teoria da objetivação, o saber é visto como um labor histórico-cultural, e é compreendido como uma entidade geral (Radford, 2021). Ainda para o autor, “o saber é um sistema de arquétipos de pensamento, ação e reflexão, constituído histórica e culturalmente a partir de um labor coletivo material, corporificado e sensível” (Radford, 2021, p. 66). Assim, para Moretti (*et al* 2018) a TO compreende o

saber como algo pré-existente em nossa cultura, desde que nascemos e do qual teremos a possibilidade de ir ao seu encontro em algum momento da nossa vida.

Na TO, o saber está sempre em movimento e mudando, pois “se trata pois de uma entidade ontológica dinâmica” (Moretti, Panossian, Radford, 2018, p. 254). Ainda para Radford (2021) o saber é visto a partir do prisma Aristotélico de potencialidade, isto é, a capacidade de fazer algo. De modo que o saber “é uma entidade dinâmica: uma produção cultural das pessoas por meio de seu trabalho, de suas ações, suas reflexões, suas alegrias, seus sofrimentos e suas esperanças” (Radford, 2021, p. 68).

Assim, o saber se materializa através da atividade humana, uma vez que

é através da atividade humana (por exemplo, a atividade dos alunos e do professor em sala de o saber (por exemplo, o saber matemático) se converte ou se transforma em algo inteligível, ou seja, suscetível de ser percebido ou sentido. Dizemos sentido, porque neste encontro com o saber participamos com todo nosso corpo, com todos nossos sentidos e a dimensão material da cultura (artefatos, símbolos etc.) (Moretti, Panossian, Radford, 2018, p.255)

Para Radford (2021), a evolução do saber pode ser entendida como um fenômeno cultural. Assim, o saber sobre um objeto matemático é compreendido a partir de formas historicamente constituídas de pensar matemática, de maneira que se estabeleçam novas conexões com o objeto de estudo, como resultado do trabalho humano.

Neste sentido,

em cada momento histórico de uma cultura, o saber contém certas partes e certas conexões entre suas partes e nenhuma outra, e que tal saber oferece aos indivíduos certas *capacidades generativas* de ação, reflexão e pensamento específico para este momento histórico (Radford, 2021, p. 75).

De modo geral, para a TO, o saber (potencialidade) acontece à medida que ele seja posto em movimento e se transforme em algo que seja percebido e sentido pelo indivíduo.

Para a teoria da objetivação, o saber é uma constituição ontológica de natureza dinâmica, fluída, e funciona como um sistema composto por partes individuais e suas conexões. Já o conhecimento seria a atualização ou materialização do saber, como sugere Radford (2021).

Neste sentido, para o saber materializar-se como conhecimento é preciso que ele seja posto em movimento (Almeida; Martins, 2022), de modo que a mediação entre o saber e o conhecimento ocorre através do labor conjunto, a partir da compreensão, da capacidade de refletir e agir diante de um determinado problema (Radford, 2021).

No capítulo a seguir, discutiremos acerca da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental e o desenvolvimento do pensamento algébrico na perspectiva da TO.

4. O ENSINO DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS E O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA PERSPECTIVA DA TO

Neste capítulo, traremos uma breve abordagem sobre o ensino da Álgebra nos anos iniciais, o que diz a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) a respeito do ensino da Matemática nos anos iniciais e em especial da Álgebra, bem como a ideia de desenvolvimento do pensamento algébrico na perspectiva da Teoria da Objetivação (Moretti; Radford, 2021), além de discutirmos as ideias de sequência como objeto matemático. Ressaltamos que não é a nossa intenção aprofundar as discussões acerca da história e das concepções de Álgebra, mas antes contextualizar de forma sucinta o leitor desta pesquisa sobre o que dizem os documentos norteadores para o ensino-aprendizagem da Álgebra. Assim, o nosso foco neste capítulo será a ideia de desenvolvimento do pensamento algébrico na perspectiva da TO.

4.1 O ENSINO DA MATEMÁTICA E DA ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS

As primeiras etapas de escolarização têm importância fundamental no desenvolvimento da criança, especialmente na materialização de conceitos e relações matemáticas. Para Vygotsky (2000, p. 115), a escolarização “induz um tipo de percepção generalizante, desempenhando, assim, um papel decisivo na conscientização da criança dos seus processos mentais”. Nessa perspectiva, o ensino da Matemática nos anos iniciais deve levar em conta as experiências de vivência da criança, sua fase de desenvolvimento cognitivo e que o conteúdo (saber) matemático é resultado de uma atividade humana histórica e culturalmente constituída (Radford, 2021).

O ensino da Matemática nos anos iniciais é fundamental para auxiliar o processo formativo do estudante e o desenvolvimento do letramento matemático, como sinalizado na BNCC (2017):

o Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (p. 266).

A BNCC reafirma o desenvolvimento do letramento matemático como um compromisso do Ensino Fundamental e da garantia dos direitos de aprendizagem dos estudantes, possibilitando-lhes “ler” o mundo que lhes cerca, reconhecer o seu papel enquanto cidadãos atuantes, reflexivos e capazes de resolver situações-problemas das mais simples às mais complexas.

Para Smole (2012, p. 4) “se oferecermos aos alunos dos anos iniciais uma educação matemática de qualidade, maiores são as chances de que desenvolvam habilidades, noções e conceitos que lhes serão úteis para a vida toda”. A partir dessa perspectiva, o ensino da Matemática nos anos iniciais deve proporcionar ao professor e ao estudante um processo de ensino-aprendizagem em que ambos se conectem e se (co)produzem mutuamente enquanto seres humanos, que compartilham experiências, descobertas, reflexões e encontram sentido e significação dos objetos de conhecimento materializados e atualizados coletivamente durante todo o percurso escolar.

Ensinar matemática nos primeiros anos de escolarização da criança, requer, por parte do professor, reflexões acerca de suas práticas pedagógicas e de seus saberes, valorização dos saberes dos estudantes e o entendimento do que é saber e saber fazer matemática. Pois, de acordo com Pernambuco (2019), com base em Câmara e Lima (2010):

O estudante deve ser conduzido a "fazer" Matemática. Cada vez mais, defende-se a ideia de que é preciso saber e saber fazer Matemática. No contexto dessa discussão, mesmo que de forma simplificada, deve-se associar o saber aos conhecimentos apreendidos pelo estudante, e o saber fazer à sua capacidade de mobilizar esses conhecimentos como resposta a um problema (Pernambuco, 2019, p. 71).

Nessa perspectiva, o trabalho com a matemática no Ensino Fundamental, preconizado na BNCC, “leva em conta que os diferentes campos que compõem a matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação” (Brasil, 2017, p. 268). Esse conjunto de ideias ganha sentido ao ser materializado no ambiente escolar, uma vez que “a matemática é algo que aparece quando alunos e professores se envolvem em

atividades em sala de aula” (Radford, 2021, p. 85) de modo que todo esse processo, torne-se um objeto de consciência e pensamento.

A Matemática na BNCC está organizada em cinco unidades temáticas⁴ (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística) articuladas entre si. No contexto da unidade temática de Álgebra, essa atual dimensão se constitui como um grande desafio para o docente dos anos iniciais, pois, para Tardif (2012), o professor deve conhecer (no sentido de tomar consciência) a sua disciplina e o seu programa. O que nos remete a perceber a importância dos saberes teóricos e metodológicos do professor acerca da matemática e dos processos de ensino-aprendizagem.

A Álgebra faz parte do desenvolvimento do homem enquanto ser social e cultural, uma vez que o seu surgimento pode estar ligado inicialmente com as necessidades humanas de resolver problemas cotidianos diversos (Almeida, 2011). Assim, o ensino da Álgebra é parte importante na aprendizagem da Matemática desde os primeiros anos de escolarização, inclusive na educação infantil como defendem Vieira e Magina (2021).

Para Da Rocha Falcão (1997, apud Almeida, 2011, p. 24) a álgebra se “caracteriza como um conjunto de conceitos e procedimentos (algoritmos) matemáticos que permitem a representação prévia e a resolução de um determinado tipo de problema, para o qual os procedimentos aritméticos mostram-se insuficientes”.

No entanto, para BNCC, o ensino da Álgebra não tem por foco a operacionalização de símbolos e fórmulas, mas antes:

“tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento - pensamento algébrico - que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas” (Brasil, 2017, p.270)

Nessa perspectiva, Almeida (2016) sugere que o ensino da Álgebra “deve estar voltado muito mais para a construção de significado e para o desenvolvimento do pensamento algébrico, em detrimento da manipulação da linguagem simbólica

⁴ Unidades temáticas são um conjunto de objetos de conhecimentos e habilidades, utilizados pela BNCC para organização de um determinado componente curricular. Para a Matemática seria algo equivalente aos eixos ou componentes da mesma.

algébrica” (p. 49). Assim, entendemos que o pensamento algébrico se configura como um importante e essencial elemento na significação do ensino da Álgebra. No entanto, acreditamos, como Almeida (2016), que o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ocorrer de forma paralela com a materialização de significados para a Álgebra e a sua linguagem.

A partir desse ponto de vista, apesar de não existir um consenso entre os pesquisadores e a literatura sobre o conceito do que é o pensamento algébrico (Coelho; Aguiar, 2018), nos apoiaremos na caracterização e no entendimento de pensamento algébrico na perspectiva da TO de Radford (2006, 2009, 2011, 2021) de que o pensamento algébrico é uma forma de resposta a problemas da atividade humana historicamente e culturalmente constituídos. Assim, na próxima seção deste capítulo discorreremos sobre a ideia de pensamento algébrico na perspectiva da TO.

4.2 O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO NA PERSPECTIVA DA TO

Para a Teoria da Objetivação, a aprendizagem da matemática e, conseqüentemente, da Álgebra, implica em uma tomada de consciência dos estudantes de que o saber matemático não é algo externo, intangível e produto de um único ser. Mas, antes, é resultado de ações colaborativas, de um trabalho conjunto de percepção e trocas coletivas entre indivíduos imbricados num mesmo objetivo, de maneira tal que

a matemática é revelada a consciência dos estudantes não como um simples saber externo, formal, mas como uma possibilidade cultural que se materializa ou encarna em um conteúdo concreto multifacetado nesse movimento sensível e sensorial que lhe dá vida e que não é nem mais nem menos do que a atividade humana ensino-aprendizagem. Nesta atividade de ensino-aprendizagem tanto estudantes quanto professores aprendem uns com os outros, e a matemática se revela em sua própria lógica polivalente; [...] se trata de um encontro com outras vozes e perspectivas, não para benefício pessoal, mas para a criação de uma obra (uma ideia) em comum. (Radford, 2021, p. 192).

No sentido de que o saber matemático se materializa como uma possibilidade cultural, e é produto de uma atividade humana de ensino-aprendizagem, concordamos com Almeida (2016), ao dizer que a álgebra não se limita a um

conjunto de regras, transformações e representações simbólicas, mas que também é uma forma de pensamento, de modo que

consiste, também, na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras. Assim, a álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas (KIERAN, 2007, *apud* Almeida, 2016, p.39).

Ainda para o autor, a álgebra se revela muito mais na forma de pensar do que propriamente na linguagem que se utiliza para expressar esse pensamento.

A partir desse pressuposto, entendemos que pensar algebricamente possibilita ao estudante, por exemplo, estabelecer relações quantitativas, compreender e observar generalizações, padrões e regularidades em sequências numéricas ou não numéricas, utilizar modelos matemáticos para representar problemas diversos, analisar situações e estruturas matemáticas, entre outros aspectos, construir significado para a Álgebra.

Mas, então, como ocorre o desenvolvimento do pensamento algébrico? Para tentarmos responder a esta pergunta, nos apoiaremos na perspectiva da Teoria da Objetivação, uma vez que, para a TO, a aprendizagem matemática é um encontro coletivo com a Matemática (Radford, 2021).

Para início de conversa, na TO o pensamento é compreendido como “uma reflexão mediatizada de acordo com a forma ou modo de trabalho dos indivíduos” (Radford, 2011, p. 316). Tal reflexão é entendida como um diálogo bidirecional entre a realidade histórica e culturalmente estabelecida, e o indivíduo que a expõe e modifica de acordo com as suas subjetividades, ações e sentimentos (Radford, 2011). Já a ideia de caráter mediado do pensamento, explica-se pelo fato de a TO compreender os artefatos “como parte constitutiva e consubstancial do pensamento, uma vez que pensamos com e por meio de artefatos culturais” (Radford, 2011, p. 316).

Assim, a TO “vê o pensamento algébrico em seu movimento contextual, como resposta a problemas que surgiram dentro das atividades socioculturais e concretas, onde ele surgiu e se desenvolveu” (Radford, 2021, p. 172). Ainda para a TO,

o saber algébrico já está instituído culturalmente, não é algo puramente interno ao estudante, mas um saber histórico em potencial, que pode ser alcançado por meio de um trabalho conjunto e interativo dos sujeitos, denominado por Radford de Labor conjunto (Gomes, 2020, p. 47).

Retomando a ideia de labor conjunto abordada no capítulo anterior como sendo um sistema dinâmico, composto pela energia desprendida por professores e estudantes, numa tentativa de resolver um determinado problema de forma conjunta e cujo tecido inclui linguagem, gesto, percepção, posição corporal e artefatos concordamos com Luis Radford (2021), ao dizer que se trata de “um portador fluido de intenções e motivos *conceituais* e *éticos* que são afinados e refinados ao longo do caminho” (p. 52).

Seguindo esses passos de entender o pensamento algébrico como um movimento semiótico de produção coletiva, histórica e cultural, na perspectiva da TO

a característica do pensamento algébrico não se encontra apenas na natureza da grandeza (ou seja, na natureza do objeto sobre o qual raciocina), mas também no tipo de raciocínio que é feito com grandezas. Mais precisamente, em nossa perspectiva, três condições caracterizam o pensamento algébrico: a primeira tem a ver com os *objetos* do raciocínio; a segunda com a forma como os objetos são *simbolizados* (se trata, então, de um problema semiótico) e a terceira sobre como se *raciocina* sobre objetos do raciocínio (Radford, 2021, p. 173).

Para Almeida e Câmera (2014), o pensamento algébrico é visto como uma forma particular de pensar matematicamente, de modo que se constitui como um sistema processual de ação e reflexão incorporado histórica e culturalmente. De acordo com Radford (2011), “o pensamento algébrico é um tipo muito sofisticado de reflexão e ação cultural, um modo de pensamento que tem sido sucessivamente aperfeiçoado ao longo dos séculos antes de atingir sua forma atual” (p. 139).

Para a teoria da objetivação o pensamento algébrico é caracterizado por três elementos ou vetores que se relacionam entre si, de modo a permitir que o saber seja materializado durante a realização de uma atividade. São eles: o senso de indeterminação se relaciona com as incógnitas, as variáveis, os parâmetros, e outros, de modo que tem a ver com aquilo que é desconhecido e está relacionado aos objetos algébricos (Radford, 2006, 2010). Assim, o senso de indeterminação é a habilidade que um estudante tem, por exemplo, de compreender que em uma equação do tipo $ax + b = 0$, o x pode assumir valores e significados diferentes, de acordo com a situação problema que para ele se apresenta. Outro exemplo possível

é o indivíduo perceber que na expressão matemática que define o valor a ser pago pelo pãozinho francês, aqui representada pela expressão $P(x) = 10x$, onde “ $P(x)$ ” é o preço a ser pago, e “ x ” é a quantidade de pão em quilogramas. O “ x ” pode ser tanto uma variável, quando estiver diretamente relacionada a quantidade de pães em quilogramas, como uma incógnita, caso queira encontrar a quantidade em quilogramas de pão, a partir de um determinado preço a ser pago.

Já a analiticidade é vista como uma forma de trabalhar com objetos indeterminados. Para Silva (2021, p. 45) também “refere-se ao caráter operatório dos objetos algébricos, isto é, o momento em que os objetos algébricos são tratados analiticamente”. Para Vergel (2015) a analiticidade se utiliza de meios semióticos de objetivação como forma de trabalhar com objetos indeterminados como se fossem determinados. Uma vez que a analiticidade se relaciona com o modo que se raciocina sobre objetos do raciocínio e opera dedutivamente (Radford, 2021).

Ainda para Radford (2021)

o fato de que ao pensar algebricamente o estudante inclui em seu raciocínio tantas grandezas determinadas e indeterminadas significa que ele estabelece relações entre estes dois tipos de grandezas. Isso também significa que ele trata grandezas desconhecidas como se fossem conhecidas (p. 174).

Radford (2021) exemplifica essa ideia dizendo que embora não se conheça uma determinada grandeza, opera-se com ela como se conhecesse. Assim, embora não as conheça, é realizada operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, por exemplo com outras grandezas. “Esta operação requer uma reconceitualização das operações envolvidas. Assim a soma “+” na expressão $2 + 3$ já não é mais a mesma que na expressão $2 + x$ ” (Radford, 2021, p.174).

Neste sentido para a TO o pensamento algébrico se difere da concepção de pensamento algébrico como uma representação simbólico alfanumérico. Uma vez que resolver uma equação não é o mesmo que pensar algebricamente, assim como a álgebra não é uma aritmética generalizada e nem o uso de letras é condição necessária e suficiente para pensar algebricamente (Radford, 2021).

Na *denotação* por sua vez, ela se difere da simbologia alfanumérica dos dois primeiros elementos caracterizadores do pensamento algébrico, pois para a TO a materialização dos objetos algébricos, não se limita ao uso das representações

simbólicas, mas também faz uso dos meios semióticos, tais como a linguagem natural, gestos, signos não convencionais, entre outros (Radford, 2021).

Na teoria da objetivação os estudantes se utilizam de meios semióticos em seus processos de significação-comunicação. Para Radford (2003) os meios semióticos de objetivação (MSO) são:

Todos os meios utilizados pelos indivíduos que se encontram em um processo de produção de significados, para alcançar uma forma estável de consciência, para tornar presentes suas intenções e para organizar suas ações e assim adquirir as metas de suas ações (p. 41).

Nessa perspectiva os MSO são instrumentos “mediadores de nossos atos intencionais, portadores de uma consciência histórica constituída a partir da atividade cognitiva das gerações anteriores.” (Radford, 2021, p. 81)

A seguir, abordaremos os procedimentos metodológicos que norteiam a pesquisa, bem como os resultados obtidos a partir da análise dos dados observados.

5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, trataremos dos aspectos metodológicos da nossa investigação. Inicialmente, abordaremos a classificação da pesquisa; em seguida, faremos um breve contexto do modelo de formação; explicaremos a ideia de labor conjunto remoto, proposto no encontro formativo, as especificidades da análise de dados, bem como o pequeno grupo analisado.

5.1 CLASSIFICAÇÕES DA PESQUISA

A nossa pesquisa teve por finalidade identificar indícios de objetivação, a partir da análise de tarefas com generalização de padrões, em um encontro formativo remoto, com professores dos anos iniciais, à luz da Teoria da Objetivação. Nesse sentido, a nossa abordagem foi qualitativa, pois para Chizzotti (1991):

a pesquisa qualitativa considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito, que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição dos significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa (p. 79).

Minayo (2008), destaca ainda que:

o método qualitativo é adequado aos estudos da história, das representações e crenças, das relações, das percepções e opiniões, ou seja, dos produtos das interpretações que os humanos fazem durante suas vidas, da forma como constroem seus artefatos materiais e a si mesmos, sentem e pensam (p. 57).

Ainda para Ludké e André (1986), em uma pesquisa com abordagem qualitativa, o pesquisador não é apenas um observador, mas um participante ativo, que estabelece contato direto com a situação estudada, levando em consideração mais o processo do que o produto, além de se preocupar em retratar a perspectiva dos participantes e as suas interações.

Por apresentar características também de uma pesquisa-formação (Longarezi; Silva, 2013), uma vez que a natureza dos dados analisados fazem parte de um contexto de formação docente continuada, nosso trabalho compreendeu as etapas de: observação da formação *in loco*; dos aspectos sobre o pensamento

algébrico revelados pelos professores; e da identificação de possíveis contribuições dos recursos multimodais na análise das tarefas.

5.2 CONTEXTO DA FORMAÇÃO

A nossa pesquisa tem como *locus* o projeto de formação proposto e realizado pelo Grupo de Pesquisa em História, Epistemologia e Didática da Álgebra, e teve por finalidade: a) contribuir para o desenvolvimento do conhecimento didático sobre álgebra dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por meio de encontros formativos remotos, fundamentados na Teoria da Objetivação; e b) analisar os dados, advindos desses momentos formativos, à luz da TO, a fim de expandir as pesquisas, no campo da Educação Matemática, sobre o tema (Almeida *et al.*, 2021).

Nesta seção, caracterizamos a formação continuada, seu contexto, estrutura, sujeitos participantes, metodologia, carga horária e como aconteceram os processos formativos.

5.2.1 Participantes da formação continuada

A formação envolveu diversos atores, entre professores e pesquisadores que discutem e pesquisam o ensino da álgebra no grupo de pesquisa *Al Jabr*, liderados pelo professor Dr. Jadilson Almeida. O grupo *Al Jabr* foi o responsável pela proposta e execução do projeto de formação continuada e extensão em parceria com a Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE e financiado pelo programa de Formação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM e por meio do edital APQ Jovens pesquisadores 16/2021 processo nº. APQ - 1256-7.08/21.

Como a formação continuada foi pensada e destinada às discussões do ensino da álgebra para os anos iniciais do ensino fundamental, foram estabelecidos os seguintes critérios de participação:

- a) Estudantes da graduação Licenciatura em Pedagogia;
- b) Professores(as), coordenadores(as) que atuam nos anos iniciais de escolas públicas ou privadas;
- c) Professores(as) que ensinam matemática na Educação Básica;

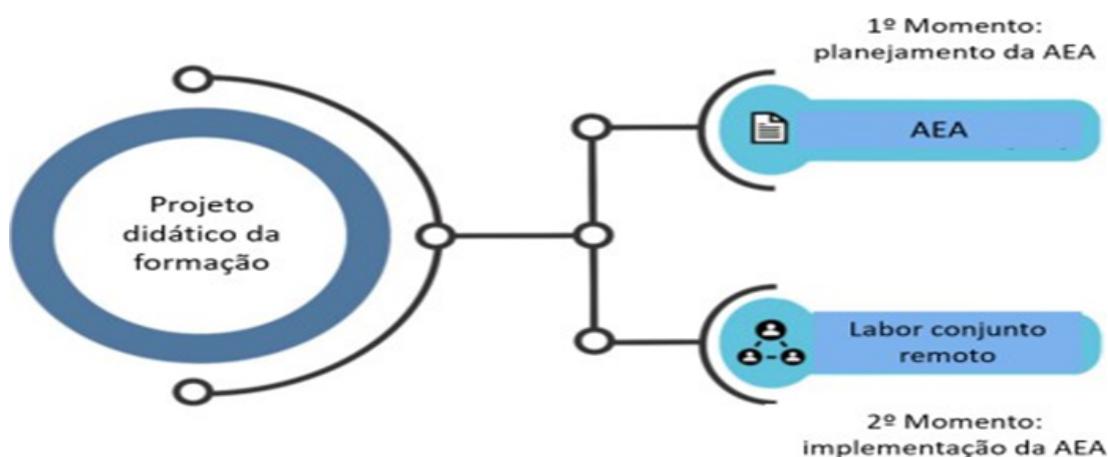
d) Formador, licenciado em Matemática.

Para esta formação, houve vinte inscitos, organizados por professores dos anos iniciais, coordenadores e professores dos anos finais, em grupos de até quatro participantes. A nossa pesquisa se limitou a observar um dos cinco pequenos grupos, devido às especificidades e desafios da natureza da análise proposta neste trabalho.

5.2.2 Projeto didático da formação

O projeto didático da formação (PDF), foi organizado em dois momentos, assumindo os aspectos teórico-metodológicos da TO (Radford, 2021). O primeiro momento foi o planejamento da Atividade de Ensino Aprendizagem - AEA e o segundo momento foi destinado a implementação da AEA, a partir da realização do Labor Conjunto, como esquematizado a seguir:

Figura 2 - Estrutura do projeto didático da formação - PDF



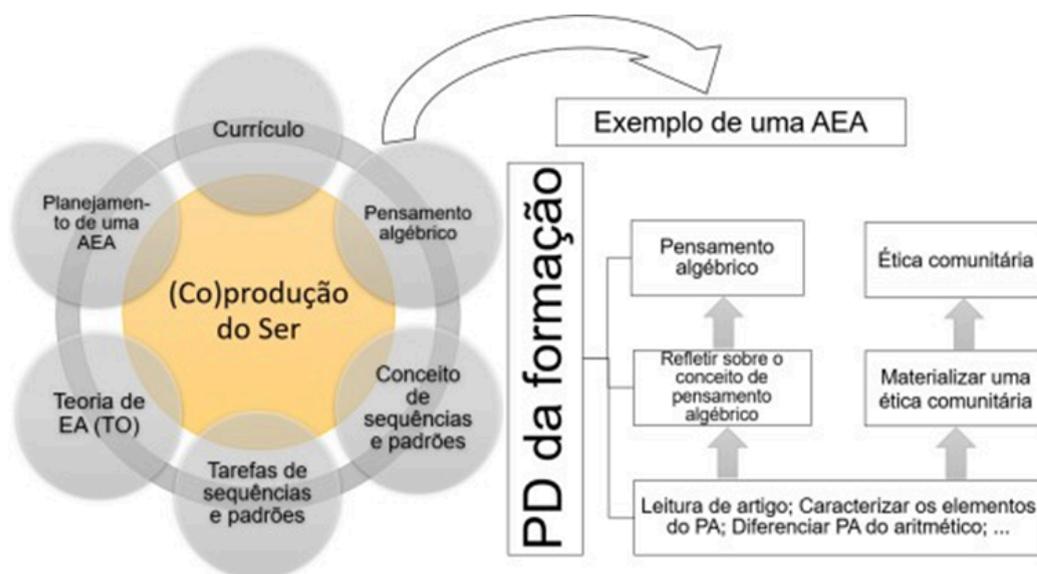
Fonte: Almeida e Martins (2022, p. 10)

O planejamento das AEA levou em consideração dois eixos norteadores: o saber e a (co)produção do ser. No eixo saber, buscou-se o que se espera com a materialização da formação, ou seja, das discussões acerca do ensino da álgebra para os anos iniciais do ensino fundamental. No eixo (co)produção do ser, foram considerados aspectos do ser professor, da materialização dos saberes, por meio da

atividade intelecto-material, do cuidado com o outro, da solidariedade, do trabalho conjunto, entre outros (Almeida; Martins, 2022).

O esquema a seguir, exemplifica e sintetiza o caminho percorrido do PDF à realização de uma AEA sobre os conceitos de pensamento algébrico:

Figura 3 - Síntese do PDF a uma AEA



Fonte: Almeida e Martins (2022, p.11)

No esquema acima, os saberes se conectam entre si durante a realização da atividade de ensino aprendizagem, de modo que sigam pressupostos do projeto didático da formação. Assim, a apresentação do texto a ser discutido, sua leitura, os processos de reflexão e então a produção do conhecimento. Em paralelo, acontece a escuta, o respeito ao outro, a criticidade, a materialização dos aspectos da ética comunitária.

Para cada saber discutido durante os encontros formativos de forma síncrona em pequenos grupos, foram pensados textos de suporte (artigos, pesquisas...) e os seguintes objetivos:

Quadro 3 - Saberes e objetivos dos encontros formativos

Encontro	Saber	Objetivo	Referência
1° Encontro	Currículo	Refletir sobre o sentido de matemática, álgebra, pensamento algébrico e seu ensino.	BNCC (2017)

2º encontro	Pensamento algébrico	Refletir sobre os valores que caracterizam o pensar algebricamente	Gomes e Noronha (2020)
3º encontro	Sequências e padrões	Refletir sobre o que caracteriza e diferencia os padrões de crescimento e de repetição. Como eles podem desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes? O que diz a BNCC	Vale e Pimentel (2011)
4º/5º e 6º encontros	Sequências e padrões de crescimento e repetição	Analisar e elaborar tarefas de padrões de crescimento e repetição, relacionando-as com as habilidades propostas na BNCC e com os elementos caracterizadores do pensamento algébrico.	Vale e Pimentel (2011) Radford (2013)
7º encontro	Teoria de ensino-aprendizagem (Teoria da Objetivação)	Refletir sobre a possibilidade de um processo de ensino-aprendizagem não alienante, que favoreça o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes dos anos iniciais.	Radford (2009)
8º encontro	Planejamento de AEA	Planejar uma aula para o ano escolar (1º ao 5º) dos anos iniciais do ensino fundamental, a partir dos pressupostos da TO, tendo como objetivo de saber, o pensamento algébrico e as sequências de padrões.	-

Fonte: Adaptado de Almeida e Martins (2022, p. 12)

O quadro acima sintetiza a proposta de cada encontro formativo. Para a análise desta pesquisa, focamos no 5º encontro formativo, que teve por objetivo analisar e elaborar tarefas de padrões de crescimento e repetição, relacionando-as com as habilidades propostas na BNCC e com os elementos caracterizadores do pensamento algébrico. A escolha do quinto encontro se deu pelas possibilidades de observação da problemática desta pesquisa.

No tópico a seguir, discutiremos sobre o labor conjunto remoto, proposto pela formação continuada.

5.2.3 O labor conjunto remoto

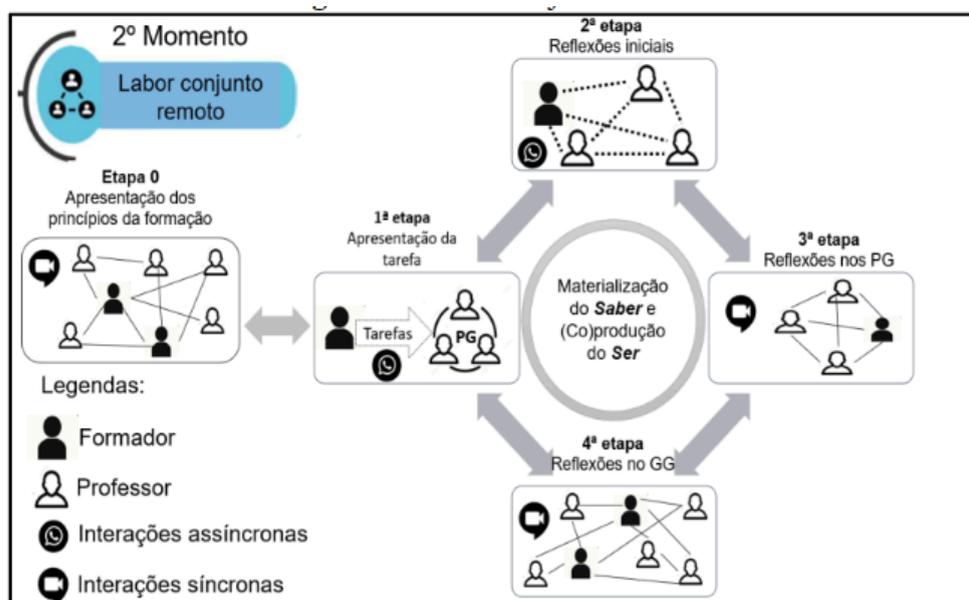
Para efeitos desta pesquisa, consideramos as ideias sobre labor conjunto remoto para a formação continuada de professores proposto por Almeida e Martins

(2022) que surgiu durante o período pandêmico de COVID 19⁵, que levou toda a população Brasileira e mundial ao *lockdown*⁶, “impedindo” a convivência coletiva em grandes grupos. Para atender esta demanda Almeida e Martins (2022), esclarece que

O labor conjunto remoto é caracterizado pelo esforço coletivo de diferentes subjetividades (formadores e professores) trabalhando conjuntamente, de forma síncrona ou assíncrona, para a produção de uma obra comum. Esse trabalho coletivo, entretanto, não significa, simplesmente, a divisão de tarefas entre os componentes do grupo, mas um esforço coletivo, em que todos laboram pensando no outro, se colocando no lugar do outro, de forma solidária, assumindo os princípios de um tipo específico de ética, que Radford (2020a, 2020b, 2021) chamou de ética comunitária (Almeida; Martins, 2022, p.122).

Neste sentido, Almeida e Martins (2022) propõem o seguinte esquema para o labor conjunto remoto para formação continuada de professores:

Figura 4 - Labor conjunto remoto



Fonte: Almeida e Martins (2022, p.119)

Para sintetizar e facilitar o entendimento das fases do labor conjunto remoto idealizados por Almeida e Martins (2022), propomos a seguinte tabela síntese:

⁵ Para saber mais acessar: <https://covid.saude.gov.br/>.

⁶ Expressão do inglês utilizada como protocolo de isolamento para proteção de pessoas em casos pandêmicos de difícil controle.

Quadro 4 - Síntese das fases do labor conjunto remoto

Etapas	Objetivos	Interações
Etapa 0	Será o encontro inicial realizado para situar os participantes quanto aos princípios que norteiam o modelo do projeto didático da formação.	Síncronas
Etapa 1	Neste momento, os formadores apresentarão a atividade referente a um encontro formativo para os pequenos grupos que serão formados geralmente por três ou quatro participantes.	Assíncrona
Etapa 2	Momento para socialização das primeiras reflexões realizadas pelos professores a partir das tarefas propostas. O trabalho dos professores poderá ocorrer de forma individual, porém não solitária, uma vez que as discussões poderão ocorrer de forma assíncrona por meio de aplicativos de mensagens.	Assíncrona
Etapa 3	A proposta desta etapa é que os professores do pequeno grupo possam realizar um encontro de forma síncrona por meio de um aplicativo de videochamada.	Síncrona
Etapa 4	Proposta de encontro síncrono do grande grupo para apresentação das reflexões e produção dos pequenos grupos pelos professores e formadores.	Síncrona

Fonte: Elaborado pelo autor, a partir de Almeida e Martins (2022, p.119-124)

Almeida e Martins (2022) esclarecem ainda que as etapas do labor conjunto remoto estão ligadas por uma seta bidirecional, pois eles defendem que elas não acontecem de forma sequencial, mas antes podem voltar a acontecer a todo momento.

A fim de detalhar como ocorrerá o trabalho conjunto, utilizaremos os seguintes instrumentos e etapas de produção de dados: 1) gravação de vídeo do encontro formativo; 2) Análise das falas e interações, destacando as reflexões mais relevantes, sob a perspectiva da teoria; 3) notas de campo – comentários escritos pelo pesquisador durante e após as atividades sobre os processos realizados durante toda atividade (Radford, 2015).

Para realizarmos a análise e a transcrição interpretativa do vídeo, nos inspiramos nas etapas propostas por Radford (2015):

Na primeira etapa, todos os enunciados são tratados de forma igual sem prestar atenção ao contexto, intenção e assim por diante. Na segunda etapa, o material bruto resultante da primeira etapa é analisado através das lentes dos princípios teóricos da teoria e das questões de pesquisa em questão. Os segmentos salientes (ou parte deles) são identificados e colocados em categorias analíticas conceituais emergentes (por exemplo, tipos de gestos, símbolo-produção, símbolo compreensão) e depois são contextualizados adicionando: (1) imagens e tempo preciso da imagem no vídeo, e (2) comentários interpretativos que inserimos na terceira coluna da folha de transcrição. A primeira e a segunda colunas têm o número da linha de transcrição e o texto da transcrição, respectivamente (p. 561).

Uma vez realizada a organização e transcrição dos acontecimentos relevantes (dos dados), identificaremos, a partir da perspectiva da semiótica social de Kress (2000), considerando a intencionalidade dos textos multimodais, e os diversos modos semióticos apresentados nos acontecimentos relevantes, durante a realização do trabalho conjunto. Para isso Kress (2000) leva em consideração os seguintes modos: verbal – fala, textos escritos; gestos/ações – movimentos do corpo, expressões, emoções, entre outros; o visual – imagens em variados tipos e suportes, estáticas ou em movimento, dentro de um contexto social de uso, ponderando sobre a influência da cultura e outros elementos que fazem parte da formação humana (Kress, 2000, 2010; Kress; Jewitt, 2003).

Assim, partindo dos aspectos teóricos propostos por Radford (2015) e com base nesses instrumentos analíticos, analisaremos as atividades e os processos de objetivação, a fim de identificarmos indícios dos vetores do pensamento algébrico em professores dos anos iniciais que ensinam matemática.

5.3 ASPECTOS ÉTICOS

Os aspectos éticos desta pesquisa seguem os critérios estabelecidos pelo comitê de ética, para a realização de pesquisas que envolvam o estudo com seres humanos. A pesquisa foi realizada após a livre manifestação e permissão de todos os sujeitos envolvidos, bem como o completo entendimento dos seus objetivos, etapas, finalidades e garantia de confidencialidade identitária dos participantes. Para isso todos foram salvaguardados pelo Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE. A presente pesquisa, foi submetida e aprovada na Plataforma Brasil e cumpriu todas as exigências apontadas pelo comitê de ética CEP/UFRPE, com número de aprovação: 39797420.6.0000.9547.

5.4 ESPECIFICIDADES DA ANÁLISE

Antes de discorrermos sobre a constituição dos dados e especificidades da análise, reafirmamos que a nossa pesquisa se baseou no materialismo histórico e

dialético de Vygotsky (2000) e nos aspectos preconizados pela TO (Radford, 2014, 2016).

Para caracterizar o materialismo histórico, Triviños (1987), discorre que “o materialismo histórico é a ciência filosófica do marxismo que estuda as leis sociológicas que caracterizam a vida da sociedade, de sua evolução histórica e da prática social dos homens, no desenvolvimento da humanidade” (Triviños, 1987, p. 51). Corroborando com o pensamento de Triviños, Gamboa (1998) afirma que “a dialética materialista relaciona sujeito e objeto na base real de sua unificação na história. Na atividade prática e histórica dos homens verifica-se a relação dialética entre o sujeito e o objeto e a interação entre o homem e a natureza” (Gamboa, 1998, p. 19). Nesse contexto, na metodologia proposta pela TO, a atividade é considerada a unidade de análise, pois é por meio da mediação de uma atividade que ocorre a aprendizagem, a atualização do saber em conhecimento, e do ser em novas subjetividades (Gobara; Camilotti, 2020).

Assim, as análises desta pesquisa ocorreram em um encontro formativo remoto, promovido pelo grupo de pesquisa Al Jabr. O desenvolvimento da atividade foi gravado (em vídeo e áudio) e os processos de interações foram analisados levando em consideração os aspectos de análise propostos por Radford (2015), que utiliza diferentes modos semióticos (verbal, gestual e visual) na constituição interpretativa das atividades.

Considerando o processo de construção do sentido, a partir de modelos colaborativos, priorizando uma perspectiva interacionista, como propõe a Teoria da Objetivação (Radford, 2006), trataremos de aspectos ligados à fala, como um modo de representação semiótica rico em recursos, pelo delineado que este dá ao desenrolar da interação.

Embora tenhamos, na própria TO, recortes importantes sobre a semiótica na produção do conhecimento, aqui, utilizaremos o conceito de multimodalidade discutido por Kress (2010), na Semiótica Social, que leva em consideração o caráter multimodal do texto, pela ampla interação entre os vários modos semióticos. Para isso, consideramos relevante ampliar a nossa reflexão sobre os vários modos de produção e recepção dos textos nas interações sociais.

5.4.1 Multimodalidade

Combinar recursos na produção de textos para construir sentidos é função básica da multimodalidade. A noção de multimodalidade parte da ideia de que todos os significados são produzidos, interpretados, recebidos, compartilhados por meio da associação de diferentes modos semióticos, estes concebidos como recursos culturalmente disponíveis para produção de sentido, ou ainda, tecnologias para representação de significados (Kress; Jewitt, 2003).

Estudos confirmam que a comunicação sempre teve mais de um modo de linguagem na sua composição (Kress, 2000). O que destaca a ênfase nas discussões é a intensidade com que os diversos modos têm sido utilizados, nos dias atuais. A escrita, as cores, os números, as falas, as expressões faciais são alguns desses modos, definidos culturalmente, utilizados em nossas interações, com a intenção de transmitir uma mensagem, o que denominamos de textos multimodais (Kress, 2000). São textos “compostos de muitas linguagens (ou modos, ou semioses) e que exigem capacidades e práticas de compreensão e produção de cada uma delas para fazer significar” (Rojo; Moura, 2012).

A Semiótica Social, ciência responsável pelo estudo dos sentidos dos signos, dentro de seu contexto de uso, “é apta para dizer algo sobre a função de cada um dos modos nesse texto multimodal; sobre a relação desses modos uns com os outros; e sobre as principais entidades nesse texto” (Kress, 2010, p. 59). Dito isso, cabe aqui um significado para o termo “modo” utilizado por Kress (2010), que pode ampliar nossa compreensão:

Modos são recursos semióticos socialmente formados e culturalmente dados para produzir significado. Imagem, escrita, layout, música, gestos, fala, imagem em movimento, trilha sonora e objetos em 3D são exemplos de modos usados na representação e na comunicação (p. 79).

Assim, entendemos que, nesse contexto, quem produz o texto deve fazer as escolhas que julga serem as apropriadas, de acordo com o seu objetivo comunicativo. Aqui, também deve ser levado em consideração que as escolhas não são arbitrárias, uma vez que cada modo e significado atende a interesses de instituições, bem como aos contextos sociais nos quais acontecem a produção e a veiculação desses textos (Kress, 2010).

Partindo desses pressupostos, julgamos adequado evidenciar a relevância dos diferentes modos de produção e recepção dos textos, entendendo que, a partir desse olhar, será possível interpretar suas múltiplas dimensões e ampliar a compreensão deste.

Sob essa perspectiva, ressaltamos que nossa análise está direcionada, principalmente, a aspectos semióticos ligados à fala, a partir da observação de uma formação para professores, em que as discussões ficaram divididas em duas partes: no primeiro momento, acontece uma retomada da discussão ocorrida na formação anterior que trata sobre a observação de tipos de generalizações em atividades do 1º ao 3º ano do ensino fundamental, em pequenos grupos, e o segundo momento, que trata de discussões específicas voltadas ao conhecimento acerca da álgebra e do pensamento algébrico, em atividades propostas para alunos de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, Anos Iniciais.

Assim, especificamos dois objetivos que serão norteadores desta análise:

(i) Apontar aspectos sobre pensamento algébrico revelados por professores dos Anos Iniciais durante um encontro formativo, ao analisar tarefas de generalização de padrões.

(ii) Identificar as contribuições dos recursos multimodais para o entendimento do professor, em relação ao ensino de Álgebra nos Anos Iniciais, com foco no pensamento algébrico.

O encontro selecionado foi realizado com o objetivo de discutir sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico, partindo da reflexão com os professores sobre como essa forma de pensar pode ser desenvolvida, a partir da resolução de tarefas com generalização de padrões, em sala de aula. Estas relacionadas às habilidades da BNCC, propostas para o 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, que indicam estudos de sequências e padrões. Assim, para cada tarefa apresentada aos professores, alguns aspectos precisam ser observados:

1. Avaliar se há consonância entre as habilidades da BNCC e as tarefas propostas para cada ano, e justificar o porquê;
2. Indicar as possíveis respostas de estudantes para cada tarefa, depois responder:

- a) Você acredita que nas possíveis respostas dos estudantes, eles se valem de uma generalização aritmética/próxima ou da generalização algébrica/distante?
 - b) Você acha que possíveis respostas estão relacionadas ao pensamento algébrico ou ao pensamento aritmético? Por quê?
3. Indique as possíveis dificuldades dos estudantes, ao se depararem com essas tarefas, e o que poderia ser feito para diminuí-las.

Desse modo, a análise do encontro formativo está apoiada na Teoria da Objetivação, já referida nesta pesquisa, sem deixar de refletir sobre a importância do uso de recursos multimodais no processo de encontro com saberes já constituídos. Para isso, evidenciamos recortes de momentos relevantes, observados no decorrer da formação, por considerarmos conteúdos próximos do que a teoria define como saberes objetivados, um encontro de saberes, para a produção de novas subjetividades, ancorada no que propõe o Labor Conjunto, também citado no referencial teórico desta pesquisa.

5.4.2 O pequeno grupo analisado

A partir dos grupos formados, escolhemos 1 pequeno grupo para analisarmos as interações do quinto encontro formativo, que teve por objetivo analisar tarefas de generalização com padrões para o 4º e o 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O grupo, inicialmente, era composto por 4 participantes, porém, no encontro analisado tivemos a participação de 2 professoras, mais o formador.

A escolha por esse momento formativo se deu pelo fato da proposta e do objetivo do encontro se enquadrarem dentro dos objetivos propostos para esta pesquisa, e também por apresentar em sua composição professores(as) licenciados em Pedagogia.

A seguir, apresentamos um quadro com as características dos sujeitos participantes da formação.

Quadro 5 - Sujeitos da Pesquisa

Identificação	Faixa etária	Cidade de Origem	Formação
Professora A	36 a 41	Garanhuns-PE	Licenciatura em Pedagogia Especialização
Professora B	30 a 35	Recife-PE	Licenciatura em Pedagogia Especialização
Formador	25 a 30	Recife-PE	Licenciatura Plena em Matemática

Fonte: Adaptado pelo autor a partir do acervo da formação

É válido destacar que, durante todo o encontro formativo, observamos que os aspectos da ética comunitária, que para a TO se relaciona com a responsabilidade com o outro, com o cuidado e com o envolvimento no trabalho conjunto.

6. RESULTADOS

Neste capítulo, trataremos dos resultados da nossa investigação. Analisamos os possíveis aspectos sobre o pensamento algébrico revelados por professores durante o encontro formativo remoto e as contribuições dos recursos multimodais para o entendimento do ensino de álgebra nos anos iniciais, sob a luz da TO.

Ressaltamos que devido às limitações do modelo formativo remoto, alguns dos possíveis recursos multimodais que contribuem para os processos de objetivação, como exemplo, gestos, movimentos e expressões, não foram possíveis de ser observados nas gravações em vídeo, assim, a nossa análise se estrutura nas falas dos participantes da formação.

6.1 PRIMEIRO MOMENTO DO ENCONTRO FORMATIVO

O encontro formativo, que faz parte de uma sequência de quatro encontros com o objetivo de trabalhar com sequências e padrões, foi dividido em dois momentos: na primeira fase, o formador fez uma retomada das discussões do encontro anterior, por entender a necessidade de ampliar o compartilhamento de saberes. Assim, a retomada trata de rever algumas reflexões com base nas tarefas produzidas para o 1º e o 2º ano dos Anos Iniciais.

Nesta análise, focamos no desenvolvimento dos modos de objetivação e subjetivação de professoras e de um formador, durante as discussões em um pequeno grupo de formação continuada, com estudos focados no ensino da álgebra. Para tal finalidade, apresentamos análises de momentos da formação continuada, observando como se dá a interação entre o formador e as professoras.

A análise ocorre sob a perspectiva semiótica, uma vez que, para Radford (2011, 2018), os saberes algébricos são desenvolvidos e materializados de forma progressiva, a partir do uso de recursos multimodais, chamados de Sistema Semiótico de Significação Cultural (SSSC), uma espécie de estrutura simbólica “carregada” de concepções histórico-culturais e interacionais entre indivíduos, de modo que expressões, falas, gestos, desenhos, artefatos e outros recursos que surgem durante a interação, contribuem para o encontro do indivíduo com as formas de pensar.

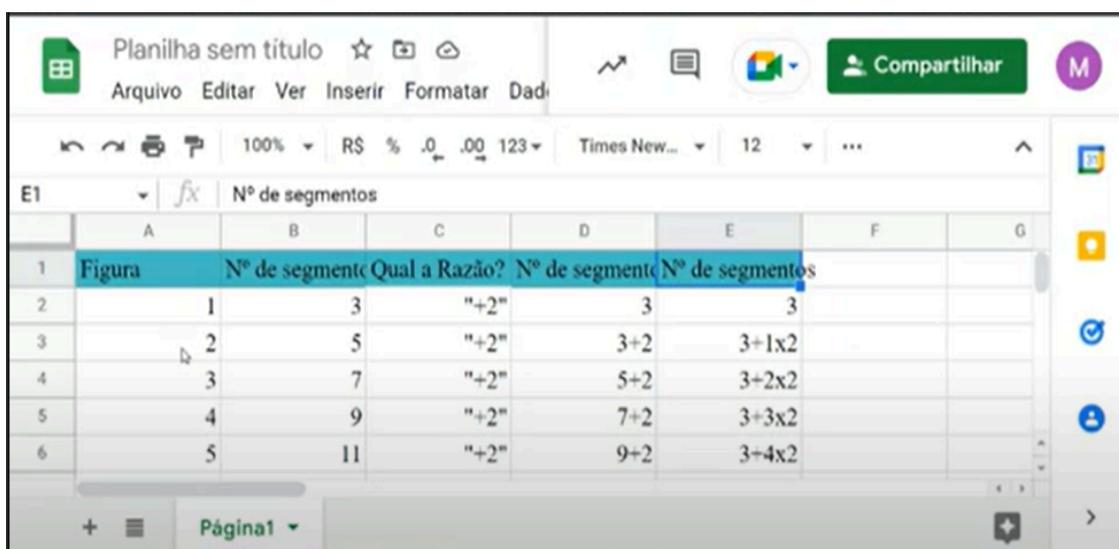
Para ampliar a compreensão desses processos, na formação de professores foram utilizadas, durante as reflexões, tarefas propostas para estudantes do 4º e 5º ano, dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, envolvendo sequências e padrões.

Na conversa inicial, que teve um caráter de retomada do encontro anterior, o objetivo foi analisar tarefas referentes ao conceito de generalização. Para isso, o formador provoca a discussão, a partir da fala de uma professora, e questiona sobre como é possível levar o aluno a perceber uma generalização.

Ao passo que as reflexões vão se estruturando, ele relembra que as professoras ficaram meio confusas com as reflexões sobre generalização algébrica, por ele ter apresentado o processo final, sem os encadeamentos percorridos. Por isso, esclarece que o encontro terá foco na apresentação desses processos, até chegar à relação final.

A fim de contribuir com a mobilização de saberes acerca do estudo da álgebra, a TO valoriza os recursos semióticos como parte fundamental nessa mobilização e na produção do conhecimento (Radford, 2020). Assim, a partir da necessidade de encontrar meios para levar os professores a compreenderem as discussões propostas e a se expressarem, o formador utiliza uma tabela, como um artefato importante nessa organização de ideias. Nela, todos os processos pensados pelo professor são registrados, a fim de favorecer a troca de saberes, como podemos ver na tabela abaixo:

Figura 5 - Tabela utilizada como registro das contribuições dos professores(as)

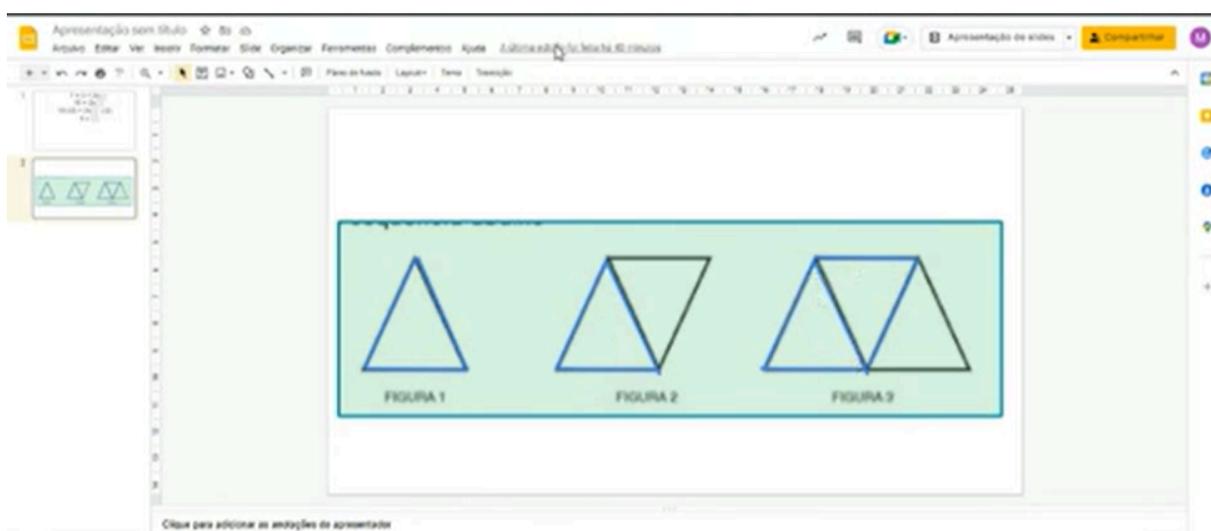


	A	B	C	D	E	F	G
1	Figura	Nº de segmentos	Qual a Razão?	Nº de segmentos	Nº de segmentos		
2		1	3	" +2 "	3	3	
3		2	5	" +2 "	3+2	3+1x2	
4		3	7	" +2 "	5+2	3+2x2	
5		4	9	" +2 "	7+2	3+3x2	
6		5	11	" +2 "	9+2	3+4x2	

Fonte: Acervo da formação (2021)

Uma tarefa que tem como proposta trabalhar com sequências e padrões, é analisada, e os dados são colocados na tabela, para que os elementos se materializem nessa produção. No caso dessa tarefa, temos o registro do número da figura, número de segmentos, a razão.

Figura 6 - Recorte da tarefa apresentada ao pequeno grupo



Fonte: Acervo da formação (2021)

No segundo momento, são apresentadas as figuras acima, com representações, mas que também sugere o uso de material manipulável, com o mesmo objetivo: apresentar formas de levar o estudante a refletir, generalizar e encontrar os termos da sequência, a partir do estudo por meios semióticos, considerando que “o pensamento é uma prática social, cultural e multimodal. Essa concepção implica visualizá-lo materialmente, de diferentes formas” (Almeida; Martins, p. 2021).

Outro ponto observado, sob a perspectiva da interação das professoras, e em concordância que, na multimodalidade, a fala pode dar pistas para compreendermos melhor o texto, uma vez que todos os modos semióticos são importantes para a produção do sentido, a fala da professora A apresenta traços que podem reafirmar a percepção do formador, ao sentir a necessidade de reforçar a compreensão sobre generalização algébrica.

Para Radford, (2009, 2010) esta “generalidade” perpassa por algumas características (vetores) do pensamento algébrico: analiticidade, indeterminação e expressão semiótica. Entendemos que este processo de compreensão está em desenvolvimento, quando ela coloca, em tom pouco seguro, que outros conteúdos precisam fazer parte desse processo, até o estudante chegar a essa compreensão:

Minuto **11:31s** até **11:59s**

Professora A: Ô, Formador, aí pra isso, tem que trabalhar bastante expressões numéricas, né?

Formador: é isso.

Professora A: antes de chegar nesse processo, porque a gente vê... um desenho, quando é pequenininho, a gente vai fazendo um desenhinho, e, como você disse, pode mudar a cor, né?

Formador: sim.

Professora A: Mas, quando vai pra questão de numerações...adição, multiplicação, a gente tem que trabalhar um pouco mais aquela expressão numérica, né?

A professora A traz as contribuições pautadas numa tentativa de estabelecer um padrão e uma possível ideia de generalização. No recorte da fala dela, ao citar que “a gente vai fazendo um desenhinho (...)”, a mesma recorre a utilização de recursos multimodais (SSSC), como a oralidade, diferentes entonações da voz, indicação da utilização de artefatos, desenhos, diagramas e representações para expressar o seu pensamento.

A partir de então, e apoiada nesses recursos multimodais, a professora A apresenta possíveis indícios de uma das características do pensamento algébrico que é a denotação (Radford 2010), uma vez que ela se utiliza de meios semióticos para se referir ao indeterminado e reforça a sua compreensão do que é discutido, apresentando exemplos, à medida que o formador faz afirmações de concordância, nos modos verbal e gestual, deixando claro o que defende a Teoria da Objetivação, ao pontuar a importância do uso da linguagem em diferentes formas, para construir a compreensão do todo, e dar margem a novos conhecimentos.

Callow (2014) afirma que os significados, na comunicação, são compartilhados, produzidos por meio do uso de modos diversos, seja escrita, fala, gestos, desenho, imagens em movimento. O que, mais uma vez, nos remete à percepção da professora de que esses meios multimodais contribuem de forma significativa para compreensão da tarefa proposta, ao considerar que o uso de

recursos diferentes, como o desenho ou outra cor pode facilitar o entendimento do estudante.

Nesta etapa do encontro, o formador recorre a processos concretos, para propiciar conhecimentos mais subjetivos das questões apresentadas, dentro dos estudos de generalização algébrica, considerando que a aprendizagem não consolidada no pequeno grupo de professores pode interferir na construção com os estudantes. O que evidencia a importância da formação continuada, uma vez que “os professores precisam conhecer e entender os conceitos básicos da teoria, para assim se pensar em estratégias, atividades e situações em que os alunos possam expor suas ideias, refletir sobre suas ações e se tornarem ativos nesse processo” (Plaça; Radford, 2023, p. 8).

Os recursos linguísticos utilizados pela Professora A nos fazem entender que ela começa a compreender etapas para a construção do conceito de generalização, bem como fazer a transposição didática para os seus estudantes, a partir das conclusões que começa a apresentar durante a formação, como posto no intervalo em destacado acima.

O Formador complementa as colocações da professora, e reforça que o estudante precisa estar “bem desenvolvido”, para poder chegar na ideia de generalização, de fato. Ou seja, ele precisa ter habilidades básicas desenvolvidas, conhecimentos prévios que possam favorecer na mobilização de novos saberes. Mas enfatiza que os múltiplos meios de representação semiótica podem ajudar nessa construção: oralidade, escrita, desenhos, números, além da manipulação de objetos que, de acordo com as suas colocações, são recursos essenciais para alcançar a compreensão da criança, nos primeiros anos dos Anos Iniciais, uma vez que, fechar a ideia de generalização não é algo simples, é preciso compreender processos mais concretos, como podemos perceber na fala da professora B:

Min. 14.59s

Professora B: Ô, Formador, segundo ano... essa atividade aqui é... realmente, sem condições de ele chegar a uma figura mais distante. Não tem condições mesmo. Mesmo que a gente desse todo suporte, eu acho que eles não iam conseguir compreender, de jeito nenhum. Segundo ano... eu acho que não.

Aqui, a professora B expressa sua reflexão em relação ao que é posto pelo formador. Ela faz pausas, demonstra organizar as ideias, reflete sobre a realidade

dos estudantes nesta etapa de ensino, como também sobre o desenvolvimento cognitivo deles, para compreender o conteúdo da atividade objeto, e chama a atenção do formador, uma vez que, após discutida a proposta, o grupo percebe que, mesmo sendo uma habilidade prevista para 2º e 3º ano do Ensino Fundamental, trata-se de um conhecimento que depende de uma série de conhecimentos prévios, o que parece ainda estar distante da realidade dos estudantes destas professoras.

O modo oral de interação corresponde às “formas como a língua é representada na fala”. (Cope; Kalantzis, 2020, p. 291). Levando em consideração que alguns elementos da linguagem oral podem nos fornecer informações que irão valorizar a compreensão do texto, é possível perceber que a professora não só faz uso de uma entonação mais enfática, como também usa elementos linguísticos, como o uso de advérbios, a fim de intensificar o sentido do que é dito, ao colocar “(...) segundo ano... essa atividade aqui é... realmente, sem condições”.

Ainda na fala da professora B ela continua: “não tem condições mesmo”. Mais uma vez, enfatizando a entonação na pronúncia e realçando no uso da palavra “mesmo”, a fim de reforçar a ideia de que o objetivo da atividade não é uma realidade acessível aos estudantes do 2º ano, pelo grau de complexidade do que é proposto, pela subjetividade que apresenta. O Formador ainda defende que a ideia é trabalhar essa construção, no caminho da generalização distante, mas não exatamente nela.

Nesta etapa inicial, é feita uma retomada da discussão do encontro anterior, pelo fato de as professoras ainda apresentarem dificuldade de compreensão do conceito e de como materializá-lo. Mas no decorrer das discussões, essa construção vai ganhando alguns sentidos, consoante com o que coloca Radford (2017), ao afirmar que são nesses processos sociais, semióticos, materiais que os indivíduos criam e recriam saberes, produzem subjetividades. A compreensão vai se delineando, quando ouvimos determinadas percepções, como no recorte da fala da professora B:

Min 17:18s

Professora B: Mas o 31, para eles, já é muito distante. Se eles não tiverem o material, o palitinho suficiente, ou fazer o desenho e pintando o suficiente, não chega não, meu filho. Há um apoio da gente do lado, porque é sério, o menino de segundo ano que a gente recebe em escola pública, ele não chega, não consegue chegar normalmente 30, 31, sem um auxílio não.

Como se pode observar, a professora B ressalta a importância do uso de material manipulável ou outros recursos semióticos que possam colaborar com a compreensão dos estudantes, por considerar que a proposta está em um nível de abstração muito elevado para os estudantes. Ao pontuar que, nas sequências de crescimento, chegar ao número 31 pode ser muito, para a realidade dos seus estudantes, Professora A reforça que será preciso investir em recursos que tornem a tarefa menos subjetiva.

Ainda sobre a reflexão anterior, a professora, ao compreender a tarefa, e entender o percurso necessário para o estudante trilhar, mobiliza conhecimentos, de modo condizente com o que coloca Radford (2020), ao dizer que os processos de objetivação acontecem quando se nota algo significativo culturalmente. Assim, começa a busca por recursos que possam colaborar com os modos de tornar o saber aparente.

A fala da professora B nos permite trazer, também, o que é posto na TO, ao tratar de aprendizagem coletiva, quando diz que é na troca de conhecimentos e experiências, que as possibilidades de aprendizagem vão se materializando, principalmente a partir do uso de diferentes linguagens, com o objetivo de chegar o mais próximo possível da produção dos conceitos, de tornar o saber acessível ao estudante.

A partir de alguns questionamentos das professoras, o formador exalta a participação delas na interação, uma vez que essas contribuições enriquecem a troca de conhecimentos, e reflete sobre as dificuldades dos estudantes para alcançarem determinadas compreensões relacionadas ao pensamento algébrico. A principal observação é sobre como diminuir essas dificuldades, uma vez que são tarefas com um nível não tão simples, sob a ótica das próprias professoras, para que os estudantes não fiquem presos a ideias mais concretas, e partam para a organização de representações mais abstratas.

Neste sentido, o principal questionamento é: como auxiliar nesse processo de generalização e fazer com que esses alunos sintam segurança para “escrever, desenhar e utilizar os palitinhos, mas ao mesmo tempo se desprender desse concreto”? (min 28:27s). Na tentativa de encontrar caminhos para o desenvolvimento dessa compreensão, a professora A coloca:

Min. 28:45s

Professora A: Além do... de expor, assim, trabalhar em primeiro momento, está sempre fazendo e revisando, assim, sendo do mais simples e levando pro mais complexo. Como eu falei, a questão já transpor para o numeral, né? A imagem, a gente vai associando imagem e números. E quanto ao numeral simples, como eu falei, né? A questão de... trabalhar expressões numéricas e aos poucos... que é assim, do pequeno, né, do mínimo. Porque, como vocês vêem, de acordo com a aprendizagem, a gente está com as crianças que não estão na preparação de números ou a desenvolver realmente as operações, tão um pouco complexas. E a gente tem que ir repetindo, fazendo sempre atividades repetitivas para poder ficar sempre guardando na memória. Acho que seria uma situação.

Formador: Concordo.

Trata-se de um movimento que passa por um dos vetores que caracterizam o pensamento algébrico: a *denotação*, que evidencia a intencionalidade e realiza ações por meios semióticos diversos, como citados no questionamento do formador “escrever, desenhar, usar palitinhos(...)”, e recorre a outros processos mentais, como posto no vetor *analiticidade*, considerado o principal vetor do pensamento algébrico, e que compreende “a ação com indeterminado como se fosse determinado e o uso de premissas para a resolução de problemas, com a utilização da dedução” (Gomes; Noronha, 2020, p. 141).

É importante observar o cuidado que o formador demonstra o tempo todo em sua fala, para que os professores percebam a relevância, não só da resolução das questões propostas na tarefa, como também a importância de entender os processos que levam o estudante àquela resolução.

Para isso, o formador faz sempre a retomada de pontos importantes da discussão, a todo momento enfatizando o quanto é proveitoso partir da ideia de que a gente se produz no meio, na troca com os pares, de forma colaborativa e única (Radford, 2014, p. 145). E reforça sobre o quanto é proveitoso organizar o seu discurso na produção do conhecimento a partir das falas dos participantes, porque o seu trabalho é, principalmente, conduzir as discussões, para que cada um negocie significados e desenvolva sua própria compreensão. Experiência que se repete em sala de aula, a partir das tarefas propostas, pois, de forma gradativa, os estudantes são conduzidos a tomarem suas próprias decisões, como neste contexto, a chegarem na generalização algébrica.

Seguindo essa perspectiva, os primeiros momentos do encontro de professores se desenvolve pensando em especificidades consideradas próprias da construção do conhecimento, pela TO, pois os formadores trazem atividades para

reflexão sobre as possibilidades de tornar acessível aos estudantes compreensões abstratas, estudos pormenorizados, até chegar em situações mais complexas. Por fim, deixam claro o quanto essas discussões são necessárias, pois auxiliam na motivação dos estudantes e no despertar para o desenvolvimento progressivo da temática, no decorrer do Ensino Fundamental.

6.2 SEGUNDO MOMENTO DA ENCONTRO FORMATIVO

Nesta etapa, damos ênfase ao que denominamos segundo momento da formação, pois, diferente do primeiro momento, que teve foco na retomada do encontro anterior, este trata especificamente da análise de tarefas voltadas para os Anos Finais do Ensino Fundamental (4º e 5º ano), também no formato de pequeno grupo, composto por duas professoras, licenciadas em Pedagogia, e um formador, com o objetivo de refletir sobre tarefas com sequências e padrões, relativas às habilidades do 1º ao 5º ano, da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017).

Neste momento, as reflexões das professoras oferecem subsídios, para que consigamos perceber como se dá o processo de encontro com os saberes e, assim, contribuir com esse desenvolvimento, a fim de conduzir o aluno da forma mais didática possível ao desenvolvimento desse conhecimento.

6.2.1 Tarefa 1, segundo momento, proposta para o 4º ano

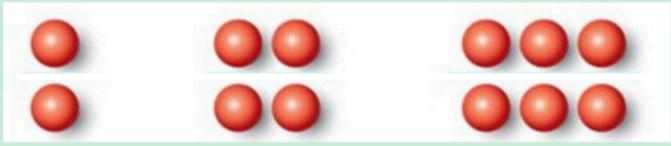
Na continuidade das reflexões sobre tarefas com generalização de padrões, a proposta apresentada vem como norte das discussões, com base na habilidade (EF04MA11) da BNCC “Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural” (Brasil, 2018, p. 291), o formador, mediante apresentação da proposta, retoma os questionamentos iniciais, sobre a tarefa estar em consonância com a habilidade, ser ou não pertinente para o 4º ano, se trata de generalização próxima ou distante, pensamento aritmético ou pensamento algébrico, e quais as dificuldades para compreender a proposta.

É interessante observar que o formador já inicia os questionamentos norteando as professoras sobre possibilidades para se chegar à ideia de generalização, a partir do momento em que ele lembra a semelhança desta tarefa

com outra trabalhada anteriormente, pelo formato com uso de imagens e materiais manipuláveis, na tarefa que sugeria o uso de palitinhos, para favorecer a compreensão da tarefa proposta. Podemos ver algo semelhante na atividade abaixo:

Figura 7 - Tarefa 1 proposta para o 4º ano e apresentada ao pequeno grupo

TAREFA 1: Observe a sequência de bolinhas a seguir:



1ª 2ª 3ª

1. Observando a quantidade de bolinhas em cada posição responda:

a) Quantas bolinhas terá na 5ª posição? _____

b) Quantas bolinhas terá na 6ª posição? _____

c) Quantas bolinhas terá na 20ª posição? _____

d) Quantas bolinhas terá na 55ª posição? _____

e) Escreva uma mensagem para um colega explicando como encontrar o número de bolinhas da posição 200.

f) Como fazer para encontrar o número de bolinhas de qualquer posição?

Fonte: Adaptado de Nacarato e Custódio (2018, p.126)

Na interação em grupo, a professora A observa a quantidade de bolinhas em cada posição, e vai acrescentando os valores da sequência, que é o acréscimo de duas bolinhas, na operação envolvendo adição. Assim, ela consegue identificar o padrão (soma dois ao termo anterior). É interessante observar que, no formato de interação utilizado (interação síncrona via *Google Meet*), o formador apresenta a tarefa em estudo e, à medida que as ideias da professora vão tomando forma, ele busca apresentar a percepção dela, até que se compreenda a mudança gradual da organização do pensamento.

De modo que conseguimos observar por parte da professora a mobilização do *vetor denotação*, nos termos da TO, que muito favorece no desenrolar desses conhecimentos, até a professora identificar o padrão, e seguir na mobilização de

outro vetor importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico, que é a indeterminação, como podemos perceber no diálogo:

44:57

Formador: E aí? No primeiro termo tem quantas bolinhas? No segundo tem quantas bolinhas? No terceiro tem quantas bolinhas?

Professora A: Inclusive, foi essa questão que eu iniciei, foi com você tirando essa dúvida. Eu estava vendo assim, sempre mais dois, mais dois, mais dois.

Formador: Isso!

Professora A: Até eu questionei a questão dele, que pra chegar no 55 seria a multiplicação, não é? Vezes dois.

(...)

Formador: Eu estou perguntando a razão. Você já me disse aí, você já identificou a razão. Você percebeu que a razão é dois.

Professora A: Isso, aí, justamente. Mas eu estava fazendo a leitura do 55. Mas 55 é a posição que chega lá.

Formador: Isso! A posição do termo na sequência. Por exemplo, aqui, primeira posição, né? Primeira posição, a gente tem quantas bolinhas? Aí, na quinta posição, vai escrevendo, primeira, segunda, terceira, quarta, quinta...

(...)

Professora A: Seriam 10, na quinta posição.

Formador: Na quinta posição, seriam 10, por quê?

Professora A: Porque no caso sempre mais dois, mais dois ou então, esse aqui vezes dois, o início vezes dois, não? Vezes cinco. Seria a quinta posição, duas vezes cinco.

Ainda neste trecho da interação, os questionamentos do formador já trazem o olhar dos professores para compreender ideias mais abstratas. A reação da professora A, na fala a seguir, ao questionar seu nível de compreensão sobre o assunto, assim que arrisca uma resposta, parece mostrar pouca segurança, porém revela a importância do trabalho conjunto, da produção mútua, da troca que enriquece o desenvolvimento da aprendizagem.

46:48s

Professora A: Olha aí. Eu tô... Tá certo? Eu tô enrolando as coisas aqui?

Formador: Não, não tá enrolando, não, tá certo. Você conseguiu perceber a razão. E outra: no início, você tava tipo adicionando de dois em dois. Agora você já conseguiu generalizar (...) Você tinha apresentado dessa forma aqui, você tinha... deixa eu... era bom montar a tabela.

Professora A: Porque no início, eu tinha lhe perguntado se era multiplicação, aí você disse, não, vamos retomar. Não foi?

(...)

Formador: Você já conseguiu formas de perceber essa regularidade.

Duas situações nos permitem refletir: a fala da professora, enquanto organiza suas ideias, com um tom meio distante, pausas, os questionamentos que podem transmitir a ideia de insegurança quanto ao “novo”, bem como as respostas sem muita firmeza, como quem está em processo, de encontro com o saber constituído, para o desenvolvimento de novos saberes.

Nesse movimento de interação, a professora A utiliza recursos da linguagem que imprimem evidências da intencionalidade nas falas, que são os elementos prosódicos. Recursos que podem nos fornecer pistas em relação à compreensão do outro, quanto ao que está sendo dito.

Esses elementos da prosódia, que se manifestam na linguagem oral, envolvem expressões, entonação, movimentos, que favorecem a compreensão. Assim, enfatizar umas palavras, diminuir o tom de outras, dar pausas que indicam possível organização do pensamento reforçam o que afirma Cagliari (1993, apud Dorow, 2002), ao dizer que “a prosódia, portanto, visa sempre a um determinado fim no discurso: salientar ou diminuir o valor de algo no texto” (p. 76).

O formador acolhe todas as contribuições, com atenção a cada movimento, entonação e expressão das participantes, demonstrando compreender a importância do *trabalho conjunto*, fundamentado no que defende a TO, ao conceituar a atividade conjunta, o *Labor conjunto*, como “uma forma social de esforço conjunto” (Radford, 2020, p. 23), em que os indivíduos produzem na colaboração mútua.

Na tarefa em estudo, embora o formador diga, em suas palavras, para a professora, no recorte da interação acima, que ela já conseguiu generalizar, não conseguimos visualizar elementos suficientes para corroborar com essa afirmativa, pois as ideias apresentadas pela professora parecem preliminares e intuitivas. Para (Gomes, 2020, p. 90) “o uso de processos intuitivos na resolução de problemas não consiste em uma dedução-analítica”, por tanto ela ainda não apresenta indícios suficientes da mobilização do vetor analiticidade que, para Gomes (2020), é a principal característica do pensamento algébrico, de modo a distinguir do pensamento aritmético.

No entanto, é possível perceber que a professora A já apresenta indícios de identificação da razão, como também algumas formas de compreender a regularidade na quantidade de bolinhas em cada posição. É possível também perceber que ela

utiliza procedimentos intuitivos, sem um argumento lógico que justifique suas ações por meio de premissas, apenas mediado pela espontaneidade e instinto. Não utiliza um processo de raciocínio dedutivo, visto que não é baseado em um pensamento analítico e sim aritmético. Acerca disso, Radford (2013) explica que a diferença entre aritmética e álgebra é de natureza epistemológica, posto que a presença de uma indeterminação não é o único fator que envolve o pensar algébrico. (Gomes, 2020, p. 86).

A partir dessa compreensão, o formador busca conduzir as professoras ao entendimento de que o uso de diferentes modos de interação e de representações da linguagem são fundamentais para levar o estudante a desenvolver o pensamento algébrico.

Na continuidade da interação, o formador prossegue nas intervenções, para explorar possibilidades de respostas, alternativas que favoreçam na expansão do repertório das professoras, pois quanto mais consolidadas essas ideias, mais chance de melhor interação nas atividades com os estudantes.

Assim, após entender etapas importantes no desenrolar da tarefa, como posição das figuras, número de bolinhas em cada posição, a razão, operação envolvendo adição, o questionamento é em torno da operação envolvendo multiplicação. E, como já mencionado, as múltiplas possibilidades de expressão da linguagem nos permitem entender que não só para as representações da realização das tarefas, como também para que a interação flua, numa ideia de progressão, cada troca de linguagem pode nos dizer algo, uma vez que a língua não é a única forma de comunicação. Outros modos semióticos também produzem sentidos na interação social (Hodge; Kress, 1988).

Dentro dessa lógica de interação, ao ser questionada sobre qual era o segundo fator da multiplicação, a professora, mais uma vez, sinaliza o percurso do seu raciocínio:

50:30

Formador: E o 1 que você está multiplicando você está tomando de onde? O 5, você está tomando de onde? Qual a referência?

Professora A: (risos) Não, eu tô olhando o resultado. Assim... veio na mente, aí eu...

Formador: Não, mas aqui, olhando para a figura, vamos voltar para a figura. Para tentar chegar. Você, por exemplo, na quinta posição.

Professora A: É a posição? Seria a posição?

Formador: Isso, a posição. O 2 é a razão e aqui você levou em consideração o quê? A posição.

Professora A: Tem que fazer bem a leitura do problema e compreender a palavra ali.

Formador: Isso. E por exemplo, se a gente tem, quer descobrir qualquer... A figura, tipo, a quantidade de bolinhas em qualquer posição, numa posição N, eu preciso fazer o quê? Neste aqui, você falou o seguinte, eu multiplico dois vezes o quê?

Professora A: Dois vezes dois, que é a posição. No caso, quando eu coloquei lá, logo no início, duas vezes cinquenta e cinco. A posição cinquenta e cinco, então seria aquele fator mesmo, cento e dez? Cinquenta e cinco?

Formador: Ah, é isso. Teria cento e dez bolinhas na posição cinquenta e cinco. Duas vezes cinquenta e cinco.

Neste trecho da interação, retomamos o olhar de Radford (2017) ao tratar da dimensionalidade do fazer dialético presente no labor conjunto, pois é nele que os diferentes modos de compreender a atividade acontecem. É na troca de compreensões e estratégias que o conhecimento se realiza, em um movimento de coprodução teórico e técnica. No diálogo, o formador busca entender a forma de pensar da professora, que coloca suas ideias, em relação aos principais objetivos da atividade, sempre trazendo questionamentos que possam contribuir com as possibilidades de respostas, para a construção do pensamento algébrico.

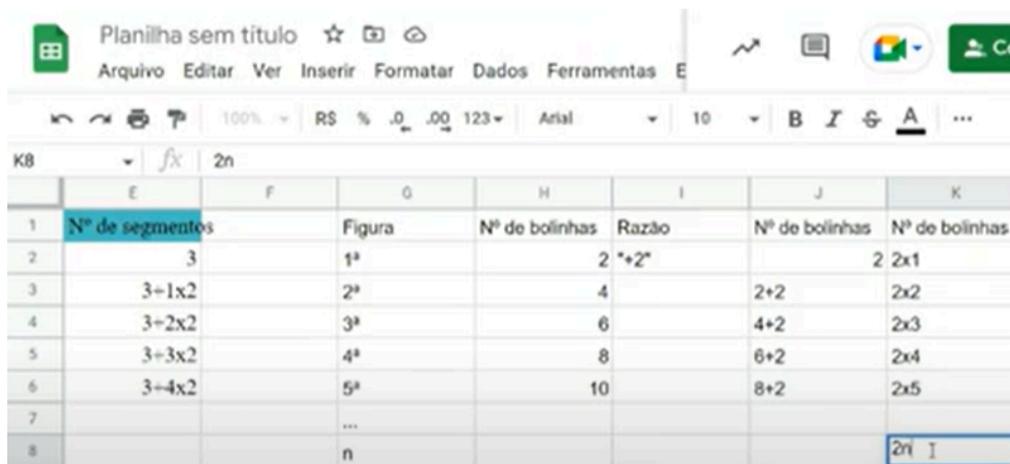
Em alguns momentos da interação, as reações da professora, nas respostas, denotam pouca segurança, comum de quem está na aquisição de algum conhecimento. No início do diálogo, por exemplo, ao responder sobre o segundo fator da operação por multiplicação, a Professora A faz uma pausa hesitante, sorri, e diz que a resposta veio à mente, a partir da observação. Ela até encontra a resposta, mas não consegue explicar “tecnicamente” como chegou ao resultado.

A reação natural da professora contribui diretamente com os passos seguintes da interação, pois esses pequenos sinais nos dão indícios de como essa aprendizagem está se consolidando. Nas palavras de Radford (2021, p. 55), “a atividade (ou labor conjunto com outras pessoas, em nossa terminologia) inclui a linguagem, mas também inclui, de forma decisiva, as experiências incorporadas de movimento, ação, ritmo, paixão e sensação”.

Um ponto crucial, que aponta o entendimento da professora acerca do assunto, é marcado por uma pergunta do formador, na conclusão da atividade, que é em relação a posição “n” como fator de generalização. Após explorar a tarefa e registrar as respostas durante a interação, conforme a figura abaixo, o

questionamento é sobre o valor de “n”, a fim que se compreenda que ele pode representar qualquer valor.

Figura 8 - Tabela 2 utilizada como registro das contribuições dos professores(as)



	E	F	G	H	I	J	K
1	Nº de segmentos		Figura	Nº de bolinhas	Razão	Nº de bolinhas	Nº de bolinhas
2	3		1ª	2	*+2*		2 2x1
3	3+1x2		2ª	4		2+2	2x2
4	3+2x2		3ª	6		4+2	2x3
5	3+3x2		4ª	8		6+2	2x4
6	3+4x2		5ª	10		8+2	2x5
7			...				
8			n				2n 1

Fonte: Acervo da formação (2021)

A exposição da tabela foi mais um ponto significativo para a realização da tarefa. Explorar a linguagem matemática e mostrar as etapas mais importantes da resolução da tarefa favoreceu na compreensão e deixou claro que as professoras entenderam a proposta, desde a interpretação do texto, até os processos para resolução. Encontrar o padrão, observar que ele se repete, bem como descrever como se comporta é se apropriar dos “modos de pensar historicamente constituídos” (Radford, 2018). Além de levar as professoras a entenderem a importância de direcionar o estudante, prezando pela autonomia, com compromisso, responsabilidade e cuidado com o outro, nos princípios da ética comunitária, proposta pela TO.

Ainda no mesmo contexto, observamos que, a partir desse trabalho coletivo, “ombro a ombro”, a professora A começa a apresentar indícios de um raciocínio dedutivo-analítico, Isso é perceptível durante a condução do formador, ao captar o pensamento da professora, quando ela percebe o fator de regularidade na tarefa e chega a conclusão de que: “No caso, quando eu coloquei lá, logo no início, duas vezes cinquenta e cinco. A posição cinquenta e cinco, então seria aquele fator mesmo, cento e dez? Cinquenta e cinco?” (Professora A, 50min:30).

No recorte acima observamos indícios de uma possível generalização, por parte da professora, uma vez que, para Gomes (2020) o que caracteriza o pensamento algébrico, não é a resolução de um problema mediado pela “intuição”, sem argumentação lógica e levantamento de hipóteses. Mas sim, a utilização de processos de raciocínio dedutivo e estratégias que possibilitem manipular “quantidades indeterminadas como se fossem algo conhecido, como se fossem números específicos” (Radford, 2013, p. 259).

6.2.2 Tarefa 2, segundo momento, proposta para o 4º ano

A segunda tarefa, também proposta para o 4º ano do Ensino Fundamental, Anos Iniciais, foi desenvolvida para trabalhar com a habilidade EF04MA12: “Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades” (Brasil, 2017, p. 291). Assim como a tarefa anterior, esta também tem foco nas regularidades.

O primeiro ponto a se observar é a organização do enunciado, com uma sequência de questionamentos que buscam conduzir o estudante a compreender, no decorrer da reflexão, as regularidades, a partir do olhar sobre algumas situações em comum. O termo “comum” presente no texto pode colaborar com o direcionamento do professor, pois ele aparece na tarefa mais de uma vez, e direciona o estudo para compreender que, ao identificarmos termos em comum, por estar relacionado a algo recorrente, podemos perceber regularidades presentes na tarefa, como apresentada na imagem abaixo:

Figura 9 - Proposta de tarefa envolvendo sequência recursiva

TAREFA 2: Tira de três números coloridos

Esta é uma tira diferente, repete as cores em uma sequência: vermelho, branco, azul; vermelho, branco, azul.

1. Observando as cores que os números ocupam, responda:

- O que a sequência de números nos espaços brancos tem em comum?
- Entre o 7 e o 16, quais números ocupam os espaços brancos?
- O que a sequência de números vermelhos tem em comum?
- Qual é a cor do espaço do número 51? Como você sabe disso?
- Qual é a cor do espaço do número 37? Como você sabe disso?

2. Como você faz para saber qual é a cor do espaço ocupado por qualquer número?

Fonte: (Acervo da formação continuada, 2021. Adaptado de Nacarato e Custódio. 2018, p.126)

Em uma combinação de cores e formas, uma tirinha é apresentada, para que o estudante identifique as sequências, de acordo com as cores, a fim de perceber regularidades. Já no início do enunciado, observa-se que uma sequência com os nomes das cores é apresentada: “vermelho, branco, azul, vermelho, branco, azul”. É importante observar que, nesta etapa inicial, o uso da repetição das cores, também apresentando alguma regularidade, pode ser um elemento, uma vez que o uso da linguagem verbal, apresentando algum tipo de regularidade é um indicativo que pode favorecer na interpretação da tarefa.

Embora o uso da figura e das cores, com legenda, favoreçam a compreensão do estudante, o formador já inicia a leitura avaliando como alto o nível de complexidade da tarefa, e segue nas discussões, em busca de possibilidades para tornar o momento de troca de conhecimentos o mais ameno possível, levantando questões que possam contribuir com as possíveis respostas das professoras.

1:09:09

Formador: E aí, o que vocês acharam dessa questão?

Professora B: Difícil. (*risos*) É difícil.

Formador: Mas o que vocês entenderam? Por exemplo, a gente tem uma sequência de três cores. Vermelho, branco e azul. O que é que os vermelhos têm em comum? O que é que o azul tem em comum?

Professora B: todos eles acrescentam três. Todos eles. E o vermelho são múltiplos de três. A gente pode trabalhar envolvendo a multiplicação, tabuada do três.

Formador: Isso.

Professora B: O do branco para o outro branco também acrescenta três. E do azul para o próximo azul também acrescenta três. A razão de todas as cores é três. Quando a gente quer saber um vermelho, a gente pode fazer... usar o múltiplo de três, utilizando a divisão, né?

Formador: Isso.

Professora B: A divisão, o resto um, eu entendi dessa forma, o resto um são os brancos, o resto dois são os azuis.

Formador: Divisão pelo quê?

Professora B: Por três.

Formador: Exatamente, que é a razão que você identificou.

Professora B: É.

Formador: E seria exatamente isso?

Utilizando uma estratégia condizente com a proposta de interação em pequeno grupo, em que se objetiva maior alcance de compreensão da sistematização dos conhecimentos, o formador procura, antes de tudo, entender algumas colocações das professoras, e inicia as reflexões com questionamentos, como posto no diálogo acima. No início da interação, a pergunta em relação ao ponto de vista das professoras é sucedida pela resposta da professora B, com o adjetivo “difícil!”.

É curioso observar que o seu tom de voz, assevera o que ela coloca em relação ao nível da atividade, pois, ao pronunciar o termo, a professora B eleva a entonação da sua voz exatamente na sílaba mais forte da palavra, como quem pretende expressar o nível elevado de desafio que a tarefa apresenta. E, para reafirmar, repete: “é difícil”.

Na interação, compreendemos a importância dessa troca, pois é uma forma considerada eficaz no desenvolvimento da aprendizagem, uma vez que, por meio da linguagem multimodal, é possível perceber ações concretas que evidenciam a indeterminação, como ritmos e gestos, como é perceptível no sorriso e no tom de voz da professora B, ao expressar uma aparente preocupação com o nível de desafio da tarefa e falar: “Difícil!”. Trata-se de uma ação linguística-perceptiva-gestual chamada nó semiótico (Radford, 2013), e equivale a “um segmento da atividade semiótica que signos que provêm de diferentes sistemas semióticos se complementam para alcançar uma tomada de consciência de maneira

que a tarefa seja abordada desde um ponto de vista algébrico” (VERGEL, 2015a, p.14, tradução nossa).

Demonstrando um maior domínio dos conteúdos em estudo, a professora B não só identifica a “razão”, como sendo 3, mas também explica a regularidade, de acordo com a sequência de cores, e mostra, inclusive, as operações que podem ser utilizadas para a resolução da tarefa. Como apresentado no recorte do diálogo acima, ela deixa claro que pode chegar à resolução por meio da multiplicação, ao constatar que os recortes vermelhos trazem uma sequência de múltiplos de três, e percebe, igualmente, possibilidades de resolução por meio da divisão, também pelo número três, que é a razão.

Ainda sobre o diálogo, percebemos possíveis indícios de uma “ruptura” entre o pensamento aritmético e algébrico, por parte das professoras participantes da formação. Uma vez que elas mobilizam o vetor da Denotação, ao citar o desenho, as cores das fitas e a partir destes, reconhecer operações aritméticas. Além de fazer deduções lógicas para encontrar o padrão da sequência e entender que essa hipótese pode ser aplicada ao longo de toda tarefa. A professora B, ao afirmar: “O do branco para o outro branco também acrescenta três. E do azul para o próximo azul também acrescenta três. A razão de todas as cores é três. Quando a gente quer saber um vermelho, a gente pode fazer... usar o múltiplo de três, utilizando a divisão, né?” Observamos indícios da mobilização do vetor analiticidade, em que o padrão da sequência se transforma em uma dedução lógica, em uma hipótese, o que para Gomes (2020), indica estar pensando algebricamente.

Neste sentido, olhando para a interação, compreendemos que, durante toda a discussão, os questionamentos feitos pelo formador reafirmam a importância da manutenção de um nível de proximidade entre os participantes, considerando que, na interação em pequenos grupos, as fragilidades são mais perceptíveis, bem como os pontos fortes dos conhecimentos compartilhados. E é nesse cenário de troca que vemos como fundamental a participação efetiva do professor no processo de ensino-aprendizagem. Uma vez que, para a TO, o pensamento e os processos de ensino-aprendizagem são dialógicos e concebidos como uma atividade mediatizada, ou seja, é “uma reflexão mediatizada de acordo com a forma ou modo de trabalho dos indivíduos” (Radford, 2011, p. 316)

Sob a ótica de quem observa para ensinar, um ponto de atenção na fala da professora B, após analisar a tarefa, é a reflexão que ela faz, sob a perspectiva de uma professora experiente que conhece os seus estudantes, ao colocar que não considera a tarefa com um nível adequado para o 4º ano, uma vez que o grau de conhecimento e maturidade dos alunos nem sempre colabora com as possíveis discussões propostas pela tarefa, como ela coloca em sua fala:

01:10:31

Professora B: Quando a gente quer saber um vermelho, a gente pode fazer, usar o múltiplo de três, utilizando a divisão, né?

Formador: Isso.

Professora B: A divisão, o resto um, eu entendi dessa forma, o resto um são os brancos, o resto dois são os azuis.

Formador: Divisão pelo quê?

Professora B: Por três.

Formador: Exatamente, que é a razão que você identificou.

Professora B: É.

Formador: E seria exatamente isso?

Professora B: Mas, pra criança perceber isso, e não dar dessa forma, como eu lhe falei, “é mais 500”. Como é que a criança vai perceber que... Os vermelhos todos são múltiplos de 3, dá pra perceber que utilizando a divisão por 3, o resto 1 é o branco? Me diz como eu vou dizer isso? Como é que eu vou dizer, não? Não pode, não é pra dizer. É pra criança perceber isso. Aí eu quero que você me diga como, porque hoje, assim, eu dizer: hoje eu vou fazer essa atividade com as crianças...E eu não ia saber como eu ia fazer com que a criança perceba essa relação do resto da divisão com a cor branca e com a cor azul.

Ainda no diálogo sobre níveis de compreensão do desenvolvimento da habilidade em estudo, a professora B volta a sustentar a dificuldade para trabalhar uma tarefa com uma habilidade que exige do estudante conhecimentos que parecem estar além do nível que as professoras costumam encontrar em sala de aula. Uma vez que, nessa fase, segundo ela, os estudantes compreendem a multiplicação, mas ainda não consolidaram a operação inversa, que é a divisão. Por isso, a justificativa de que compreender operações mais complexas “é mais quinhentos”. Ou seja, o assunto é mais “complexo”.

Essa expressão utilizada pela professora B nos remete ao que Radford (2011) compreende a respeito do desenvolvimento cognitivo e do pensamento como sendo “um movimento dialético entre a realidade histórica e culturalmente constituída e o indivíduo que a retrata e ou a modifica conforme suas próprias interpretações subjetivas, ações e sentimentos” (p. 317), uma vez que todos os processos envolvidos nas interações de ensino-aprendizagem, podem colaborar para o

processo mútuo de aprendizagem. Neste sentido, reforça-se a importância do trabalho comunitário, da troca e da interação entre os indivíduos e os seus pares, como um dos pilares fundamentais na produção do saber.

Ela justifica a sua fala, considerando os contextos mais recorrentes, na sua experiência docente, e acrescenta que, normalmente, “engatinha” nas operações com divisão, pois faz uma tentativa no 4º ano e continua no 5º, mas, em nível bem iniciante mesmo. Assim, ela acredita ser possível essa tarefa ser discutida com o 5º ano, mas trabalhando aos poucos. Para fechar, reforça que, se for seguir o que pede a habilidade, está muito além, por discutir padrões de divisibilidade em grupos diferentes. Mas se for trabalhar a tarefa pelos meios da multiplicação, o caminho parece possível.

Levando em consideração que as reflexões vão além de analisar questões para trabalhar com os estudantes, mas também nos permite entender como pensa o professor dos anos iniciais, em relação aos conhecimentos de áreas específicas e de como esse conhecimento pode alcançar os estudantes, é possível identificarmos que, em algumas situações, o desafio do professor também vem à tona:

1:16:05

Formador: Mas, vocês acham que os alunos conseguiriam chegar na generalização distante? Na generalização próxima? As dificuldades já foram apontadas.

Professora A: Formador, eu no início só estava vendo a questão da multiplicação, né? A diferença de um para o outro. Mas a Professora B deu todo um...uma orientação, explicação, e você já fechou, aí agora é só eu analisar aqui, escutando e aprendendo um pouco mais, tá?

Formador: Então, o que você acha, Professora B? Que conseguiria chegar na generalização distante, seus alunos?

Professora B: Quarto ano? acho que... Hahahaha!

Formador: Talvez nem na generalização próxima, né?

Professora B: É, é! Mas, assim, olhando a questão em si, sem pensar, assim, exatamente, vai para o quarto ano, digamos que vá para o final do quinto, final do ano do quinto, sexto ano, por aí...As propostas, as perguntas aqui, acho que levam à generalização, as duas, né? Mas, realmente, destinado ao quarto ano, acho que não tem condições não.

Algumas questões ficam visíveis, aqui, ao tratarmos da familiaridade do professor com determinadas discussões. Na fala da professora B, por exemplo, ao ser questionada sobre as possibilidades de organização do pensamento dos estudantes, para chegar em uma generalização distante ou próxima, após as dificuldades apontadas, ela coloca que, no início, só viu multiplicação, a diferença de

um quadrinho para o outro. Mas a professora A compartilhou a sua compreensão, e o formador fechou a ideia. Então, ela resolveu continuar a observação, analisar, para aprender mais.

Como efetivo participante do processo formativo, o formador reforça a importância de considerar o trabalho em conjunto, como propõe Radford (2017), no movimento de materialização do conhecimento, ao fechar a discussão instigando a outra professora, que já tem alguns pensamentos mais estruturados sobre o assunto, para responder às questões. A “entonação” da fala da professora B, mais uma vez, demonstra reforçar o seu argumento sobre a tarefa ser desafiadora demais para o nível de aprendizagem do 4º ano. Ao passo que ela, ao ser questionada se os alunos chegariam a uma generalização distante, deixa implícito que possivelmente, não: “quarto ano? acho que... (*risos*)”.

Não raro, essas marcas da linguagem oral aparecem nas interações. Nesse contexto, entra em evidência outras expressões e entonações da fala, dando margem para que compreendamos o tom duvidoso sobre ser possível os estudantes chegarem a uma generalização distante. E são esses elementos que evidenciam o ponto de vista da professora.

6.2.3 Tarefa 3, segundo momento, proposta para o 5º ano

Na continuidade das reflexões no pequeno grupo, a tarefa 3 analisada foi elaborada para contemplar alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, Anos Iniciais. A tarefa tem foco na habilidade EF05MA12 da BNCC, que objetiva “resolver problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros (Brasil, 2017, p. 295), como proposto na tarefa abaixo:

Figura 10 - Tarefa sobre variação de proporcionalidade analisada pelo pequeno grupo

TAREFA 1:
 O pai de Carlos é taxista na cidade. Para calcular o valor a ser pago por uma corrida ele cobra um valor fixo inicial de R\$ 3,00 (chamado de bandeirada) mais R\$ 2,00 para cada quilômetro rodado.



Para explicar a Carlos como calcular o valor de uma corrida seu pai utiliza a seguinte tabela

Quilômetros rodados	Valor a pagar
1 quilômetro	5,00
2 quilômetros	7,00
3 quilômetros	9,00
...	
10 quilômetros	23,00

1. A partir dessas informações, responda:

- Quanto será pago por uma corrida de 20 quilômetros? _____
- Quanto será pago por uma corrida de 35 quilômetros? _____
- Escreva uma mensagem para um colega explicando como calcular o valor a ser pago por uma corrida de 50 quilômetros?

- Como fazer para encontrar o valor a ser pago por uma corrida de n quilômetros?

Fonte: (Acervo da formação continuada, 2021. Adaptado de Nacarato e Custódio. 2018, p.126)

Alguns elementos despertam a atenção, por levarmos em consideração a interpretação e a intencionalidade de quem lê o texto. A tarefa, com uma imagem de apoio, contextualizada, traz uma nova estrutura, se comparada às anteriores. O recurso utilizado já não é mais imagem, mas uma tabela com valores referentes a corrida. Analisando o grau de dificuldade da tarefa, um ponto já desperta a atenção do formador, ao destacar o salto que se dá nos números, nas questões da atividade, que vai de 20 para 35 quilômetros, para saber o valor pago. Assim como na tabela, que sai de 3, com o valor de 9 reais, para 10 quilômetros, com valor de 23 reais.

A estratégia do formador é abrir espaço para ouvir a opinião das professoras, antes de aprofundar a análise e discutir sobre a possibilidade de ser uma tarefa adequada para o ano proposto. Logo, a professora B se pronuncia:

1:21

Professora B: Essa questão é idêntica àquela dos pauzinhos, do triângulo. Porque não começa com 3? Aí seria bandeirada. A diferença é que o recurso que ele está usando aqui não é o figural. Está usando a tabela. E já coloca a bandeirada junto do primeiro quilômetro. Eu acho que isso aí pode confundir

muito, né? E eu acho que aí pode confundir muito, porque do 5 para o 2 tudo bem, mas só que tem que sempre contar com a bandeirada. Não pode contar só com a cada dois reais.

Formador: É porque o valor a ser pago... aí é que tá... a habilidade. O que é que tem que ter na habilidade? Vocês acham que a tarefa tá... Tem a ver com a habilidade? Porque vê só, o valor a pagar varia, mas ele depende da quilometragem e também do valor fixo inicial e da bandeirada. Porque você tem que ter uma bandeirada e você tem o quilômetro, que vai ser levado em consideração para o valor que você vai pagar. Então o valor a pagar ele se altera, ele varia. De acordo com o quê? Com o quilômetro. Mas ainda assim tem uma taxa inicial.

Alguns instantes dessa interação são bem curiosos, levando em consideração a proposta da tarefa. A professora B compara com outra tarefa já analisada pelo grupo e, logo percebe a diferença na estrutura, por não fazer uso de figuras, das representações simbólicas que muito favorecem na interpretação, uma vez que esses recursos são utilizados no “processos de criação de significado social para alcançar uma forma estável de consciência, para tornar aparentes suas intenções e realizar suas ações, com o intuito de atingir o objetivo de suas atividades” (Radford, 2003, p. 41). Aqui, ela já começa a juntar elementos para argumentar sobre a possibilidade de trabalhar ou não a tarefa com estudantes do nível proposto na habilidade. Em seguida, pontua os detalhes que podem confundir os estudantes, como o acréscimo do valor da bandeirada, e não só o acréscimo de 2 reais, a cada quilometragem corrida, o que aumenta o grau de complexidade da tarefa.

Mais uma vez, uma das tarefas mais importantes que o formador realiza volta a acontecer: a retomada para refletir, com base nas questões propostas no início da tarefa, que é analisar a coerência com a habilidade. Esse trabalho do formador no pequeno grupo fortalece o olhar atento para perceber o quanto os participantes estão acompanhando a discussão, o nível de compreensão da temática discutida, como também colaborar com a produção do conhecimento entre os professores, nessa mútua interação.

Nesse sentido, fica ainda mais nítida a importância do trabalho conjunto e o quanto as concepções e ideias da TO podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento e a tomada de consciência por parte dos indivíduos, pois para Radford (2015), a TO possibilita compreender os processos de ensino-aprendizagem, não como produto de ações individuais, mas como um processo histórico, cultural e coletivo.

Esse processo de ensino-aprendizagem está em constante movimentação, dialogicidade e atualização. Assim, a atualização do saber precisa ganhar forma, materializar-se, tornar-se conhecimento (Radford, 2013).

Para ficar mais claro esse entendimento, Radford (2017) estabelece, uma relação entre o saber, o conhecimento e o trabalho conjunto, de modo que, o saber entra em movimento a partir do trabalho conjunto e materializa-se no conhecimento, de forma que esse conhecimento pode ser “aperfeiçoado” e transformado em um novo saber, seguindo um movimento espiral, a partir da interação entre os indivíduos e do trabalho conjunto.

Assim, para Radford (2017), a aprendizagem é um processo de objetivação, ou seja, de tomada de consciência por meio da interação coletiva, de gestos, falas, ações corporais, sensoriais e da utilização de artefatos. Neste sentido, observamos que a condução do formador nesses processos contribui para a tomada de consciência das professoras, e o trabalho conjunto possibilita o refinamento e aperfeiçoamento do conhecimento dos indivíduos.

Na retomada da discussão, a professora B sinaliza detalhes relevantes sobre a tarefa, bem como a forma de pensar do estudante, diante da situação. Essa reflexão nos remete ao que Radford (2017) defende como a materialização do saber, a partir de saberes existentes. O que favorece a reflexão para redirecionar o que for necessário, na partilha de saberes.

Nesse sentido, a reflexão da professora B faz com que ela reflita sobre o estudo da atividade com os estudantes. Na continuidade do recorte anterior, ao retomar o raciocínio sobre a possibilidade de realização da proposta, ela enfatiza:

01:22:22

Professora B: Então, quando tem essa taxa inicial aqui na tabela, tem no enunciado, mas não tem na tabela, eles confundem muito as crianças. É como se não existisse mais aquela informação. Tem que estar lá e cá (...).

01:22:47

Você multiplica quilômetros por dois e acrescenta os três reais. Aí consegue, né? Consegue encontrar qualquer posição. Mas que isso aí daria para o quinto, acho que dá. Agora, assim, aquela forma que você já falou, com toda aquela intervenção, aquele trabalho conjunto do professor, né? Sozinho ele não vai chegar lá não. Não chega. Eu acho que não.

Um detalhe importante a ser observado, especificamente nas falas dessa professora é que ela parece um tanto familiarizada com a temática, a ponto de

refletir sobre a atividade, sobre a produção de conhecimento dos estudantes, e argumentar, reafirmando a sua pouca segurança em trabalhar a temática nesses moldes, como proposto na atividade do 5º ano, por considerar um nível que vai além das situações reais de seu cotidiano escolar. Assim, mais uma vez, sua expressão demonstra preocupação, enquanto analisa a tarefa e encontra os possíveis raciocínios dos estudantes.

Depois de sinalizar os desafios levantados, e reforçar que a chance de trabalhar a temática dentro desse grau de dificuldade é mínima, ela concorda, com pouca segurança, que daria certo para os estudantes do 5º ano, porém com algumas ressalvas: “agora, assim, aquela forma que você já falou, com toda aquela intervenção, aquele trabalho conjunto do professor, né? Sozinho, ele não vai chegar lá não. Não chega. Eu acho que não.”

A professora dá ênfase a essa última fala, reiterando seu ponto de vista, convencida da complexidade da tarefa, para o perfil dos estudantes da realidade dela. Em seguida, sua fala é marcada por um tom mais ameno, ao dizer “eu acho que não”, uma vez que o verbo achar, nesse contexto, pode expressar dúvida ou trazer uma ideia mais atenuante, se comparada às afirmações anteriores, pois ela considera que até pode ser possível os estudantes compreenderem, porém com um direcionamento, uma mediação. Em todas as etapas, é necessário ter o professor participando efetivamente, de forma que, no trabalho conjunto, o saber de cada um entre em movimento, na busca pela materialização de novos conhecimentos.

Em sinal de concordância com os argumentos apresentados pela professora B, o formador complementa:

01:23:14

É exatamente isso que você falou, que não chega sozinho. E outra: o seu discurso aqui, né? Para a gente reforçar. A questão é que multiplica para cada quilômetro rodado, ou seja, a razão 2, e adiciona 3, que é o valor fixo inicial. Então, multiplica a quilometragem pelo valor de cada quilômetro e o valor fixo.

01:23:42

Formador: Então, assim, levar o aluno a entender isso, não só com a tabela e tudo mais, mas a raciocinar isso, acho que talvez eles precisariam, por exemplo, aqui...

Professora B: Ter mais exemplos.

Formador: Ter mais exemplos.

Professora B: Muito mais. Muito mais. E não dar esse pulo. Vê, do 35 foi para 50.

Formador: E aí já pede para fazer, para encontrar o valor a ser pago por N quilômetro, já vem com o N aqui, coloca um X na situação.

Professora B: Coloca a incógnita, né?

Formador: É, a incógnita.

Diante dessa reflexão, o formador e a professora B parecem concordar com a conclusão de que seria necessário ter muito mais exemplos para compartilhar e trabalhar as possibilidades com os estudantes, pois não visualizam nas discussões que a tarefa proporciona uma estrutura acessível. A tarefa envolve operações mais complexas, além de habilidade para interpretar, uma vez que os recursos utilizados, como a tabela, exigem mais leituras dos estudantes, diferente do uso de figuras.

Os dois também consideram a possibilidade de se evitar números muito distantes, que exijam do aluno operações mais complexas, como sair do quilômetro 35, calculando as corridas, para o quilômetro 50. Para completar, mais um grande desafio apontado é levantar a discussão do trabalho com o pensamento algébrico nos anos iniciais, fazendo uso de letras para representar uma incógnita. Esse ponto diverge do que é proposto em documentos oficiais, em relação ao trabalho com equações nesta fase, pois o objetivo da unidade temática é familiarizar o estudante com uma linguagem própria, estabelecer generalizações, ideias de grandezas, regularidades, padrões, considerando que “nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam (Brasil, 2017, p. 270).

Nas reflexões finais relacionadas a essa tarefa, o formador faz uma consideração:

01:30:22

Formador: (...)eu gostaria de grifar a importância de trabalhar com as figuras. Vocês vejam que as figuras aqui a gente está trabalhando com sequência, com padrão, mas ela pode também ser trabalhada com divisão, porque muitas vezes a gente coloca lá 20 dividido por dois. Monta a continha, já de início. Hoje vamos trabalhar a divisão. Vinte... Uma divisão pode ser escrita, vinte dividido por dois. Monta lá bonitinho. Só que, talvez, o aluno: o que significa isso? Como é que a gente pode ver isso no dia a dia? Então, perceba que essas tarefas são situações problemas, né? E, a partir de situações problemas, talvez de início seja difícil, porque o aluno precisa também entender algumas operações básicas. Mas aí a proposta é inverter a situação, utilizar as operações, né? Caso venha perceber dificuldades dos alunos, montar a continha depois de apresentar o problema, porque ali vai instigar o aluno a entender como poderia utilizar a divisão, uma multiplicação no seu dia a dia.

Nas discussões, o formador traz a reflexão acima, de modo a reforçar um dos pontos significativos de toda a pesquisa, que é a importância do trabalho com as figuras, a valorização do imagético, e outros recursos semióticos, a fim de favorecer no processo de ensino-aprendizagem.

É preciso considerar que os elementos visuais ampliam a compreensão de quem vê, podem possibilitar ir além das representações numéricas, para uma compreensão contextualizada por meio de signos, das representações com significado. De acordo com Guzmán (1996), o visual tem papel notável no desenvolvimento do pensamento matemático. Isso passa pela natureza cognitiva do homem, já condicionada por elementos visuais, simbólicos, representativos, próprios da natureza matemática e seus objetivos.

Ao sugerir que as professoras trabalhem com as figuras, o formador reforça que, embora estejam focados no trabalho com sequência e padrão, é significativo trazer a ideia de manter o uso de figuras para trabalhar com situações problemas, inclusive retomando operações de forma mais contextualizada, mais próxima do dia a dia dos estudantes. Como ele mesmo exemplifica que falar em divisão apenas com continhas no quadro, pode não alcançar muitos grupos de estudantes.

Assim, entender operações básicas com apoio de diferentes recursos semióticos favorece na aprendizagem. Uma vez que, para a TO o pensamento tem natureza multimodal, ou seja, além da imaginação e fala interior do estudante, leva em consideração as interações, desenhos, fala, escrita e outros recursos semióticos de objetivação, que favoreçam a expressão do pensamento (Mogollón, 2020).

6.2.4 Tarefa 4, segundo momento, proposta para o 5º ano

Ainda com foco na mesma habilidade, a última tarefa proposta para análise neste encontro também trata de resolução de problemas com variação de proporcionalidade entre duas grandezas, com objetivos diferentes para cada situação de uso, como podemos perceber um deles na atividade abaixo:

Figura 11 - Tarefa 2 proposta para o 5º ano

TAREFA 2: O pai de Pedrinho é marceneiro. E os dois estão trabalhando juntos na construção de carrinhos de brinquedo feitos com madeira para vender. Para construir dois carrinhos são necessárias 8 rodas.



Responda:

a) Quantas rodas são necessárias para construir 5 carrinhos? Justifique sua resposta.

b) Quantas rodas são necessárias para construir 10 carrinhos? Por quê.

c) Quantas rodas são necessárias para construir 20 carrinhos? Por quê.

d) Quantas rodas são necessárias para construir 40 carrinhos? Por quê.

e) Agora escreva uma mensagem para um amigo explicando como ele pode descobrir a quantidade de rodas que são necessárias para construir 80 carrinhos de brinquedo? Justifique sua resposta.

f) Surgiu a oportunidade de participar de uma feira de carrinhos de madeira, mas não se sabe a quantidade de pessoas que irão comprá-los. Quantas rodas os dois precisam produzir para um número desconhecido de carrinhos de brinquedo. Relacionando com as respostas anteriores. Justifique sua resposta.

Fonte: (Acervo da formação continuada, 2021. Adaptado de Nacarato e Custódio. 2018, p.126)

Por se tratar da tarefa final do encontro, depois de uma vasta discussão sobre a unidade temática, sobre habilidades com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico, alguns conhecimentos já parecem consolidados. Assim, o primeiro questionamento do formador parte do princípio de que as professoras já se apropriaram de conhecimentos essenciais para refletir sobre possibilidades de organização do pensamento dos estudantes. Desse modo, a pergunta é sobre as dificuldades que os alunos poderiam ter.

Na condução, o formador busca instigar a participação das professoras, uma vez que, não deixa de ser uma forma de rever saberes já constituídos para, assim, intensificar alguns conhecimentos sob a ótica do professor, enquanto profissional,

refletindo, e a perspectiva do estudante como principiante na mobilização de saberes dentro desta temática. Para isso, surge o questionamento:

01:36:32

Formador: (...) O que vocês acham? Essa questão. E aí? Generalização algébrica, aritmética...?

Professora A: Pronto, eu digo assim, de forma algébrica, o final, né? Teria que trabalhar agora no início a quantidade de roda, carrinho, com certeza eles iriam associar. Primeiras questões. No final, teria que a gente, no início envolver também alguns, e outros já iriam perceber e, no final, trabalhar bastante a... trocar as ideias, as informações em relação a quantidade, o final dele.

Formador: Entendi. Concordo assim, e, no início, propõe mais a generalização aritmética e no final mais a generalização algébrica, dependendo de como os alunos respondam. E a questão vai ficando mais complexa, né? De acordo com as alternativas que vão passando.

A resposta da professora A, sob a perspectiva de resolução da tarefa feita pelos estudantes, ainda apresenta pouca segurança para levantar hipóteses de como essa tarefa poderia ser resolvida. Ela inicia pontuando que os estudantes pensariam algebricamente no final, e deixa implícito que esse início seria muito mais voltado para o pensamento aritmético, pensando na possibilidade de operações simples, como trabalhar a quantidade de rodas, de carrinho, confiante de que os estudantes não teriam dificuldade com essa parte inicial.

Para finalizar suas observações, a professora A coloca que se trata de uma tarefa que exige envolvimento dos estudantes, bem como muitas reflexões para trabalhar bastante as próximas etapas, pelo nível de complexidade. Fica evidente, aqui, a importância do trabalho do professor, o que pede apropriação dos conceitos essenciais sobre a temática.

Vale salientar que, nessa tarefa, os professores tiveram menos tempo para discutir possibilidades de respostas, numa abordagem mais detalhada, bem como a falta de recursos semióticos de apoio, como a tabela usada nas questões anteriores. A discussão praticamente finaliza com o formador reforçando o que a professora colocou, sem muitos detalhes, que via a possibilidade de um olhar voltado ao pensamento algébrico, mas só no final da tarefa. Em concordância, o formador retoma que o início traz possibilidades para o pensamento aritmético, e o pensamento algébrico no final da resolução.

Sob a ótica do formador, a tarefa tem um nível mais avançado de complexidade, porém não foi suficientemente explorada. Entre tantos processos a

serem discutidos, detalhes simples não foram foco de reflexão, como a ideia do dobro trabalhada nas questões, por exemplo, que pode colaborar para que o estudante identifique algum tipo de regularidade, como percebemos nas questões “a”, “b”, “c” e “d”, em que o maior grau de dificuldade é descobrir a quantidade de rodas para construir 5 carrinhos, e seguir a partir da compreensão de que os números seguintes são o dobro do anterior. A partir da reflexão, uma graduanda do curso de matemática, que participa da interação, questiona: “no quinto ano, é importante traduzir a expressão, e não a equação, não é isso?”.

A fala da estudante nos permite retomar as primeiras discussões, em que uma professora coloca a importância de trabalhar expressões numéricas, porque, além de representar situações do cotidiano dos estudantes, com o uso de operações básicas, também favorece na aprendizagem de outros conteúdos matemáticos. Além disso, reforça o que é posto nos estudos sobre o ensino da álgebra nos Anos Iniciais, que tem foco em ideias mais gerais, além de não se propor “uso de letras para expressar regularidades” (Brasil, 2017, p. 270).

Outro ponto que o formador reforça o trabalho com expressão é na justificativa de que permite ao professor trabalhar com a ideia de regularidade, razão, termo da sequência, permite analisar quantidade de bolinhas, figuras, diferente da equação, como explica:

01:39:37

Já a equação, que é a parte final que a gente chega lá, é $2n \cdot X$, que é a quantidade de bolinhas, digamos, é igual a $2n$. Então, n sendo o número da posição, 2 sendo a razão. Chegar nisso daí, o aluno pode até chegar no quinto ano, mas esse não seria o objeto de conhecimento, o foco dos anos iniciais do ensino fundamental.

01:40:30

Trabalhar com essas incógnitas assim, já nos anos iniciais, muitas vezes não traz um significado ao aluno, porque essas incógnitas são os termos desconhecidos. Então, o indeterminado é visto muito de forma geral, qualquer número. Qual é esse valor desconhecido? Qual a quantidade de bolinhas, digamos, naquele problema de qualquer posição? Qualquer posição já seria indeterminado. Então, já...

01:40:59

Já dá indícios aí, dá outra questão que tu fez. Então, no quinto ano, já pode apresentar a ideia do indeterminado 5? A gente trabalha no indeterminado, mas não com a linguagem alfanumérica, que é com as letras e os números, né? Essa linguagem $2x$ mais 3 igual a 5. Seria mais, de uma forma mais lúdica mesmo, no lugar de x , colocar um quadradinho, um espaço vazio. E nesse espaço aqui, o que está faltando? De modo que o aluno entenda que esse indeterminado...

01:41:26

está sendo representado dessa forma agora, mas pode ser representado de outra forma, com um x , com uma linguagem específica, com um x . E daí, para que ele perceba que pode ser representado, poderia colocar uma girafa ali, poderia colocar uma bola, poderia colocar um cubo, poderia colocar várias coisas naquele local ali, que é o termo desconhecido, que se transforma em uma incógnita, no sétimo ano. E isso...

Na sua reflexão, o formador sugere que, nessa etapa da escolaridade, a Matemática deve ser trabalhada numa linguagem mais “informal” e próxima do estudante. Assim, é importante que o professor, participe efetivamente do processo, esteja trabalhando ombro a ombro com o estudante, de modo que os diversos saberes se encontrem e favoreçam a produção de conhecimento. Nesse aspecto, para essa fase escolar, o desenvolvimento do pensamento algébrico não está necessariamente alicerçado nas representações alfanuméricas e simbólicas, mas sim na busca pela identificação de regularidades em sequências, sejam elas numéricas ou não e nas suas possíveis regras de formação (Pernambuco, 2019).

É importante reforçar que, nesta etapa de ensino, o professor é “provocado” a encontrar caminhos que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, e a entender que o uso de artefatos por meio de tarefas e interações coletivas parece um percurso possível. Isso nos leva a corroborar o que foi um dos principais pontos de apreciação desta análise: a importância dos recursos diversos da linguagem, pois a materialização do pensamento algébrico acontece de forma progressiva, por meio do uso de recursos multimodais (Radford, 2018).

Essas reflexões nos permitem salientar a importância do uso de modos diversos de linguagem, com intencionalidade, para garantir melhores condições de compreensão do que se lê, ou se ouve. Nos permitem proporcionar interações significativas, e a troca de saberes, a partir do repertório de cada sujeito (Radford, 2020). Sob essa perspectiva, destacamos a importância da entonação da voz das professoras, durante a análise das tarefas no pequeno grupo, bem como o uso de algumas expressões que contribuíram com essa interação, como movimento da cabeça, risos, concomitante com algumas falas relacionadas aos desempenhos possíveis dos alunos.

Um ponto importante para destacarmos foi a atuação da professora B, no decorrer do encontro. Foi possível perceber que, durante todas as reflexões, ela demonstrou maior propriedade das habilidades matemáticas discutidas, contribuindo

de forma mais direta com a formação, e foi assertiva em muitas falas relacionadas às tarefas analisadas, o que pode caracterizar uma mobilização consciente dos vetores do pensamento algébrico, por exemplo. Esse comportamento pode ter se dado pelo fato de o modelo de interação favorecer a troca entre os pares, uma vez que a metodologia utilizada proporciona maior proximidade no processo coletivo, com espaço de escuta e estímulos constantes, diante dos desafios propostos, além de uma mobilização de saberes que se concentra na troca entre o formador e os participantes.

Em síntese, as reflexões das professoras nos permitiram perceber que “o pensamento algébrico vai muito além de somente utilizar a linguagem algébrica alfanumérica” (Moraes e Almeida, 2021, p. 35). Pelos diferentes modos semióticos de objetivação, como os gestos e as expressões, as professoras conseguiram demonstrar indícios de desenvolvimento do pensamento algébrico.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, buscamos identificar indícios de objetivação, a partir da análise de tarefas com generalização de padrões, sob a luz da Teoria da Objetivação. Para isso, partimos da observação da interação entre o formador e duas professoras dos Anos Iniciais, em uma formação continuada, no contexto remoto, com o objetivo de apontar aspectos sobre pensamento algébrico revelados durante a análise de tarefas de generalização de padrões, bem como identificar as contribuições dos recursos multimodais para o entendimento do professor, em relação ao ensino de álgebra nos Anos Iniciais, com foco no pensamento algébrico.

Na primeira etapa da análise, levamos em consideração os questionamentos norteadores das reflexões das professoras, propostos na formação, que levantam a discussão sobre generalização, pensamento algébrico e pensamento aritmético. Além da reflexão sobre as possibilidades de respostas dos alunos e as possíveis dificuldades encontradas.

Embora nosso intuito inicialmente tenha sido analisar o estudo das tarefas para 4º e 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, para fins de contextualização, consideramos as primeiras reflexões de retomada da formação anterior, que trouxeram uma análise de tarefas para 1º e 2º ano, considerando aspectos cognitivos que respeitam os níveis de complexidade adequados para esta fase.

Assim, sob a ótica da multimodalidade, tendo em vista que recursos semióticos fazem parte do vetor denotação, um dos vetores que caracterizam o pensamento algébrico (Radford, 2010), conjecturamos alguns saberes das professoras, a partir da observação de suas falas e expressões, e algumas evidências sobre os processos de objetivação, durante a formação. Conjecturas favorecidas pelo formato de interação em pequeno grupo, de acordo com a metodologia do Labor Conjunto, proposta pela teoria, adaptada para o formato remoto, a fim de atender às necessidades do contexto pandêmico.

Em encontros formativos anteriores, as atividades proporcionaram às professoras momentos de interação, com o objetivo de compartilhamento de saberes em torno da álgebra, ideias de pensamento algébrico e generalização.

Assim, na formação analisada nesta pesquisa, partimos do princípio de que conhecimentos foram produzidos na etapa inicial e, nos momentos subsequentes como este, as experiências compartilhadas denotam compreensão, por menor que seja, de conceitos básicos acerca do ensino da álgebra. Sendo assim, nos propomos a direcionar o olhar para as reflexões, a partir desse pressuposto.

Nas discussões iniciais, foi possível perceber que o formador retomou suas considerações, e abriu espaço para novas reflexões, por entender que o encontro anterior não deu conta da consolidação dos conhecimentos sobre generalização algébrica. Assim, dentro do que propõe o Labor Conjunto, no constante movimento de mudança do processo de ensino-aprendizagem, novas discussões ganharam forma, porém, nesta etapa do encontro, tivemos a tabela com as resoluções registradas, indicando a importância do uso de artefatos que favoreçam a mobilização de saberes nesse modelo de interação.

Foi possível perceber que, em contato com as primeiras tarefas, as professoras fizeram algumas tentativas de generalização de padrões, mas delinearum um raciocínio mais próximo do aritmético, com foco nas expressões numéricas, sugerindo que o estudo das operações nesse formato pode favorecer a compreensão. Porém a resolução das questões parecia restrita à “contagem” dos termos da sequência, até chegar a um termo mais distante. Em alguns momentos, as professoras revelaram equívocos no que se refere ao desenvolvimento do raciocínio matemático, quanto aos padrões em sequências, mas apresentaram traços de desenvolvimento, à medida que a troca, as interações e trabalho ombro a ombro, acontecia entre elas e o formador.

Durante as interações, foi perceptível a atenção do formador para a ênfase no uso de recursos multimodais, apontando que essa compreensão pode ser melhor vivenciada se contextualizada, associada a vivências do cotidiano dos estudantes, principalmente se realizada com o apoio de figuras ou materiais manipuláveis durante as etapas de resolução das tarefas. Observação também visível no momento em que a professora A ressaltou a importância dos desenhos para favorecer a compreensão dos estudantes.

Ao analisar as tarefas para o 2º ano, em que a professora B, que demonstrou um pouco mais de familiaridade com a temática, apontou o nível da atividade e colocou como não condizente com os estudantes desta etapa, nos permite lembrar

que, nesta fase, são trabalhados caminhos para chegar a uma generalização, mas não necessariamente nela. É fundamental, portanto, que o estudante entenda os padrões e as regularidades da sequência, partindo do princípio de que, talvez, nesse momento, compreender os processos, entender o caminho seja mais importante que a chegada.

Um dos elementos levados em consideração, durante as reflexões das professoras, foi o cenário de repertório dos estudantes em relação ao currículo básico, pois é uma realidade comum, de acordo com as experiências relatadas por elas, a defasagem dos estudantes no desenvolvimento de habilidades essenciais para essa etapa escolar, que comprometem o desenvolvimento, pela relação de dependência de habilidades que são pré-requisito para outras etapas escolares. Assim, compromete a compreensão em questões simples de interpretação e de progresso no raciocínio matemático.

Em suas falas, a opinião conjunta foi que é preciso “reforçar operações básicas”, e retomar os estudos, por vezes, até alcançar “confiança” para avançar nas reflexões junto aos estudantes. Nessa perspectiva, despertamos para a importância de, não só nos preocuparmos com maiores investimentos na formação dos estudantes, no conhecimento em relação ao currículo, mas também, na formação continuada dos professores, considerando a possibilidade de lacunas da formação inicial refletirem na sua prática pedagógica. Para esse momento de troca, relembramos a importância do modelo de formação analisado nesta pesquisa, labor conjunto remoto, como um modelo que possibilitou o trabalho comunitário, ombro a ombro, de modo que pudemos evidenciar a produção de conhecimentos de forma coletiva.

Outro ponto enfatizado também pelas professoras foi a importância do uso de recursos semióticos diversos, para ampliar as possibilidades, a partir do trabalho prévio, envolvendo a exploração de sequências nas formas mais variadas, sempre levando em consideração o uso de materiais concretos, por meio da ludicidade. Um olhar que nos permite depreender que as tarefas colaboraram com a materialização de concepções propostas pela TO, acerca de características do pensamento algébrico, sob a ótica dessa teoria, pois, validar a importância dos meios semióticos na produção de significados sobre padrão, pode ser um indício dessa compreensão.

Em muitos momentos da formação, as professoras evidenciaram uma tomada de consciência sobre detalhes importantes do que estavam estudando, como a aplicabilidade de operações matemáticas para a resolução, ou mesmo na busca por formas de levar o aluno a identificar padrões. Se no início das atividades buscavam compreender a proposta e demonstrar conhecimentos relacionados ao assunto, ao compreender a questão, colocavam suas preocupações sobre estratégias para conduzir a interação, avaliando se a proposta estava acessível ao estudante daquela fase escolar ou não.

Além desses aspectos, acentuamos a relevância dos processos de subjetivação vivenciados durante a interação. A troca respeitosa de cada envolvido, todos atentos aos momentos de fala, reflexivos sobre o que cada sujeito colocava, o olhar atento do formador, levando em consideração a organização das ideias das professoras, bem como a autonomia na resolução das tarefas. Em alguns momentos, interagindo mais, a depender do ponto de discussão, e da segurança para se posicionar, ou menos, mas sempre atuantes. Dessa forma, evidenciamos nas reflexões, nas mudanças significativas de posicionamentos, a partir da escuta atenta, às subjetividades dos participantes como substanciais para o desenvolvimento da formação.

Enfatizamos as limitações quanto ao avanço da pesquisa, em relação à análise de modos semióticos, como por exemplo, alguns movimentos das professoras, pelas limitações na captura das imagens, visto que em determinados momentos, elas precisaram desligar as câmeras. O formato de exibição escolhido, que mudava de tela, para exibir o participante que estivesse falando, exibindo, assim, um por vez, também configurou um delimitador para as análises das interações no pequeno grupo. Desse modo, nossa análise se concentrou principalmente nas falas das professoras, e em algumas expressões em momentos específicos.

Dito isso, fortalecemos que o modelo de formação utilizado, Labor Conjunto Remoto, com seus desafios, mas também suas potencialidades, foi uma proposta que nos permitiu perceber questões fundamentais relacionadas ao processo de ensino-aprendizagem, nessa vivência em conjunto. Desse modo, essa pesquisa defende a relevância do investimento em formação continuada para professores em serviço, a fim de atender as demandas comunitárias e, não menos importante, as

curriculares, no que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

E, Apesar de já existirem pesquisas (Nacarato e Custódio, 2018; Moraes e Almeida, 2021; Silva, 2021; Almeida e Martins, 2022; Oliveira, 2022; Gomes, 2022) que corroboram com esse estudo e reafirmam a necessidade de ampliação de formações continuadas com foco no ensino da álgebra, pensadas para os professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais, reafirmamos a relevância de estudos voltados para a produção de tarefas que levem em consideração os diversos modos semióticos de produção de texto, compreendendo a importância da articulação de diferentes linguagens, como um fator que pode contribuir com o desenvolvimento de habilidades direcionadas ao ensino-aprendizagem da álgebra nos Anos Iniciais.

Em síntese, retomamos a importância do trabalho na educação matemática com uma teoria que leva em consideração a formação do sujeito dentro do seu contexto social, nas particularidades que lhe são peculiares, sem perder de vista o equilíbrio entre o saber e o ser, entendendo que é na troca de saberes que se produz conhecimentos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. **Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita**: um estudo exploratório nos livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado. UFPE, Recife, 2011.

ALMEIDA, J. R. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico**: proposição de um modelo para os problemas de partilha de quantidade. Tese de doutorado em Ensino das Ciências e Matemática. UFRPE, Recife, 2016.

ALMEIDA, J. R.; MARTINS, J. Labor Conjunto Remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática. **Revista Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática**, 106-124. 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.37001/ripem.v12i3.3010> Acesso em: 28 de maio de 2022.

ALMEIDA, J. R.; CÂMARA, M. Pensamento Algébrico e Formação Inicial de Professores de Matemática. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – vol. 5 - número 2 – 2014. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/download/2203/1774>> Acesso em: 18 de Fev de 2024.

ANDRÉ, M. Formação de professores: a constituição de um campo de estudos. **Educação**, Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174-181, set./dez. 2010. Disponível em: <<https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/8075>> Acesso em: 10 de outubro de 2023.

ANDRÉ, M. Políticas de apoio aos docentes em estados e municípios Brasileiros: dilemas na formação de professores. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 550, p. 35-49, out/dez. 2013.

ANDRÉ, M; ALMEIDA, P; BARRETO, E; GATTI, B. **Professores do Brasil: novos cenários de formação**. Brasília: Unesco, 2019.

BOALER, J.; MUNSON, J.; WILLIAMS, C. **Mentalidades Matemáticas na Sala de Aula**: Ensino Fundamental. Tradução: Sandra Maria Mallmann da Rosa. Porto Alegre: Penso Editora, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação 3ª versão do parecer (Atualizada em 18/09/19) Assunto: **Diretrizes Curriculares Nacionais e Base Nacional Comum para a Formação Inicial e Continuada de Professores da Educação Básica**. 2020. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/setembro-2019/124721-texto-referencia-formacao-de-profe-ssores/file>> Acesso em 05 fev 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Rede Nacional de Formação Continuada de Professores de Educação Básica: orientações gerais**. Catálogo –2005. Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Rede/catalog_rede_06.pdf>. Acesso em 15 de fev 2024.

BRASIL. Resolução CNE/CP n. 2, de 20 de dezembro de 2019. **Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação)**, 2020.

Disponível em:

<http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=135951-rc_p002-19&category_slug=dezembro-2019-pdf&Itemid=30192> Acesso em: 15 fev 2024.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** – Brasília: MEC/SEF, 1997.

CALLOW, J. **The shape of text to come - how image and text work**. PETAA, 2014.

CÂMARA, M. dos S.; LIMA, P. F. **Considerações sobre a Matemática no Ensino Fundamental**. Anais do I Seminário Nacional: Currículo em Movimento – Perspectivas Atuais. Belo Horizonte, 2010.

CAMILLO, J.; MATTOS C. Educação em Ciências e a teoria da atividade cultural-histórica: Contribuições para a reflexão sobre tensões na prática educativa. **Revista Ensaio**, Belo Horizonte, V. 16, n. 01, p. 211-230, Jan-Abr, 2014. Disponível em: http://abrapecnet.org.br/atas_enpec/viiienpec/resumos/R0176-1.pdf. Acesso em: 05 de Outubro de 2021.

CAMILOTTI, D. C.; GOBARA, S.T. Formação continuada de professores de Ciências: Indícios do processo de subjetivação. In: GOBARA, S.T.; Radford, L., (organizadores). **Teoria da Objetivação: Fundamentos e Aplicações para o Ensino de Aprendizagem de Ciências e Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber - Elementos para uma teoria** Porto Alegre: Editora Artmed, 2000.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais**. São Paulo: Cortez, 1991.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. **A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino**. Estudos Avançados, v. 32, n. 94, p.171-187, dez. 2018. FapUNIFESP (SciELO).

D'AMBRÓSIO, U. **Formação de professores de Matemática para o século XXI: o grande desafio**. Campinas, SP: Pro-Proposição, 1993.

DOROW, C. M. F. **A ironia no discurso do tribunal do júri – Um fazer marcado pela prosódia**. Dissertação de Mestrado. Pelotas: UCPel, 2002.

FERREIRA, M.C.N. **Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma Análise do Conhecimento Matemático acerca do Pensamento Algébrico**. 2017. 147f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática). Universidade Federal do ABC, Santo André. 2017.

FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. L. **Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. *Revista Zetetiké*, v.25, n.3, p.496-514, set-dez. 2017. Disponível em:< <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648585>>. Acesso em: 05 jan. 2022.

FERNANDES, L. A.; GOMES, J. M. M. **Relatórios de pesquisa nas Ciências Sociais: Características e Modalidades de Investigação**. *ConTexto*, Porto Alegre, v. 3, n. 4, 1º semestre 2003.

FIORENTINI, D. **A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das políticas públicas no Brasil**. *Bolema*, Rio Claro, v. 21, n. 29, p. 43-70, 2008. Disponível em: <<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1718>> . Acesso em: 02 de Novembro de 2021.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade**. Editora Paz e Terra. Rio de Janeiro, 1986.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**, 17.^a edições, Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1987.

FREIRE, P. **Educação na Cidade**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

GAMBOA, S. S. **Epistemologia da Pesquisa em Educação**. Campinas, Práxis, 1998.

GATTI, B. A. **Formação de professores, complexidade e trabalho docente** *Revista Diálogo Educacional*, vol. 17, núm. 53, 2017, p. 721-737 Pontifícia Universidade Católica do Paraná Paraná, Brasil

GOBARA, S.T.; SILVA, R. C.; PLAÇA, J.S.V. **A Teoria da Objetivação: novas perspectivas para o ensino-aprendizagem de Física**. *Revista EDUCAmazônia*, Amazonas, Ano 12, Vol XXIII, Número 2, Jul-Dez, 2019, p.47-69. Disponível em: <https://periodicos.ufam.edu.br/index.php/educamazonia/article/view/6710>. Acesso em: 20 de Setembro de 2021.

GOMES, L. P. da S. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação**. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

GOMES, P. S.; NORONHA, C. A. **Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da teoria da objetivação**. In: GOBARA, S. T.; Radford, L. Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino-aprendizagem de ciências e matemática. São Paulo: editora Livraria da Física. 2020.

GOMES, L. P. S. **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação**. Tese de doutorado em Educação. UFRN, Natal, 2020. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/29327/1/Introducaoalgebraanos_Gomes_2020.pdf. Acesso em: 04 de Junho de 2022.

GUZMÁN, M. de O. **El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en análisis matemático**. Madrid. Pirâmide, 1996.

HAGUETTE, T. M. F. **Metodologias qualitativas na Sociologia**. Petrópolis, Vozes, 1998.

HODGE, Robert Ian Vere; KRESS, Gunther. **Semiótica Social**. São Paulo, 1988: Imprensa Política Edit.

JEWITT, C.; KRESS, G. (2003) Multimodal Literacy. Peter Lang Publishing, Bern. Kress, G. **Multimodality: a social semiotic approach to contemporary communication**. London: Routledge, 2010.

KALANTZIS, M.; COPE, B.; PINHEIRO, P.. **Letramentos**. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2020.

SMOLE, K. S. **Alfabetização matemática: implicações para ensino-aprendizagem da matemática escolar**. São Paulo: Suplemento Pedagógico APASE, 2012.

KRESS, G. Multimodal discourse analysis from. *In. The Routledge Handbook of Discourse Analysis*. Canadá: Routledge. p. 35-50 2012.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Metodologia do Trabalho Científico**. São Paulo: editora Atlas, 1992.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LUDKÉ, M; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

LONGAREZI, A. M.; SILVA, L. J. Pesquisa-Formação: um olhar para sua constituição conceitual e política. **Revista Contrapontos** - Eletrônica, Vol. 13 - n. 3 - p. 214-225 / set-dez 2013. Disponível em: <<https://periodicos.univali.br/index.php/rc/article/view/4390>> Acesso em: 18 de janeiro de 2024.

MARCELO G. C. **Formação de professores: para uma mudança educativa**. Portugal, Porto, 1999.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio do conhecimento**. 11 ed. São Paulo: Hucitec, 2008.

MOGOLLÓN, O. L. P. Contando cantidades: más allá del establecimiento de correspondencias uno a uno. In: GOBARA, S. T.; Radford, L (org.). **Teoria da Objetivação: Fundamentos e Aplicações para o ensino-aprendizagem de Ciências e Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020. p. 71- 93.

MORAES, R. da S; ALMEIDA, J. R. Os meios semióticos de objetivação e o pensamento algébrico: uma análise à luz da Teoria da Objetivação. **REMATEC**, v. 16, n. 39, p. 19-38, 2021. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/23/22> Acesso em: 10 de Maio de 2024.

MORETTI, V. D. A articulação entre a formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática: o caso da Residência Pedagógica da Unifesp. **Educação**, 2011. Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/7733> Acesso em: 04 de Março de 2022.

NACARATO, A. M.; CUSTÓDIO, I. A. **O Desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica: Compartilhando Propostas de Sala de Aula com o Professor que Ensina (Ensinará) Matemática**. Brasília: SBEM, 2018.

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida. O desenvolvimento do pensamento algébrico: algumas reflexões iniciais. In: NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida. O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, Brasília, 2018.

NOBREGA F. M. C.; Ribeiro, A. J.; Ribeiro, C. M. Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do Pensamento Algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 11, n. 25, 5 jul. 2018.

OLIVEIRA, Z. H. R. **Formação Continuada de Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental no Contexto Remoto: Um Olhar para Processos de Objetivação em Tarefas de Generalização de Padrões**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2022.

OLIVEIRA, V; PAULO, R. M. Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, 21(3), 75-95. 2019. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/44272>> Acesso em: 09 de Março de 2024.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação do Estado. **Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**. Recife, 2012.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação e Esporte do Estado. **Currículo de Pernambuco Ensino Fundamental Área de Matemática**. Recife, 2019.

PONTE, J. P. Concepções dos professores de Matemática e Processos de Formação. **Educação matemática: Temas de investigação**, Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992, p.185-239. Disponível em: [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20\(Concep%C3%A7%C3%B5es\).pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20(Concep%C3%A7%C3%B5es).pdf). Acesso em: 02 de Novembro de 2021.

QUEIROZ, J. C.; BORGES, G. D. Saberes e atitudes necessários à docência de matemática: cortes e re-cortes. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo - SP, 2016.

RADFORD, L. Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: a semiotic-cultural approach to students' types of generalization. **Mathematical Thinking And Learning**, v. 5, n. 1, p.37-70, 2003.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: **North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education – PME**. Bergen University College. v. 1, 2006.

RADFORD, L. The eye as a theoretician: seeing structures in generalizing activities. *For the Learning of Mathematics*, v. 30, n.2, p. 2-7. 2010. Disponível em: http://www.luisRadford.ca/pub/21_RadfordTheEyeasaTheoretician.pdf. Acesso em: 10 de outubro de 2021.

RADFORD, Luis. **Cognição matemática: história, antropologia e epistemologia**. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

RADFORD, Luis. Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. In: CAI, J. KNUTH, E. (Eds.), **Early algebraization. Advances in mathematics education**. Berlin: Springer-Verlag. 2011.

RADFORD, L. **En torno a tres problemas de generalización**. In: RICO, L.; CAÑADAS, M. C.; GUTIÉRREZ, J.; MOLINA, M.; SEGOVIA, I. (ed.). *Investigación en Didáctica de las Matemáticas*. Granada, Espanha: Editorial Comares, 2013. p. 3-12.

RADFORD, L. **Three key concepts of the theory of objectification: knowledge, knowing, and learning**. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 2, n. 1, p. 7-44, 2013.

RADFORD, L. Semiosis and Subjectification: The Classroom Constitution of Mathematical Subjects. In Presmeg, N., Radford, L., Roth, M., e Kadunz, G. (Eds), **Signs of signification. Semiotics in mathematics education research** (p. 21-35). Cham, Switzerland: Springer. 2018.

RADFORD, L. O ensino-aprendizagem da álgebra na teoria da objetivação. In V. Moretti; L. Radford (Eds.). **Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural**. Livraria da Física, p. 171-195 2021.

RADFORD, L. Teoria da Objetivação: **Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural**. Livraria da Física, 2021.

RADFORD, L. **Teoria da Objetivação: Uma perspectiva Vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino-aprendizagem da matemática**. Livraria da Física, 2021.

RADFORD, L. **Phenomenology, Praxis, and the Question of Mathematical Objects**. *Educación Matemática*, Número Especial de 25 años, p. 124-145, 2014.

RADFORD, L. **A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática**. In V. MORETTI D.; CEDRO W. L., *Educação Matemática e a teoria histórico-cultural* (p. 229-261). Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2017a.

RADFORD, L. **Semiosis and Subjectification: The Classroom Constitution of Mathematical Subjects**. In Presmeg, N., Radford, L., Roth, M., e Kadunz, G. (Eds), *Signs of signification. Semiotics in mathematics education research* (p. 21-35). Cham, Switzerland: Springer. 2018.

Revista de Ensino de Ciências e Matemática, São Paulo, v. 8, n. 4, p. 11–30, 2017. DOI: 10.26843/rencima.v8i4.1491. Disponível em:

<https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/rencima/article/view/1491>. Acesso em: 05 de maio. 2024.

ROUSSEAU, J.J. **Emílio ou da educação**. 2. ed. São Paulo: Difusão Europeia do Livro, 1973.

ROJO, Roxane; MOURA, Eduardo. **Multiletramentos na escola**. São Paulo: Parábola, 2012.

RUSSEL, S. J.; SCHIFTER, D.; BASTABLE, V.; FRANKE, M. **Algebraic reasoning in the elementary classroom: Results of a professional development program for teachers**, 2016. Disponível em: <https://www.terc.edu/publications/algebraic-reasoning-in-the-elementary-classroom-r- esults-of-a-professional-development-program-for-teachers/> Acesso em: 28 de outubro de 2021.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações**. 10 ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

SBEM/DNE. Edital de formação continuada em serviço para professores da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental. Brasília, n. 01/2020.

SILVA, R. de M. da. **Pensamento algébrico em tarefa com padrões: uma investigação nos anos finais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2021.

SILVA, D.W.; SANTOS, J. R. V. Conhecimentos específicos do Professor de Matemática: Um “novo” olhar sobre uma teorização. *In: Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática*, v. 8 n. 1, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/3065>. Acesso em: 02 de novembro de 2021.

SCHON, Donald A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, Antonio. **Os professores e sua formação**. Tradução: Graça Cunha, Cândida Hespanha, Conceição Afonso e José António Souza Tavares. Lisboa: Dom Quixote, 1997. p. 77 - 91.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, feb. 1986.

TARDIF, Maurice. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. Petrópolis – RJ: Vozes, 2012.

TRIVIÑOS, Augusto. Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

VARGAS-PLAÇA, J. S.; Radford, L. (2023). **Uma reconceituação do Professor a partir da teoria da Objetivação**. *Olhares: Revista Do Departamento De Educação Da Unifesp*, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.34024/olhares.2023.v11.14453> Acesso em: 20 de Abril de 2024.

VERGEL, R. ¿Cómo emerge el pensamiento algebraico? El caso del pensamiento algebraico factual. **Uno: Revista de Didáctica de Las Matemáticas**, La Rioja, España, v. 68, n. 1, p. 9-17, abr. 2015

VERGEL, R. **El gesto y el ritmo en la generalización de patrones**. **Uno: Revista de Didáctica de Las Matemáticas**, La Rioja, España, v. 73, n. 1, p. 23-31, jul. 2016.

VIEIRA, F. dos S.; MAGINA, S. M. P. A Early Algebra no currículo da educação infantil: uma análise dos documentos nacionais e internacionais. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 81–98, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v8i23.5070. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/5070>. Acesso em: 5 jun. 2022.

VYGOTSKI, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes Editora, 1989.

VYGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. 4. Ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e linguagem**. Martins Fontes: São Paulo, 2000.

WARREN, E.; TRIGUEROS, M.; URSINI, S. Research on the learning and teaching of algebra. In Gutiérrez, A., Leder, G. C. Boero, P. (Eds.), **The second handbook of research on the psychology of mathematics education**. p. 73–108, 2016.