UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PRPPG

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS - PPGEC

LINHA DE PESQUISA DO PROJETO: PROCESSOS DE CONSTRUÇÃO DE SIGNIFICADOS EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

ALINE RAFAELA SILVA DOS ANJOS

PROCESSOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS SOB A ÓPTICA DA METACOGNIÇÃO: ESTUDO COMPARATIVO ENTRE XADREZISTAS E NÃO XADREZISTAS

Recife-PE

2019

ALINE RAFAELA SILVA DOS ANJOS

PROCESSOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS SOB A ÓPTICA DA METACOGNIÇÃO: ESTUDO COMPARATIVO ENTRE XADREZISTAS E NÃO XADREZISTAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Ensino das Ciências e Matemática.

Orientadora: Dr.ª Lúcia de Fátima Araújo

Coorientador: Dr. Ross Alves.

Recife-PE

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

A597p Anjos, Aline Rafaela Silva dos.
Processos de resolução de problemas matemáticos sob a óptica da metacognição: estudo comparativo entre xadrezistas e não xadrezistas / Aline Rafaela Silva dos Anjos. – Recife, 2019.
128 f.: il.

Orientador(a): Lúcia de Fátima Araújo.
Coorientador(a): Ross Alves do Nascimento.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Recife, BR-PE, 2019.
Inclui referências, anexo(s) e apêndice(s).

1. Matemática – Problemas, exercícios, etc. 2. Metacognição 3. Xadrez 4. Matemática - Recreativa I. Araújo, Lúcia de Fátima, orient. II. Nascimento, Ross Alves do, coorient. III. Título

CDD 501

ALINE RAFAELA SILVA DOS ANJOS

PROCESSOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS SOB A ÓPTICA DA METACOGNIÇÃO: ESTUDO COMPARATIVO ENTRE XADREZISTAS E NÃO XADREZISTAS

Em __/__/___.

Dissertação apresentada ao Programa Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Ensino de Ciências.

COMISSÃO AVALIADORA

Prof.ª Dra. Lúcia de Fátima Araújo
Orientadora/presidente
Departamento de Educação-UFRPE

Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos
1º Examinador Interno
Departamento de Educação-UFRPE

Prof. Dr. Ross Alves do Nascimento
1º Examinador Externo
Departamento de Educação-UFRPE

Prof.ª Dra. Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa
2ª Examinadora Externo
Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino

Dedico às pessoas que compartilharem seus conhecimentos e contribuíram de maneira direta e indireta para a realização deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe Alice e meu pai Rivonaldo (In memoriam) pelos ensinamentos, dedicação e motivação, para que eu galgasse o crescimento acadêmico e pessoal;

Ao meu irmão Rafael pelos conselhos, apoio, e por me incentivar a realizar este trabalho de dissertação (Valeu Mano Brown!);

À minha orientadora Lúcia Araújo pelas orientações, paciência e comprometimento para que eu conduzisse a pesquisa de maneira fidedigna e da melhor forma possível, estando sempre presente, muito obrigada!;

Ao meu co-orientador Ross Alves do Nascimento, professores Cristiane Pessoa e Marcelo Câmera pela disponibilidade e valiosas contribuições para o desenvolvimento da pesquisa;

Aos professores do PPGEC, em especial à professora Mônica Lins por compartilhar seus conhecimentos de maneira tão gentil;

À coordenação do PPGEC, principalmente à secretária Lia por seu profissionalismo e dedicação, atendendo aos meus pedidos de declarações e ofícios por tantas vezes. Muito obrigada!;

Aos colegas da turma de mestrado 2017, em especial às meninas "iluminadas" Quércia, e Ana Albertim. À Mona Lisa pelas conversas que transcendiam a transdisciplinaridade. À Gerytcia, Estefânia, Bia, Cristiana, Geyza e Leandro por tonar a caminhada mais leve e de forma mais prazerosa.

Aos meus colegas de profissão Otoniel e Valmira por compreenderem minhas ausências e auxiliarem no que precisei, muito obrigada!!!

Agradeço imensamente aos envolvidos na Liga de Xadrez Escolar: Robertson, Thiago Alves e Lúcio Mário que sempre me receberam de maneira atenciosa nos torneios e nos ambientes escolares, viabilizando a realização da presente pesquisa;

Às direções das três escolas que concederam a permissão da pesquisa, em especial a Wagner e Ângela da escola 1;

Aos estudantes que foram participantes do presente estudo, pela disposição em resolver os problemas propostos, assim como os responsáveis que autorizaram a participação deles, muito obrigada!

À equipe de Xadrez da UFPE em que fiz parte durante os anos de 2014 a 2017 e me proporcionou experiências, aprendizado e conhecimento que levo para o campo acadêmico, profissional e pessoal;

Aos amigos que estiveram presentes nessa caminhada, em especial aos xadrezistas Jadna Couto, José Ricardo, Raíssa Vieira, Michelly Melo, como os não xadrezistas Amanda Alves, Tamires Lima, Leíce Germana, Maria Juliana, Tereza e Luany.

“Estratégia requer pensamento, tática requer observação. ”

Max Euwe.

Resumo

O presente estudo teve por objetivo comparar o processo de resolução de problemas matemáticos entre estudantes xadrezistas e não xadrezistas do Ensino Fundamental: Anos Finais sob a óptica da metacognição. Inicialmente fizemos a identificação dos praticantes do xadrez por meio de suas participações em torneios escolares. Assim, nosso cenário de pesquisa foram três escolas da Região Metropolitana do Recife - RMR, sendo duas da rede privada e uma de ensino público, contando com cinco estudantes xadrezistas e cinco não xadrezistas. Procuramos emparelhar os alunos com os seguintes critérios: Desempenho em Matemática, mesma turma, idade e mesmo gênero. Para realização da coleta de dados foram aplicados individualmente três problemas matemáticos previamente selecionados, e, utilizando o método clinico Piagetiano, solicitamos aos estudantes que explicitassem verbalmente o seu processo de resolução, sendo vídeo gravados e registrados no diário de bordo. Posteriormente, as vídeo gravações foram transcritas na integra. Optamos por analisar o problema 1, que, por apresentar uma resposta não convencional, os processos metacognitivos foram mais evidenciados. Realizamos a categorização de acordo com os estudos de Araújo (2009) e Lucena (2013). Observamos que os processos de resolução e as estratégias metacognitivas adotadas foram semelhantes pelos estudantes (xadrezistas e não xadrezistas), porém os xadrezistas utilizaram mais tempo na busca de uma solução para esse problema, enquanto os não enxadristas desistiram da tarefa mais rapidamente. Observamos também, regras do contrato didático que emergiram no discurso dos estudantes, porém de forma mais frequente nos xadrezistas, influenciando o processo de resolução, embora os estudantes estivessem fora da sala de aula, e em uma atividade extraclasse. Acreditamos que a prática enxadrística pode ter influenciado nesse fator, uma vez que nos torneios são exigidos dos participantes respeito às regras impostas pela Federação Internacional de Xadrez.

Abstract

This study aimed to compare the process of solving mathematical problems between chess and non - chess players students of Elementary School: Final years under the lens of metacognition. Initially we identified the chess practitioners through their participation in schools tournaments. Thus, our research took place in three schools in the Metropolitan Region of Recife - MRR, two of them being private schools and one from public education, resulting on five chess players students and five non-chess players students. We matched students with the following criteria: Performance in Mathematics, the same class, age and gender. In order to perform the data collection, three previously selected mathematical problems were applied individually, then using the Piagetian clinical method, we asked the students to verbally explain their resolution process, these moments were video recorded and recorded in the field notebook. Next, the video recordings were integrally transcribed. We chose to analyze the problem 1, which, because of an unconventional response, the metacognitive processes were more evidenced. We performed the categorization according to the studies of Araújo (2009) and Lucena (2013). We observed that the processes of resolution and metacognitive strategies adopted were similar for the two groups of students (chess players and non-chess players), but the chess players spent more time searching for a solution to this problem comparing to the non-chess players. We also observed the rules of the didactic contract that emerged in the discourse of the students, more frequently in chess players, influencing the resolution process, even though the students were out of the classroom, in an extra class activity. We believe that chess practice may have influenced this factor, since in tournaments participants are required to respect the rules imposed by the International Chess Federation.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A escola vem se modificando nos últimos anos, procurando diminuir os altos índices de fracasso escolar. Para tal, tem buscado investir em correntes metodológicas que procuram romper com o sistema tradicional de ensino em que o professor é o detentor do conhecimento, em metodologias baseadas apenas na transmissão de informações, na formação do estudante como receptor, em metodologias com ênfase na resolução de exercícios, entre outras. Tais ponderações ocorrem no sentido de motivar o aluno para uma aprendizagem baseada na construção do conhecimento de forma crítica e reflexiva, que em linhas gerais colocam o educando como um protagonista ativo no processo de ensino aprendizagem (PORTILHO, 2009).

Diante disso, nos dias atuais, vários recursos pedagógicos estão sendo incorporados nas aulas pelos professores, objetivando uma melhor aprendizagem, como por exemplo, a utilização de equipamentos eletrônicos (celulares e computadores), o uso de softwares educacionais, visitas a museus, artefatos robóticos, jogos, entre outras ferramentas, buscam auxiliar os estudantes a desenvolver a autonomia e a motivação em aprender, visando uma melhor aprendizagem. De acordo com Kenski (2003), esse modo de aquisição de informações permite " novos estilos de raciocínio", favorecendo a construção do conhecimento de maneira mais flexível. Assim, podemos destacar também a incorporação do jogo de xadrez nas escolas brasileiras.

As escolas vêm incluindo o xadrez nas suas grades curriculares obrigatórias ou como atividades extracurriculares. De acordo com os educadores que trabalham com a utilização do jogo é perceptível uma mudança de comportamento e rendimento escolar dos estudantes que praticam o jogo (BRASIL, 2015[1]).

Nesse sentido, existe o crescimento de pesquisas sobre as contribuições do jogo de xadrez no processo de aprendizagem, principalmente na disciplina de Matemática, como observado nos estudos de Silva (2010); Almeida (2010); Grillo (2012); Colombo (2015). Entre esses, destacamos o estudo realizado por Lopes (2012), em que constatou que os estudantes que

---

[1]BRASIL, MEC. Aulas de xadrez contribuem para mudar a realidade de escola. 2015. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/compone nt/tags/tag/35972>. Acesso em: 23 nov. 2018.

jogavam xadrez se saíram melhores no processo de resoluções de questões propostas pelas Olimpíadas Brasileiras de Matemática – OBMEP. A autora concluiu que o número de acertos e questões respondidas do grupo de alunos que jogavam xadrez regulamente era relativamente superior aos do grupo formado por estudantes que não jogavam.

Baseado na evidência desse estudo, procuramos investigar se os estudantes que praticam o xadrez apresentam uma postura mais reflexiva ao resolverem problemas matemáticos, evitando o automatismo tão frequente nessa disciplina (ARAÚJO, 2009), ou seja, se os processos metacognitivos seriam um diferencial entre eles.

Portanto, no presente estudo buscamos comparar os alunos xadrezistas[2] com os não praticantes do xadrez, resolvendo problemas matemáticos, tendo o nosso olhar voltado para os processos metacognitivos mobilizados por eles durante o processo, entretanto, para inferirmos se a prática enxadrística influencia na resolução de problemas, procuramos nivelar os estudantes no mesmo desempenho escolar em Matemática, gênero, idade e mesma turma. Nesse sentido, selecionamos os seguintes objetivos:

1.2. Objetivo Geral

Comparar o processo de resolução de problemas matemáticos entre estudantes xadrezistas e não xadrezistas dos Anos Finais do Ensino Fundamental sob a óptica da metacognição.

1.3 Objetivos Específicos

- Analisar os processos de resoluções de problemas matemáticos dos estudantes participantes do presente estudo;
- Classificar as estratégias metacognitivas utilizadas pelos estudantes xadrezistas e não xadrezistas durante a resolução dos problemas matemáticos e categorizá-las segundo os estudos de Araújo (2009) e Lucena (2013).

Para o entendimento mais claro dos objetivos propostos pelo presente estudo, o nosso trabalho está dividido da seguinte forma:

- O capítulo 1 trata de uma discussão sobre resolução de problemas e a sua importância no ensino-aprendizagem em Matemática;

[2] Praticante do xadrez: enxadrista ou xadrezista.

- No capítulo 2 explanamos sobre a metacognição com foco no campo educacional;
- Já no capítulo 3 discutimos o jogo de xadrez sob o ponto de vista pedagógico;
- Em nosso capitulo 4 apresentamos a nossa metodologia;
- No capítulo 5 se encontram as nossas análises;
- E por fim, no capítulo 6 apresentamos as conclusões desse trabalho.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

CAPITULO 1: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

1.1 Ideias iniciais sobre a Resolução de Problemas em Matemática

Para Brito (2010), as atividades matemáticas em sua grande parte se concentram na resolução de problemas. Segundo a autora, isso ocorre devido ao trabalho matemático ser desenvolvido por meio de conhecimentos ligados às representações e abstrações, por isso, o problema matemático seria ou deveria ser o ponto de partida para a construção do saber matemático.

Em definições gerais, a autora supracitada caracterizou o processo de resolução de problemas como uma atividade mental de alto nível, no qual o sujeito precisa investir cognitivamente ao se deparar com a situação inicial desconhecida, para assim, buscar resolver.

Podemos caracterizar como processo de resolução de problemas quando o estudante se sente motivado e desafiado a elaborar um plano estratégico para chegar ao resultado. Ressaltamos que resolver problemas matemáticos é diferente de resolver exercícios. Brito (2010) destacou que só se configura um problema matemático quando o estudante busca a solução, adotando diversas estratégias sem um plano pré-definido a ser seguido, pois se ele já soubesse o passo a passo, ou os mecanismos matemáticos para obter a resposta, se configuraria como exercício.

Na nossa rotina nos deparamos com situações que envolvem a resolução de problemas matemáticos, podemos colocar como exemplo a utilização do sistema monetário. Entretanto, de acordo com Morais e Onuchic (2014) a resolução de problemas como abordagem metodológica na sala de aula, só surgiu no século XX nos processos de mudanças no currículo escolar.

Foi dentro do contexto de prover conhecimentos significativos em Matemática que a resolução de problemas se constituiu como abordagem teórica tendo seu surgimento nos Estados Unidos da América. Nessa perspectiva, os currículos escolares, ancorados por teorias psicológicas e pedagógicas buscavam desenvolver nos seus estudantes a formação de cidadãos protagonistas do seu processo de aprendizagem.

Portanto, faremos uma breve caracterização da história da resolução de problemas:

1.2. Breve contexto histórico da Resolução de Problemas

Segundo Kilpatrick (1990, p.15, apud Morais e Onuchic 2014, p.24) a partir do trabalho de Polya, a resolução de problemas passou a ser vista de uma forma mais compreensiva dentro dos currículos escolares de matemática. Corroborando com o autor, Araújo (2009) afirmou que o trabalho de Polya foi um dos pioneiros a buscar orientar os estudantes no processo de resolução de problemas com o livro " How To Solve It" (Arte de resolver problemas) em 1945, contudo, Morais e Onuchic (op. cit) pontuaram que o movimento só ganhou força no final da década de 60.

De acordo com Howson (1973), foi no II Congresso Internacional de Educação Matemática realizado em 1972 na Inglaterra, que a Resolução de Problemas foi colocada como estratégia de ensino, por meio de discussões realizadas por Polya, Edith Biggs e Efrain Fischbein. Em seguida, no ano de 1975 houve o Primeiro Seminário de Pesquisa sobre Resolução de Problemas em Educação Matemática. (MORAIS E ONUCHIC, 2014)

Atualmente, a resolução de problemas é considerada fundamental no processo de ensino-aprendizado da Matemática, Allevato e Onuchic (2014) pontuam que ela é o "coração" da atividade matemática, já que possibilita a construção dos conhecimentos pelos alunos dentro de uma aprendizagem significativa. Nesse sentido, apresentamos na próxima seção, como a resolução de problemas é tratada nos documentos de orientação de ensino, como os Paramentos Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Curricular Comum (BNCC).

1.3 Documentos Norteadores de Ensino e a Resolução de Problemas

No PCN (1997) de Matemática do Ensino Fundamental são colocados os seguintes princípios para o uso da resolução de problemas em sala de aula:

- O processo de ensino deve ser iniciado pelo problema, os estudantes precisam ser motivados a desenvolver planos para solucionar os problemas propostos antes de ser dada a definição do conteúdo;
- O problema precisa ser interpretado e seu processo de solução é construído por um campo de conceitos para atingir o resultado, ou seja, a solução não está disponível no começo da resolução, por isso o educando poderá passar por simulações, fazer tentativas, comparar as respostas, entre o uso de outros recursos;

- O educando precisa ser incentivado a questionar sua própria resposta, ou seja, ele precisa refletir se existia outras maneiras de resolver, e se a sua reposta corresponde ao que foi solicitado na questão. Percebemos que dentro dessa perspectiva, o educando é agente da construção do seu saber.

Na mesma direção, os Principles and Standards for School Mathematics (NCTM,2000) recomendam que os estudantes precisam ser estimulados a refletir sobre seus pensamentos, durante o processo de solução de problemas matemáticos, para que eles sejam capazes de adotar estratégias coerentes, desenvolvendo assim habilidades como curiosidade, persistência, confiança, características essas que podem ser utilizadas fora do contexto de sala de aula, preparando os educandos para a vida cotidiana.

Ampliando a discussão, a BNCC (2017) propõe que a resolução de problemas seja pautada no contexto do letramento matemático, definido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) como:

> Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (Brasil, INEP p. 1, 2013).

Assim, a BNCC (2017) assinala que o objetivo da resolução de problemas deveria, além de fazer com que os estudantes solucionem o problema, que eles sejam capazes também de refletir, questionar e produzir um novo problema diante de um pré-estabelecido, sendo consciente do seu processo de resolução, assim, podendo adotar novas estratégias caso o enunciado sofra alterações, ou seja acrescidas/retiradas informações.

Contudo, Brito (2010) fez uma crítica ao que muitas escolas denominam de "problemas matemáticos" são na verdade exercícios, uma vez que os estudantes para encontrar a solução, realizam procedimentos convencionais do ensino matemático, em que reproduzem o que o professor realiza.

Na mesma direção, Câmara dos Santos (2002) discorreu sobre a visão equivocada que "aprender Matemática é resolver muitos problemas", de acordo com o autor, os livros didáticos traziam um modelo de exercício resolvido e solicitavam aos estudantes que respondessem a sequência de novos exercícios semelhantes ao que foi apresentado, ou seja, os alunos seriam "treinados" a solucionar operações matemáticas. Dessa maneira, eles não seriam instigados a pensar outras estratégias para encontrar a resposta.

A seguir procuramos explanar um pouco mais sobre o ensino na perspectiva da resolução de problemas.

1.3 Caracterização do ensino por meio da Resolução de Problemas

Buscando caracterizar o processo de ensino em relação a resolução de problemas matemático, Allevato e Onuchic (2014) explanam sobre as mudanças que ocorreram na Resolução de Problemas e que deram base a três metodologias apresentadas a seguir:

O **ensino sobre resolução de problemas** busca orientar os alunos sobre o processo de solucionar um determinado enunciado, em uma espécie de manual a ser seguido, o exemplo disso está nas instruções elaboradas por Polya (1945) que segue quatro passos: Compreensão do problema; formação de um plano; execução do plano e a avaliação.

Ensino para resolução de problema nessa perspectiva, o estudante só irá resolver um dado problema após a explanação teórica do conteúdo pelo professor. Com isso, a resolução de problemas é a parte prática do assunto abordado.

Ensino através da resolução de problema nessa abordagem o processo de resolução de problemas e os conceitos matemáticos são construídos mutuamente, nessa direção a resolução de problemas é o princípio da construção do conhecimento matemático.

Vale ressaltar que os modelos apresentados surgiram por meio de discussões, pesquisa e práticas pedagógicas acerca do processo de ensino-aprendizagem em Matemática. Ressaltamos que essas mudanças buscam viabilizar o conhecimento significativo para os estudantes. Nesse sentido, Allevato e Onuchic (2009) colocam que esses três ensinos são guiados pelo tripé de ensino-aprendizagem-avaliação.

E ainda, de acordo com as autoras o Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática por meio da Resolução de Problema rompe com a perspectiva de regras e métodos pré-elaborados e dão prioridade às múltiplas formas de solucionar o mesmo problema, permitindo assim uma construção individual e coletiva dos conceitos matemáticos de maneira prática.

Nessa última perspectiva elucidada por Allevato e Onuchic (2009), o cerne da resolução de problemas é a compreensão a respeito do problema e não a sua resolução, ou seja, é fundamental entender como foi construída a solução para o problema, para isso, as autoras sugeriram que os problemas devem ser colocados pelo professor antes do conceito matemático, nesse sentido, são buscadas técnicas com o objetivo de responder satisfatoriamente. Para tanto, é seguida a seguinte estrutura:

1. Preparação do problema: o professor antes de trabalhar o conteúdo proposto para a turma que está lecionando deve buscar um problema gerador;
2. Leitura individual: é solicitado aos estudantes que busquem ler e compreender o que o problema está se pedindo;
3. Leitura em conjunto: são formados grupos na sala, incentivando a compreensão do problema;
4. Resolução do problema: depois da turma entender o problema, de forma coletiva são traçadas as resoluções para o problema;
5. Observar e incentivar: nesse momento, o docente tem o papel de motivar os estudantes para a compreensão dos processos de resolução, percebendo as dificuldades e explorando os conhecimentos prévios dos alunos;
6. Registro das resoluções na lousa: nesse momento os grupos mostram para a turma as suas respostas e discutem de maneira coletiva os acertos e erros;
7. Plenária: o professor é o mediador diante das respostas apresentadas aos grupos;
8. Busca do consenso: é proposto a turma elencar uma única solução para o problema, é importante as discussões embasadas dos grupos;
9. Formalização do Conteúdo: o professor formaliza, o conteúdo trabalhado no processo de resolução, mostrando as técnicas que são utilizadas as fórmulas.

Nessa perspectiva o estudante é ativo no processo da resolução de problemas por meio do ensino-aprendizagem-avaliação, e o professor tem o papel fundamental de formalizar teoricamente as construções dos conhecimentos dos alunos ao final do processo.

Nesse sentido, Câmara dos Santos (2002) nos mostra que a história da Matemática foi construída por meio de situações cotidianas em que os matemáticos se debruçavam em busca de soluções para os problemas, dessa forma, o estudante pode ser estimulado a resolver o problema antes de trabalhar o conceito do conteúdo matemático. Entretanto, segundo o autor existem alguns requisitos para aplicação da resolução de problemas como recurso didático: o aluno precisa se sentir capaz de resolver o problema, mas o conhecimento prévio do estudante não pode ser totalmente suficiente, pois assim, não teria espaço para a construção de novas aprendizagens. É importante que o enunciado permita a ele testar suas respostas, nesse processo o educando precisa ter a consciência de que seus próprios saberes são insuficientes, por isso a importância do conteúdo trabalhado pelo professor.

Diante desse cenário, os professores de matemática apontam algumas dificuldades dos estudantes em resolver problemas matemáticos, apresentaremos essas dificuldades no próximo tópico:

1.4 Dificuldades dos estudantes na Resolução de Problemas Matemáticos

Lopes e Kato (2011) buscaram os motivos que levam os estudantes a não serem bem-sucedidos na resolução de problemas matemáticos. Para as autoras, a raiz das atribulações dos alunos se inicia na leitura do problema matemático, pois a falta de interpretação textual desencadeia a utilização de estratégias inadequadas para o processo de resolução.

Stefani, Travassos e Proença (2017) realizaram um levantamento de pesquisas brasileiras que abordavam as dificuldades dos estudantes no processo de resolução de problemas, os autores detectaram os seguintes obstáculos : falta de compreensão do enunciado; falta de conhecimento de conceitos básicos matemáticos; utilização de algoritmo correto; resistência a novas estratégias, o que acarretava que os alunos acabam se prendendo a antigas formas de resolução o que os impede de testar novas formas de solucionar as questões propostas.

Além dos pontos já colocados, Vieira (2001) discorreu sobre a dificuldade das pessoas na representação mental do problema proposto. De acordo com a autora, para ter sucesso na solução, a pessoa que está resolvendo, chamada por ela de “resolvedor” precisa ter a capacidade de abstração o que não é desenvolvido por muitos estudantes.

Sendo assim, na tentativa de superação das dificuldades dos estudantes no tocante a resolução de problemas e a aprendizagem da matemática, Araújo (2009) propôs, como uma possível via de ataque, o desenvolvimento de processos metacognitivos nos alunos. A autora, embasada em autores como Polya (1973), Schoenlfeld (1985), Lester (1985), Tanner e Jones (2003), Panaoura e Philippou (2003) e Blanton e Stylianou (2003), sugeriu que o desenvolvimento de processos metacognitivos permitiria ao aluno tomar consciência de como se dá o seu próprio processo de aprendizagem, levando a uma autonomia em relação aos seus estudos e consequente desempenho matemático.

Nesse sentido, Araujo (op. cit.) explica que o processo de resolução de problemas matemáticos, guiado pela metacognição, concebe ao estudante refletir sobre qual estratégia usar, além do entendimento do porquê estar utilizando, evitando o automatismo frequente nas aulas de Matemática, que termina levando o aluno ao fracasso escolar, já que muitas vezes ele não compreende o que está fazendo durante as aulas.

Corroborando com a autora, Brito (2010) comentou que a metacognição no processo de ensino permite que os educandos façam o planejamento e seleção dos seus processos mentais, desenvolvendo o pensamento crítico, criativo e reflexivo, o que contribui na aprendizagem em Matemática.

Para uma melhor compreensão da "metacognição" iremos explorar sobre o tema no capitulo a seguir.

CAPÍTULO 2: METACOGNIÇÃO

CONCEITO

Um dos pioneiros dos estudos sobre a Metacognição foi Flavell na década 70.O autor definiu o termo como:

> O conhecimento que alguém tem sobre os próprios processos e produtos cognitivos ou qualquer assunto relacionado a eles, por exemplo, as propriedades da informação relevante para aprendizagem. Pratico a metacognição (metamemória, meta-aprendizagem, meta-atenção, metalinguagem etc.) quando me dou conta que tenho mais dificuldade em aprender A do que B; quando compreendo que devo verificar pela segunda vez C antes de aceitá-lo como um fato... (Flavell, 1976, p. 232 Apud Portilho, 2011, p. 106).

Ou seja, em linhas gerais, compreendemos a Metacognição como o que a pessoa sabe sobre seu próprio conhecimento.

Lafortune e Saint-Pierre (1996, p. 22) afirmaram que a Metacognição se trata do gerenciamento mental que o indivíduo realiza diante do seu próprio saber. Conforme as autoras: “as reflexões que acompanham a atividade cognitiva e as decisões tomadas (...)”. Exemplificando, um indivíduo que está lendo (atividade cognitiva) sobre a origem do universo, e se depara com a palavra “átomo” não sabendo o seu significado, ele decide buscar no dicionário e posteriormente voltar à sua leitura. Podemos inferir que ele estava refletindo sobre o que estava lendo, pois sentiu a necessidade de compreender o significado da palavra, assim sendo lançou mão dos processos metacognitivos.

Diversos pesquisadores definiram e caracterizam a Metacognição como: White (1988), Brown, (2006), Girash, (2014), Scharaw, (1998), Mateos (2011) (...). Também são utilizadas outras nomenclaturas para explicar o mesmo termo, como por exemplo, Tobias e Everson, (2002, apud Locatelli, 2014) utilizam a expressão “ Monitorar”, Portilho (2009) denomina de “Supervisão” o que vimos como “ Regulação” por Lafortune e Saint-Pierre (1996). Nesse sentido, Grendene (2007) chamou de “ confusões metacognitivas” os diversos estudos sobre a temática e as infinidades de nomes que são atribuídos aos processos metacognitivos. De acordo com o autor, isso demonstra a deficiência epistemológica.

Lafortune e Saint Pierre (1996, p. 28) atribuem esses conflitos de terminologias a dois fatores, o primeiro é o fato de que alguns teóricos (Wellman, (1981); Gleitman (1987); defender que o termo deveria ser utilizado para definir os conhecimentos metacognitivos, outros como por exemplo (Noel,1991, apud Araújo 2009) centralizam a discussão apenas na questão do controle e regulação dos processos mentais. De acordo com as autoras, é complexo definir e dividir o que é do campo metacognitivo e cognitivo.

Lafortune e Saint-Pierre (1996) baseadas nos estudos de Flavell conceituaram e caracterizaram os componentes da metacognição em: conhecimentos metacognitivos, gestão da atividade mental e tomada de consciência da atividade mental descritos a seguir:

2.1 Conhecimentos Metacognitivos

Os conhecimentos metacognitivos são divididos em três tipos: sobre pessoas, tarefas e estratégias.

2.1.1. Os conhecimentos metacognitivos sobre pessoas:

- Intraindividuais: Pensamentos que o sujeito tem sobre si. Exemplo: Uma pessoa sabe que possui mais facilidade em Matemática do que em Geografia.
- Interindividuais: Pensamentos comparativos com outras pessoas. Exemplo: 'Tenho mais habilidade com cálculos mentais do que o meu irmão'.
- Universais: Conhecimento sobre o funcionamento dos pensamentos comuns a todos os seres humanos. Exemplo: Os pensamentos são formados no córtex cerebral.

2.1.2. Os conhecimentos metacognitivos de tarefas são:

- A Relação dos saberes que a pessoa tem e as exigências para executar uma determinada ação cognitiva. Exemplificando, as habilidades mentais requeridas para resolver uma conta de divisão são mais complexas do que adição.

2.1.3. Os Conhecimentos sobre as estratégias são:

- As formas que resolvemos ou executamos uma determinada ação. Na prática, é compreender como a pessoa elucida uma tarefa.

Conforme Lafortune e Saint-Pierre (1996), os conhecimentos metacognitivos não são exatos, pois eles dependem de uma " boa base de conhecimentos" para serem efetivos.

2.2 Gestão de Atividades Mentais

Compreendemos por " Gestão de Atividades Mentais" as reflexões que fazemos durante uma atividade cognitiva, juntamente com as ações que são tomadas ao longo do processo. As autoras subdividem a gestão em planificação, controle e regulação, como descritos:

2.2.1 Planificação:

Planejamento de como as ações serão executadas. Exemplo: Observar um modelo de solução de um problema matemático para resolver outros.

2.2.2. Controle:

Durante a execução da tarefa, consiste na observação e avaliação da decisão tomada. Exemplo: Quando o estudante sozinho avalia que a sua forma de resolver um problema matemático não dá uma solução coerente.

2.2.3 Regulação:

Posterior a atividade de controle, se refere as alterações e correções ou continuações das estratégias adotadas. Exemplo: Quando um estudante utiliza outra estratégia durante a resolução do problema matemático para conseguir obter a resposta esperada.

2.3 Tomada de Consciência da Atividade Mental

A tomada de consciência são as reflexões conscientes dos processos metacognitivos. Lafortune e Saint-Pierre, (1996, p. 26) salientaram que " para tomar consciência do funcionamento do nosso pensamento, é necessário fazer um retorno sobre o nosso procedimento, ou a nossa atividade cognitiva, ser capaz de verbalizar e de fazer juízo sobre sua eficácia". Na prática, esse processo pode ser representado quando um aluno consegue explicar a um colega como ele resolveu um determinado problema matemático, expondo as estratégias utilizadas, o motivo daquele procedimento, e como ele chegou ao resultado, podendo comentar também se existiam outras formas de solução.

Diante do que foi colocado, abordaremos na seção a seguir sobre a metacognição no processo de ensino-aprendizagem escolar:

2.4 A Metacognição na Educação

Atualmente, o grande desafio escolar é contribuir na formação de cidadãos atuantes na sociedade, e que eles sejam ativos, reflexivos e autônomos. Para isso, são pensadas estratégias de ensino que proporcionem aos estudantes o desenvolvimento dessas habilidades. Como foi visto anteriormente, a metacognição permite aos estudantes uma conscientização dos processos mentais, o que traria benefícios ao contexto educacional.

Grendene (2007) afirmou que no contexto da educação a metacognição perpassa o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que ela está associada à autonomia e à competência do estudante. Ampliando a discussão, Locatelli (2014, p. 25) assinalou que uma das metas da educação é levar o educando a ter discernimento em como se aprende, e saber como buscar e aplicar o conhecimento necessário.

Araújo (2009) sugeriu que alguns professores acreditam que a aprendizagem autorregulada é natural e isso reflete no processo de ensino-aprendizagem, adotado por eles. No entanto, Flavell (1985, apud Portilho, 2009) salientou que as estratégias metacognitivas não são inatas aos seres humanos, e que elas precisam ser ensinadas e estimuladas na sala de aula.

Da mesma forma, Zimmerman (2002 apud, Araújo, 2009) comentou que a metacognição não se trata de habilidades naturais ao sujeito, mas de um processo de auto-direção em que os educandos transformam suas habilidades mentais em acadêmicas sendo ensinadas por professores, pais e colegas, enfim, pessoas que possam contribuir no processo de aprendizagem.

E também, Lafortune e Saint Pìerre (1996) destacaram que todo conhecimento metacognitivo pode ser ensinado, assim desmistificando aos que acreditam que o indivíduo já nasce com ele.

Para desenvolver os processos metacognitvos, Portilho (2009, p. 154) sugeriu algumas estratégias que podem desenvolver as habilidades mentais e consequente a autonomia nos estudantes. Para a autora, o processo de ensino e aprendizagem deve focar na compreensão do conteúdo, para tal, é necessário o estímulo do pensamento autônomo, criativo e diferente no aspecto crítico perante as informações; flexibilidade no ato de ensinar, valorizando a pluralidades presentes; busca de novas maneiras de compreender o conteúdo por parte dos estudantes. Sendo assim, é imprescindível o foco das estratégias de apreensão dos assuntos escolares.

Tobias e Everson (2002, apud Locatelli 2014) apresentaram um modelo de aprendizagem significativa metacognitiva como pode ser visto na Figura 1:

Figura 1- Modelos de Componentes Metacognitivos

FONTE: Locatelli (2014)

Percebemos que no esquema da Figura 1, o processo de aprendizagem é realizado em etapas. Primeiramente, o estudante deverá se planejar, isto é, conhecer os recursos que ele dispõe para assim saber o que irá utilizar (selecionar a estratégia), após a execução da estratégia, é necessário avaliar se o caminho escolhido é o adequado (avaliar o aprendizado) ou se deverá adotar outra forma de proceder, e após todo o ciclo, é fundamental que o aluno se perceba de maneira consciente, possuindo o controle dos pensamentos e técnicas utilizadas para a realização da atividade.

Exemplificando os componentes metacognitivos: é solicitado a um estudante que resolva um problema matemático, ele realiza a leitura de todo o enunciado e reflete como será feito o processo de resolução, decidindo utilizar uma determinada fórmula, o aluno analisa se o procedimento adotado irá satisfazer a questão, após responder, o próprio estudante verifica se a resolução atendeu ao que foi proposto.

Vale ressaltar que a adoção de estratégias metacognitivas pode contribuir para uma aprendizagem significativa. Locatelli (2014, p. 29) colocou que os alunos com melhores desempenhos escolares apresentam um monitoramento (sabem avaliar o conhecimento adquirido) de maneira mais precisa. Ou seja, podemos inferir que os alunos que têm consciência sobre seus processos de aprendizagens possuem uma certa vantagem em relação aos que não sabem.

Nessa mesma direção, Davis, Nunes e Nunes (2005) comentaram que a utilização de estratégias metacogntivas no ensino permite que o estudante se torne um “ espectador” do seu próprio modo de pensar e agir o que proporciona uma habilidade nas reflexões cognitivas diferenciadas permitindo a pessoa resolver situações adversas.

À vista do que foi colocado, Costa e Darsie (2018) realizaram um estudo intitulado "Estratégias metacognitivas: Um panorama das teses e dissertações publicadas no banco de teses e dissertações da CAPES" que teve como objetivo mapear os estudos sobre a utilização de estratégias metacognitivas publicados no Brasil. Foram mapeadas cento e vinte e quatro (124) trabalhos, sendo cem (100) dissertações e vinte e quatro (24) teses. Entretanto, no ensino-aprendizagem em Matemática foram localizados apenas oito (8) estudos, sendo cinco (5) dissertações e três (3) teses.

Dentro desses estudos, destacamos os dois que trabalharam a questão da metacognição e a resolução de problemas. Nesse sentido, temos o de Araújo (2009), que em Recife defendeu a tese intitulada: "Rompendo o contrato didático: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos" que teve como objetivo analisar a relação entre o contrato didático e a metacognição na resolução de problemas de álgebra em uma turma do 8º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental. A metodologia foi desenvolvida em quatro etapas: Observação das aulas; Encontros com o professor, sendo vídeo-gravados e registrados no diário etnográfico; Resolução de problemas em sala de aula; Avaliação do trabalho com o professor. Os resultados da pesquisa demonstraram a utilização de estratégias metacognitivas pelos estudantes e a partir de um problema sugerido pela pesquisadora que levou à ruptura do contrato didático estabelecido nessa sala de aula de Matemática da turma. O estudo colabora na compreensão que a utilização da metacognição nas aulas favorece nas aprendizagens significativas.

Outro estudo foi a dissertação de Lucena (2013) "A metacognição no livro didático de Matemática: Um olhar sobre os números racionais" em Recife Pernambuco e teve como objetivo investigar como as atividades do livro de Matemática favorecem a utilização de estratégias metacognitivas durante a resolução para o conteúdo de número racionais. Para isso, foram investigados dois livros um na perspectiva tradicional e outro construtivista sugeridos pelo Guia PNLD 2011, sendo categorizado as atividades de acordo com as estratégias proposta por Araújo (2009) seguida pela estratégia criada pelo próprio autor. Os resultados demonstraram que poucas são as atividades dos livros estudados que favorecem o uso de estratégias metacognitivas. Entretanto, o autor ressalta que o livro é apenas uma ferramenta didática, que o professor pode utilizar outros instrumentos para favorecer o uso da metagonição nas suas aulas. O estudo contribui na análise de atividades que podem proporcionar o aprendizado e a autonomia dos educandos.

Diante do que foi colocado, compreendemos que o desenvolvimento de estratégias metacognitivas favorece o ensino escolar, tornando o estudante mais autônomo, reflexivo e atuante da sua aprendizagem. Observamos que o professor pode estimular, mediante suas práticas pedagógicas, os processos metacognitivos nos alunos.

Contemplamos por meio de Flavell (1985, apud Portilho, 2009) que a metacognição não é uma capacidade inata, ou seja, não se nasce metacognitivo e sim, ela é desenvolvida mediante nossas atividades cognitivas e a reflexão sobre elas. Como também do ensino escolar, existem outras atividades que favorecem ao desenvolvimento de estratégias metacognitivas.

Grendene (2007) colocou que por meio do xadrez é possível desenvolver capacidades metacognitivas, devido ao jogo exigir dos seus praticantes estratégias de planejamento, monitoramento e regulação dos lances para jogar uma partida. O autor se baseou em um estudo realizado por Charness no ano de 2006, verificando as diferenças da memória entre xadrezistas principiantes e experientes. Foi detectado que os veteranos organizavam as informações na mente diferente daqueles que estavam começando a praticar o jogo. Pois as informações eram armazenadas e organizadas em "blocos" na memória a longo prazo o que facilitaria a recuperação delas na memória operacional

Sublinhamos que a memória operacional é um dos componentes das funções executivas que tem como papel armazenar e manipular a informação durante um período de tempo. Para que possa ocorrer uma ligação entre a memória e as funções executivas é necessário um sistema cognitivo complexo que possa recuperar informações na memória de longo prazo, integrá-la com os estímulos ambientais, podendo também planejar e manipular as informações desencadeando um processo metacognitivo. Esse sistema de integração entre os sistemas de memória e as funções executivas é realizado principalmente pela Memória Operacional (MO) [3]. É atribuído aos anos de estudos, e a constância de resolver desafios proporcionado pela prática enxadrista.

---

[3]Fonte: SIQUARA, G, M. **A influência da memória operacional no desempenho acadêmico entre crianças de 7 a 12 anos.** 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) Universidade Federal da Bahia, 2014. p. 13.

Para Grendene (2007), a “ expertise” em qualquer área é resultado de muitos estudos, reflexão, e experiência de atuação. Podemos compreender melhor essa afirmação com o exemplo do húngaro László Polgár. László afirmou que qualquer criança bem de saúde poderia ser treinada e ser bem-sucedida em qualquer área. Para provar sua ideia, ele teve três filhas em que ensinava sobre diversos assuntos como: música, línguas estrangeiras, inclusive o xadrez. As filhas de László tiveram grandes destaques no xadrez, inclusive ganhando títulos mundiais, e o maior sucesso foi da filha mais nova, Judit que é considerada a melhor jogadora de xadrez do mundo e se tornou Grande Mestre aos quinze anos.

Em relação ao ensino das filhas de László, Syed (2012) frisou que as meninas não eram forçadas pelo pai, ele era pedagogo, e buscava trabalhar o xadrez como uma atividade prazerosa para Susan, Sofia e Judith. Elas recebiam treinamento desde dos dois anos de idade, que nos faz compreender que o “talento” que elas têm é devido aos treinamentos e motivações que elas recebiam.

Destacamos que László Polgár poderia ter escolhido qualquer outro esporte para ensinar e treinar suas filhas, mas provavelmente a escolha pelo xadrez foi devida à complexidade cognitiva exigida da prática enxadrística. No próximo capitulo vamos explanar a respeito do jogo alvo do nosso estudo.

CAPITULO 3: O JOGO DE XADREZ COMO RECURSO INTELECTUAL

Pesquisadores vêm se debruçando sobre as habilidades cognitivas desenvolvidas pelo jogo de xadrez que poderiam contribuir no processo de ensino-aprendizagem escolar. Silva (2010) baseado no estudo de Garrido (2001) descreveu capacidades intelectuais que são trabalhadas pela prática enxadrística como por exemplo: percepção, pois o jogador precisa estar atento nas suas jogadas e a do adversário; capacidade de análise e síntese para compreender o que está por trás de um lance do adversário e consequentemente a autonomia devida as tomadas de decisões exigida pelo jogo.

De acordo com Silva (2012), a primeira pesquisa relevante sobre xadrez e cognição foi a de Binet em 1894, que buscou compreender o processamento mental do xadrez às cegas (o jogador é vendado e são informados os lances do adversário no qual ele dita sua jogada). A segunda pesquisa foi de Cleveland, que estudou a psicologia e aprendizagem envolvidos no xadrez, o autor concluiu que as habilidades trabalhadas no jogo envolvem um raciocínio exclusivo da prática enxadrística.

Outra pesquisa relevante discutida pelo autor citado foi do ano 1925 realizada por três psicólogos russos Diakov, Pietrovski e Rudik que convidaram oito mestres xadrezistas buscando entender os fatores necessários para saber jogar xadrez de nível elevado. Foi concluído que não se trata de capacidades inatas, mas sim, de um conjunto de habilidades definidas como: boa saúde física e mental, autocontrole, atenção aguçada, habilidade de abstração, pensamento objetivo, vontade disciplinada, inteligência ativa; entre outros fatores que fazem uma pessoa ser uma boa jogadora.

Diante dos estudos sobre as habilidades que podem ser desenvolvidas pela prática enxadrista, escolas passaram a utilizá-lo como recurso pedagógico. Sá (2012) fez um apanhado de práticas mundiais que incorporaram o xadrez nos estudos escolares. Segundo o autor, a Alemanha criou um curso facultativo na Universidade de Schiller em 1985 chamado de "Xadrez nas escolas", no qual o objetivo era quem terminasse o curso pudesse criar clubes enxadrísticos nas escolas.

E ainda, de acordo com Sá (2012) O estado de Santa Fé na Argentina sancionou em lei a obrigatoriedade do xadrez na grade curricular de turmas dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Já no Canadá houve o projeto “Xadrez e Matemática” que atingiu cerca de 45 mil alunos de idade entre seis a onze anos que tinham aula uma vez por semana. Sá (2012) ainda cita países como Cuba, Estados Unidos da América, Holanda, Hungria, Inglaterra, França, Venezuela que usam o xadrez como recurso pedagógico, destacando a Rússia que possui o curso de Ensino Superior de xadrez em que os graduandos cursam disciplinas referentes ao jogo, psicologia e pedagogia e após formados estão aptos para ensinar no Ensino Médio.

No Brasil, a primeira experiência que se tem relato ocorreu no ano de 1935 na cidade de Jaboticabal no estado de São Paulo que consistiu no ensino do xadrez para estudantes da quinta série (atual 6º ano) e percebeu que os praticantes ficaram mais atentos nas aulas da grade curricular.

Atualmente existem iniciativas privadas e públicas que buscam viabilizar a prática do jogo nas escolas do país, fomentada pelas inciativas das próprias escolas, como também da Confederação Brasileira de Xadrez Escolar.

Para compreendermos sobre a estrutura do jogo, iremos fazer um breve resgate histórico juntamente com principais regras e objetivo do jogo a seguir:

3.1 O Xadrez: breve resgate e o contexto desportivo

Não se sabe ao certo a origem do xadrez, mas a versão mais aceita, de acordo com Lawrence e Moradiabadi (2016) é que foi na Índia, no século VI, por meio de outro jogo chamando de “chaturanga”, que representava o exército indiano, tendo as peças: elefante, cavalo, carro e infantaria na sua composição. Posteriormente ele chegou à Pérsia, e popularizou-se na Europa por volta do século XII, modificando-se e chegando na configuração atual.

Atualmente o jogo simula uma batalha medieval de dois reinos de cores branca e preta. Ao todo são usadas 32 peças sendo: 4 torres, 4 cavalos, 4 bispos, duas damas, dois reis e 16 peões.

A primeira partida oficial que se tem registro com a configuração atual foi em 1851, realizada na cidade de Londres. Entretanto, as partidas tornavam-se cansativas por não ter um tempo determinado para terminar, diante disso, em 1881, Thomas Bricht Wilson criou o primeiro relógio para o xadrez. Sendo usado pela primeira vez em 1883 no torneio de Londres (PIRES, 2014).

Sendo considerado um jogo estratégico praticado por muitas pessoas, em 1924 houve a necessidade da criação da Federação Internacional de Xadrez (FIDE, sigla em francês de *Fédération Internacionale des Éches*) com sua sede em Paris.

Os torneios oficiais de qualquer lugar seguem as Leis do Xadrez determinadas pela FIDE. A última atualização das leis entrou em vigor no dia 1º de julho de 2017, anteriormente ela foi discutida na 87º Congresso da FIDE realizado em setembro de 2016 na cidade de Baku /Azerbaijão e aprovada em março pelo Conselho Presencial da FIDE em março de 2017, na cidade de Atenas na Grécia (FIDE,2018).

O Xadrez foi reconhecido como esporte pelo Comitê Olímpico Internacional (COI) em março de 1999, em Seul na Coreia do Sul. O documento foi assinado pelo presidente do COI Juan Antônio Samaranch (FILGUTH, 2008). De acordo com Santos (2009) foram realizados diversos testes, incluindo o de batimentos cardíacos, em que ficou constatado que alguns jogadores, no ápice do jogo, apresentavam o mesmo nível de batimentos de um corredor no final de uma prova.

O Xadrez conta com sua própria Olimpíada que é organizada pela FIDE de maneira oficial desde 1939. No ano de 1950 ficou decidido que seria realizada nos anos pares. A última edição em 2018 contou com a participação de 891 xadrezistas de 180 países.

O jogo é praticado por milhares de pessoas em vários países, em torneios de níveis locais a mundiais, contudo o xadrez além de ser considerado um esporte, de acordo com Lopes (2012) pode ser trabalhado de diversas maneiras mas a autora destaca três modalidades: Xadrez Lúdico em que os seus praticantes jogam por diversão e prazer; o Xadrez Pedagógico que tem a finalidade de trabalhar com os estudantes a dificuldade de aprendizagem, e o Xadrez Técnico no qual os seus praticantes estudam o jogo com o objetivo de participar de competições.

A seguir vamos explorar o xadrez pedagógico e as suas principais contribuições no processo de ensino, foco do nosso trabalho.

3.2 O Xadrez Pedagógico

O xadrez tem sua relevância pedagógica, podemos visualizar isso pelo reconhecimento da Organização das Nações Unidas-ONU em criar a Comissão de Xadrez nas Escolas, juntamente com as entidades xadrezistas, com o objetivo de divulgar e realizar práticas relacionadas ao jogo em todo o mundo. Certamente, por isso, existe uma construção de pesquisas que buscam compreender a importância desse jogo para a Educação.

Além disso, Piaget (2015) afirmou que os jogos de regras, como por exemplo, o xadrez, desenvolvem nos seus praticantes, principalmente em crianças, habilidades de percepção, experimentação e flexibilização do pensamento por meio das internalizações mentais que ocorrem durante uma partida.

Nesse sentido, Vygotsky (2007) afirmava que quanto mais rigorosas são as regras, maiores são as exigências para a criança ter atenção e autorregulação, consequentemente, maiores são as potencialidades para o progresso cognitivo e metacognitivo do seu praticante.

Para Filgth (2005), os estudos envolvendo o xadrez vêm demonstrando que ele estimula o raciocínio lógico, habilidade numéricas, socialização, autoestima além de outras capacidades, o autor defende que além disso, o jogo se trata de um artefato cultural que acompanha a história da humanidade.

Diante desse cenário, pesquisadores têm procurado explorar mais detidamente, a relação do jogo de xadrez com o processo de aprendizagem escolar. Loureiro (2008) defende que o xadrez desenvolve diversas habilidades cognitivas, como concentração, espírito de decisão, planejamento, julgamento, entre outros benefícios, podendo favorecer o processo de ensino. Da mesma forma, Rezende (2002) destaca que o jogo auxilia no desenvolvimento de funções cerebrais como capacidade de julgamento, imaginação, análise de situações-problema, entre outros. Esses elementos poderiam beneficiar os seus praticantes não apenas em Matemática, mas em várias disciplinas curriculares.

Já outros autores como Bezerra e Zanella (2007); Silva (2007); Menezes (2009); Grillo (2012); Pimenta e Santos Júnior (2009); Melo (2015) apontam que a prática enxadrística melhora as habilidades em raciocínio lógico, cálculos, memória e segundo eles, isso poderia favorecer o desempenho escolar na disciplina de Matemática

Silva (1997) discutiu também sobre as possíveis habilidades que são desenvolvidas ou melhoradas pela prática enxadrística, que podem ser levadas para a vida estudantil dos xadrezistas, sendo apresentadas no Quadro 01.

Quadro 1- Características do xadrez e suas implicações educacionais

CARACTERÍSTICA DO XADREZ	IMPLICAÇÕES NOS ASPECTOS EDUCACIONAIS E NA FORMAÇÃO DO CARÁTER
Concentração enquanto imóvel na cadeira	Desenvolvimento do controle psicofísico
Fornecer um número de movimentos em um determinado tempo	Avaliação da hierarquia do problema e a locação do tempo disponível
Movimentar peças após exaustivas analises de lances seguintes	Desenvolvimento da capacidade para o pensamento abrangente e profundo
Encontrando um lance, a procura de outro melhor	Empenho progresso contínuo
De uma posição a princípio igual, direcionar a uma conclusão brilhante (combinação)	Criatividade e imaginação
O resultado indica quem tinha o melhor plano	Respeito à opinião do interlocutor
Entre várias possibilidades, escolher uma única, sem ajuda externa	Capacidade para o processo de tomar decisões com autonomia
Um movimento deve ser consequência lógica do anterior devendo apresentar o seguinte.	Capacidade para o pensamento e execução lógicos, auto consistência e fluidez de raciocínio

FONTE: SILVA, W- Xadrez nas escolas, Curitiba, 1997.

Acreditamos que os aspectos educacionais trabalhados pelo xadrez apresentados no Quadro 1 certamente poderão ser desenvolvidos nos estudantes diante de uma rotina sistemática do jogo. Entretanto, só serão transferidos para a escola, se as práticas pedagógicas forem propícias para o desenvolvimento das competências mostradas. Por exemplo, o autor colocou que por meio do jogo é estimulada a autonomia, isso não poderá ser produzido caso a metodologia do professor seja pautada em um ensino tradicional, com o foco na transmissão de conhecimentos, tendo o professor como o detentor do conhecimento.

No entanto, Alves (1981, p. 74) sublinha que apenas o xadrez não desenvolve capacidades mentais diferenciadas em seus praticantes, de acordo com o autor: “O fato de uma pessoa ser muito boa para jogar xadrez não significa que ela seja mais inteligente que outras pessoas”.

Nesse sentido, Branelli (2003, apud. Silva 2009) comentou que é preciso ter cuidado na utilização do jogo de xadrez como recurso didático, para a ferramenta não ser reduzida simplesmente à execução das regras, é necessária uma reflexão sobre os efeitos e benefícios da ação de jogar.

Em relação ao ensino, Silva (2009) alerta que o xadrez presente na grade curricular pode trazer pontos positivos e negativos. O autor coloca que por ser uma atividade esportiva, são valorizados os resultados satisfatórios (ou seja, vitórias) dos estudantes o que poderia ocasionar em problemas emocionais naqueles que não obtivessem. Como benefício é colocado o fortalecimento do ego, autocontrole, habilidade de reflexão.

Nesse sentido, é essencial a utilização equilibrada do xadrez nas escolas para que o jogo não recaia simplesmente como atividade esportiva, ou o jogo pelo jogo. Ressalta-se que para o desenvolvimento das habilidades proporcionadas pela prática enxadrista, os estudantes precisam querer praticar, e isso é escolha pessoal de cada um. Sobre essa questão Silva e Brenelli (2012, p. 93) tecem:

> Não é raro encontrar, nos congressos de xadrez, educadores que defendam o ensino compulsório do xadrez nas escolas. Deve-se mencionar que a defesa do ensino obrigatório do xadrez nas escolas está baseada em uma visão ufanista de que o xadrez pode ser uma panaceia para a educação.

Dessa forma, é recomendada a utilização do xadrez escolar de maneira optativa pelos estudantes, mesmo o jogo podendo desenvolver habilidades que poderiam facilitar o processo de ensino-aprendizagem.

Como o nosso estudo diz respeito à resolução de problemas matemáticos, vamos apresentar algumas pesquisas brasileiras que relacionam o xadrez com a aprendizagem dessa disciplina.

3.3 Pesquisas brasileiras sobre xadrez e ensino-aprendizagem em matemática

Nos últimos vinte anos foram produzidas vinte e quatro pesquisas de dissertações e uma tese envolvendo o xadrez e o processo de aprendizagem escolar, de acordo com o banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Ressaltamos que, dos vinte e quarto trabalhos de mestrado, dezesseis pesquisaram sobre a relação do jogo com a disciplina de matemática.

Fazendo uma rápida síntese, as dissertações de Wilewski (1998); Rodrigues Neto (2003); Silva (2010); Almeida (2010); Grillo (2012); Colombo (2015); Soares (2016); Santos Júnior (2016); Júnior Bueno (2017); Alves (2018); Costa (2018) tiveram um caráter de pesquisa-ação e estudaram a aplicação do jogo como ferramenta didático-pedagógica nos Anos Finais do Ensino Fundamental. De modo geral, os autores comentaram que perceberam os alunos mais envolvidos durantes as aulas que tiveram a utilização do xadrez. A pesquisa de

Dias (2011) seguiu a mesma linha, porém teve como público educandos da Educação de Jovens e Adultos.

Temos ainda, as pesquisas dissertativas de Rodrigues (2015) e Paiva (2016) que discutiram, por meio de análise documental, o uso do jogo para aprendizagem em Matemática tendo como foco as escolas da rede pública. Já a única tese, de Kimura (2005), cujo os sujeitos foram professores de Matemática, dos Anos Finais do Ensino Fundamental, teve como objetivo investigar as possibilidades de ensinar números negativos por meio do xadrez.

Destacamos que a única pesquisa que contemplou estudantes que já eram praticantes do xadrez foi a dissertação de Lopes (2012) intitulada “O jogo de xadrez e o estudante: uma relação que pode dar certo na resolução de problemas matemáticos” a autora relaciona a prática enxadrista com a habilidade em resolução de problemas matemáticos em turmas do 8º e 9º anos dos Anos Finais do Ensino Fundamental da rede pública de Sorocaba –SP. O estudo teve como objetivos investigar as estratégias usadas por alunos xadrezistas e não jogadores, analisando os registros feitos pelos estudantes e buscando a diferenciação entre jogadores de xadrez e não praticantes. A metodologia foi ancorada em um estudo descritivo utilizando um teste com oito problemas matemáticos baseados nas Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas- OBMEP sendo aplicado com 22 educandos, sendo 11 enxadristas e 11 não enxadristas.

Lopes (2012) concluiu que existem evidências que os xadrezistas possuem estratégias diferenciadas daqueles não são jogadores. De acordo com a autora, o grupo enxadrista obteve 53% de respostas corretas contra 33% dos que não jogavam. Já no que se refere a respostas em branco, apenas 3% dos praticantes do xadrez apresentaram respostas em branco, contra 6% respostas em branco, dos que não praticavam. A pesquisadora ainda observou que os estudantes enxadristas costumam justificar a resposta. Esse estudo abre a discussão sobre a relação do xadrez e o desempenho escolar em matemática, pois analisou sujeitos que já praticam o jogo regularmente.

O nosso estudo possui aproximações com o da autora supracitada, uma vez que buscamos comparar estudante xadrezista e não xadrezista na resolução de problemas matemáticos, porém o nosso foco está em olharmos o processo de resolução, e não a resposta final. Buscamos, mais especificamente identificar as estratégias metacognitivas mobilizadas por eles durante a resolução do problema.

Ressaltamos que Locatelli (2014) chamou atenção para a dificuldade de coletar os dados do pensamento metacognitivo, pois como ele é considerado o pensamento de alta ordem, ou seja, o pensamento sobre o próprio pensamento, temos a dificuldade de observá-lo. Para a superação desse obstáculo, a autora sugere que sejam utilizados vários mecanismos flexíveis, como por exemplo, solicitar que os participantes da pesquisa falem o que está pensando, entrevistas, questionários, entre outros instrumentos que permitam a captação dos processos metacognitivos.

Portanto, a seguir iremos expor os procedimentos metodológicos adotados na presente pesquisa.

CAPÍTULO 4: PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente estudo teve como objetivo comparar os processos metacognitivos mobilizados por estudantes xadrezistas e não xadrezistas dos Anos Finais do Ensino Fundamental na resolução de problemas matemáticos.

4.1 Seleção dos sujeitos da pesquisa e seus contextos escolares:

Por se tratar de um estudo comparativo, foi feito um levantamento das escolas participantes da Liga de Xadrez Escolar[4] no ano de 2018 e a partir disso, optamos em trabalhar com as três escolas que foram mais assíduas no referido torneio, sendo duas da rede privada e uma do ensino público.

Depois de conseguirmos a listagem dos alunos dessas três escolas participantes da Liga de Xadrez Escolar, estabelecemos os seguintes critérios para selecionar os sujeitos da presente pesquisa: observamos a regularidade de frequência dos alunos nos torneios, independentemente da sua classificação, pois o nosso intuito foi escolher aqueles estudantes que praticam o xadrez frequentemente e não “os melhores jogadores”. Em seguida, entramos em contato com as suas escolas, solicitando a autorização (apêndice 01) para que os alunos participassem e esclarecemos sobre os objetivos da nossa pesquisa.

Após a autorização concedida, procedemos ao emparelhamento dos sujeitos: para cada estudante xadrezista, solicitamos que a direção escolar indicasse um colega da mesma turma que fosse não praticante do xadrez, com a mesma média em Matemática[5] ou a mais próxima possível, além disso, que fossem ambos de mesma idade, e preferencialmente do mesmo gênero.

Com os sujeitos selecionados, fizemos as entregas dos Termos de Consentimento Livre e Esclarecidos aos responsáveis dos estudantes (disponível no apêndice 02), e após a permissão dos responsáveis, iniciamos a coleta de dados.

---

[4] Projeto de iniciativa privada que realiza torneios de xadrez escolar frequentemente desde do ano de 2015. No ano de 2018 a Liga de Xadrez Escolar Pernambuco realizou torneios nos meses de março, abril, maio, agosto, setembro, outubro e novembro e contou com a participação de cerca de 150 estudantes. Disponível em: http://www3.folhape.com.br/esportes/mais-esportes/geral/2018/11/23/NWS,88366,68,441,ESPORTES,2191-XADREZ-CONQUISTA-ESPACO-PERNAMBUCO.aspx. Último acesso em 24/01/2019.

[5] Consideramos as duas primeiras unidades de 2018.

Isso posto, temos como cenário de pesquisa: duas escolas da rede privada de ensino, e uma escola da rede pública de ensino, localizadas na região metropolitana do Recife com a quantidade de participantes e suas respectivas turmas colocadas a seguir:

- Escola 1. (Privada): 2 estudantes do 6º Ano;

  2 estudantes do 7º Ano;

- Escola 2. (Privada): 2 estudantes do 7º Ano;

- Escola 3. (Pública): 2 estudantes do 7º Ano;

  2 estudantes do 8º Anos.

No Quadro 2 visualizamos as informações referentes aos 10 participantes da pesquisa, com as duplas emparelhadas a partir dos critérios estabelecidos. Destacamos que não conseguimos estudantes do 9º ano do ensino fundamental

Para preservar a identidade dos sujeitos, adotamos a seguinte notação:

X -Para indicar que é jogador de xadrez;

NX- Quando não é jogador de xadrez.

Seguido do número referente à sua dupla (X1-1ª dupla, X2-2ª dupla, e assim por diante), como também símbolo ♀ para o gênero feminino e ♂ para masculino.

Quadro 2- Perfis dos sujeitos

Duplas	**Escola/turma**	**Xadrezista**	**Média em matemática**	**NÃO Xadrezista**	**Média em matemática**
1ª	1.PRIVADA-6º	X1 ♂	8.5	NX1 ♂	8.5
2ª	1. PRIVADA-7º	X2♀	9.5	NX2 ♂	9.5
3ª	2.PRIVADA-7º	X3 ♂	8.5	NX3 ♂	9.0
4ª	3. PÚBLICA-7º	X4♀	9.0	NX4♀	8.5
5ª	3. PUBLICA-8º	X5 ♂	7.0	NX5 ♂	6.5

FONTE: Os autores (2019)

Destacamos que apesar do número de meninas que praticam o xadrez ser inferior dos meninos[6], conseguimos garantir a participação de uma dupla representante do gênero feminino da escola pública e mais uma representante da escola 1 privada que formou dupla com um aluno por falta de correspondente de mesmo gênero, nos critérios estabelecidos

Ressaltamos também que só foi possível atender a todos os critérios do emparelhamento na primeira dupla. A segunda dupla, não atendeu a questão de ser do mesmo gênero, pois não havia nenhuma menina com a média compatível que a estudante xadrezista, e por isso, a direção escolar indicou um menino.

Na terceira dupla o sujeito NX3 possuía a média superior em 0.5 com relação a X3. Nesse caso, essa foi a única dupla em que o não xadrezista tinha a média mais alta que o xadrezista.

Nas 4ª e 5ª dupla (alunos da rede pública) os alunos não enxadristas (NX4 e NX5) possuíam a média inferior em 0.5 em relação aos enxadristas (X4 e X5). De acordo com a direção escolar, muitos estudantes da escola praticam o jogo, e por isso, houve a dificuldade em realizar o nivelamento de médias em Matemática.

4.2 Escolha dos problemas

Tivemos a preocupação em selecionar problemas matemáticos que permitissem aos estudantes se sentirem desafiados e motivados em respondê-los. Para isso, antes da escolha dos problemas que foram utilizados para o presente estudo, realizamos um piloto para testá-los com duas duplas de estudantes de duas escolas da rede privada de ensino da cidade do Recife, sendo a primeira dupla, formada por dois alunos do 5º ano, anos iniciais do ensino fundamental e a segunda, contando com duas estudantes do 9º ano, anos finais do ensino fundamental. Nesses dois grupos foram aplicados cinco problemas previamente selecionados junto aos orientadores.

A partir dessa aplicação, percebemos que os alunos demonstraram ficar cansados durante a resolução, já que além de resolver os problemas, eram solicitados a verbalizar as

[6] Podemos ilustrar a diferença de gênero no torneio de xadrez “ VII Etapa da Liga de Xadrez Escolar 2018” Apenas 20.69% eram meninas. Essa diferença é ampliada quando os torneios não são escolares, como no “ Memorial Governador Miguel Arraes- Nordestão”* que teve 5% de presença feminina.

Disponível em: http://chess-results.com/tnr393661.aspx?lan=10&art=0 . Último acesso em 02 de dezembro de 2018;

Disponível em: http://chess-results.com/tnr357805.aspx?lan=10 Último acesso em 02 de dezembro de 2018.

estratégias utilizadas; avaliamos, portanto, que três problemas seriam suficientes para atender ao nosso objetivo.

Também por meio do piloto constatamos que os estudantes dos anos iniciais apresentaram mais dificuldades em explicitar as estratégias utilizadas para resolver os problemas matemáticos, inviabilizando, de certa forma, a visualização das estratégias metacognitivas. Sobre isso, Araújo (2009) havia sinalizado a dificuldade dos alunos mais novos em explicitar verbalmente suas estratégias mentais, mas quando vão ficando mais velhos tendem a superar essa dificuldade.

A autora supracitada se embasou na teoria do desenvolvimento cognitivo proposta por Piaget. Segundo o autor, o estudante se torna capaz de avaliar seus próprios pensamentos, ou seja, desenvolver uma postura metacognitiva (o que foi denominado por Piaget de operações de segunda ordem) no estágio das operações formais. Essa maturidade cognitiva é melhor percebida em torno dos 12 anos de idade. Por isso decidimos aplicar a pesquisa em alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, isto é, a partir do 6° ano.

Ressaltamos que o nosso estudo buscou também ampliar as discussões sobre os processos metacognitivos durante a resolução de problemas matemáticos, por isso, buscamos utilizar problemas já testados em pesquisas anteriores. Como o problema 1, que foi usado por Araújo (2009) na sua na sua tese de doutorado, em que a pesquisadora buscou analisar os processos metacognitivos mobilizados por alunos do 8° ano do ensino fundamental durante a resolução de problemas algébricos:

Problema 1: Em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife. Gastei R$ 200,00 na compra de presentes para os sobrinhos de Recife e R$ 120,00 para os de São Paulo. Com isso todos os meus sobrinhos **receberam presentes do mesmo valor.** Quantos sobrinhos tenho em São Paulo? E no Recife?

Como solução, Araújo (2009) colocou:

Gasto (R$ 200,00) – Recife: x + 1 sobrinhos
Gasto (R$ 120,00) – SP: x sobrinhos

Recife: $\frac{200}{x+1}$

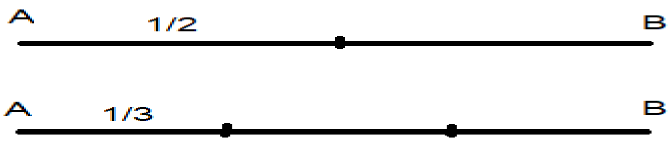
São Paulo $\frac{120}{x}$

$200x = 120\,(x+1)$
$200\,x = 120x + 120$
$200\,x - 120x = 120$
$80\,x = 120$
$x = \frac{120}{80} = 1,5$ (sobrinhos de São Paulo)

Vale salientar, como observamos na resolução, o problema 1 não possui uma resposta coerente do ponto de vista convencional, pois a solução é 1,5 sobrinhos em São Paulo e 2,5 sobrinhos em Recife. De acordo com a autora, por esse tipo de problema não ser comum, já que não existe essa quantidade de sobrinhos, evidenciaram os processos metacognitivos que estavam sendo empregados pelos alunos durante a resolução.

O segundo problema foi utilizado por Costa (2018), na sua dissertação de mestrado. O autor teve como objetivo identificar os saberes matemáticos mobilizados pelos estudantes no processo de Resolução de Problemas. De acordo com o pesquisador, o problema é “não rotineiro”, pois permitia o estudante apresentar mais de um processo para chegar à resposta correta.

Problema 2: Na figura abaixo, um mesmo segmento AB foi dividido de duas maneiras, na primeira em duas partes iguais e na segunda em três partes iguais. Queremos saber quanto do tamanho de 1/3 cabe exatamente no tamanho 1/2 desse mesmo segmento?



As possíveis soluções:

- Divisão numérica $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$
- Produto do complemento que falta $X.\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$, para atingir a medida final, resultando na expressão: $X = \frac{1}{2}/\frac{1}{3}$
- Compreensão do valor que falto por meio de comparação da extensão das medidas oferecidas, equivalência. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Longrightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
- Proporcionalidade $\frac{1}{2}.X = \frac{1}{3}.Y$
- Comparação por porcentagem $\frac{1}{2} \rightarrow 100\% \cdot \frac{1}{3} \rightarrow X$

O terceiro problema foi adaptado de Rodrigues (2006), sendo o original disponível em anexo 01. A pesquisadora teve por objetivo analisar as práticas pedagógicas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática das professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Problema 3: Um homem entra em uma papelaria e compra uma caneta por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por cinco moedas de 1 real. O freguês saiu levando a caneta e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era falsa. O dono do estabelecimento lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Qual o prejuízo total do dono da papelaria? O resultado pode ser obtido por meio de interpretação textual, assim, temos duas possíveis solução: 5 reais de prejuízo ou a caneta mais 3 reais. Temos o princípio aditivo e de subtração, pois essa questão tem duas informações essenciais que são a nota era falsa e o vizinho contestou este fato, pois se ele não tivesse falando que a nota seria falsa se tratava de uma venda normal.

Em seguida, apresentamos como ocorreu a coleta dos dados.

4.3 Coleta de dados: aplicação dos problemas matemáticos

Para a aplicação dos problemas, foi utilizado o Método Clínico Piagetiano, (CARRAHER, 1998). De acordo com a autora, esse tipo de técnica permite ao pesquisador entender como o participante da pesquisa " pensa, analisa e resolve os problemas" durante o processo da aplicação. Para isso, no momento da aplicação dos problemas matemáticos foi solicitado aos estudantes que explicassem verbalmente e de maneira audível como estavam pensando, para compreendermos as estratégias utilizadas pelos estudantes no processo de resolução dos problemas matemáticos.

Salientamos que cumprimos as orientações de Carraher (1998) quanto aos cuidados que o pesquisador deve tomar em relação ao ambiente (confortável e que ofereça condições ao participante se sentir à vontade). Entendemos que por ser um método voltado para compreensão do pensamento, faz-se necessário que o sujeito entenda o que está sendo solicitado, por isso, cabe ao aplicador esclarecer eventuais dúvidas sem interferir nas respostas.

Além disso, entendemos que cada pessoa tem seu próprio ritmo, então não delimitamos o tempo de resolução dos problemas propostos, o que poderia afetar o objetivo do nosso trabalho.

Foi ressaltado também pela autora, a importância do pesquisador estar atento ao raciocínio do participante, por isso, se for necessário interromper e reconduzir o sujeito ao seu pensamento, isso deve ser feito pelo entrevistador, além disso, é imprescindível a justificativa das respostas dadas, pois é por meio delas que podemos entender a construção, estratégias e as relações estabelecidas pelo sujeito.

Para garantir os registros das falas, gravamos o processo de resolução dos problemas de cada estudante, e usamos o diário etnográfico a fim de registrar de maneira escrita os momentos pertinentes.

Depois de os alunos responderem aos problemas propostos, fizemos uma entrevista semiestruturada com todos participantes para conhecer seus perfis enxadrísticos e desempenho matemático. As perguntas norteadoras se encontram no apêndice 03.

Em seguida, as gravações foram transcritas na integra buscando registrar o máximo possível o processo de resolução de problemas.

As estratégias metacognitivas foram categorizadas de acordo com o modelo proposto por Araújo (2009) e Lucena (2013) apresentados no Quadro 3.

Quadro 3- Categorias de Estratégias Metacognitivas

Estratégias Metacogniticas	**Definição**	**Exemplo**
Ordem pessoal- Araújo (2009)	Ligados com a auto avaliação.	“ Eu não estou conseguindo resolver...”
Ordem do procedimento- Araújo (2009)	Domínio das regras matemáticas.	“Positivo com negativo, dá negativo”
Ordem da compreensão do problema -Araújo (2009)	Entendimento do problema e observando se o seu processo de resolução atende ao que está sendo solicitado.	“Essa pergunta não tem como resolver”.
Ordem do conhecimento- Lucena (2013)	O aluno identifica quais os saberes (conteúdos) matemáticos estão envolvidos no problema.	“.... É a fórmula da equação do primeiro grau. ”

FONTE: Adaptada de ARAÚJO (2009) E LUCENA (2013).

Ainda em relação à metodologia, ao iniciarmos o processo de análise do problema 1, sentimos necessidade de buscarmos mais dados que contribuíssem para a nossa análise, então, de comum acordo com os nossos orientadores, decidimos realizar uma entrevista de explicitação de maneira individual, com uma dupla de cada escola, escolhidas pelas respostas apresentadas pelos estudantes.

Participaram da entrevista de explicitação a 2ª, 3ª e 5 ª dupla. E, objetivou permitir ao entrevistado (no nosso caso, os estudantes participantes da pesquisa), um "olhar retrospectivo" sobre o seu processo de resolução, buscando que eles verbalizassem o que estava acontecendo durante a resolução do problema, assim, teríamos o ponto de vista do próprio sujeito da pesquisa sobre suas decisões, seus processos mentais, ou seja, suas ações.

Por fim, ilustraremos de maneira resumida os nossos procedimentos metodológicos no Quadro 4:

Quadro 4- Resumo dos procedimentos metodológicos

ETAPA	OBJETIVO
1. Observação de torneios escolares de xadrez.	1. Selecionar os participantes xadrezistas da pesquisa.
2 .Realização do piloto	2. Escolher os problemas para dar conta dos nossos objetivos, além de definir a faixa etária dos nossos sujeitos.
3. Contato com as escolas	3 Seleção dos sujeitos não xadrezistas e realização de esclarecimentos dos objetivos da pesquisa, entrega dos TCLEs.
4. Aplicação dos problemas	4. Acompanhar o processo de resolução dos problemas propostos, observar e captar a mobilização de estratégias metacognitivas
5. Entrevista semiestruturada.	5. Conhecer sobre a prática enxadrísticas e o desempenho em Matemática com o foco em resolução de problemas de todos os sujeitos.
6. Entrevista de explicitação	6. Buscar compreender o ponto de vista do aluno sobre a o problema resolvido por ele, suas decisões, com um olhar retrospectivo. (Uma dupla de cada escola.)

FONTE: Os autores (2019)

No capítulo 5 apresentaremos a nossa análise de dados.

5. CAPITULO: ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

No presente capítulo, analisamos as estratégias metacognitivas que os estudantes lançaram mão durante o processo de resolução dos três problemas matemáticos, categorizando de acordo com o modelo já apresentado proposto por Araújo (2009) e Lucena (2013).

Antes disso, faremos uma breve exposição de como os dados foram organizados, para assim, realizarmos as análises.

5.1 Organização da análise

Inicialmente, fizemos as transcrições na integra das dez vídeo-gravações (cada estudante resolvendo os problemas matemáticos de maneira individual) dos processos de resolução dos três problemas matemáticos. Fizemos também a síntese das entrevistas semiestruturadas sobre o perfil enxadrístico e de aprendizagem em Matemática realizada com cada sujeito de maneira escrita.

A partir das transcrições, tivemos um olhar cuidadoso para o nosso objeto de estudo: as estratégias metacognitivas que foram evidenciadas com maior clareza durante o processo de resolução dos problemas matemáticos, para assim, categorizá-las conforme o modelo já apresentado no Quadro 4, proposto por Araújo (2009) e Lucena (2013).

Destacamos que o nosso intuito não foi analisar se as respostas finais aos problemas, dada pelos estudantes estavam" certas" ou "erradas", mas sim, como elas foram construídas, ou seja, quais as reflexões existiram por trás das soluções apresentadas.

Ressaltamos que o método clínico piagetiano, usado durante a aplicação dos problemas matemáticos, é flexível permitindo ao pesquisador realizar perguntas ao sujeito no sentido de capturar elementos que permitam a compreensão sobre o objeto estudado, que no caso, foram a utilização das estratégias metacognitivas, durante a resolução dos problemas.

Para melhor compreensão da análise, nos recortes das transcrições utilizamos alguns sinais apresentados no Quadro 5:

Quadro 5- Sinais e correspondências da análise de dados.

SINAIS UTILIZADOS NA TRANSCRIÇÃO	CORRESPONDÊNCIA
P	Pesquisadora;
X1; X2...	Primeiro sujeito xadrezista, segundo sujeito enxadrista....
NX1;NX2 ...	Primeiro sujeito não xadrezista; segundo sujeito não xadrezista...
♂	Sujeito do gênero masculino
♀	Sujeito do gênero feminino
(...)	Parte da transcrição ocultada por não apresentar informações relevantes

FONTE: Os autores (2019)

Relembramos que o nosso campo de estudo foram três escolas da região metropolitana do Recife, sendo duas da rede privada (com a participação de seis estudantes), e uma da rede pública (com a participação de quatro estudantes).

5.2 Análise dos processos de resolução dos problemas matemáticos sob o olhar metacognitivo.

Recordamos que o objetivo principal do nosso trabalho foi comparar as estratégias metacognitivas entre xadrezistas e não xadrezistas no processo de resolução de problemas. Ao iniciarmos a análise, e mesmo antes, quando aplicávamos os problemas, percebemos que a questão em que foi evidenciada a maior mobilização de estratégias metacognitivas, no processo de resolução foi o problema 1:

> 1°) Em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife. Gastei R$ 200,00 na compra de presentes para os sobrinhos de Recife e R$ 120,00 para os de São Paulo. Com isso todos os meus sobrinhos **receberam presentes do mesmo valor.** Quantos sobrinhos tenho em São Paulo? E no Recife?

O mesmo fato ocorreu na pesquisa de Araújo (2009), na qual esse problema provocou a ruptura do contrato didático[7] na sala de aula investigada, isso segundo a autora, ocorreu porque ele foge à regra comumente ‘esperada’ pelos alunos que todo problema matemático possui uma solução coerente com a questão proposta ao enunciado.

O problema em questão pode ser resolvido matematicamente, obtendo a solução final de 1.5 e 2.5 sobrinhos. Mas como são seres humanos, isso não faz sentido, o que gera confusão

[7] Brousseau, (1998) definiu o Contrato Didático como: “Uma relação que determina explicitamente por uma pequena parte, mas, sobretudo, implicitamente o que cada parceiro, o professor e o aluno tem a responsabilidade de gerir e à qual ele será de uma maneira ou de outra, responsável diante do outro”.

nos alunos que esperavam obter um número inteiro como resposta, para fazer sentido à questão do número de sobrinhos.

Já, em relação aos problemas 2 e 3, ao contrário do problema 1, foram resolvidos pelos alunos rapidamente, não dando muitos elementos para analisarmos as estratégias metacognitivas, demonstrando que os estudantes trabalharam mais no nível da cognição.

Um fato que nos chamou a atenção foi que os alunos de maneira geral, iniciavam o processo de resolução do 1º problema, mas não concluíam. Então, eles passavam para o 2º e 3º problemas, resolvendo de maneira integral, e ai sim, retomavam ao 1º problema, em que apresentava uma reflexão mais demorada, e por isso, optamos por concentrar nossa análise no problema 1. De toda forma, colocamos no apêndice 04 as análises das resoluções do segundo e terceiro problemas.

Iniciaremos a análise com a escola 1, que conseguiu atender a todos os critérios pré-estabelecidos de emparelhamento: alunos de mesma idade, mesma turma, média igual em Matemática, e mesmo gênero na primeira dupla.

Destacamos que em nossa análise, apresentaremos primeiro o processo de resolução do problema dos xadrezistas, seguida pela resolução dos não enxadristas, para assim fazer um comparativo.

Ressaltamos que as entrevistas com os estudantes foram feitas após a resolução dos problemas, entretanto, para análise apresentaremos antes do processo de resolução para deixar mais claro o perfil do aluno que está sendo analisado. A seguir apresentamos a 1ª dupla (Quadro 6):

Quadro 6- 1ª dupla

ALUNO	ANO ESCOLAR	IDADE	MEDIA EM MATEMÁTICA
X1♂	6° ANO	11	8,5
NX1 ♂	6°ANO	11	8,5

FONTE: Os autores (2019)

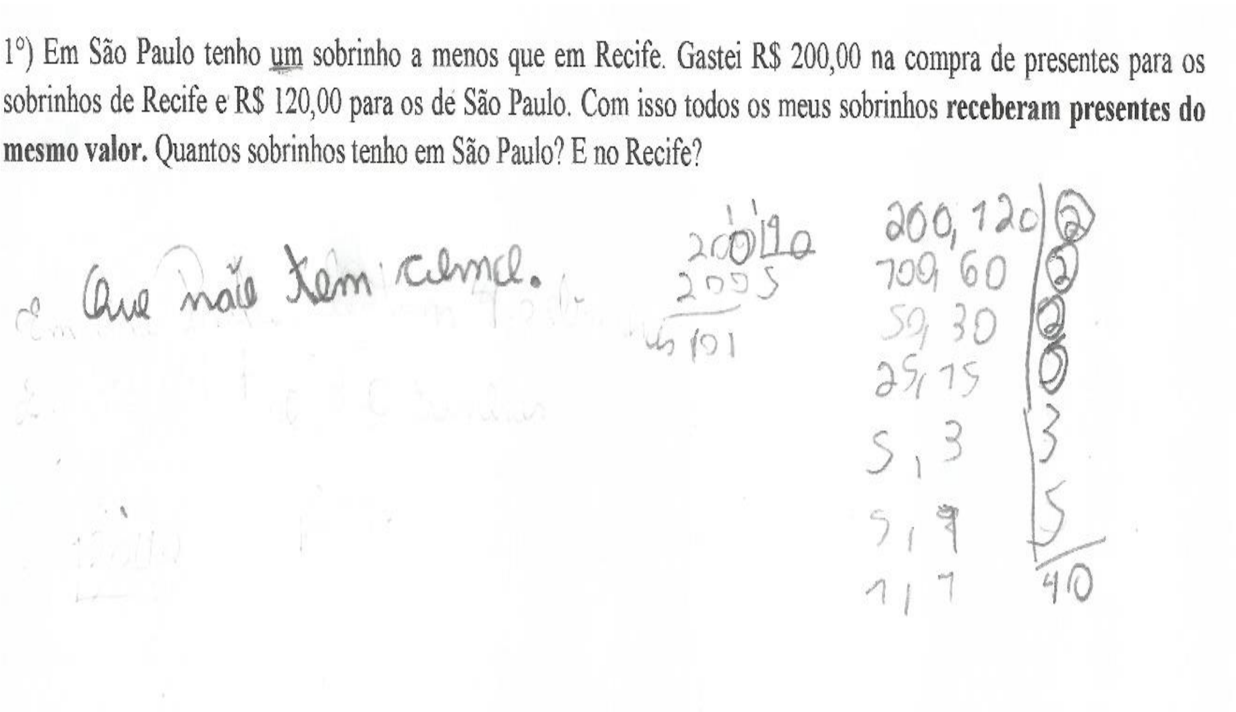
1º sujeito xadrezista: X1♂

O aluno X1♂, 11 anos, estuda há 2 anos na escola 1. Afirmou que não gosta de Matemática porque não vem entendendo o assunto, possui a média 8.5, e acha isso ruim, porque poderia ser melhor. Sobre problemas matemáticos, afirmou que depende do conteúdo para ele decidir se gosta ou não. Com relação à prática enxadrística: Aprendeu a jogar xadrez com 5 anos com primos e pais, atualmente pratica no clube escolar. Participa de torneios da Liga de

Xadrez Escolar e está se preparando para participar de outras competições de segmento não escolar.

No processo de resolução do primeiro problema, X1♂, após alguns cálculos colocou como resposta final ao problema **‘ Não tem como’** exibido na Figura 2. Destacamos que ele seguiu as orientações e manteve um diálogo com a pesquisadora durante todo o processo, o que de certa maneira facilitou a captação das estratégias adotadas.

Figura 2- Resolução do 1º problema: 1º Sujeito xadrezista



FONTE: Os autores (2019)

No recorte 01, veremos como foram mobilizadas as estratégias metacognitivas:

RECORTE 01
X1♂: Pensei que seria muito mais fácil... **[Estratégia metacogntiva de ordem pessoal]**
P: Por que não é fácil?
X1♂: É um pouquinho, **estou um pouco em dúvida ainda. ...[Estratégia metacogntiva de ordem pessoal]**
P: Por que?
X1♂: Porque em São Paulo tenho um sobrinho a menos que é em Recife, então quer dizer se eu descobrir o valor de quantos sobrinhos em Recife, subtraindo um, eu vou ter a quantia de São Paulo, mas aí ele fala, eu gastei 200 reais na compra de presentes para os sobrinhos de Recife, é, e 120 para os sobrinhos de São Paulo, é.... então, como ele está dizendo que tem um sobrinho ?! Por exemplo, o valor do presente dos sobrinhos de São Paulo é mais caro. **[Estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema**].

CONTINUAÇÃO DO RECORTE 01

P: É mais caro?!

X1♂: É.

P: Por que?

X1♂: Porque aqui vendo dizendo que os sobrinhos receberam o presente do mesmo valor, ou seja, ele gastou a mesma quantidade**... não, eita, está errado**... [**Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].**

P: O que está errado?

X1♂: **Estou confuso...** Ele tem mais sobrinhos em Recife... [**Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].**

De início, X1♂ falou sobre a dificuldade do problema, reavaliando que não é 'muito fácil' já que ele estaria em dúvida, mobilizando a estratégia metacogntiva de ordem pessoal.

Ao interpretar as informações do enunciado:

"(...) Eu gastei 200 reais na compra de presentes para os sobrinhos de Recife, e 120 para os sobrinhos de São Paulo, é.... então, como ele está dizendo que tem um sobrinho ?! Por exemplo, o valor do presente dos sobrinhos de São Paulo é mais caro. " O aluno lançou mão da **estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema**, uma vez que ele ao mesmo tempo que analisa os cálculos necessários para resolver o problema, percebeu que os valores dos presentes de São Paulo não estão adequados e precisam ser ' mais caros'. Continuaremos o processo de resolução do estudante enxadrista no recorte 02:

RECORTE 02

(...)

X1♂**:** Entendi, **em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife, gastei 200 reais na compra de presentes para os sobrinhos de Recife... e é 120 com os de São Paulo**.... É para fazer MMC, mas o MMC dos dois será 40, mas vou fazer aqui.... Eu já sei a resposta, mas vou fazer escrito aqui... [**Estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema e Estratégia metagonitiva da ordem do conhecimento].**

P: Como assim, por que precisa escrever?

X1♂: **Se tem um espaço aqui, é para eu usar esse espaço... (apontado para a parte em branca da folha).**

P: Não necessariamente, você consegue resolver e falar?

X1♂: Sim... **120÷4= daria 30 e aqui em 200÷5 daria 40**. Eita, **mas o presente é do mesmo valor**.

[Estratégia metacognitiva de ordem do procedimento e Estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema]

(...)

CONTINUAÇÃO DO RECORTE 02

X1♂: Acabei

P: Como?

X1♂: Eu tenho que subtrair 1 sobrinho da quantidade de sobrinhos de Recife, como em Recife ele gastou 200 reais, e 120 para os de São Paulo, esperai.... Os meus sobrinhos receberam presentes do mesmo valor... com um sobrinho ele gastou 80 reais, mas não tem lógica, se ele tivesse 2 sobrinhos em São Paulo, o valor do presente seria 160, então não é 80. [**Estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema**].

P: Como você respondeu?

X1♂: Não tem como, é porque 120 e 200 são múltiplos, mas é para ser o presente do mesmo valor, por isso, não tem como. [**Estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento e da compreensão do problema].**

Observamos que X1♂ foi adotando mecanismos matemáticos como divisão e M.D.C- Máximo Divisor Comum (mesmo ele dizendo que era MMC) para tentar resolver o problema, sempre levando em consideração as informações do enunciado.

Notamos também que o estudante xadrezista refletindo sobre o problema, mobilizou as estratégias metacognitivas categorizadas por Araújo (2009) e Lucena (2013) (Estratégia metacognitiva de ordem pessoal, procedimento, compreensão do problema como também a de conhecimento), chegando à conclusão que não teria como resolver a questão, pois, os presentes precisavam ser do mesmo valor.

X1♂ utilizou 20 minutos e 02 segundos no processo de resolução de problemas.

Apesar de não ser o objeto do nosso estudo, e não estarmos em sala de aula, podemos perceber que na fala de X1♂: '... Se tem um espaço aqui, é para eu usar esse espaço', se trata de uma regra de contrato didático instituída na sala de aula de Matemática, ou seja, para ele, o espaço em branco disponível abaixo de um problema matemático precisa ser preenchido com cálculos.

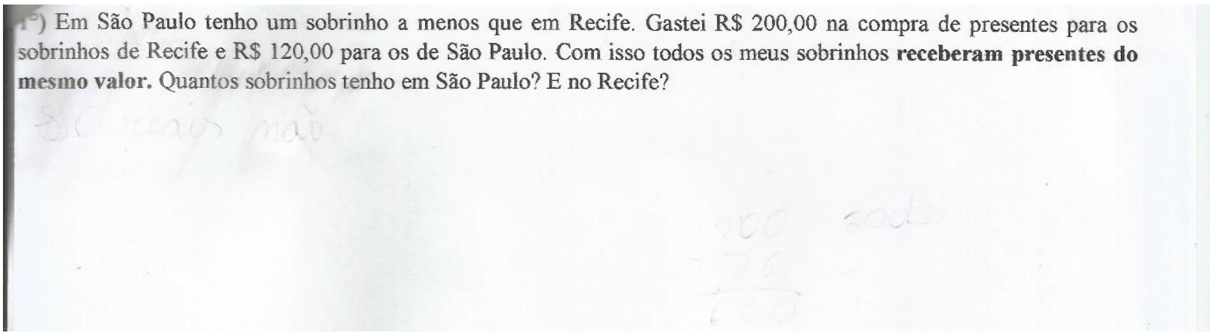
Apresentaremos no recorte 3 a resolução do estudante NX1 ♂, que fez dupla com X1 ♂, após a apresentação, compararemos os dois estudantes em relação às estratégias metascognitivas.

1º sujeito não xadrezista: NX1 ♂

NX1 ♂, tem 11 anos, não joga xadrez, estuda na escola 1, há um ano e alguns meses, gosta de Matemática, e sua média é 8.5 nessa disciplina, e, diferente de X1 ♂, a sua dupla nessa pesquisa, ele considera ótimo essa média. Gosta de resolver problemas matemáticos. Disse que o xadrez e a resolução de problemas têm a ver, pois os dois precisam de análise, pois se errar algum detalhe no jogo perde a partida, e resolvendo problema, perde a questão.

NX1 ♂, após refletir mentalmente, decidiu deixar o problema sem resposta como podemos visualizar na Figura 3, mas ele justificou a pesquisadora o motivo, podendo ser visualizado no recorte 03:

Figura 3 Resolução do 1º problema: 1º Sujeito não xadrezista


1º) Em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife. Gastei R$ 200,00 na compra de presentes para os sobrinhos de Recife e R$ 120,00 para os de São Paulo. Com isso todos os meus sobrinhos **receberam presentes do mesmo valor.** Quantos sobrinhos tenho em São Paulo? E no Recife?

FONTE: Os autores (2019)

RECORTE 03
NX1 ♂: Agora, esse primeiro, estou com dúvida nesse problema...
[Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].
P: Qual a sua dúvida?
NX1 ♂: Eu já tentei fazer... Tipo, se ele tem um sobrinho a menos em São Paulo é como se fosse 200-120, então ficaria, 80, sendo que não tem um divisor para ele [**Estratégia metacongitiva ordem da compreensão do problema, ordem do procedimento e estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento**].
P: Como você acha que é a resposta?
NX1 ♂: **Não sei**, se eu multiplicar, **ele não dá a resposta**, eu vou deixar em branco. [**Estratégia metacongitiva ordem pessoal e da compreensão do problema]**
P: Você não acha nenhuma resposta?
NX1 ♂: Eu já tentei, multiplicando, dividindo...
P: Se fosse uma prova valendo ponto?
NX1 ♂: Eu deixaria em branco.

Observamos que, para tentar solucionar o problema, NX1 ♂: fez o cálculo mental de 200-120=80, e assim concluiu que o problema não tinha solução, pois, os valores dos presentes precisavam ser os mesmos. Nesse momento, percebemos que o aluno lançava mão da estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema.

Como também, parece ter recorrido aos seus conhecimentos prévios, quando explica: "Não tem um divisor para 80", assim, lançando mão da estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento.

Mesmo com a hipótese da pesquisadora ' Se valesse ponto' o estudante manteve a seu posicionamento.

NX1 ♂ utilizou 4 minutos e 16 segundos para a resolver o problema. Apesar de optar por deixar a questão em branco, ele resolveu mentalmente e verbalizou.

Observamos que ambos estudantes adotaram as estratégias metacognitivas durante o processo de resolução do problema, porém, X1 ♂ realizou mais cálculos matemáticos entre divisões, multiplicações, subtração e MMC, o que refletiu na gestão de tempo, o aluno xadrezista utilizou a mais 16 minutos e 26 segundos mais do que o não xadrezista. Ilustraremos no Quadro 7:

Quadro 7- Comparativo de Tempo e Estratégias Metacognitivas: 1ª dupla

Estudante	**Tempo Utilizado 1º problema**	**Estratégia Metacognitiva De ordem pessoal**	**Estratégia Metacognitiva De ordem do procedimento**	**Estratégia Metacognitiva De ordem da compreensão Do problema**	**Estratégia Metacognitiva De ordem do conhecimento**
X1♂	20 min e 02 segs.	X	X	X	X
NX1♂	4 min e 16 segs.	X	X	X	X

FONTE: Os autores (2019)

Daremos prosseguimento à segunda dupla (Quadro 8):

Quadro 8- 2ª dupla

ALUNOS	ANO ESCOLAR	IDADE	MEDIA EM MATEMÁTICA
X2♀	7° ANO	12	9,5
NX2 ♂	7°ANO	12	9,5

FONTE: Os autores (2019)

Nessa dupla, não conseguimos um emparelhamento em relação ao gênero com igual média em Matemática. Temos então um estudante do gênero feminino xadrezista e outro do gênero masculino não xadrezista. Entretanto, eles cumprem os principais critérios: mesma média em matemática, mesma turma, e idade.

2º sujeito xadrezista: X2♀

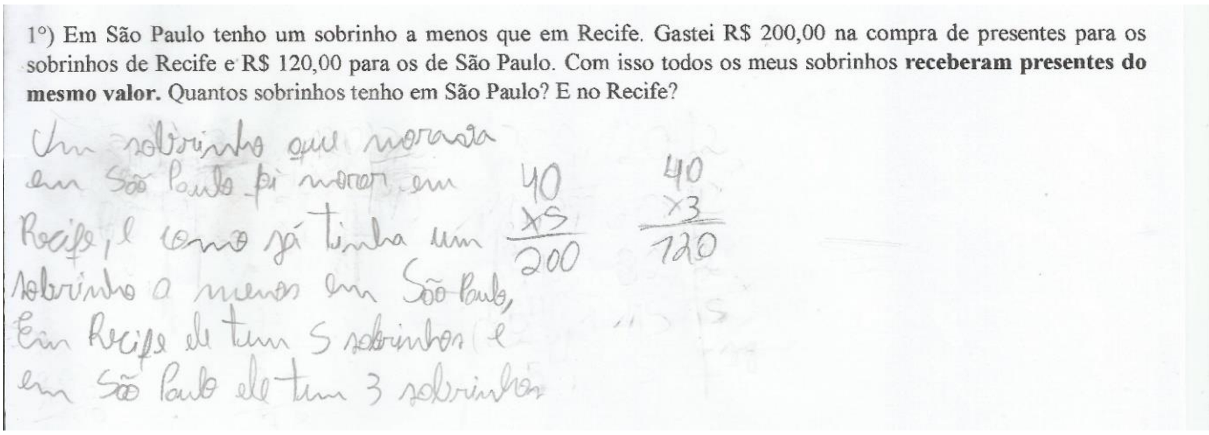
X2♀, tem 12 anos, estuda na escola 1 há dois anos. Diz que gosta muito de Matemática e tem a média em 9.5, considerando boa. Adora resolver problemas matemáticos e busca resolver de maneira sistemática por iniciativa própria de anos anteriores problemas da OBMEP.

Joga xadrez há três anos, aprendeu com seu pai, depois começou a frequentar o clube da escola. Tem um professor particular do jogo, participa de torneios escolares, como também outras competições. Estuda o jogo por meio de aplicativos e as aulas que tem com o professor. Acredita na relação do xadrez e os problemas matemáticos porque os dois precisam de reflexão para ter a atitude.

Ao resolver o 1º problema, colocou como reposta: "**Um sobrinho que morava em São Paulo foi morar em Recife, e como já tinha um sobrinho a menos em São Paulo. Em Recife ele tem 5 sobrinhos e em São Paulo tem 3 sobrinhos. "** Apresentando ao lado a multiplicação 40x 5=200 e 40 x 3= 120 exibido na Figura 4.

A estudante levou em consideração as informações do enunciado, porém, como os resultados não eram satisfatórios ela procurou um meio de justificar a sua solução. No recorte 04, exibiremos como X2♀ foi construindo a sua resposta.

Figura 4- Resolução do 1º problema: 2º Sujeito xadrezista


1º) Em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife. Gastei R$ 200,00 na compra de presentes para os sobrinhos de Recife e R$ 120,00 para os de São Paulo. Com isso todos os meus sobrinhos **receberam presentes do mesmo valor.** Quantos sobrinhos tenho em São Paulo? E no Recife?

Um sobrinho que morava em São Paulo foi morar em Recife, e como já tinha um sobrinho a menos em São Paulo, Em Recife ele tem 5 sobrinhos e em São Paulo ele tem 3 sobrinhos

40 x5 = 200

40 x3 = 120

FONTE: Os autores (2019)

RECORTE 04

X2♀ fez o cálculo 80x3=240, observou o enunciado apagou, depois fez: 200÷4=50; 120÷3=60; 200÷5=40; 120÷4? Observou os cálculos realizados pensativa. Apagou o que havia feito e colocou 200÷2 depois apagou. Releu o problema, escreveu: 200-120=80 posteriormente, 200 ÷? =80 e 120÷? =80 . Em seguida, observou com estranheza a questão.

P: Como você está pensando em resolver a questão?

X2♀: Estou procurando um valor que dê o mesmo para dividir 200 e 120, mas menos um, aí teria que dá igual para eu poder dividir, **mas não estou conseguindo achar**. **[Estratégia Metacognitiva de ordem do procedimento e da compreensão do problema].**

X2♀ fez 200÷6, posteriormente fez 200÷10; 120÷9; 200÷13;120÷12. Observou o problema e realizou o MDC encontrando o resultado de 40. (...)**[Estratégia Metacognitiva de ordem do procedimento].**

No recorte 04, observamos que X2♀ para tentar resolver o problema realizou cálculos de multiplicação, divisão, subtração e M.D.C., levando em consideração as informações do enunciado, o que é verificado no trecho: ‘Estou procurando um valor que dê o mesmo para dividir 200 e 120, mas menos um, aí teria que dá igual para eu poder dividir, mas não estou conseguindo achar’.

No recorte 05, a aluna falou sobre uma possibilidade de resposta que era inconsistente, mas apresentava um raciocínio justificado com a multiplicação:

RECORTE 05

X2♀ observou pensativa o enunciado, e releu novamente acompanhando a leitura com o lápis por seis vezes e escreveu: 40x5= 200 40x3= 120**[Estratégia metacognitiva da ordem do procedimento]**, e falou:

-É que em Recife ele teria cinco sobrinhos e São Paulo três, mas ele tem um sobrinho a menos... **[Estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema].**

P: Então...

X2♀: Eu não estou encontrando um número entre 200 e 120 que divida e dê o mesmo resultado, quer dizer, por exemplo, 200 dividido por 5 dá 40, aí o outro teria que ser 120 dividido por 4 e daria 30. Mas aí o presente é do mesmo valor, e os resultados estão saindo diferentes**. [Estratégia metacogntiva da ordem do procedimento e compreensão do problema].**

P: Como você responde o enunciado?

X2♀: (Observou o problema pensativa). Não sei**...** –[**Estratégia metacongitiva de ordem pessoal**]

P: Pela sua explicação, como você acha que é a resposta?

X2♀: Então, eu posso dizer que em São Paulo tenho um sobrinho a menos que no Recife, pode fazer assim, um sobrinho que morava em São Paulo foi para Recife?

P: Você acha que é isso?

X2♀: Ficaria cinco e três. É isso.

Na fala de X2♀: ‘ (...) Mas ele tem um sobrinho a menos’, aparentemente a estudante demonstrou ter o conhecimento que sua resposta não foi coerente, porém, como ela não conseguiu pensar em outras possibilidades, visto que já havia feito vários cálculos, sem sucesso, procurou justificar a sua solução de forma a encontrar um resultado coerente: **‘ Um sobrinho em São Paulo foi para Recife’**, extrapolando os dados do enunciado. Colocando até a multiplicação (disponível na Figura 3).

Ao longo do processo de resolução, X2♀ realizou 17 cálculos matemáticos diferentes, seja utilizando divisão, multiplicação ou MMC. Câmara dos Santos (2002) comentou que o aluno na resolução de problemas precisa realizar tentativas, estabelecer hipóteses e validar seus resultados.

Fazendo um paralelo com o jogo de xadrez, e relembrando que X2♀ tem um professor particular do jogo, percebemos que a estudante buscou testar suas hipóteses para obter uma solução plausível, prática muito comum em treinamentos enxadrísticos. Quando um xadrezista está estudando o jogo, ele avalia as estratégias adotadas. De acordo com Filgth (2005) isso consiste em “formações de planos até a consecução do melhor lance e isso requer uma avaliação constante das ações adotadas”. Observando a enxadrista durante a resolução dos problemas, podemos perceber que a aluna analisava os cálculos feitos e relia o enunciado, provavelmente, com o intuito de verificar se sua resposta era coerente com a pergunta do problema.

Na entrevista de explicitação, que fizemos acerca de um mês após a aplicação do problema, a estudante comentou sobre a sua dificuldade para encontrar a solução, que observaremos no episódio 01:

EPISÓDIO 01: ENTREVISTA DE EXPLICITAÇÃO - X2♀

P: O que você achou desse problema?

X2♀: Confuso

P: Por quê?

X2♀: Porque... a pergunta... as contas que eram para ser feitas não estavam dando o valor que estava para ser certo

P: O que você achou de resolver ela?

X2♀: Eu fiz várias tentativas, mas não deu certo, aí eu vi que não dava para resolver essa questão.

P: Você não deixou respondida?

X2♀: Mesmo depois de fazer muitas contas, eu ainda não encontrei o resultado.

Na entrevista de explicitação a estudante avaliou a questão como confusa já que seus resultados não estavam dando certo, ou seja, X2♀ demonstrou uma certa “estranheza” diante dos resultados encontrados e parecia saber que sua resposta estava errada. Com isso, a pesquisadora questionou o porquê apresentar uma solução, mesmo que inconsistente.

CONTINUAÇÃO DO EPISÓDIO 01: ENTREVISTA EXPLICITAÇÃO- X2♀

P: Mas você resolveu ela.

X2♀: Sim, eu resolvi, mas não foi o resultado, não era o valor que era para ser, não bateu os sobrinhos de Recife e de São Paulo.

P: E essa resposta que você colocou aqui?

X2♀: Eu acho que ela não está certa.

P: Mas por que você colocou essa?

X2♀: Para não deixar em branco.

P: Por que não pode deixar em branco?

X2♀: Porque você pode ter a chance de acertar.

Observamos por meio da fala de X2♀ que ela demonstrou estar “presa” a regra do contrato didático que ela mesma explicita: “ não se deve deixar uma resposta em branco, porque há a chance de acertar”. Mesmo a estudante avaliando que sua resposta poderia não estar certa no trecho: ‘Sim, eu resolvi, mas não foi o resultado, não era o valor que era para ser, não bateu os sobrinhos de Recife e de São Paulo’ ela achou necessário colocar alguma coisa ao invés de deixar a questão sem responder, sendo justificado que ‘... Teria a possibilidade de acertar’.

Na continuação, a pesquisadora perguntou o que a estudante acharia de resolver o problema em sala de aula:

CONTINUAÇÃO DO EPISÓDIO 01: ENTREVISTA EXPLICITAÇÃO- X2♀

P: Ok... se fosse ela em sala de aula?

X2♀: Eu acho que seria mais fácil.

P: Por quê?

X2♀: Porque o assunto eu consigo entender bem, e aí quando caísse na prova essa pergunta eu conseguiria resolver, eu já peguei pergunta mais difícil e consegui resolver.

P: Você achou a questão fácil ou difícil?

X2♀: Difícil, porque pelas contas eu pensei que seria fácil, mas quando fiz a conta e não deu certo, eu achei ela mais difícil.

P: Por que a conta não deu certo?

X2♀: Porque era para dar o mesmo valor de presente para cada sobrinho e nunca dava os sobrinhos. Sempre

Percebemos X2♀ ao ler o problema avaliou que seria fácil de resolver, mas no decorrer do processo de resolução, ao não encontrar o resultado satisfatório ela considerou o problema difícil.

A aluna ainda avaliou que se fosse trabalhado em sala de aula, conseguiria resolver facilmente já que ela consegue entender 'bem' o assunto desenvolvido em sala de aula, o que foi confirmado na sua afirmativa 'eu já peguei pergunta mais difícil e consegui resolver'.

Câmara dos Santos (2002) comentou em relação aos livros didáticos de Matemática, que trabalhavam o conteúdo, depois mostravam um 'modelo de exercício resolvido' e em seguida solicitavam que os estudantes respondessem uma sequência de problemas com a estrutura parecida ao modelo. Nesse sentido, o estudante já identifica o conteúdo ao qual o problema pertence, e segue o mesmo modelo para resolvê-lo. Como o livro didático é a principal, e as vezes a única fonte de consulta para o professor ao preparar as aulas, (LUCENA, 2013). Possivelmente, o professor de Matemática dessa aluna utiliza o modelo do livro didático durante as aulas, o que acaba tornado os problemas em meros exercícios. Nesse sentido, a estudante se sente segura dentro desse 'contrato' de resolução, mas ao se deparar com um contexto diferente, não consegue o desempenho esperado.

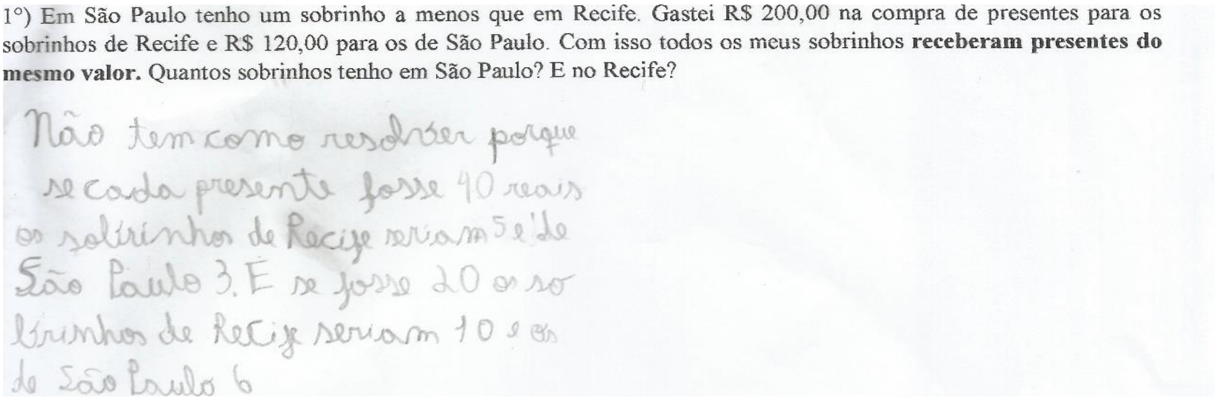
Daremos prosseguimento ao perfil do 2º sujeito não xadrezista que fez dupla com X2♀

2º sujeito não xadrezista: NX2 ♂

NX2 ♂ tem 12 anos, estuda há dois anos na escola 1, e acha a disciplina de Matemática boa, mas difícil. Tem a média 9.5 e considerando boa, disse que depende do problema matemático para ele decidir se gosta de resolver. Afirmou que existe uma relação entre o xadrez e a resolução de problemas matemáticos, pois os dois envolvem lógica. Para responder um problema se segue uma lógica, mesma coisa no xadrez, para ganhar é preciso ter um bom raciocínio.

Ao resolver o primeiro problema, NX2 ♂ colocou**: "Não tem como resolver porque se cada presente fosse 40 reais os sobrinhos de Recife seriam 5 e São Paulo 3 e se fosse 20 os sobrinhos de recife seria 10 e os de São Paulo 6. "** Disposto na Figura 5:

Figura 5- Resolução do 1º problema: 2º Sujeito não xadrezista



1°) Em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife. Gastei R$ 200,00 na compra de presentes para os sobrinhos de Recife e R$ 120,00 para os de São Paulo. Com isso todos os meus sobrinhos **receberam presentes do mesmo valor.** Quantos sobrinhos tenho em São Paulo? E no Recife?

Não tem como resolver porque
se cada presente fosse 40 reais
os sobrinhos de Recife seriam 5 e de
São Paulo 3. E se fosse 20 os so
brinhos de Recife seriam 10 e os
do São Paulo 6

FONTE: Os autores (2019)

Observamos que NX2 ♂ justificou o porquê não teria como solucionar o problema por escrito, porém seus cálculos foram mentais (fato mencionado por ele, e por isso não temos o registro escrito). No recorte 06 veremos a fala sobre o seu raciocínio:

RECORTE 06

NX2 ♂: Estou com dúvida nessa primeira questão...[**Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].**

P: Qual?

NX2 ♂: É que tipo, eu não estou conseguindo achar o resultado, é ... eu já tentei dividir para ver se encontro algum, mas não... **[Estratégia Metacognitiva da Ordem da Compreensão do problema].**

P: Como assim?

NX2 ♂: Tipo, para mim era 40 a diferença, mas não pode ser, porque se fosse 40 a diferença de sobrinho seria de 2, por 20 a diferença seria muito também, do que 1, aí não estou conseguindo encontrar. **[Estratégia Metacognitiva da Ordem da Compreensão do problema]**

P: Você disse que a diferença seria dois e no outro?

NX2 ♂: Por 20 a diferença seria de 4 e 2 sobrinhos, mas acho que essa questão está errada...[**Estratégia metacognitiva de ordem do procedimento e pessoal].**

P: Por quê?

NX2 ♂: Porque para mim não tem como uma diferença certa... é.... Tipo, eu não sei... ...[**Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].**

P: Sua resposta vai ser qual?

NX2 ♂**:** (Expressão de pensativo) .... Se eu botasse que os presentes fossem de 40 reais em Recife teriam cinco sobrinhos e em São Paulo teriam três. E se eu botasse que os sobrinhos recebessem presentes de 20, aqui teriam dez sobrinhos e aqui ia ter seis, a diferença não vai ser de um. [**Estratégia Metacognitiva da Ordem da Compreensão do problema**]

No recorte 6 vimos que foi mobilizada a estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema, visto que ele interpretou as informações do enunciado para chegar à sua conclusão.

Ressaltamos que no trecho **‘Se eu botasse que os presentes fossem de 40 reais em Recife, teriam cinco sobrinhos e em São Paulo teriam três. ’** NX2 ♂ teve o mesmo raciocínio matemático de X2♀ em considerar que o valor dos presentes seria de 40 reais. Porém, ela decidiu que um sobrinho mudou de cidade, já o estudante não xadrezista optou por colocar que não teria como solucionar.

Na entrevista de explicitação, NX2 ♂ deixou claro a impossibilidade de resolver o problema, sendo observado no episódio 02:

EPISÓDIO 02: ENTREVISTA DE EXPLICITAÇÃO NX2 ♂

P: O que você achou dessa primeira questão?

NX2 ♂: Eu achei um pouco difícil de compreender.

P: Por que?

NX2 ♂: Porque meio que as pessoas vão começar fazendo da forma dos sobrinhos, vão ficar pensando, mas não tem como resolver, aí ele vai tentar achar uma resolução.

P: Para você foi difícil ou fácil resolver ela?

NX2 ♂: Um pouco difícil, porque as pessoas iam tentar uma resolução, mas não teria como achar essa resolução.

P: Mas e você, como você pensou?

NX2 ♂: Eu ainda perdi um tempinho tentando achar, depois eu vi que não tinha solução.

Para o estudante, esse tipo de problema ‘é difícil de compreender’, mas que durante o processo de resolução perceberiam que não tinha solução. NX2 ♂ ainda mencionou o fato de ‘perder um tempinho’ para concluir isso.

Um dado interessante, ao compararmos os alunos da presente dupla foi que ambos pensaram no valor de 40 para os presentes, mas com distintas justificativas. Destacamos que aplicamos os problemas de maneira individual, e que tivemos a preocupação que eles não tivessem contato após aplicação justamente para os estudantes não conversarem sobre possíveis solução.

Ao longo do processo de resolução observamos que X2♀ e NX2 ♂ mobilizaram a estratégia metacognitivas, contudo, a estudante xadrezista utilizou 25 minutos e 12 segundos a mais de tempo em relação ao não xadrezista, realizando vários cálculos matemáticos. Como veremos no Quadro 9 abaixo:

Quadro 9- Comparativo de Tempo e Estratégias Metacognitivas: 2ª dupla

Estudante	Tempo Utilizado 1º problema	Estratégia Metacognitiva De ordem pessoal	Estratégia Metacognitiva De ordem do procedimento	Estratégia Metacognitiva De ordem da compreensão Do problema	Estratégia Metacognitiva De ordem do conhecimento
X2♀	30 min e 23 segs.	X	X	X	X
NX2♂	5 min e 11 segs.	X	X	X	

FONTE: Os autores (2019)

Daremos prosseguimento à terceira dupla, que é oriunda da escola 2. Também da rede privada de ensino.

Para formar essa dupla, não encontramos um aluno com igual média em Matemática, então a direção escolar sugeriu outro aluno de média próxima como vemos no Quadro:

Quadro 10- 3ª dupla

ALUNO	GÊNERO	ANO ESCOLAR	IDADE	MEDIA EM MATEMÁTICA
X3 ♂	M	7° ANO	12	**8.5**
NX3 ♂	M	7°ANO	12	**9.0**

FONTE: Os autores (2019)

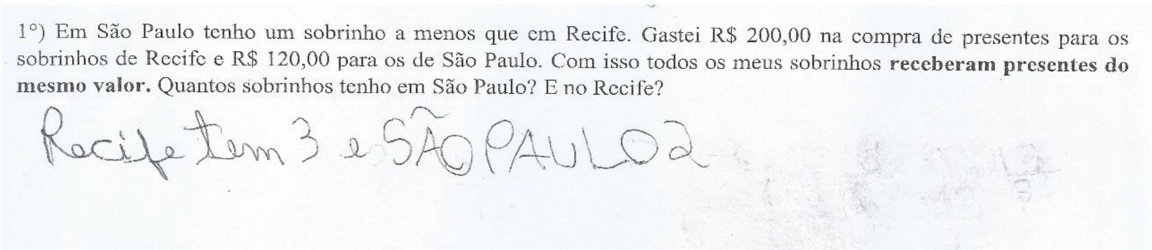
Percebemos que o não xadrezista possui a média superior em 0.5 do que o xadrezista.

3º sujeito xadrezista: X3 ♂

X3 ♂,12 anos estuda há 1 ano e alguns meses na escola 2, gosta de Matemática e acha ela importante, possui a média em 8.5, acha que os problemas desafiam o cérebro, mas que as vezes é difícil. Diz que vê relação entre o xadrez e os problemas matemáticos “porque os dois precisam pensar”. Aprendeu a jogar com 7 anos com a mãe, pratica o jogo em casa e com amigos, participa de torneios da Liga de Xadrez, estuda por meio de softwares e aplicativos de celular.

O estudante X3 ♂ colocou como resposta**: Recife tem 3 e São Paulo 2** indicada na figura 06. No recorte 07, observaremos o raciocínio utilizado para essa solução.

Figura 6- Resolução do 1º problema: 3º Sujeito xadrezista


1°) Em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife. Gastei R$ 200,00 na compra de presentes para os sobrinhos de Recife e R$ 120,00 para os de São Paulo. Com isso todos os meus sobrinhos **receberam presentes do mesmo valor.** Quantos sobrinhos tenho em São Paulo? E no Recife?

Recife tem 3 e SÃO PAULO 2

FONTE: Os autores (2019)

RECORTE 07

X3 ♂ releu o problema por três vezes, e calculou 200÷4=50 e 120÷3=40, posteriormente apagou. Depois fez 200 ÷6 e 120÷5 e em seguida apagou.

P: Como você está resolvendo?

X3 ♂: Dividindo o número maior de Recife e o número menor no outro para ver quanto vai dar e aí vê se dá igual. O estudante continuou tentando pelos cálculos:120÷7 e 200÷8; 200÷12 e 120÷12; 320÷20) **[Estratégia metacognitiva de ordem do procedimento]**

(...)

X3 ♂: Ah! **O primeiro eu já sei, é fácil, e eu me enrolando**.... **É só fazer um menos o outro que dá 80**, ai 80+80=120 **(?) ai ele tem dois filhos (?) em São Paulo e 3 no Recife**. (O estudante demonstrou estar confuso) **[Estratégia metacognitiva de ordem pessoal; estratégia metacognitiva da ordem do procedimento; [Estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema].**

P: 2 em São Paulo e 3 em Recife... Como você chegou no resultado*?*

X3 ♂: Eu não estou entendendo, porque em Recife tem um a mais do que São Paulo, aí seria, um menos o outro para saber o valor de uma pessoa, que é a mais, mas... (observou o problema franzindo a testa) 80+80 não é 120! Porque se fizer um menos o outro tem que dar 120... *(*voltando a reler o problema**) [Estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema].**

Observamos que o estudante demonstra estar confuso devido aos seus cálculos não apresentarem uma solução em que os valores dos presentes correspondam à quantidade de sobrinhos. Percebemos que X3♂mobilizou a estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema ao constatar que 80+80 não era 120, e assim, o resultado de 2 e 3 sobrinhos não estavam corretos. Continuando a resolução no recorte 08:

RECORTE 08

P: Como você está pensando?

X3 ♂: Eu sabia, quanto de dinheiro foi para cada sobrinho, eu fiz agora assim, eu somei tudo, e dividi por um valor que dividi, deu 16, 16 por 2 dá 8, aí seria como se tivesse... um tem que ter mais e outro menos... (releu o problema) .... **Tem que dar um número exato dividindo.**

P: Como assim?

X3 ♂: Eu estou dizendo que quando divide dá aquele número, aí não tem como botar um menos e um mais, não tem como botar, tipo, 7 e 8 porque aumenta um número) **[Estratégia metacognitiva de ordem do procedimento].**

X3 ♂ ao afirmar: **‘Tem que dá um número exato dividindo’** parece-nos que queria dizer que o número precisava ser inteiro. Na pesquisa de Araújo (2009, p. 175) em relação a esse mesmo problema, ao ser questionado, o professor W. ao assistir à resolução desse, da sua própria turma por meio do vídeo afirmou: “A gente está acostumada a resolver os problemas da gente tudo bonitinho, não é?! Mas a gente pega um sem solução, fica querendo dar uma solução coerente com todo o jeito, altera ou força, e outra, ainda mais com número inteiro, tem que dar inteiro. ” Logo, isso parece ser uma regra do contrato didático presente nas classes de Matemática.

Observamos que o estudante demonstra ter a noção de que algo não está coerente, entretanto, não sabe exatamente o quê. No recorte 09 veremos como o aluno conclui o processo de resolução:

RECORTE 09
X3 ♂: Acho que **vou dividir oito por cada um... eu dividi 20 por cada um e dá o valor dividido o total de tudo, o valor dividido por 16... [Estratégia metacognitiva de ordem do procedimento**] .... Não tem como ser um seis e outro dez... **Vou botar como a minha primeira opinião (fisionomia de chateado), eu acho que é a única que pode estar certa**.**- [Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].**
X3 ♂escreveu: Recife tem 3 e São Paulo 2 e falou: **Um menos o outro dá 80, então dá em Recife tem 3, e em São Paulo tem 2**.**-** [**Estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema].**

No recorte 09 observamos que X3 ♂ mobilizou a estratégia metacognitiva de ordem do procedimento, destacado no trecho: ‘**eu dividi 20 por cada um e dá o valor dividido o total de tudo, o valor dividido por 16...** ’ Em seguida o estudante expressa que sua solução: ‘ **acha que é a única que pode estar certa’,** com a estratégia metacognitiva de ordem pessoal. É demonstrado que ele não tinha certeza sobre sua resposta, mas parece optar por arredondar os valores, explicando 200-120= 80, e por isso, os sobrinhos seriam 3 em Recife e 2 em São Paulo, lançando mão da estratégia da ordem da compreensão do problema (Lembrando que a resposta correta seria 2.5 em Recife e 1.5 em São Paulo).

No decorrer do processo X3 ♂ fez 9 cálculos matemáticos entre subtrações e divisões. Na entrevista de explicitação (Episódio 03), deixou claro que o problema para ele não tinha solução, e que por isso, foi difícil resolvê-lo.

EPISÓDIO 03: ENTREVISTA DE EXPLICITAÇÃO- X3 ♂

P: O que você achou desse primeiro problema e por que?

X3 ♂: Difícil.

P: Por quê?

X3 ♂: Porque eu não achei um número certo. **NX3** ♂ disse que era dois e meio, mas como você parte o sobrinho no meio?! Eu não vejo resultado,

P: Mas o que achou dele?

X3 ♂: Difícil, achei que não tem solução de maneira certa, pode ser que tenha, né, mas não consegui achar.

P: Você viu problemas assim?

X3 ♂: De vez em quando eu vejo na sala, mas assim, esse não teve solução aí ficou difícil.

X3 ♂ considerou o problema difícil porque não encontrou o resultado de acordo com ele, correto. Percebemos no trecho **'.** NX3 ♂ **disse que era dois e meio, mas como você parte o sobrinho no meio?! Eu não vejo resultado'**, que o aluno não xadrezista que fez dupla com ele, conversou sobre a resolução do problema, mas para X3 ♂ o problema continuava sem uma resposta coerente.

Destacamos que realizamos a entrevista de explicitação dias após a aplicação dos problemas, e a conversa dos estudantes, sobre a possível resposta correta, provavelmente aconteceu nesse intervalo, visto que tivemos o cuidado que um aluno não tivesse contato com outro enquanto estávamos coletando os dados nas escolas.

Ainda sobre a dificuldade relatada por X3 ♂em resolver o problema, aparentemente, o estudante ficou preso à regra do contrato didático **em que todo o problema tem solução**, o que pode ter influenciado no seu processo de resolução.

Na sequência, apresentamos a dupla do estudante X3 ♂, o aluno NX3 ♂seguido do seu processo de resolução, como também a entrevista de explicitação.

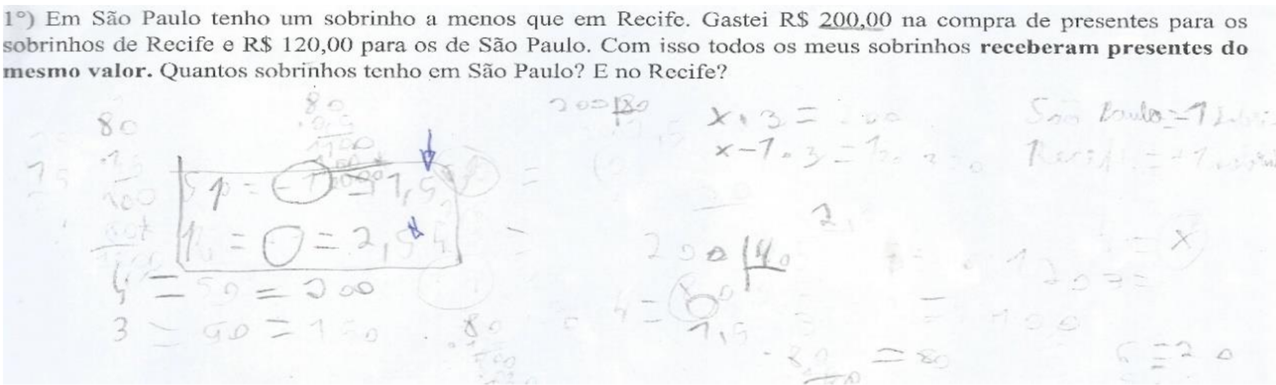
Adiantamos que esse estudante demonstrou um comportamento diferenciado dos demais participantes do presente estudo frente ao problema, sempre questionando o seu próprio desempenho, assim como também se auto motivando para solucionar, e também se distinguiu fortemente dos outros estudantes não xadrezistas pelo tempo que "gastou" na resolução do problema 1.

3º Sujeito Não Xadrezista: NX3 ♂

NX3 ♂, 12 anos, estuda há dois anos na escola 2. Adora Matemática, mas fez uma crítica ao ensino da sua atual escola, de acordo com ele “não vemos problemas que nos levem a refletir, o ensino é mecanizado, baseado em fórmulas”. Sobre sua média em Matemática de 9 considera razoável, porque tem capacidade de tirar 10. Adora resolver problemas matemáticos, pois o faz raciocinar. Afirmou que o jogo de xadrez e a resolução de problemas tem muita ligação, “porque nos dois é necessário compreender, planejar e analisar. No jogo temos o nosso oponente, na matemática o problema”. O aluno se diz fascinado pelo jogo que o conheceu na escola, mas não pratica. Como resposta, NX3 ♂ colocou: SP: 1.5 RE: 2.5 sendo visualizada na Figura 7.

Destacamos que esse estudante seguiu à risca a orientação da pesquisadora, e verbalizou toda a sua resolução, demonstrando como estava pensando para resolver o problema proposto, o que facilitou a percepção das estratégias metacognitivas adotadas, como veremos no recorte 10:

Figura 7- Resolução do 1º problema: 3º Sujeito não xadrezista



FONTE: Os autores (2019)

RECORTE 10
NX3 ♂: Tenho que dividir ... (fez o cálculo de maneira mental e olhou com estranheza para a questão) .... Eu consigo fazer com os de São Paulo, menos os de Recife, mas não está dando, precisa ser do mesmo valor... Ele gastou R$ 320,00 e tem um a menos, como a gente pode dividir isso?! (Balançou a cabeça negativamente) ... não consigo pensar em nenhum número (fisionomia de estranheza) .... Cinco... ah, perai, não. [**Estratégia metacogntiva de ordem do procedimento].**

O estudante no início da resolução percebeu que o problema tinha uma certa dificuldade, sendo notada na sua fala **‘Ele gastou R$ 320,00 e tem um a menos, como a gente pode dividir isso?! .... Não consigo pensar em nenhum número’.** Após algum tempo pensando sobre o problema, NX3 ♂ pensou que havia solucionado, mostrado no recorte 11:

RECORTE 11

NX3 ♂: Precisa ter algum cálculo explícito?! Porque eu fiz na lógica mesmo.

P: Basta você explicar...

NX3 ♂: Ok, vamos lá... **eu primeiro não consegui armar nenhum esquema**, para bolar uma conta direta entre 200 e 120 para fazer uma divisão, então fui por aqui (mostrando a folha) vamos lá, se em Recife eu gastei 200,00, eu suponho que em Recife eu tinha 5 sobrinhos, e comprei presentes de 40 reais, eita, espera aí... está errado isso, é menos um, né?! Então não pode ser assim, já está errado... putz .... **Como assim?! ...120,00 reais, seis, cinco... não pode ser, por sete nem tem como**, vamos lá ... Não pode ser também, vou tentar nessa lógica, mesmo. Por sete?! Mas sete não dá. Isso aqui não vai dar para armar nenhum esquema, o que está faltando para eu fazer, por 8? ... não. Por 40 não dá. [**Estratégia metacognitiva de ordem pessoal, procedimento e da compreensão do problema].**

Percebemos que o estudante lançou mão de estratégias metacognitivas, mas ele próprio por meio da sua reflexão percebeu que sua solução estaria equivocada no seguinte trecho **'...E comprei presentes de 40 reais, eita, espera aí... está errado isso, é menos um, né?! Então não pode ser assim, já está errado**...' Assim, NX3 ♂ deu continuidade ao processo de resolução mostrado no recorte 12:

RECORTE 12

P: Como você está pensando para responder?

NX3 ♂: Esse problema aqui, ele é bem simples de resolver, **só que eu não estou conseguindo raciocinar bem, eu já consegui a linha de pensamento, só falta resolver, agora. Só preciso armar um esquema mental, e é isso que não estou conseguindo fazer.** [**Estratégia metacognitiva de ordem pessoal]**

O estudante mobilizou a estratégia metacognitiva de ordem pessoal, fazendo uma auto avaliação de que ' não estaria conseguindo raciocinar bem' já que o problema é 'simples de resolver'.

Depois de um tempo sem conseguir resolver o problema, NX3 ♂ decidiu resolver os problemas 2 e 3 (que se encontram no apêndice 04). Ao retomar, ele auto avaliou que estaria mais apto, lançando mão da estratégia metacognitiva de ordem pessoal, podemos visualizar no recorte 13:

RECORTE 13

NX3 ♂: Essa aqui, eu consegui pensar melhor... meu subconsciente estava trabalhando nessa, e agora eu acho que vou conseguir fazer. Vamos lá. ...

P: Ah, então você estava pensando nela?

NX3 ♂: Sim, eu estava fazendo as outras e pensando nela, porque eu acho que eu já esteja bom, porque **meu subconsciente ele está focado naquela outra questão, e até porque, quando você vai fazendo os cálculos, é mais prático para você voltar a questão que você não sabia e realizar.** ... vamos lá. [**Estratégia Metacognitva de Ordem Pessoal**]

Notamos a mobilização da estratégia metacognitiva de ordem pessoal, NX3 ♂: demostrou se conhecer, e acreditou que seu desempenho melhoraria, atribuindo ao fato de ter resolvido outros problemas, o que de acordo com ele ativou o seu raciocínio. Dando prosseguimento ao processo de resolução no recorte 14:

RECORTE 14

NX3 ♂ escreveu x.z (o preço do presente) =200 e x-1.z =120. e falou:

-Vamos lá, o que posso fazer? Eu tenho que achar um número, que dê para 200. Cinco presentes de 40 reais ou 4, já não pode ser, está difícil aqui, se ele dá seis presentes, opa, seis sobrinhos se ele tem, e 20 reais o preço, dá 120, porém, não dá 200, certo, beleza. Dois presentes de 60, mas não chega nem perto de 200, 4 presentes de 30 reais dá 120, mas com 200 também não dá e 3 de 4 também não vai dar... Pode ser um número não exato. Pode com 5...

P: Por que por 5?

NX3 ♂: Porque o final com 5 pode ser 0. **Os múltiplos de 5 são sempre 0 e 5** [**Estratégia Metacognitiva da Ordem do Conhecimento].**

NX3 ♂: Então, é isso. Então pode ser o quê? 45, deixa eu fazer com 45... pegar alguns números e dividir por um z. e ver o quanto dá, **5 presentes de 40 dá 200, mas por causa dos 120,00 não dá. 35 vezes 4**? **Dá 140, não pode ser....**. **Decimal nem pode ser, já que é um número com vírgula,** qual a combinação mesmo que eu tinha feito antes**? Era cinco e quatro... mas dá 150. Espera aí, vou tentar deixar 4 e 3,** tentar deixar essa combinação, **200 por 4 dá 50, aqui daria 200, ok, porém aqui, daria mais, então não pode**. **A combinação precisa ser 4 e 3, mas menor que 5**0**. Bom, não tenho como fazer... um que possa dar 200.** .... Esse esquema, o que posso criar?! .... **Aí que raiva, vamos lá ...[Estratégia metagonitiva da ordem do procedimento, conhecimento, da compressão do problema e pessoal].**

Notamos que NX3 ♂ levantou várias hipóteses para tentar resolver o problema, e uma delas daria a solução, mas foi descartado porque não seria um número inteiro, observado no trecho: ‘**Decimal nem pode ser, já que é um número com vírgula’.** O que mostra que NX3 ♂ ficou preso à Regra do Contrato Didático citada pelo professor W no estudo de Araújo (2009) e já mencionada nessa análise: ‘As pessoas são acostumadas a resolver problemas algébricos obtendo soluções com número inteiro’. Assim, nesse momento, NX3 ♂ teve o mesmo posicionamento de seu par X3 ♂ ao descartar uma solução com número decimal.

Continuando o processo de resolução no recorte 15:

RECORTE 15

NX3 ♂: (Tom de voz demonstrando irritação). É o mesmo valor, como é o mesmo valor**?! Não consigo, não. [Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].**

... Em São Paulo tem menos um, que no Recife, mas sei lá, a diferença de Recife e São Paulo ... tem alguma coisa, tem alguma coisa, a diferença não é essa, se fosse pela diferença, será que eu vou achar alguma coisa?! ... O quê que falta?! Os juros do presente? Não... por que não estou conseguindo pensar?! ... Eu só tenho quatro informações essenciais, a primeira, é que em São Paulo tem menos um sobrinho, do que em Recife, primeira informação**. A segunda e a terceira informações são explicitas, no lugar que eu tenho mais um sobrinho eu gastei duzentos reais e no lugar que eu tenho menos um sobrinho, eu gastei cento e vinte reais, a diferença é de oitenta reais, uma pessoa vale oitenta reais...[Estratégia metagonitiva da ordem de compressão do problema].**

NX3 ♂ recorreu às informações do enunciado para tentar resolver o problema, porém ele avaliou que não está conseguindo, mobilizando a estratégia de ordem pessoal: 'não consigo, não', mesmo assim, ele não desistiu lançando mão da estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema. Quanto à sua afirmativa ' uma pessoa vale oitenta reais' veremos no recorte 16:

RECORTE 16

P: Como assim?

NX3 ♂: **Assim, se eu tenho menos um no lugar, a diferença é de oitenta reais, aí uma pessoa valeria oitenta reais (fazendo aspas com os dedos), mas não é não**. **...[Estratégia metagonitiva da ordem de compressão do problema]**

P: Por quê?

NX3 ♂: Porque a diferença é de oitenta, se no lugar tem menos um, e no outro tem mais um a diferença é de oitenta reais, aí não dá, não dá, não dá... **...[Estratégia metagonitiva da ordem de compressão do problema]**

P: Por que você acha que não dá?

NX3 ♂: Porque **eu não consigo encontrar/pensar em nenhum número que dê a diferença**, nessa situação, se eu fizesse isso, daria o resultado... (Batendo na mesa com as mãos). Estou me sentindo em uma aula com Sócrates aqui... só falta perguntar " o quê..." O porquê já tem.... Vamos lá, vamos lá... essa questão, mas eu tenho que ter o resultado [**Estratégia Metacognitva de Ordem Pessoal**]

No recorte 16 particularmente percebemos o quanto NX3 ♂ demonstra estar determinado em encontrar o resultado, e como os processos metacognitivos estão presentes nas suas reflexões. Notamos que a fala do estudante, "mas eu tenho que ter o resultado" remete ao que Araújo (2009, p. 101) faz um destaque sobre a regra do contrato didático tradicional, no qual, "Todo problema matemático tem solução".

Continuando o processo de resolução no recorte 17:

RECORTE 17

NX3 ♂: **Por que estou demorando tanto aqui?!...- [Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].**

Se eu pegasse meio, será que dava? (Olhou pensativo para o problema...) e agora? Tenho ou não tenho resultado?! É **porque, vamos lá, deixa eu fazer outra coisa, vamos lá, vamos supor que ao invés de 200 seria outro número, deixa eu pensar aqui, se fosse 120 e 100 eu teria, e a diferença é de 20, certo? Então o preço seria de 20, Certo! E no local eu teria seis e no outro teria cinco, teria como fazer, se fosse 20 reais. Mas a diferença é de 80, o preço teria que ser um negócio de 80, só que 80 para 200 dá duas e meia pessoa, duas pessoas e a outra metade, dividida ao meio. [Estratégia metacognitva de ordem da compreensão do problema**].

P: Como assim?

NX3 ♂: Se a gente divide, 200 por 80 dá 2.5... (o aluno se afastou do problema) poxa, dois e meio e uma e meia pessoa?! Espera aí, deixa eu fazer aqui... se for isso, eu vou rir muito... R. fez o cálculo: 200÷80=2.5 e 120÷80=1.5 [**Estratégia metacogntiva de ordem do procedimento].**

CONTINUAÇÃO DO RECORTE 17

NX3 ♂: Sério isso?! É sério isso?! Eu já tinha acabado faz tempo, muito, muito, muito, muito tempo**... porque eu dividi 200 por 80 e deu duas e meia e uma e meia pessoa, então eu tenho duas pessoas e meia em Recife e uma pessoa e meia em São Paulo** [**Estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema].**

P: É essa sua resposta?

NX3 ♂: Vou até fazer de novo aqui. R. escreveu: 80x 1.5= 120 e se eu fizer 80x 2.5 = 200 é isso mesmo, não acredito nisso, lo**go de início eu já havia feito essa divisão 200 dividido por 80**. **[Estratégia metacognitiva de ordem do Procedimento e Estratégia metacognitiva de ordem Pessoal].**

P: Por que não colocou?

NX3 ♂: Porque eu pensei, se são seres humanos, lógico que estamos falando de um problema matemático, tudo pode acontecer, só que são seres humanos não vai ter uma pessoa e meia ou duas pessoas e uma dividida ao meio, nossa, as outras foram mais simples... [**Estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema].**

No recorte 17 o aluno termina chegando à reposta do problema 1: 2.5 e 1.5 sobrinhos. Sobre sua resposta NX3 ♂ afirmou que havia pensado na hipótese (2.5 e 1.5 sobrinhos), mas, descartou em seguida, o que vimos que realmente aconteceu no recorte 14.

Destacamos que o aluno demonstrou ter uma postura reflexiva e de auto avaliação (estratégia metacognitiva de ordem pessoal) durante todo o processo de resolução, procurando solucionar de maneira coerente o problema. E ele justificou sua resposta final, utilizando uma regra do contrato didático: '**lógico que estamos falando de um problema matemático, tudo pode acontecer... '** parece que para o estudante, é possível encontrar solução que não tenha um sentido convencional se tratando de problemas matemáticos.

Na entrevista de explicitação (Episódio 04), veremos o que ele achou do problema:

EPISÓDIO 04: ENTREVISTA DE EXPLICITAÇÃO NX3 ♂

P: O que você achou desse primeiro problema?

NX3 ♂: Vamos lá, incialmente quando eu via a questão, eu percebi que tinha informação suficiente à primeira vista, quando olhei eu vi que tem como resolver, é só achar a diferença, eu tentei até fazer na questão mais de adivinhação aí depois que fui corretamente. O que acontece, quando comecei a resolver, eu achei a repostas um e meio e dois e meio, logo no início, só que pensei, não tem como existir uma pessoa e meia, então achei que o problema estivesse errado, eu até falei que não tinha como fazer isso, só que na minha concepção, ou eu estava fazendo alguma coisa errada, ou o problema estava errado. Eu preferi achar que eu estava errado, então continuei fazendo, tentei diversas outras formas, e depois percebi realmente que a resposta era essa, porque depois eu falei, só que, nesse período de tempo que eu estava tentando fazer de outras formas, eu demorei muito tempo para perceber que era a questão que estava desse jeito. Mas é uma questão muito simples, que eu já tinha conseguido resolver desde do início.

P: Mas por que você não respondeu logo?

NX3 ♂: Porque achei que estava errado, a minha forma de resolver a questão que estava errada.

P: O que te levou a acreditar que a questão estivesse errada?

CONTINUAÇÃO DO EPISÓDIO 04: ENTREVISTA DE EXPLICITAÇÃO NX3 ♂
NX3 ♂: Porque o que acontece, foi exatamente isso, não tem como existir uma pessoa e meia, só se existir uma pessoa, pegarem e fazerem alguma "biopsia" aí de uma pessoa já morta, cortar ela no meio e deixar ela meia e colocar do lado que é uma. Não tem como existir uma pessoa e meia, nem duas e meia.
P: Mas o que você achou desse problema?
NX3 ♂: Bem, aqui a gente não vê isso aqui muito não, engraçado foi que depois de fazer essa questão, teve uma questão feito no simulado, que era parecida como essa, e aí como eu já tinha aderido a experiência, eu sabia fazer, então foi muito boa essa experiência.
P: Onde você vê esse tipo de problema?
NX3 ♂: Então, como eu já havia dito, as questões aqui são muito mecanizadas, não temos esse estímulo a pensar, e depois que eu fiz isso daqui eu comecei a ficar treinando mais raciocínio logico em casa, e agora já sei.
P: Então agora se fosse para você responder...
NX3 ♂: Agora não tinha como me "pegar" mais não...

Nessa entrevista podemos observar que NX3 ♂falou sobre o processo de ensino da escola, em que as ' questões são muito mecanizadas, não temos esse estímulo a pensar' O que evidencia a prática tradicional de ensino. Câmera dos Santos e Lima (2010, p. 8) comentaram sobre a aprendizagem com o foco no conhecimento no qual é seguido uma espécie de passo a passo: o professor ensina geralmente por um discurso, o aluno aprende por meio da escuta Segundo os autores, essa escolha metodológica se baseia geralmente em três etapas: apresentação do objeto do conhecimento, a oferta de exemplos de aplicação e uma extensa bateria de exercícios de fixação do conteúdo estudado.

Percebemos que na terceira dupla ambos estudantes demonstraram "respeitar" as regras do contrato didático, o que de certa forma, influenciaram nos seus processos de resolução, mesmo eles não estando no contexto de sala aula.

O estudante que mais mobilizou estratégias metacognitivas ao longo do processo de resolução, foi o não praticante do xadrez, NX3 ♂. Em que notamos as estratégias metacognitivas de ordem do procedimento, pessoal, compreensão e conhecimento com mais incidiência. Enquanto, X3 ♂adotou as estratégias metacognitivas da ordem do procedimento, pessoal e compreensão. Sendo observado no Quadro 11:

Quadro 11- Comparativo de Tempo e Estratégias Metacognitivas: 3ª dupla

Estudante	Tempo Utilizado 1º problema	Estratégia Metacognitiva De ordem pessoal	Estratégia Metacognitiva De ordem do procedimento	Estratégia Metacognitiva De ordem da compreensão Do problema	Estratégia Metacognitiva De ordem do conhecimento
X3 ♂	28 min e 22 segs.	X	X	X	
NX3♂	30 min e 11 segs.	X	X	X	X

FONTE: Os autores (2019)

Observamos que essa foi a única dupla em que o tempo utilizado para resolver o 1º problema foi similar, com uma diferença de 2 minutos e 29 segundos a mais para NX3 ♂. Observamos também que ao longo do processo de resolução, regras do contrato didático, que apareceram na fala dos alunos para justificar suas respostas.

As próximas duas duplas são da escola 3. Destacamos que foi a única da rede pública no presente estudo, pois só ela participou da Liga de Xadrez Escolar de PE com estudantes dos anos Finais do Ensino Fundamental no ano de 2018. Recordamos que a direção escolar colocou que muitos alunos praticam o xadrez, assim, houve uma dificuldade para a realização do emparelhamento com as mesmas médias em Matemática, por isso, os estudantes não xadrezistas tiveram o desempenho inferior em 0.5 na média em Matemática. A seguir, apresentamos o Quadro 12, com as informações da 4ª dupla.

Quadro 12- 4ª dupla

ALUNO	GENERO	ANO ESCOLAR	IDADE	MEDIA EM MATEMÁTICA
X4♀	F	7° ANO	12	**9,0**
NX4♀	F	7°ANO	12	**8.5**

FONTE: Os autores (2019)

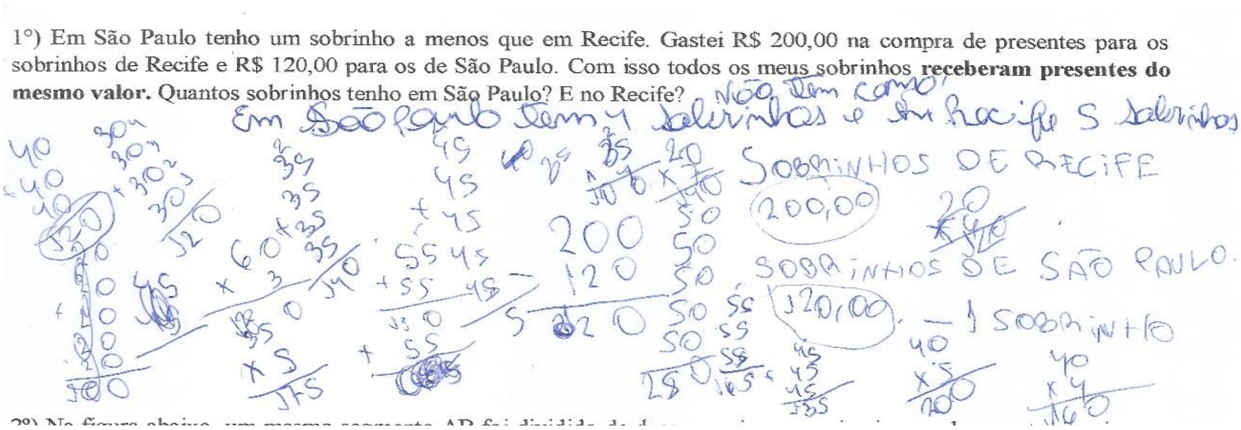
4º sujeito xadrezista: X4♀

A aluna tem 12 anos, estuda na escola há três, acha a disciplina de Matemática complicada, mas segundo ela, ficou mais fácil depois que começou a praticar xadrez. Possui a média na disciplina aproximadamente em 9 e a considera ótimo. X4♀ gosta de resolver problemas matemáticos, e colocou que frequenta sites que possuem problemas de lógica. Diz que existe uma relação entre o xadrez e a resolução de problemas, pois ambos “ a pessoa precisa pensar bem” para ter bons resultados.

Sobre a prática enxadrística: tem um ano que joga com frequência, aprendeu com o primo que também estuda na escola. Pratica o jogo em casa, escola, praça, entre outros lugares. Participa dos torneios da liga de xadrez escolar, competições estaduais e nacionais tanto de maneira escolar, como sem ser escolar. Estuda por meio de software (chessbase) aplicativos de celular e livros.

Ao tentar resolver o primeiro problema, X4♀ fez diversos cálculos, o que podemos visualizar na Figura 8 para concluir que 'não tem como'.

Figura 8 Resolução do 1º problema: 4º Sujeito xadrezista



FONTE: Os autores (2019)

Porém, inicialmente X4♀ colocou como resposta: São Paulo 4, e Recife 5, mas mudou de ideia ao ser questionada pela pesquisadora como ela obteve esse resultado, mostrado no recorte 18:

RECORTE 18

Escreveu: Sobrinhos de Recife-200, 00 / Sobrinhos de São Paulo 120,00**.** Em seguida fez os cálculos:

60x3= 180; 55+55=110+55=165; 200-120=80; 20+20+20+20=100; 30+30+30+30=120; 50+50+50+50+50; 45+45+45+45+45= contou os números (como se estive fazendo o cálculo mental) e deixou em branco... depois fez**:** 5x5=175; 40x4= 160. E colocou como resposta inicial: **Em São Paulo tem 4 sobrinhos e em Recife, 5 sobrinhos.**

P: Você pode explicar como chegou nesse resultado?

X4♀: É porque eu não sei explicar muito não.

P: Mas é só para dizer como foi feito...

X4♀: É porque eu estava vendo um número que chegasse a 120,00 aí eu coloquei aqui, vamos supor que São Paulo tenha 3 sobrinhos aí deu errado, aí bora supor que ele tenha 4, deu errado, aí eu coloquei 30 aí deu 120, aí eu vi que estava certo, agora bora conferir o de Recife, aí eu coloquei 5, né, porque se são Paulo tem um a menos que em Recife então está certo.[**Estratégia Metacognitiva de ordem da compreensão do problema].**

P: Por qual valor você fez?

X4♀ Releu sua resposta e falou: então, não é 40! Eita, mas aqui fiz por 30

Notamos que a estudante, foi testando os valores e acreditou que havia acertado a questão, mas com o questionamento da pesquisadora, ela mesma reavaliou que a sua resposta estava errada: **'então, não é 40! '** Decidindo retomar o problema, o que será conferido no recorte 19:

RECORTE 19
Releu o problema e fez o cálculo: 35+35+35+35=140; E depois, 45+45=? Riscou, em seguida fez: 45x5=200; 60x3=180; 45x3=140; 35x4=140; 20x7=140; 20x4=80
P: Como você está pensando?
X4♀: Aqui (apontado para o enunciado) eu não estou conseguindo achar o presente do mesmo valor, eu acho que não tem como [Estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema].
P: Por quê?
X4♀: **Eu não sei explicar não, mas eu acho que não tem como.** [Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].
P: Como você responde?
X4♀: Não tem como não. Eu coloco um número, às vezes dá mais outros dá menos, aí eu vi que não tem como**.**

X4♀ fez 17 cálculos entre divisões e multiplicações para obter o resultado, porém não encontrou um satisfatório. Ao ser perguntada o porquê, a estudante não conseguia verbalizar que os resultados eram inconsistentes, e com a insistência da pesquisadora, a estudante afirmou: 'Às vezes dá mais e o outro dá menos'. Houve a mobilização da estratégia metacognitiva da ordem pessoal e compreensão do problema.

Destacamos que é muito comum nos estudos enxadrísticos, jogadores ao resolver problemas matemáticos testar suas hipóteses, buscando a melhor resposta. Assim, sugerimos que uma característica desenvolvida pelo exercício do jogo, pode ter sido transferida pela aluna ao tentar resolver a questão proposta.

A seguir, mostramos o perfil de NX4♀, antecipamos que a estudante não se sentiu capaz de resolver nenhum dos problemas do presente estudo, o que iremos mostrar no seu diálogo com a pesquisadora:

4º Sujeito não xadrezista: **NX4♀**.

NX4♀ tem 12 anos, estuda na escola há 4, acha a Matemática chata, mas quando entende o conteúdo se torna legal. Possui a média 8.5 e considera boa. Gosta de problemas matemáticos só quando consegue resolver. Acredita que deve ter uma relação entre xadrez e matemática porque os dois precisam pensar.

Quando foi solicitado a NX4♀ para que resolvesse os problemas propostos, a estudante se recusou, sendo visualizado na Figura 9. Mesmo com a pesquisadora tentando motivá-la o que podemos observar no recorte 20:

RECORTE 20

NX4♀: É muito difícil (releu os problemas, balançou a cabeça negativamente) .... Meu Deus, é muito difícil!

P: São tranquilos, vamos reler juntas...

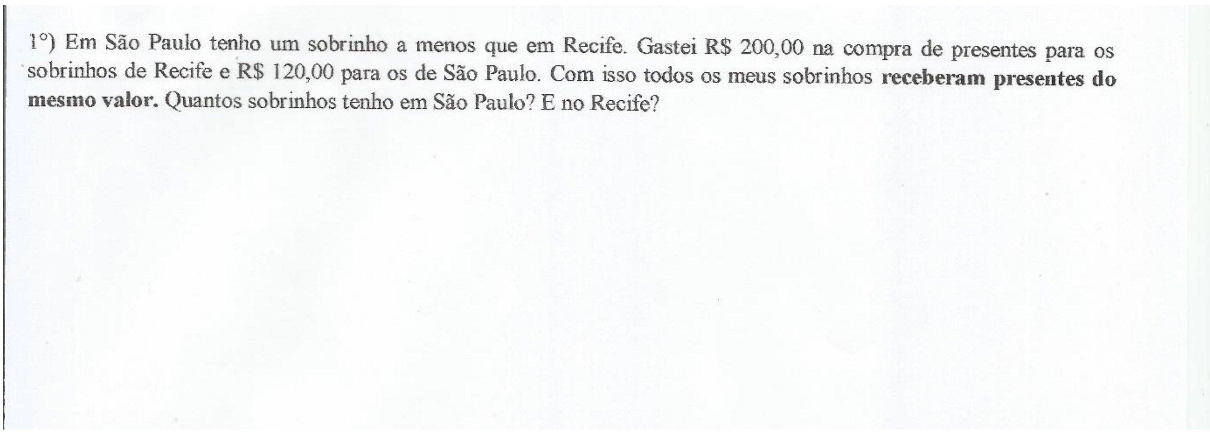
NX4♀**:** Não vou conseguir fazer não, está muito difícil. **[Estratégia metacognitiva de ordem pessoal].**

P: Pode tentar alguma questão?

NX4♀releu os problemas e balançou a cabeça negativamente e falou:

-É Muito difícil, está tudo difícil, não estou acostumada a resolver esses tipos de "tarefas", esses assuntos aqui, eu não vi eles, não ...

Figura 9- Resolução do 1º problema: 4º Sujeito não xadrezista



1°) Em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife. Gastei R$ 200,00 na compra de presentes para os sobrinhos de Recife e R$ 120,00 para os de São Paulo. Com isso todos os meus sobrinhos **receberam presentes do mesmo valor.** Quantos sobrinhos tenho em São Paulo? E no Recife?

FONTE: Os autores (2019)

Sendo assim, não temos dados comparativos quanto à resolução de problemas da quarta dupla. Mesmo com o desempenho parecido na disciplina de Matemática, a estudante enxadrista X4♀ se empenhou para solucionar cada problema, ao contrário da estudante que não praticava o jogo, NX4♀. Destacamos que umas das capacidades discutidas por teóricos da área enxadrística é o interesse por desafios. Como podemos observar em Ferreira (2008, p. 3):

> "...a capacidade de aceitar e seguir uma regra; o desenvolvimento da memória; a agilidade do raciocínio; o gosto pelo desafio; a construção de estratégias pessoais, salientando a importância dos jogos de estratégia no desenvolvimento de competências necessárias à resolução de problemas"

A aluna NX4♀ entregou a folha sem nem ao menos tentar resolver o problema, demonstrando falta de motivação, possivelmente por ser uma atividade realizada extraclasse (e não valeria nota). Ilustraremos no Quadro 13, as estratégias metacognitivas mobilizadas pela quarta dupla.

Quadro 13- Comparativo de Tempo e Estratégias Metacognitivas: 4ª dupla

Estudante	Tempo Utilizado 1º problema	Estratégia Metacognitiva De ordem pessoal	Estratégia Metacognitiva De ordem do procedimento	Estratégia Metacognitiva De ordem da compreensão Do problema	Estratégia Metacognitiva De ordem do conhecimento
X4♀	24 min e 58 segs.	X		X	
NX4♀	0	-	-	-	-

FONTE: Os autores (2019)

Adiante, mostraremos no Quadro 14 a quinta dupla:

Quadro 14- 5ª dupla

ALUNO	GENERO	ANO ESCOLAR	IDADE	MEDIA EM MATEMÁTICA
X5 ♂	M	8° ANO	13	**7,0**
NX5 ♂	M	8°ANO	13	**6.5**

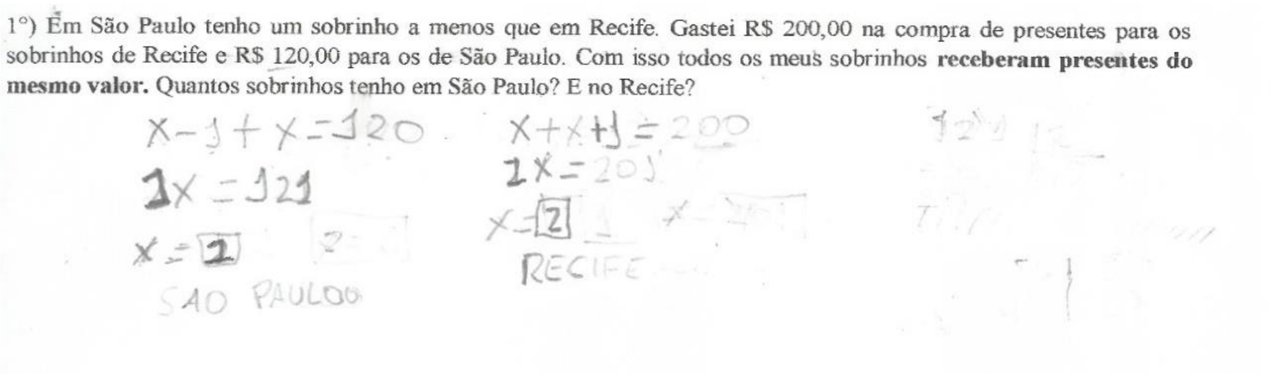
FONTE: Os autores (2019)

5º sujeito xadrezista: X5 ♂

X5 ♂ tem 13 anos, gosta de Matemática, estuda na escola há 3 anos, possui a média 7,0 e considera boa, gosta de resolver problemas matemáticos quando está dentro do assunto que está sendo trabalhado pelo professor porque assim ele consegue resolver. Afirmou que existe “bastante” relação entre o xadrez e a resolução de problemas, pois os dois envolvem cálculos. Para o estudante, para saber jogar xadrez bem, precisa entender de cálculo. Sobre a prática enxadrística: joga há dois anos, aprendeu na escola em que estuda atualmente, joga regulamente na escola, em casa com familiares. Além de participar de torneio da Liga de Xadrez Escolar, frequenta outras competições em nível estadual e nacional. Faz estudos do jogo por meio de livros, softwares e aplicativos de celular.

No processo de resolução do primeiro problema, X5 ♂ foi o único do presente estudo a usar fórmula de equação do 1º grau, como podemos perceber na figura 10. Ressaltamos que ele é do 8º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental, e já viu o assunto em sala de aula, diferentemente das outras quatro duplas que estavam no 6º e 7º ano, lembrando também que na sua entrevista ele disse que: “Gosta de resolver problemas matemáticos quando está dentro do assunto que está sendo trabalhado pelo professor porque assim consegue resolver”. O que nos remete ao contrato didático no qual o professor faz a explicação teórica do conteúdo, exemplifica, e aplica exercícios de fixação (Câmera dos Santos e Lima, 2010).

Figura 10- Resolução do 1º problema 5 º. Sujeito xadrezista



FONTE: Os autores (2019)

Como resposta, o estudante colocou: **Recife 2 e São Paulo 1.** O que nos faz pensar que ele optou por arredondar os valores encontrados, uma vez que não existe 0.5 pessoas. No recorte 21, vamos apresentar como X5 ♂ resolveu o problema com o foco nas estratégias metacognitivas:

RECORTE 21

X5 ♂ releu o problema com estranheza. Escreveu X, releu o enunciado e apagou, em seguida, escreveu X-1 + x olhou o enunciado (Franziu a testa), escreveu 2Y= 320, parou e observou o enunciado, escreveu x=2y. releu o problema. (Coçou a cabeça e respirou fundo) escreveu x-1+x=320. Releu o problema e balançou negativamente a cabeça.

P: Como você está pensando?

X5 ♂: **Estou tentando fazer pela equação de 1° grau,** mas acho que não dá certo não.- [**Estratégia metacognitiva de ordem do conhecimento].**

P: Por quê?

X5 ♂: Sei lá, está estranho.... Estou pensando em fazer assim, oh, aqui uma equação (apontando para a informação do enunciado R$ 200.00) e aqui outra equação (apontando para 120,00) .... Estou pensando em fazer duas, mas é como se isso aqui não estivesse certo. [**Estratégia metacognitiva de ordem pessoal]**

P: Por quê?

X5 ♂: Sei lá, eu acho que fazendo juntos fica do jeito errado, aí estou tentando fazer pelo certo... (olhando para o problema).

No recorte 21, vimos a mobilização da estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento e de ordem pessoal. Podemos observar que X5 ♂ detectou que o problema tinha algo de diferente no trecho: **"Sei lá, está estranho.... Estou pensando em fazer assim, oh, aqui uma equação (apontando para a informação do enunciado R$ 200.00) e aqui outra equação (apontando para 120,00) .... Estou pensando em fazer duas, mas é como se isso aqui não estivesse certo"**.

Essa fala nos faz relembrar o episódio no estudo de Araújo (2009, p. 168), em que o professor W. Foi interrompido pelo aluno B. ao armar a equação em uma correção coletiva no quadro: “ Veja professor, eu acho que essa fórmula vai ficar estranha...”. Nesse sentido, observamos que em dois contextos distintos, o mesmo problema causou estranheza nos estudantes. No caso de X5 ♂, o processo de resolução foi individual e ele decidiu realizar duas equações para tentar resolver.

No recorte 22 observamos a continuidade ao seu processo de resolução:

RECORTE 22

X5 ♂ escreveu a equação:

X-1 + x =120 121÷2= 6.5

2y=121

X=2x=6

P: O que você fez?

X5 ♂ : Coloquei 121

P Por que?

X5 ♂: **Porque x-x +x é 2x e esse 1 vai para o segundo membro porque só quem tem x que fica no primeiro membro aí coloquei esse 1 para cá, já somando[Estratégia metacognitiva de ordem de procedimento].**

(Voltou a observar o problema) e fez a tabuada do 2. Apagou a tabuada do 2 e escreveu x=6 e circulou.

Releu o enunciado e escreveu:

x+y=200

1x =201

X=1

X=201

P: Você concluiu o problema?

X5 ♂: Sim, no caso eu fiz uma equação de primeiro grau com os sobrinhos de São Paulo e do Recife. A de São Paulo **eu fiz x-1+x**, porque ele tem um sobrinho a menos que Recife aí eu botei -1 porque ele tem um sobrinho a **menos aí x+1+x=120 que gastou de presente, aí aqui o 1 vai para o segundo membro aí somei 120+1 =121 e aqui x+x =2x aí eu dividi (parou e franziu a testa) ... aí 121 dividido por 2... acho que calculei errado, porque deu 6. É, não era para dar 6, deixa eu fazer aqui novamente** [**Estratégia metacognitiva de ordem de procedimento].**

O estudante ao explicar como resolveu o problema lançou mão da estratégia de ordem do conhecimento: (...) ‘ Eu fiz uma equação do primeiro grau’ e explicou sobre os procedimentos envolvidas para resolver. Mas ao dizer ‘**121 dividido por 2.... Acho que calculei errado, porque deu 6. É, não era para dar 6, deixa eu fazer aqui novamente...**’ ele mesmo percebeu que calculou errado, decidindo retomar a questão, mostrado no recorte 23:

RECORTE 23

X5 ♂: Fez o cálculo **120 ÷2**, releu o problema e observou pensativo.

P: Você está pensando como?

X5 ♂: Eu terminei, eu fiz assim, eu coloquei, eu fiz logo de São Paulo, como em São Paulo tem um sobrinho a menos que em Recife, aí eu não sei quantos sobrinhos tenho, por isso coloquei X, aí eu coloquei X-1 aí +x **que é a fórmula da equação do primeiro grau [Estratégia Metacognitiva da Ordem do Conhecimento].**

.... Que é igual a 120, aí aqui x -1+x=2x um passou para cá, aí eu tenho 121 dividido por dois que deu 6... porque 121 dividido por2... (Colocou as duas mãos na cabeça e fica em silêncio olhando para o problema) e fez 120 riscos depois apagou, escreveu o cálculo 121÷2, observou o problema.

P: O que aconteceu?

X5 ♂: **É porque eu acho que a fórmula é a de equação do primeiro grau, tipo assim, estou achando estranho**, **121 dividido por 2 se der um valor muito alto, aí eu acho meio difícil, entendeu?** Ter esses sobrinhos, assim, 121 dividido por dois dá um valor muito alto, eu acho difícil ele ter tantos sobrinhos, tipo, 60 sobrinhos.**-** [Estratégia Metacognitiva da Ordem do Conhecimento e da Compreensão do Problema].

P: Como você chegou nesse valor?

X5 ♂: Porque estou fazendo 121 por 2...mas acho que não é assim, vou tentar fazer de novo.

X5 ♂: pareceu confuso com o dado de 121÷2, adotando o recurso de fazer 120 riscos, precisando do auxílio de algo concreto para obter o resultado, achando que talvez o erro estivesse na resolução da Equação do 1º grau, apelando para estratégias matemáticas mais “primitivas”, como fazer riscos. No recorte 24 observamos como o estudante concluiu:

RECORTE 24

X5 ♂ depois de reler o problema e observar os cálculos realizados apagou tudo o que havia feito e escreveu:

x-+x=120	x+x+1=200
1x=121	1x=201
X=1	X=2
São Paulo	Recife

X5 ♂: Eu fiz a mesma fórmula, a que já expliquei, aí deu 2x =121 aí eu decidi que aqui, não precisa dividir, aí ficou um sobrinho em São Paulo e dois no Recife.

P: Como você decidiu?

X5 ♂: Porque x+x 1 x +1 aí 2x, aí 2x como **ele tem um a mais ficam dois sobrinhos e um sobrinho, eu acho, né X= 1 e x=2 porque ele tem um sobrinho a menos do que no Recife**. [**Estratégia Metacognitiva da Ordem da Compreensão do problema].**

O aluno X5♂ decidiu que não precisava mais dividir'. O estudante demonstrou avaliar os resultados obtidos, buscando dar uma resposta coerente, lançando mão das estratégias metacognitivas da ordem da compreensão do problema, procedimentos, pessoal e conhecimento ao longo do processo de resolução.

Após a análise do processo de resolução, decidimos fazer uma entrevista de explicitação (Episódio 5) com X5 ♂:

EPISÓDIO 05: ENTREVISTA DE EXPLICITAÇÃO X5 ♂

P: O que você achou de resolver esses problemas?

X5 ♂: Esse primeiro aqui eu achei muito difícil, porque eu não sabia direito a fórmula, a fórmula de como respondia.

P: Mas você me disse que era equação de 1º grau quando resolveu. Acha que é ela?

X5 ♂: Sim, eu acho mais ou menos.

P: Por quê? Você não tem certeza?

X5 ♂: Não, eu achei difícil porque não tinha a fórmula, se eu tivesse a fórmula seria mais fácil de resolver.

Na fala de X5 ♂ '(...) achei muito difícil porque eu não sabia direito a fórmula' podemos evidenciar mais uma regra implícita do contrato didático do ensino da Matemática na perspectiva tradicional, em que o aluno acredita que para resolver com eficiência o problema matemático precisa de uma fórmula.

Nesse sentido, Pessoa (2004) comentou que um problema pode ser resolvido por diversas maneiras, mas a prática de sala de aula baseada nos conteúdos faz com que o contrato didático vigente seja ' todo problema é resolvido por meio de uma conta, e que o enunciado dá pistas sobre qual operação utilizar'. Quando X5 ♂ mencionou não ter certeza se o problema pertencia ao conteúdo de equação de 1º grau, ele deu indícios que se sentiu inseguro ao solucionar o problema. Continuando a entrevista:

CONTINUAÇÃO DO EPISÓDIO 05: ENTREVISTA DE EXPLICITAÇÃO X5 ♂

P: O que você acha da sua resposta?

X5 ♂Eu acho que não está certa.

P: Por quê?

X5 ♂: **Porque eu acho que ficou meio estranho**... Mas eu não tenho certeza também se não está errado. Porque eu acho que pode estar certa.

Em relação à afirmação de X5 ♂ ele retoma sua fala **'ficou meio estranho'**. Percebemos a situação semelhante no estudo de Araújo (2009, p. 166,) já mencionado nesse processo de resolução. Continuando a entrevista:

CONTINUAÇÃO DO EPISÓDIO 05: ENTREVISTA DE EXPLICITAÇÃO X5 ♂

P: Qual foi a dificuldade dela?

X5 ♂: Justamente a fórmula, eu tentava de um jeito e dava errado, tentava de outro e dava errado, então, esse foi o jeito que mais me convenceu.

P: O que achou dos outros problemas?

X5 ♂: Esse eu achei fácil (3º problema) e esse aqui (2º problema) eu também consegui fazer. O único problema que achei difícil foi esse aqui (1º) problema.

P: Você quer saber o resultado desse problema?

X5 ♂: Sim.

P: São 2.5 e 1.5

X5 ♂: Eu tinha encontrado esses valores, mas achei que não fosse, eu fiz até palitinho, então preferi arredondar.

Como podemos notar na fala de X5 ♂ os problemas 2 e 3 não apresentaram dificuldades para ser resolvidos. Observamos que o aluno afirma que havia encontrado a solução, mas acreditou que estaria errado, o que fez ele arredondar os valores. Fazendo um paralelo com o trabalho desenvolvido por Araújo (2009, p. 283) o professor W. falou a respeito da forma de resolver os problemas pelos alunos: '(...) a gente fica querendo dar uma solução coerente com todo o jeito, aí altera o problema, ou força, mas tem que dar uma solução, e outra, ainda mais com o número inteiro, tem que ter número inteiro'.

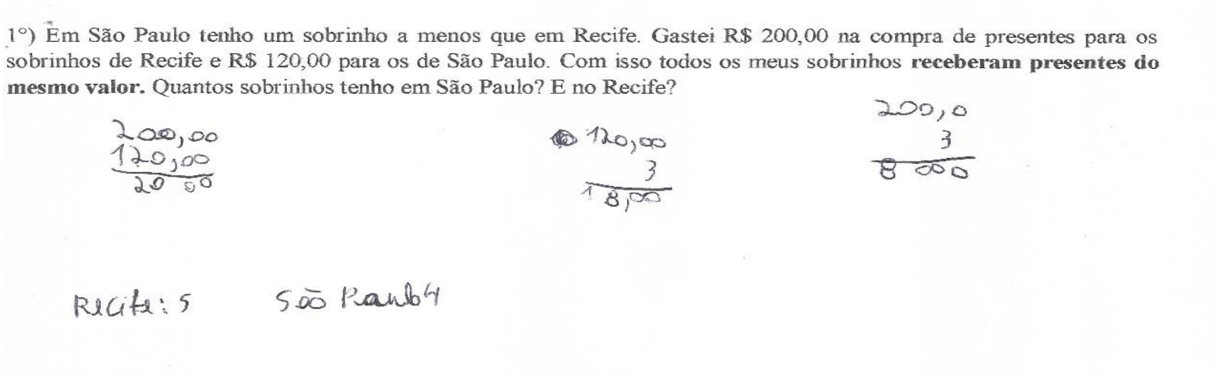
No caso do nosso participante, X5 ♂ preferiu arredondar os valores, mas antes disso, o aluno foi modificando suas estratégias, evidenciado em 'eu tentava de um jeito dava errado, tentava de outro, dava errado...' e ao ser informado sobre o resultado ele colocou ' fiz até palitinhos'. O que demonstra que ele foi adotando estratégias matemáticas menos refinadas, como fazem as crianças mais novas ao resolver problemas por não estar habituado com esse tipo de resposta.

Na sequência, apresentamos o perfil de NX5 ♂ seguido do seu processo de resolução do primeiro problema:

NX5 ♂ tem 13 anos, estuda na escola há dois anos, antes estudou numa escola particular. Gosta de Matemática porque o professor da atual escola sabe explicar bem. Acha a média boa, mas não lembra quanto é. Acha complicado resolver problemas matemáticos porque precisa pensar. Diz que tem uma ligação entre o xadrez e os problemas matemáticos porque acredita que a pessoa pensa melhor e está pensando em praticar o jogo**.**

Ao resolver o primeiro problema, colocou como resposta: **Recife 5 e São Paulo 4** sendo mostrada na Figura 11.

Figura 11 Resolução do 1º problema: 5º Sujeito não xadrezista



FONTE: Os autores (2019)

No recorte 25 será exibido como ele construiu sua resposta:

RECORTE 25

P: Você pode falar o que está fazendo?

NX5**:** (...) Mas esse é de dividir?

P: Você acha que é? Como você está fazendo?

NX5: Estou dividindo 120 por 3 para achar a quantidade de sobrinhos **[Estratégia metacognitiva da ordem do procedimento].**

P: Como você respondeu?

NX5**:** Eu dividi por três. Como Recife tem um sobrinho a mais, é cinco e em São Paulo é um a menos é quatro**[Estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema**]

NX5♂ demonstrou insegurança em como resolver o problema, perguntando a pesquisadora, ‘ Mas esse é de dividir? ’ Percebemos que o estudante mobilizou as estratégias metacognitivas de ordem do procedimento e da compreensão do problema na resolução. Na sua entrevista de explicitação, o estudante não notou que o problema apresentava dados inconsistentes, como observaremos na sua entrevista de explicitação (Episódio 06) a seguir:

EPISÓDIO 06: ENTREVISTA DE EXPLICITAÇÃO NX5

P: O que você achou de resolver esses problemas?

NX5: Eu achei difícil

P: Por quê?

NX5: Para achar os valores que tinha em Recife e São Paulo, eu tenho dificuldades com divisão, aí foi difícil.

P: Qual foi sua maior dificuldade?

C: Em encontrar os valores, mas os outros foram mais tranquilos porque não precisava dividir. Só o primeiro que achei difícil mas consegui fazer.

Para NX5♂ sua maior dificuldade foi com o cálculo, já que ele afirmou sobre sua dificuldade com a operação matemática de divisão, mas mesmo assim, ele avaliou que conseguiu responder ao problema. Destacamos que esse aluno possui a média em 6.5 quando desenvolvemos a nossa coleta.

Para resolver o 1º problema, o estudante xadrezista deamnmandou 37 min e 57 segs. Enquanto NX5♂ resolveu em 7 min e 45 seg, percebemos que o xadrezista se dedicou mais na busca de uma solução coerente, consequentemente, mobilizando mais estratégias metacognitivas, enquanto o estudante não xadrezista não se deteve ao processo de resolução, como podemos contemplar no Quadro 15:

Quadro 15- Comparativo de Tempo e Estratégias Metacognitivas: 5ª dupla

Estudante	**Tempo Utilizado 1º problema**	**Estratégia Metacognitiva De ordem pessoal**	**Estratégia Metacognitiva De ordem do procedimento**	**Estratégia Metacognitiva De ordem da compreensão Do problema**	**Estratégia Metacognitiva De ordem do conhecimento**
X5 ♂	37 min e 57 segs.	X	X	X	X
NX5 ♂	7 min e 45 segs.		X	X	

FONTE: Os autores (2019)

Ao concluirmos esse trabalho, fazendo uma análise geral dos dados encontrados no presente estudo, ao compararmos os processos de resoluções de problemas matemáticos entre estudantes xadrezistas e não xadrezistas do Ensino Fundamental Anos Finais, sob a ótica metacognitiva, destacamos que dos três problemas utilizados nessa pesquisa, o problema que mais favoreceu a observação das estratégias metacognitivas foi o problema 1.

Destacamos também que o problema 1 já tinha sido utilizado por Araújo (2009), ao investigar as estratégias metacongitivas promovidas em sala de aula de Matemática em uma turma de 8º ano. Esse problema provocou uma ruptura do contrato didático estabelecido nessa sala de aula.

Ressaltamos que conseguimos observar durante a resolução do problema 1, tanto pelos estudantes xadrezistas (X) quanto pelos não xadrezistas (NX), a mobilização das estratégias metacognitivas propostas por Araújo (2009) no seu estudo, a saber: estratégia metacognitiva de ordem pessoal, estratégia metacognitiva de ordem do procedimento e estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema. E também, a sugerida por Lucena (2013): estratégia metacognitiva de ordem do conhecimento; devidamente exemplificadas na nossa análise. Nesse sentido, pudemos perceber que a prática enxadrística não influenciou na mobilização de estratégias metacognitivas.

No entanto, como principais diferenças entre xadrezistas e não xadrezistas podemos elencar a diferença de tempo utilizado na busca da solução do problema 1. Observamos que em quatro das cinco duplas os enxadristas (X) despenderam mais tempo para resolver o problema 1 - (Quadro 6). O que nos fez parecer que eles (xadrezistas) se sentiram ‘desafiados’ como em uma partida de xadrez, e por isso se empenharam na busca de uma solução, enquanto os não xadrezistas ‘entregaram os pontos’ mais rapidamente.

Quadro 16- Gestão do Tempo: Xadrezistas e Não Xadrezistas

Duplas	Xadrezistas	Não xadrezistas
1ª	20 min e 02 segs.	4 min. E 16 segs.
2ª	30 min e 23 segs.	5 min e 11 segs.
3ª	28 min e 22 segs.	30 min e 11 segs.
4	24 min e 58 segs.	0
5ª	37 min e 57 segs.	7 min e 45 segs.

FONTE: Os autores (2019)

Ainda em relação ao tempo, percebemos que apenas na terceira dupla houve uma pequena diferença (2 min e 10 segs) em prol do estudante não xadrezista (NX3), salientamos que esse aluno possuía a média mais alta em Matemática do que o colega que formou dupla com ele (X3 ♂: 8.5 - NX3 ♂: 9.0). Relembramos também que NX3 demonstrou uma postura diferenciada em relação aos outros não praticantes do xadrez, sendo ele, o que mais cooperou com o nosso pedido de verbalização durante todo o seu processo de resolução.

Essa diferença de tempo, entre xadrezistas não praticantes do jogo, nos remete ao estudo de Yuill e Oakhill (1991 apud, Araújo 1998), no qual as autoras analisaram o uso de estratégia metacognitiva (monitoramento) entre grupos de bons e maus leitores. Nesse estudo foi verificado que os bons leitores, ao se depararem com informações inconsistentes no texto, liam o texto mais lentamente do que os maus leitores. O que fez as autoras concluírem que eles estavam mobilizando estratégias metacognitivas, buscando um sentido para o que liam. Fazendo uma analogia com a nossa pesquisa, podemos conjecturar que, no problema 1 os estudantes pareciam não estar encontrando uma solução pertinente em relação à questão proposta (número de sobrinhos) e os xadrezistas foram testando outras possibilidades 'desafiados' a chegarem à solução correta, e utilizando mais tempo para isso, mobilizando estratégias metacognitivas, como aconteceu com os bons leitores de Yuill e Oakhill que se sentiam 'desafiados' a compreenderem o texto com inconsistência.

Outro dado relevante que merece destaque, é que apesar da resolução de problemas ter sido proposta fora da sala de aula, e por uma pessoa que não fazia parte da escola, as regras do contrato didático vieram à tona em várias situações, já apontadas em nossa análise. Entre elas, vimos com frequência a regra: "que todo problema matemático é resolvido por uma operação matemática e que o enunciado dá pistas sobre qual operação utilizar" (PESSOA, 2004). Sendo evidenciado nos processos resolutivos do problema 1, pela maioria dos estudantes, que realizaram diversos cálculos entre adição, subtração, multiplicação e MMC, com os dados apresentados no enunciado do problema.

Outra regra de contrato didático, presente durante o processo de resolução do problema1 foi a busca de um resultado com um número inteiro, semelhantemente ao que aconteceu no estudo de Araújo (2009), já comentado em nossa análise.

Finalmente, após essa análise percebemos que tanto os estudantes xadrezistas quanto os não xadrezistas lançaram mão de estratégias metacognitivas similares ao resolverem os problemas matemáticos propostos. Portanto, o fato da prática enxadrística estar relacionada a um melhor desempenho na resolução de questões matemáticas, como foi apontado pelo estudo de Lopes (2012), parece não estar associado aos processos metacognitivos empregados pelos estudantes para resolução de tais questões.

Em seguida apresentamos nossas conclusões finais.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo buscou contribuir na discussão a respeito dos processos de resoluções de problemas matemáticos de estudantes do Ensino Fundamental: Anos Finais, observando se existem diferenças entre xadrezistas e não xadrezistas tendo em vista, a existência de pesquisas na área que afirmam que a prática enxadrística é benéfica ao aprendizado da Matemática.

Ressaltamos que a nossa preocupação não foi verificar se os estudantes acertaram ou erraram nas soluções dos problemas matemáticos propostos, mas se estratégias metacognitivas foram mobilizadas por eles nos processos de resolução de problemas.

Contemplamos em nossa amostra escolas do ensino privado e da rede pública, alunos de ambos os gêneros e de turmas do 6º, 7º e 8º Anos Finais do Ensino Fundamental. Emparelhamos os alunos em duplas (xadrezistas e não xadrezistas), sendo formada cada dupla por alunos de uma mesma escola, turma, média em Matemática igual, ou na falta dela, a mais próxima.

Aplicamos em todas as duplas, três problemas já testados e utilizados em outras pesquisas. No entanto, foi no problema 1 (ARAÚJO, 2009), que evidenciamos uma maior mobilização de estratégias metacognitivas, durante o processo de resolução. Fato semelhante ao que ocorreu na pesquisa de Araújo, na qual esse problema provocou a ruptura do contrato didático na sala de aula investigada, e no qual estratégias metacognitivas surgiram no discurso dos alunos. Segundo a autora, isso ocorreu porque o problema em questão apresenta uma resposta não convencional, para a questão proposta. Diante disso, optamos por aprofundar nossa análise na aplicação e resolução desse problema pelos estudantes.

Os resultados encontrados, não diferenciaram os estudantes xadrezistas e não xadrezistas em relação à mobilização de estratégias metacognitivas, pois os estudantes de ambos os grupos lançaram mão dessas estratégias na busca da solução do problema.

Como também os resultados não nos permitem afirmar que os xadrezistas são melhores em solucionar problemas matemáticos, como proposto por Lopes (2012).

Porém, podemos afirmar que os cinco estudantes praticantes do jogo realizaram exaustivas tentativas para decidir o que faria com o problema que não havia uma solução convencional, o que nos fez parecer que eles entenderam essa atividade como um desafio, assim como acontece no jogo de xadrez e se empenharam ao máximo para alcançar a “vitória”, ou seja, a solução do problema.

Destacamos que essa foi a principal diferença entre estudantes xadrezistas e não xadrezistas: os alunos praticantes do xadrez gastaram bem mais tempo buscando a solução, quando o problema não apresentou uma resposta convencional.

Observamos também, durante a resolução do problema, regras do Contrato Didático presentes no discurso dos estudantes de ambos os grupos. Relembrando que os nossos sujeitos respondiam aos problemas fora do contexto de sala de aula. Mesmo assim, foi possível evidenciar algumas regras, como por exemplo: ‘todo problema matemático tem solução’; entre outras regras que emergiram e influenciaram o processo de resolução dos problemas pelos estudantes.

Vale ressaltar que as regras do Contrato Didático ficaram mais evidentes no processo de resolução dos estudantes xadrezistas, possivelmente, isso pode ter acontecido devido aos torneios exigirem dos seus participantes o cumprimento do conjunto de normas impostas pela Federação Internacional de Xadrez, o que pode deixar os enxadristas “mais disciplinados”, uma vez que são exigidos adequação do comportamento para o melhor desenvolvimento do torneio.

Desta forma, sugerimos para futuras pesquisas, a comparação do comportamento de estudantes enxadristas e não enxadristas em sala de aula, observando as possíveis regras do contrato didático que possam ser explicitadas por eles a partir das interações discursivas.

Ressaltamos também, que os estudantes do presente estudo afirmaram, durante a entrevista, que acreditavam que a prática enxadrística contribui positivamente para o processo de resolução de problemas matemáticos, e para alguns xadrezistas aprender Matemática ficou “ mais fácil” depois que eles começaram a estudar o jogo de xadrez.

Finalmente, salientamos o que foi posto por Vygotsky (2007) e Piaget (2015) sobre os jogos de regras (como por exemplo o xadrez). Segundo eles, esses jogos desenvolvem habilidades de atenção, autorregulação, percepção e flexibilização do pensamento, em seus praticantes. Além disso, em torneios de xadrez, são exigidos dos competidores atributos como concentração, silêncio, além do respeito às regras impostas e domínio de estratégias e táticas. Nesse sentido, acreditamos que essas características podem auxiliar os jogadores em outras atividades, como nas aulas de Matemática, e na resolução de problemas.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S.; ONUCHIC, L. **Ensino-Aprendizagem- Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas.** In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa et al. (Org.). Resolução de Problemas Teoria e Prática. Jundiaí: Paço Editorial, 2014. cap. 2, p. 35-52.

ALMEIDA, J. W. **O jogo Xadrez e a Educação Matemática: como e onde no ambiente escolar.** 2010. 157 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba, UEPB, Campina Grande, 2010. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/tede/jspui/handle/tede/1648>. Acesso em: 23 nov. 2018.

ALVES, J. S. **O LIVRO-JOGO DE XADREZ COMO RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA**, 2018 162 f. Mestrado Profissional em Ensino De Ciências, Matemática e Tecnologias Instituição de Ensino: Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville SC.

ALVES, R. **Filosofia DA Ciência Introdução ao jogo e suas regras**. Editora Brasiliense, 1981.

ARAÚJO, L. de F. **Rompendo o contrato didático: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos**. 2009. 302 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/3933/1/arquivo3414_1.pdf>. Acesso em: 27 nov. 2018.

ARAÚJO, L. de F. **Problemas de Compreensão de Leitura em Alunos Universitários: Um Estudo Exploratório.** 1998. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Psicologia). Recife, 1998.

BEZERRA, R; ZANELLA, I. **Xadrez: um recurso metodológico facilitador do processo de ensino e aprendizagem da matemática**. Revista do centro de Educação e Letras da Unioeste - campus de foz do Iguaçu v. 9 nº 10 e 11 p. 59-69 1º e 2º semestres de2007

BRASIL, MEC. **Aulas de xadrez contribuem para mudar a realidade de escola**. 2015. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/35972>. Acesso em: 23 nov. 2018.

BRASIL, MEC. **Base Nacional Curricular Comum.** 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2018.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiros e quartos ciclos:** Matemática, Brasília, MEC 1998

Brasil, Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas PISA 2012 - **Relatório Nacional.** Brasília, DF, Brasil, 2013

BRITO, M. R. **Alguns Aspectos Teóricos e Conceituais da Solução de Problemas Matemáticos.** In: BRITO, Marcia Regina Ferreira (Org.). Soluções de Problemas e a Matemática Escolar. 2. ed. Campinas São Paulo: Alínea, 2010. cap. 1, p. 15-53. v. 1.

BROUSSEAU, G. **Théorie des situations didactiques.** Textes rassemblés et préparés par Nicolas Balacheff. Grenoble, França. 1998

BUENO JUNIOR, J. **A. O Uso do tabuleiro de Xadrez no Apoio ao ensino da Matemática.** 2017. 156 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/bitstream/REPOSIP/.../1/BuenoJunior_JairAntonio_M.pdf>. Acesso em: 26 nov. 2018.

CARRAHER, **Terezinha Nunes**. O **método clínico**: usando os exames de **Piaget**. São Paulo: Cortez, 1989. 161p.

CAMARA DOS SANTOS, M. **Um exemplo de situação-problema: o problema de bilhar.** 2002. Disponível em: <http://rpm.org.br/cdrpm/50/7.htm>. Acesso em: 15 jun. 2017.

CAMARA DOS SANTOS, M.; LIMA, P.F. **Consideração sobre a Matemática no Ensino Fundamental**. Anais do I Seminário Nacional: Currículo em Movimento- Perspectiva atuais, Belo Horizonte, 2010.

COLOMBO, C. da S. **O jogo de xadrez como facilitador no ensino/aprendizagem da língua portuguesa e da matemática à luz dos registros de representação semiótica**. 2015. 125 p. Dissertação (Mestrado Programa De Pós-Graduação Em Cognição e Linguagem) - Universidade Estadual Do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos Dos Goytacazes/RJ, 2015.

COSTA, A.V. P. DA. **Estudo da Aplicação Do Jogo De Xadrez Como Ferramenta De Ensino De Matemática**' 2018 119 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Instituto Federal Do Piauí - Floriano PI.

COSTA, L. R; DARSIE, M. M. P. **Estratégias metacognitivas: um panorama das teses e dissertações publicadas no banco de teses e dissertações da capes.** Coinspiração revista de Professores Que Ensinam Matemática, Mato Grosso, v. 1, n. 1, p.50-62, 01 jun. 2018. Disponível em: <https://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/index.php/coinspiracao/article/view/18/6>. Acesso em: 20 nov. 2018.

COSTA, W. **Resolução de problemas: Uma análise dos saberes mobilizados**. 2018. 104 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática. 7ª série.** Edítora Ática, São Paulo SP, 2004

DAVIS, C., Nunes, M. M. R., & Nunes, C. A. A. (2005). **Metacognição e sucesso escolar: articulando teoria e prática.** Cadernos de Pesquisa, 35(125), 205-230.

DE JOU, G.; SPERB, T. A metacognição como estratégia reguladora da aprendizagem. Revista Reflexão e Crítica – UFRGS, Porto Alegre, v. 19, n. 2, p. 177-185, 2006

FERREIRA, D. PALHARES, P. **O jogo de xadrez e a identificação de padrões.** Braga, Portgual: [s.n.], 2008. Disponível em: <http://ex.ludicum.org/MR/textos/ArtigoSPM.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2018.

FIDE: **Leis do Xadrez 01 de julho de 2017**: Disponível em: <http://www.cbx.org.br/files/downloads/E01_Leis%20do%20Xadrez%20em%20vigor.pdf >, [acesso em 16 de set de 2017].

FILGUTH, R. **A importância do xadrez**. Porto Alegre: Artmed, 2007

FILGUTH, R. **Xadrez de A a Z: Dicionário Ilustrado**. 1. ed. Porto Alegre: Artmed, 2005. 240 p. v. 1.

GARRIDO, F. G. **Educando desde El Ajedrez** – 2001.

Gil, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social** 6° ed. –São Paulo: Atlas 2008

GRENDENE, M. V. **Metacognição : uma teoria em busca de validação**. 2007. 54 p. Dissertação (Programa Pós-Graduação Psicologia) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007. Disponível em: <http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/926>. Acesso em: 27 jul. 2017.

GRILLO, R. M. **O Xadrez Pedagógico na Perspectiva da Resolução de Problemas em Matemática no Ensino Fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação. Itatiba, SP: Universidade São Francisco, 2012.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Matriz de Avaliação Matemática.** 2012. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf>. Acesso em: 02 nov. 2018.

JALLES, C. M. C. R. **O efeito de instruções sobre estratégias metacognitivas de crianças pré-escolares em solução de problema geométrico: um estudo exploratório.** Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1997.

JUNIOR BUENO, J.A. **O Uso do tabuleiro de Xadrez no Apoio ao ensino da Matemática,** 2017 56 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Universidade Estadual De Campinas, São Paulo.

JUNIOR SANTOS, A. S. **O jogo de xadrez como recurso para ensinar e aprender matemática: relato de experiência em turmas do 6º ano do ensino fundamental**. 2016 116 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Universidade De São Paulo/ Ribeirão Preto, Ribeirão Preto São Paulo.

KENSKI, V. M. **Aprendizagem mediada pela tecnologia**. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 4, n.10, p.47-56, set./dez. 2003.

KIMURA, C. F. K. **O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget**. Tese (Doutorado em Educação). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2005.

LAFORTUNE, L; SAINT-PIERRE, L. **A Afectividade e a Metacognição na Sala de Aula.** Lisboa- Portugal: Instituto Piaget, 1996. 289 p.

LAWRENCE, Al; MORADIABADI, Elshan. **O xadrez e a arte da guerra: Sabedoria antiga para aprimorar seu jogo.** Barueri São Paulo: Quarto, 2016. 160 p.

LEITE, E. A. P.,**Estratégias metacognitivas na resolução de problemas matemáticos: um estudo de caso com estudantes da Educação de Jovens e Adultos**. 2011. 269f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2011.

LOCATELLI, S. W. **Tópicos de Metacognição: para aprender e ensinar melhor**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2014. 77 p.

LOPES, A. C. **O jogo de xadrez e o estudante: uma relação que pode dar certo na resolução de problemas Matemáticos. Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 2, n. 14, p.35-52, fev. 2012. Disponível em <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/11037>. Acesso em: 22 maio 2017.

LOPES, S. E. & Kato, L. A. (sa). **A Leitura e a Interpretação de Problemas de Matemática no Ensino Fundamental: Algumas Estratégias de Apoio.** Disponível em : http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2212-8.pdf Acesso e 16 jun. 2017

LOUREIRO, L. **Atlas do Esporte no Brasil**. ORGANIZATION AND EDITORIAL STAFF, 2008- Disponível em: <http://www.atlasesportebrasil.org.br/textos/66.pdf >, [acesso em 16 de set de 2017].

LUCENA, A. M.**A metacognição no livro didático de matemática: um olhar sobre os números racionais.** 2013. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife. 2013

MAGALHÃES, A. R. **Mapas conceituais digitais como estratégia para o desenvolvimento da meta cognição no estudo de funções**. 2009. 235 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2009.

MELO, L. R. L. **A metacognição na abordagem algébrica do material didático do Gestar II.** 2014. 127 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, 2014

MORAIS, R; ONUCHIC, L. **Uma abordagem Histórica da Resolução de Problemas**. In: ONUCHIC, Lourdes de La Rosa et al. (Org.). Resolução de Problemas Teoria e Prática. Jundiai: Paço Editorial, 2014. cap. 1, p. 17-34.

NASCIMENTO, M. D. **A contribuição do jogo de xadrez para o ensino de gráficos na Educação de Jovens e Adultos-EJA.** 2011. 130 f. Dissertação (Mestrado Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2011.

NTCM,. **Principles and Standards for School Mathematics**. 2000. Disponível em: <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/>. Acesso em: 02 nov. 2018.

OLIVEIRA, M. E. R. de. **As Estratégias Metacognitivas de Pensamento e o Registro Matemático de Adultos Pouco Escolarizados**. 2003. 1 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de São Paulo. São Paulo, 2003.

ONUCHIC, L. De La R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.) PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONCEPÇÕES E PERSPECTIVAS. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas.** Boletim GEPEM. Rio de Janeiro; v. 55, p. 1-19, 2009

PAIVA, R. **Aplicações da Matemática Elementar no Xadrez**. 2016. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: Universidade Federal de São João del-Rei, Rio de Janeiro

PESSOA, C. **Contrato Didático: Sua Influência Na Interação Social e na Resolução de Problemas.** VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife: [s.n.], 2004. 17 p. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/01/CC66657466404.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2018.

PIAGET, J. **A formação do Símbolo na Criança: Imitação, Jogo e Sonho Imagem e Representação**. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015. 328 p.

PINTO, F. P.; SANTOS JUNIOR, G. dos. **O jogo de xadrez e o ensino da matemática**. I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 2009

PIRES, D.M. **Comparação Entre Modelos Estatísticos De Rating Em Torneios De Xadrez.** Universidade Federal de Lavras. (TESE) Programa de Pós Graduação em Estatísticas e Experimentação Agropecuária Larvas, Minas Gerais, 2014.

PORTILHO, E**. Como se aprende? Estratégias, Estilo e Metacognição**. 2. ed. Rio de Janeiro: Wak, 2011. 162 p.

REZENDE, S. **Xadrez na escola: uma abordagem didática para principiantes**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2002

RODRIGUES NETO, A. N. **Geometria E Estética: Experiências Com O Jogo De Xadrez**, 2003. Dissertação. Pós-Graduação Em Educação Universidade De São Paulo- USP/ São Paulo

RODRIGUES, I. **Resolução de Problemas em Aulas de Matemática Para Alunos De 1ª A 4ª Séries Do Ensino Fundamental E A Atuação Dos Professores.** 2006. 226 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino da Matemática)- PUC-SP, São Paulo, 2006.

RODRIGUES, M. L. **O Xadrez Como Um Instrumento De Ensino Aprendizagem, Na Perspectiva Do Ensino Da Matemática.** 2015. 63 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino)- UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE, Acre, 2015

SÁ, A. V. **Ensino enxadrístico em contextos escolar, periescolar e extraescolar: experiências em instituições educativas na França e suas repercussões**. In: SILVA, Wilson. Xadrez e educação: contribuições da ciência para o uso do jogo como instrumento pedagógico. Curitiba: Editora UFPR, 2012. cap. 8, p. 187-213. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Wilson_Silva5/publication/271826854_Xadrez_e_Educacao_contribuicoes_da_ciencia_para_o_uso_do_jogo_como_instrumento_pedagogico/links/54d247340cf2b0c614691afc/Xadrez-e-Educacao-contribuicoes-da-ciencia-para-o-uso-do-jogo-como-instrumento-pedagogico.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2018.

SILVA, L. C. F. **As Dificuldades em Aprende e Ensinar a Matemática.** (Monografia) Jussara, GO, 2009.

SILVA, L. R. **Contribuições do xadrez para o ensino-aprendizagem de Matemática**. 2010. 174 f. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, 2010

SILVA, W. da. **Xadrez nas Escolas**. 1997.

SILVA, W; BRENELLI, P. **Raciocínio lógico e o jogo de xadrez: em busca de relações**. In: SILVA, W. Xadrez e educação: contribuições da ciência para o uso do jogo como instrumento pedagógico. Curitiba: Editora UFPR, 2012. cap. 4, p. 95-110. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Wilson_Silva5/publication/271826854_Xadrez_e_Edu

cacao_contribuicoes_da_ciencia_para_o_uso_do_jogo_como_instrumento_pedagogico/links/54d247340cf2b0c614691afc/Xadrez-e-Educacao-contribuicoes-da-ciencia-para-o-uso-do-jogo-como-instrumento-pedagogico.pdf>. 2018.

SILVA, Wilson (Org.). **Xadrez e educação: contribuições da ciência para o uso do jogo como instrumento pedagógico.** Curitiba: Editora UFPR, 2012. 380 p. Disponível em: <https://www.researchgate.net/profile/Wilson_Silva5/publication/271826854_Xadrez_e_Educacao_contribuicoes_da_ciencia_para_o_uso_do_jogo_como_instrumento_pedagogico/links/54d247340cf2b0c614691afc/Xadrez-e-Educacao-contribuicoes-da-ciencia-para-o-uso-do-jogo-como-instrumento-pedagogico.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2018.

SOARES, C. P**. O uso Do Xadrez Como Mediador Na Educação Matemática**. 2016. 144 p. Dissertação (Mestrado em Programa de Pós-Graduação em Educação Escolar Mestrado Profissional) - Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2016.

SPERAFICO, Y.L. S. **Competências cognitivas e metacognitivas na resolução de problemas na compreensão do erro: um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º ano.** 2013. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal Do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2013.

TRAVASSOS, A. S; W. B. ; PROENCA, M. C. . **Resolução de problemas matemáticos: dificuldades de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental apontadas em pesquisas**. In: XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2017, Cascavel. Anais do XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2017.

VIEIRA, E. **Representação mental: as dificuldades na atividade cognitiva e metacognitiva na resolução de problemas matemáticos.** Psicologia: Reflexão e Crítica, 2001, 14(2), p.439-448

VYGOTSKY, L. **A formação Social da Mente.**4ª ed. São Paulo, Livraria Martins Fontes Editora LTDA., 1991. 90 p.

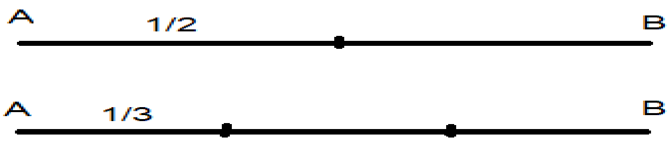
WIELEWSKI, G. D. **O Tabuleiro de Xadrez: Uma Perspectiva para a Didática da Aritmética.** Dissertação, Programa de Pós-Graduação em Educação-Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá MT.

YED, M. **O mito da criança prodígio**. In: SYED, Matthew. Salto. 1. ed. Rio de Janeiro: Alta Books, 2012. cap. 2, p. 55-75. v. 1

ANEXO 01: Problemas Matemáticos

Problema 1: Em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife. Gastei R$ 200,00 na compra de presentes para os sobrinhos de Recife e R$ 120,00 para os de São Paulo. Com isso todos os meus sobrinhos **receberam presentes do mesmo valor.** Quantos sobrinhos tenho em São Paulo? E no Recife?

Problema 2: Na figura abaixo, um mesmo segmento AB foi dividido de duas maneiras, na primeira em duas partes iguais e na segunda em três partes iguais. Queremos saber quanto do tamanho de 1/3 cabe exatamente no tamanho 1/2 desse mesmo segmento?



Problema 3: Um homem entra numa tabacaria e compra um charuto por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por outras cinco de 1 real. O freguês saiu levando o charuto e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era falsa. O dono da tabacaria lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Quanto o dono da tabacaria perdeu em dinheiro e em mercadoria?

APÊNDICE 01: Ofício de Solicitação de autorização de pesquisa
OFÍCIO XX

Recife, 02 de março de 2018.

Ref: Permissão para pesquisa.

Prezado(a) Senhor(a),

Venho por meio deste, solicitar à Vossa Senhoria a permissão para desenvolver um projeto de pesquisa de mestrado com quatro alunos. Sendo dois do 6° ou 5° ano (um praticante de xadrez) e dois do 8° ou 9° ano do Ensino Fundamental (um praticante de xadrez) e possuam a média escolar na disciplina de Matemática igual ou parecida.

O estudo não trará nenhum ônus para os estudantes participantes, Ele tem por objetivo principal caracterizar o processo de resolução de problemas matemáticos entre um estudante enxadrista e um não praticante do jogo.

A coleta será realizada através de um único encontro, em que o estudante resolverá três problemas matemáticos, de acordo com o seu nível escolar.

Esta pesquisa é da responsabilidade da pesquisadora ALINE RAFAELA SILVA DOS ANJOS, telefone para contato: (81) 997530968, e-mail: alinerafaela33@gmail.com. E está sob a orientação da Prof.ª Dra. Lúcia de Fátima Araújo, e-mail: luciaaraujo@hotmail.com e do Prof. Dr. Ross Alves. e-mail: ross.n58@gmail.com.

APÊNDICE 02: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

UFRPE

Universidade Federal Rural de Pernambuco
Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências e Matemática

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS)

Solicitamos a sua autorização para convidar o (a) seu/sua filho (a), ou o menor que está sob sua responsabilidade ____ para participar, como voluntário (a), da pesquisa **ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: INVESTIGANDO AS CONTRIBUIÇÕES DO XADREZ NO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.**

Esta pesquisa é da responsabilidade da pesquisadora ALINE RAFAELA SILVA DOS ANJOS, telefone para contato: (81) 997530968, e-mail: alinerafaela33@gmail.com. E está sob a orientação da Prof.ª Dra. Lúcia de Fátima Araújo, e-mail: luciaaraujo@hotmail.com e do Prof. Dr. Ross Alves| e-mail: ross.n58@gmail.com.

O/a Senhor/a será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida a respeito da participação dele/a na pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e o/a Senhor/a concordar que o (a) menor faça parte do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias.

Uma via deste termo de consentimento lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável. O/a Senhor/a estará livre para decidir que ele/a participe ou não desta pesquisa. Caso não aceite que ele/a participe, não haverá nenhum problema, pois desistir que seu filho/a participe é um direito seu. Caso não concorde, não haverá penalização para ele/a, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

- Tem como objetivo principal caracterizar diferenças no processo de resolução problemas matemáticos entre enxadristas e não praticantes do jogo. Os dados serão colhidos de maneira individual e durante o processo os estudantes serão gravados buscando compreender o processo de resolução dos problemas. A Coleta será realizada através de 1 (um) encontro, onde o estudante responderá 3 (três) problemas matemáticos de acordo com seu nível escolar.

- A participação na pesquisa não ocasionará em desconforto físicos ou emocionais

As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a participação do/a voluntário (a). Os dados coletados nesta pesquisa filmagens e as resoluções dos cinco problemas matemáticos ficarão armazenados em um computador de uso pessoal, sob a responsabilidade da, pelo período de mínimo 5 anos.

O (a) senhor (a) não pagará nada e nem receberá nenhum pagamento para ele/ela participar desta pesquisa, pois deve ser de forma voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação dele/a na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

____
Assinatura do pesquisador (a)

CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO

Eu,____,CPF_______________ ______________, abaixo assinado, responsável por _______________________________________, autorizo a sua participação no estudo **ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA: INVESTIGANDO AS CONTRIBUIÇÕES DO XADREZ NO PROCESSO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**, como voluntário(a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele (a). Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade para mim ou para o (a) menor em questão.

Local e data ____

Assinatura do (da) responsável: ____

APÊNDICE 03: Entrevistas Semiestruturadas

Entrevista semiestruturada – prática enxadrística

1.Com que idade você aprendeu a jogar xadrez?

2.Quem lhe incentivou a aprender a jogar xadrez?

3.Onde você pratica o jogo do xadrez?

4.Você participa de torneios? Com que regularidade? Que tipo de torneios (escolares, abertos, pensado(ritmo de jogo com no mínimo 60 minutos), entre outros?

5.Você realiza estudos do jogo de xadrez por meio de softwares, livros, aplicativos de celular??

Entrevista semiestruturada geral

Nome:

Idade:

1.Há quanto tempo você estuda nessa escola?

2.O que você acha do trabalho da disciplina de Matemática nessa escola?

3.Você sabe qual a sua média escolar em Matemática? Qual? Você a considera boa, regular ou ótima?

4.Você gosta das atividades matemáticas envolvendo o uso de problemas?

5.Você vê relação entre o uso do jogo de xadrez e resolução de problemas? Por quê?

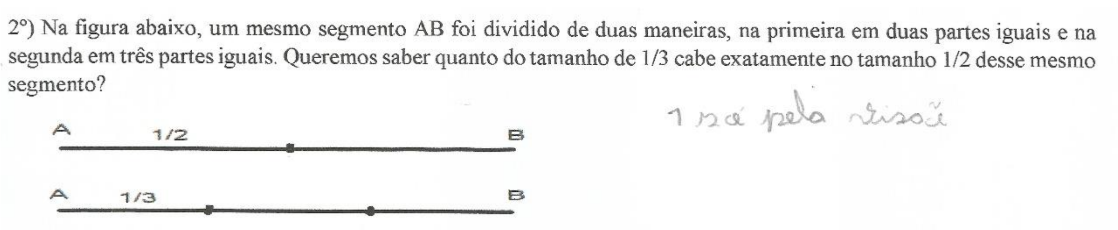
APÊNDICE 04: Análises das resoluções do 2º e 3º problemas

1º SUJEITO XADREZISTA:

Problema 2

No segundo problema, X1 ♂ usou 1 minuto e 35 segundos. Na figura 12 veremos como ele resolveu e no recorte 26 veremos o seu processo:

Figura 12 Resolução do 2º problema- X1 ♂


2º) Na figura abaixo, um mesmo segmento AB foi dividido de duas maneiras, na primeira em duas partes iguais e na segunda em três partes iguais. Queremos saber quanto do tamanho de 1/3 cabe exatamente no tamanho 1/2 desse mesmo segmento?

Fonte: Próprios autores

RECORTE 26
X1 ♂: Ele quer saber quanto desse pedacinho aqui, cabe aqui (apontando para o segundo segmento e para o primeiro segmento) .... É um.
P: Por que é um?
X1 ♂: Só pela visão dá para dizer que é um.... E aqui, também (apontando para o problema), quando a gente observa aqui que está dividida em três partes, se fosse dois, esse lado aqui só ficaria com esse, e esse aqui ficaria faltando, então não pode ser, porque são medidas iguais, porque é uma fração, e fração se for dividida em partes iguais ela dá uma nova fração. **[Estratégia Metacognitiva de ordem do conhecimento do problema]**

Notamos que o estudante para solucionar o problema, mobilizou a estratégia metacognitiva da ordem do conhecimento do problema, uma vez que ele afirma "(...) E a fração se for dividida em partes iguais, dá uma nova fração". Observamos que ele sabia sobre o conteúdo matemático de fração e se referiu aos dados do enunciado para colocar a sua solução.

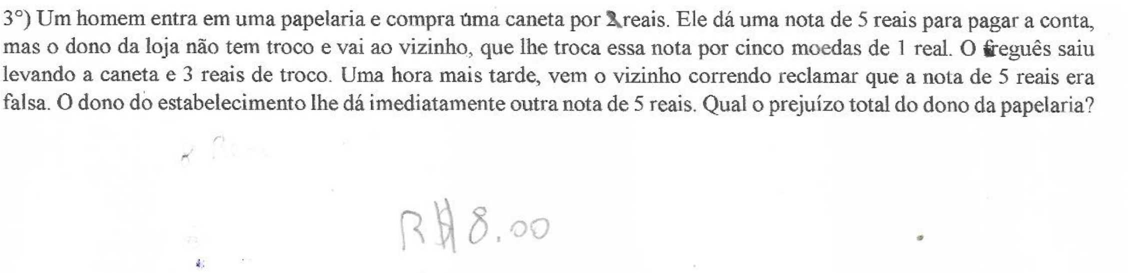
Problema 3

No terceiro problema, X1 ♂ lançou mão da estratégia metacognitiva Estratégia Metacognitiva de ordem da compreensão do problema como veremos no recorte 27.

RECORTE 27
X1 ♂**:** É....porque ele perdeu uma caneta de 2 reais, mas ele recebeu uma nota de cinco reais, aí ele... pera (riscou o valor 2 do enunciado) os dois foi pago (releu o problema) ... ele deu 3 ao homem de troco... mais 5 do vizinho que ele teve que pagar, o resultado é esse, oito**.** [**Estratégia Metacognitiva de ordem da compreensão do problema].**

Na figura 13, observamos a resposta de X1 ♂:

Figura 13 Resolução do 3º problema- X1 ♂


3°) Um homem entra em uma papelaria e compra uma caneta por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por cinco moedas de 1 real. O freguês saiu levando a caneta e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era falsa. O dono do estabelecimento lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Qual o prejuízo total do dono da papelaria?

R$ 8.00

Fonte: Próprios autores

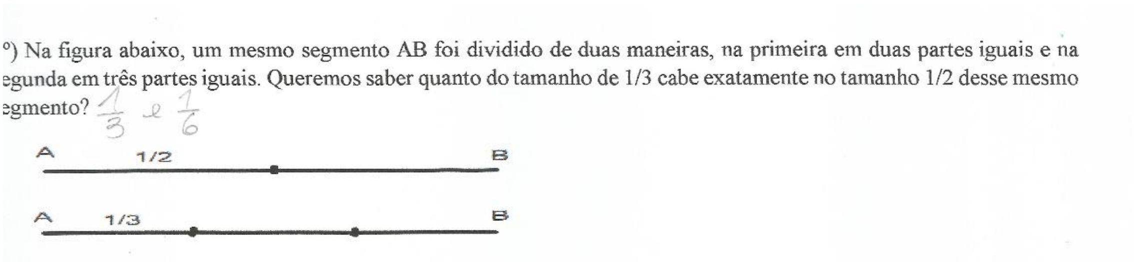
Observamos que o estudante considerou as informações pelo problema 3 para resolver.

1º SUJEITO NÃO XADREZISTA

Problema 2

O estudante NX1 ♂ apresentou uma resposta mais completa em relação a X1 ♂no segundo problema, como observamos na figura 14:

Figura 14 -Resolução do 2º problema- 2º sujeito não enxadrista


°) Na figura abaixo, um mesmo segmento AB foi dividido de duas maneiras, na primeira em duas partes iguais e na egunda em três partes iguais. Queremos saber quanto do tamanho de 1/3 cabe exatamente no tamanho 1/2 desse mesmo egmento? 1/3 e 1/6

Fonte: Próprios autores

No recorte 28 veremos como o estudante explicou o seu raciocínio:

RECORTE 28

NX1 ♂ escreveu: 1/3 e 1/6 e falou:

Eu acho que seja um terço e um sexto. (...) porque se eu botar um terço aqui (apontou para o primeiro segmento) vai sobrar um espaço que daria a metade de um terço e esse espaço é esse um sexto. **[Estratégia metacognitiva de ordem de compreensão do problema e Estratégia Metacognitiva de ordem do procedimento do**

Percebemos que o estudante lançou mão da estratégia metacognitiva da ordem do procedimento e compreensão do problema para resolver, sem a necessidade de realizar cálculos matemáticos.

Problema 3

No terceiro problema, NX1 ♂ colocou a resposta 8 reais, exposta na figura 15:

Figura 15- Resolução do 3º problema- NX1 ♂

°) Um homem entra em uma papelaria e compra uma caneta por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, ıas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por cinco moedas de 1 real. O freguês saiu ·vando a caneta e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era ılsa. O dono do estabelecimento lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Qual o prejuízo total do dono da papelaria?

8 reais

Fonte: Próprios autores

Na explicação de como foi resolvido problemas, percebemos o uso da Estratégia Metacognitiva de ordem da compreensão do problema, no recorte 29:

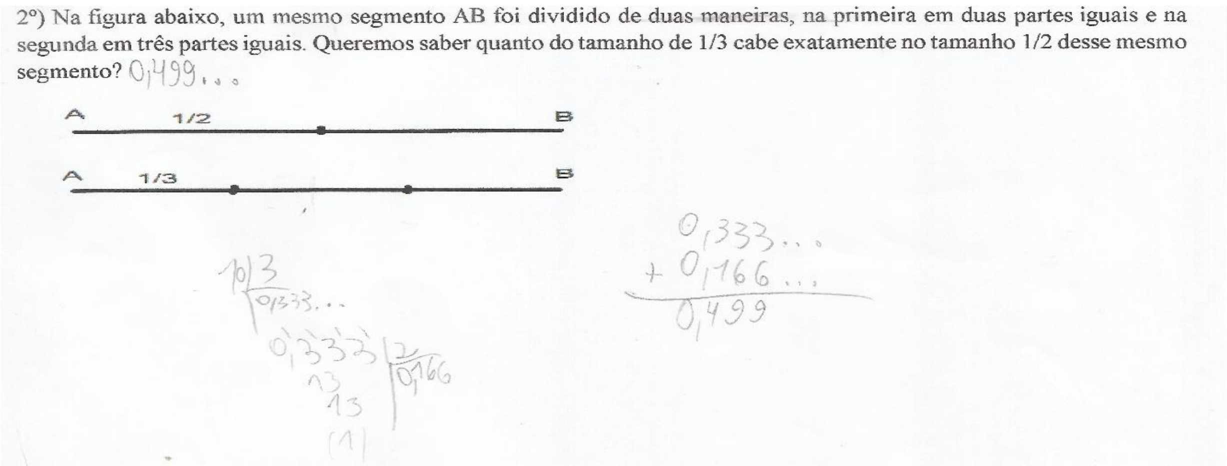
RECORTE 29
NX1 ♂: Porque ele pegou e deu três de troco e deu os cinco para o vizinho, então ele teve o prejuízo de 8 reais.

2º SUJEITO XADREZISTA

Problema 2

No segundo problema, X2♀ coloco como resposta 0.499. Apresentada na figura 16:

Figura 16- Resolução do 2º problema- X2♀



Fonte: Próprios autores

No recorte 30, observamos o raciocínio que X2♀ utilizou:

RECORTE 30

X2♀. Iniciou realizando o cálculo 1÷3=0.333

P: Como você está fazendo?

X2♀**:** Para achar em decimal. [Estratégia metacognitiva de ordem do conhecimento].

X2♀ fez 0.333÷2=0.166 e depois somou 0.333+0.166=0.499 e escreveu como resposta: 0.499 em seguida explicou como resolveu:

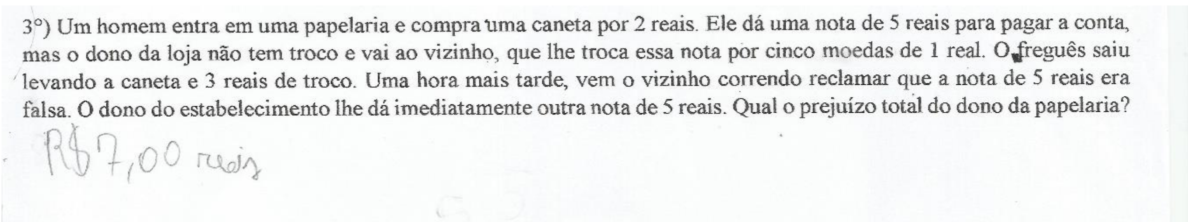
X2♀: Eu peguei esse (apontando para o primeiro segmento) e dividi para encontrar em número decimal aí como ele queria saber o meio, eu dividi 0.333 por dois, aí eu somei que no caso é a medida desse aqui (fazendo um traço no meio do segundo segmento) que ele quer saber, aí deu esse número (apontando para 0.499...). [Estratégia Metacognitiva de ordem da compreensão do problema].

A aluna optou por converter em decimal, para solucionar o problema, lançando mão da estratégia metacognitiva da ordem do procedimento do problema como também a de compreensão.

Problema 3

No terceiro problema, X2♀ colocou R$ 7,00 reais (figura 17). Ao explicar, ficou evidente a mobilização da estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema disponível no recorte 31:

Figura 17- Resolução do 3º problema- 2º sujeito enxadrista


3°) Um homem entra em uma papelaria e compra uma caneta por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por cinco moedas de 1 real. O freguês saiu levando a caneta e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era falsa. O dono do estabelecimento lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Qual o prejuízo total do dono da papelaria?

R$7,00 reais

Fonte: Próprios autores

RECORTE 31

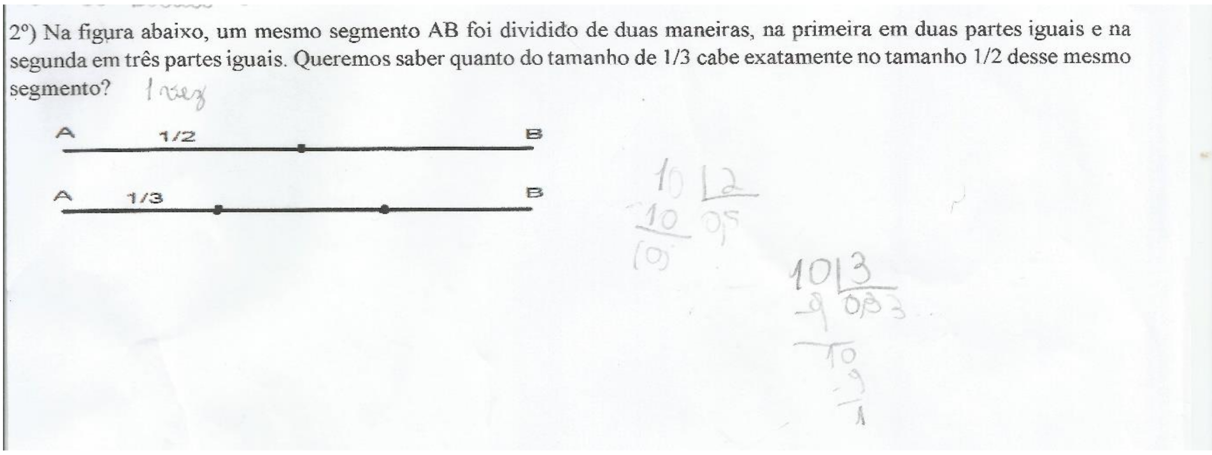
X2♀: Eu pensei assim, ele pagou com cinco reais, mas a nota era falsa, e aí o vizinho trocou por cinco moedas de um real, ele perdeu 5 reais porque o homem tinha pago com a nota falsa e ele teve que devolver ao vizinho e dois reais que foi o valor da caneta, senão ficaria como se ele tivesse levado a caneta de graça, então foram os cinco reais que ele teve que devolver ao vizinho mais caneta que custou dois reais.

2º SUJEITO NÃO XADREZISTA

Problema 2

O aluno NX2 ♂ colocou como resposta 1 vez (figura 18) e no recorte 32 veremos seu raciocínio:

Figura 18 -Resolução do 2º problema- NX2 ♂


2º) Na figura abaixo, um mesmo segmento AB foi dividido de duas maneiras, na primeira em duas partes iguais e na segunda em três partes iguais. Queremos saber quanto do tamanho de 1/3 cabe exatamente no tamanho 1/2 desse mesmo segmento? 1 vez

Fonte: Próprios autores

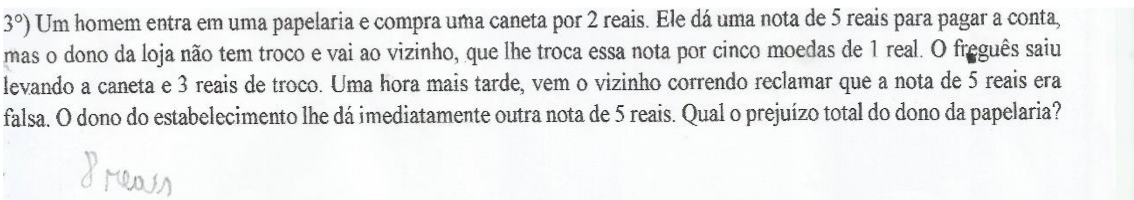
RECORTE 32
NX2 ♂ escreveu 1 ÷ 2= 0.5, posteriormente fez 1 ÷ 3 = 0.33.... E explicou:
-Eu transformei um e meio em número decimal, e depois eu somei o quanto daria, mas foi uma vez porque se somasse duas vezes o resultado daria seis e aí ia passar o tamanho do meio. [Estratégia Metacognitiva de ordem do conhecimento do problema + Estratégia Metacognitiva de ordem da compreensão do problema].

Observamos que NX2 ♂ adotou a mesma estratégia matemática em transformar em decimal que que X2♀, como também as metacognitivas.

Problema 3

No terceiro problema, NX2 ♂ colocou a resposta da figura 19: 8 reais, e no recorte 33 observamos como ele obtive o resultado.

Figura 19 -Resolução do 3º problema- NX2 ♂


3º) Um homem entra em uma papelaria e compra uma caneta por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por cinco moedas de 1 real. O freguês saiu levando a caneta e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era falsa. O dono do estabelecimento lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Qual o prejuízo total do dono da papelaria?

8 reais

Fonte: Próprios autores

RECORTE 33

NX2 ♂: Eu somei quanto ele deu para o homem que comprou a caneta que foi 3 reais de troco e depois ele deu mais cinco para o vizinho. Então, foi 3 de troco e 5 para o vizinho, ele perdeu 8 reais**.** [Estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema].

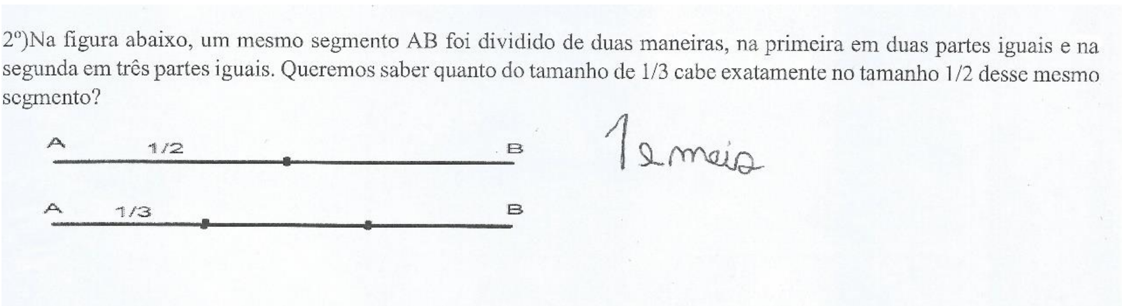
Observamos que o estudante NX2 ♂ mobilizou a estratégia metacognitiva de compreensão do problema para soluciona-lo.

3º SUJEITO XADREZISTA

Problema 2

O terceiro sujeito enxadrista X3 ♂ colocou como resposta 1 e meio (figura 20) e justificou sua resposta o que veremos no recorte 34:

Figura 20 -Resolução do 2º problema- X3 ♂



Fonte: Próprios autores

RECORTE 34

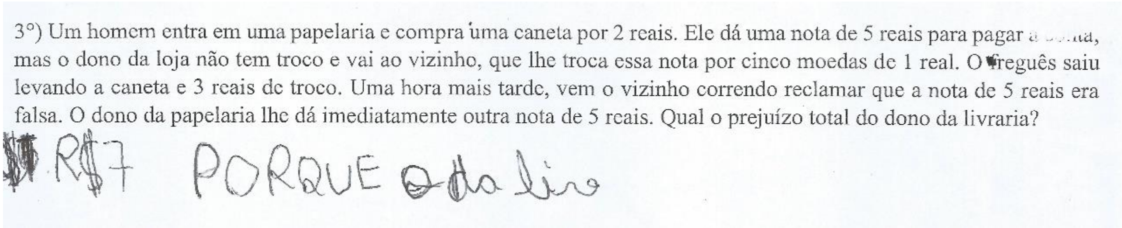
X3 ♂: Nesse segundo eu acho que ele está dizendo que **quantos de "um três" cabem dentro desses "um dois"** daqui você vê, oh (apontando com a caneta) só cabe um, só cabe um, (voltou a olhar os segmentos) ...é um e meio.

A reposta de X3 ♂ enxadrista está correta, mesmo ele não colocando em forma de fração o aluno tinha o entendimento que era um terço mais a sua metade o que foi traduzido para '1 e meio'. Mobilizando assim, a estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema.

Problema 3

No terceiro problema, X3 ♂ colocou que a resposta seria R$ 7.00 como podemos ver na figura 21, e o raciocínio envolvido no recorte 35:

Figura 21- Resolução do 3º problema- X3 ♂


3°) Um homem entra em uma papelaria e compra uma caneta por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por cinco moedas de 1 real. O freguês saiu levando a caneta e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era falsa. O dono da papelaria lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Qual o prejuízo total do dono da livraria?

R$7 PORQUE

Fonte: Próprios autores

RECORTE 35
X3: Porque o cara deu uma nota falsa e levou a caneta, aí ele teve o prejuízo da caneta e também ele teve que dá os cinco reais ao vizinho, então foram os dois da caneta e os cinco que ele pagou para o outro, então foi sete. [Estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema].

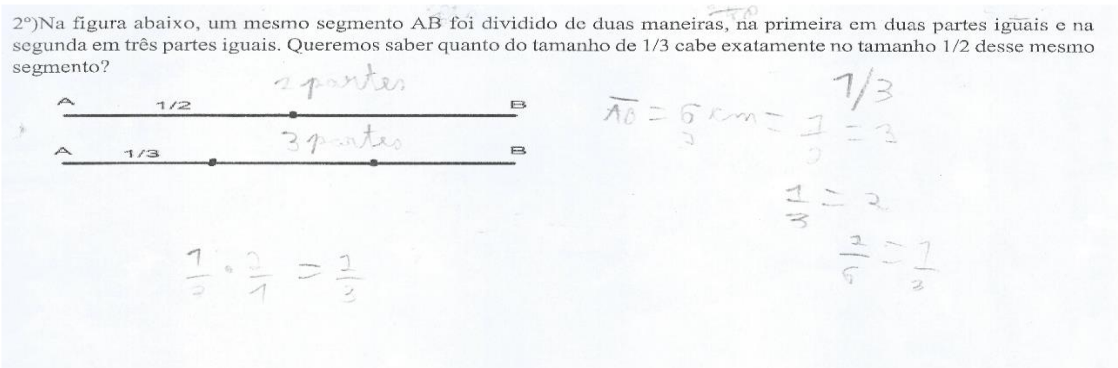
X3 ♂ apresentou uma solução inadequada ao problema proposto, mesmo tendo um raciocínio matemático por trás, observamos que ele esqueceu de considerar que ficou dois reais de moedas. Foi utilizado 4 minutos e 3 segundos.

3º SUJEITO NÃO XADREZISTA

Problema 2

O estudante NX3 ♂ colocou como resposta dois terços, exibido na figura 22 e veremos no recorte 36 como ele concluiu isso:

Figura 22 -Resolução do 2º problema- NX3 ♂


2°)Na figura abaixo, um mesmo segmento AB foi dividido de duas maneiras, na primeira em duas partes iguais e na segunda em três partes iguais. Queremos saber quanto do tamanho de 1/3 cabe exatamente no tamanho 1/2 desse mesmo segmento?

Fonte: Próprios autores

RECORTE 36

NX3 ♂: -Essa é a questão, eu sei o que é para fazer, eu sei desenvolver, eu tenho a resposta, mas eu fico muito inseguro em dizer a resposta [Estratégia metacognitiva de ordem pessoal] .... Porque, pela lógica, quando ele pergunta, quanto de um terço cabem em meio, é só dividir, aí a divisão de fração e é só inverter e multiplicar [Estratégia metacognitiva de ordem de Conhecimento], aí eu repeti a primeira (apontando para o cálculo realizado) inverti a segunda e dá dois terços.

NX3 ♂demonstrou ter o conhecimento matemático necessário para resolver o 2º problema, no entanto, o aluno se confundiu. O que pode ter sido em decorrência por ele ainda estar focado no 1º problema, o que acabou o deixando inseguro (fala do próprio).

Problema 3

No terceiro problema, NX3 ♂ colocou como resposta 10 reais (não colocaremos a figura, pois ficou ilegível a sua reposta. No recorte 37 veremos a explicação:

RECORTE 37

NX3 ♂: - Agora entendi, já, a nota era falsa, de cinco reais, então, ele perdeu a caneta que eram dois reais, perdeu, o troco, no caso, três reais, sem o cliente pagar nada, porque era falsa, e depois ele teve que buscar mais cinco reais para o vizinho, então vamos lá, ele perdeu a caneta, que era dois, ele perdeu o troco de três reais, e perdeu mais cinco reais o prejuízo então foi de dez reais, acho que ficou correto. [Estratégia de compreensão].

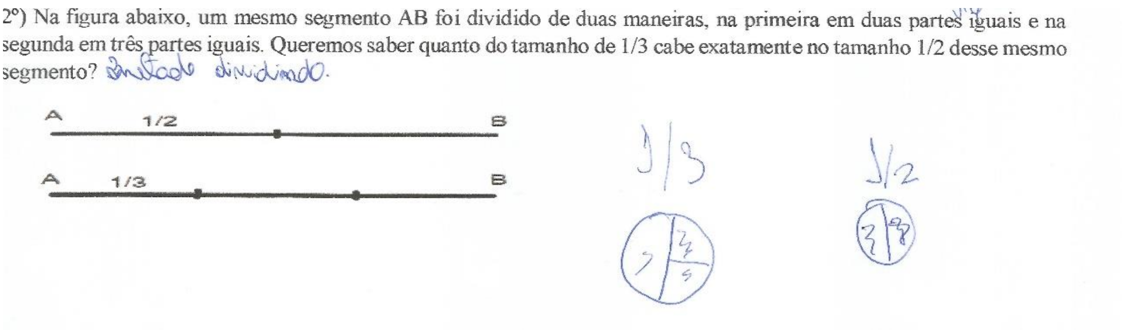
Observamos que NX3 ♂ apresentou a estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema para solucionar.

4º SUJEITO XADREZISTA

Problema 2

A estudante X4♀ para resolver o segundo problema realizou o esquema em desenho (figura 23):

Figura 23- Resolução do 2º problema- X4♀


2º) Na figura abaixo, um mesmo segmento AB foi dividido de duas maneiras, na primeira em duas partes iguais e na segunda em três partes iguais. Queremos saber quanto do tamanho de 1/3 cabe exatamente no tamanho 1/2 desse mesmo segmento? metade dividindo.

Fonte: Próprios autores

No recorte 38, percebemos que a estudante mobilizou a estratégia meatognitiva de ordem do procedimento do problema:

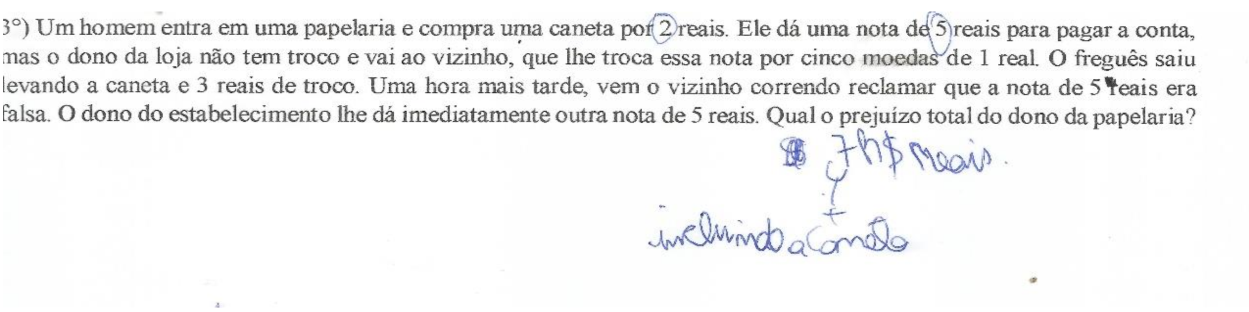
RECORTE 38
X4♀ escreveu: 1/3 e fez um esquema em desenho, depois 1/2 apresentado outro esquema. E falou:
-Eu coloquei... acho que é a metade, dividindo, eu dividi a metade. - [Estratégia de procedimento.]

O segundo X4♀ resolveu em menos tempo com 4 minutos e 7 segundos colocou como resposta. “Metade dividindo”. Pela sua afirmação: “eu dividi a metade”, ela percebeu que na segunda representação de 1/3 (um terço), sobre o segmento AB, o que falta para completar a resposta é realmente a metade de um terço, mobilizando a estratégia metacognitiva de ordem do procedimento.

Problema 3

No terceiro problema foi apresentada a solução da figura 24, como o raciocínio de X4♀ para solucionar no recorte 39:

Figura 24- Resolução do 3º problema- X4♀


3º) Um homem entra em uma papelaria e compra uma caneta por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por cinco moedas de 1 real. O freguês saiu levando a caneta e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era falsa. O dono do estabelecimento lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Qual o prejuízo total do dono da papelaria?

7 R$ reais.

incluindo a caneta

Fonte: Próprios autores

RECORTE 39
X4♀: -Eu contei aqui, porque o homem levou uma caneta de dois reais, aí... ele teve que pagar ao vizinho que veio correndo reclamando aí deu sete com a caneta, é?! É! – [Estratégia de compreensão].

X4♀ mobilizou a estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema para resolver.

4º SUJEITO NÃO XADREZISTA

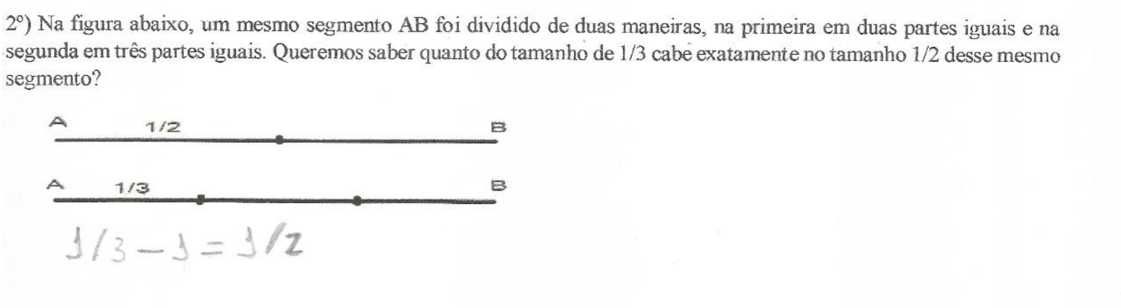
Relembramos que a estudante NX4♀, que fez dupla com X4♀ não quis resolver os problemas, assim passaremos para a quinta dupla.

5º SUJEITO XADREZISTA

Problema 2

O aluno X5♂ colocou como resposta 1/3-1 =1/2 como visualizemos na figura 25 e como ele resolveu no recorte 40:

Figura 25- Resolução do 2º problema- 2º sujeito enxadrista



Fonte: Próprios autores

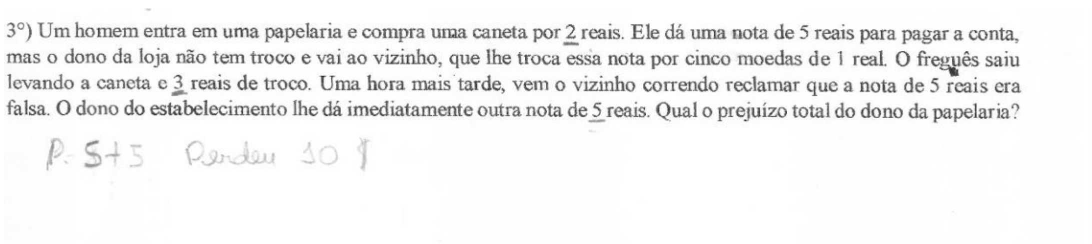
RECORTE 40
X5♂ : - Acho que terminei essa, fiz eu vi aqui que ele quer saber quanto, isso aqui é fração, não é? [Estratégia de conhecimento]. É. Ele quer saber quanto de um terço cabe nesse meio aqui aí eu fiz aqui a fração de um terço e coloquei menos um que dá igual a meio, aí acho que é assim, acabei. [Estratégia de compreensão].

Observamos que para solucionar, X5♂ mobilizou as estratégias metacognitiva da ordem do conhecimento, uma vez que ele identifica que é fração, assim como a estratégia metacognitiva de ordem da compreensão do problema em que ele interpretou as informações do enunciado, mobilizando seus saberes matemáticos para responder.

Problema 3

No terceiro problema, X5 ♂ respondeu P=5+5=10, perdeu 10 apresentada na figura 26., assim como ele verbalizou o que pensou no recorte 41:

Figura 26 -Resolução do 3º problema- X5 ♂



3°) Um homem entra em uma papelaria e compra uma caneta por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por cinco moedas de 1 real. O freguês saiu levando a caneta e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era falsa. O dono do estabelecimento lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Qual o prejuízo total do dono da papelaria?

P. 5+5 Perdeu 10

Fonte: Próprios autores

Ao explicar como foi solucionado o problema X5 ♂ demonstrou a estratégia metacognitiva de compreensão do problema. Mas a sua interpretação foi equivocada apresentada na sua fala:

RECORTE 41
X5 ♂: É.... foi assim, ele perdeu cinco reais aqui (apontando com o lápis para informação dos cinco reais falso), aí eu coloquei P aqui de perdeu e coloquei aqui perdeu 5 reais, aí aqui, o homem comprou a caneta por dois reais e ele deu uma nota de cinco reais para pagar a conta, mas como ele não tinha troco vai ao vizinho que lhe troca essa nota por 5 moedas de um real, aí ele saiu levando a caneta mais três reais, aí como o vizinho reclama, ele teve que dar os cinco reais. Aí ele perdeu os dois reais da caneta, os três de troco aí dois mais três iguais a cinco. Cinco mais cinco é igual a dez.

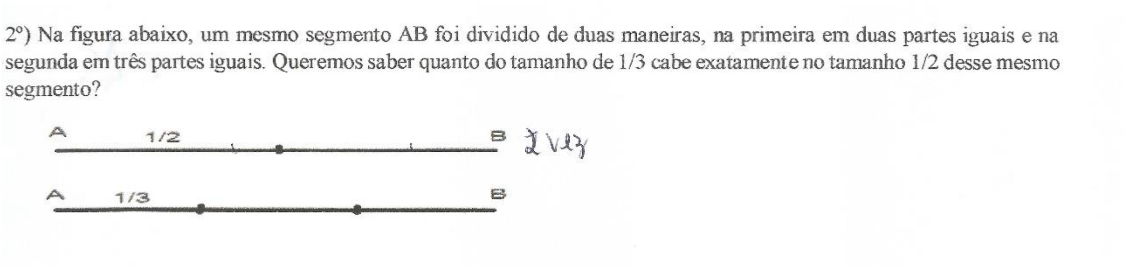
Como foi visto no capítulo de Resolução de Problema, muitas vezes os estudantes têm dificuldades em resolver problemas matemáticos pelo fato de não interpretar corretamente os enunciados X5 ♂ tem o domínio das operações matemáticas mas erra pela falta de entendimento das informações da questão.

5º SUJEITO NÃO XADREZISTA

Problema 2:

O estudante N X5 ♂ resolveu o segundo problema apenas observando, como veremos no recorte 42, na figura 27 veremos que a sua reposta foi “2vez”.

Figura 27 -Resolução do 2º problema- NX5 ♂


2º) Na figura abaixo, um mesmo segmento AB foi dividido de duas maneiras, na primeira em duas partes iguais e na segunda em três partes iguais. Queremos saber quanto do tamanho de 1/3 cabe exatamente no tamanho 1/2 desse mesmo segmento?

Fonte: Próprios autores

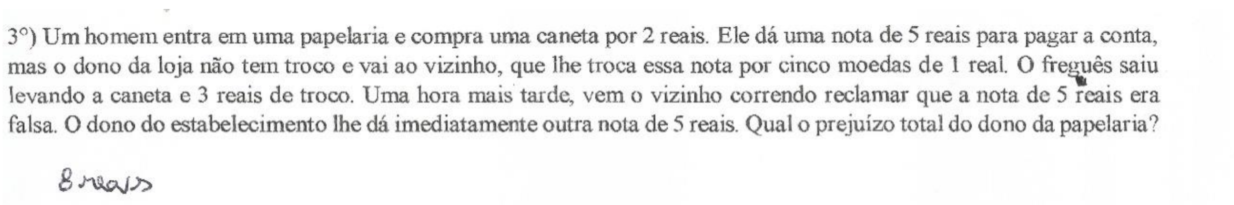
RECORTE 42
Para resolver NX5 ♂ observou os segmentos e usou a caneta como régua, marcando os segmentos onde ele acreditaria que estaria dividindo o segmento por duas vezes. E explicou: -Eu usei a caneta para saber o tamanho desse, (apontou para o segundo segmento) e como cabe exatamente, aí eu medi aqui (mostrando o segundo segmento) aí dá duas vezes.

Nesse sentido, não percebemos a mobilização de estratégias metacognitivas, aparentemente, o estudante resolveu a questão de maneira intuitiva.

Problema 3

No terceiro problema NX5 ♂ colocou como resposta: 8 reais (figura 28) mobilizando a estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema, como percebermos no recorte 43:

Figura 28-Resolução do 3º problema- NX5 ♂


3º) Um homem entra em uma papelaria e compra uma caneta por 2 reais. Ele dá uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas o dono da loja não tem troco e vai ao vizinho, que lhe troca essa nota por cinco moedas de 1 real. O freguês saiu levando a caneta e 3 reais de troco. Uma hora mais tarde, vem o vizinho correndo reclamar que a nota de 5 reais era falsa. O dono do estabelecimento lhe dá imediatamente outra nota de 5 reais. Qual o prejuízo total do dono da papelaria?

8 reais

Fonte: Próprios autores

RECORTE 43
NX5 ♂: O homem entrou na papelaria, comprou uma caneta de dois reais, ele pagou com uma nota de cinco, aí o prejuízo do dono da papelaria foram os três reais de troco, mais o cinco que era falso, aí eu somei e deu oito reais. Que eram os três de troco e o cinco que era falso que ele teve que pagar.

APÊNDICE 05: TRANSCRIÇÕES COMPLETAS

1º SUJEITO XADREZISTA:

Problema 1

X1 ♂ releu o primeiro problema e escreveu: **200-120=80**. Releu e grifou "UM" do enunciado e comentou:

X1 ♂: Tá, descobri o valor de cada presente, que é 80. Após 4min46s, falou:

-Pensei que seria muito mais fácil...

P: Por que não é fácil?

X1 ♂: É um pouquinho, estou um pouco em dúvida ainda.

P: Por quê?

X1 ♂: Porque em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife, então quer dizer se eu descobrir o valor de quantos sobrinhos em Recife, subtraindo um, eu vou ter a quantia de São Paulo, mas aí ele fala: eu gastei 200 reais na compra de presentes para os sobrinhos de RECIFE, e 120 para os sobrinhos de São Paulo. É.... então, como ele está dizendo que tem um sobrinho? Por exemplo, o valor do presente dos sobrinhos de São Paulo é mais caro.

P: É mais caro?

X1 ♂: É.

P: Por quê?

X1 ♂: Porque, aqui, vendo dizendo que os sobrinhos receberam o presente do mesmo valor, ou seja, ele gastou a mesma quantidade... não, eita, está errado.

P: O que está errado?

X1 ♂: Estou confuso... Ele tem mais sobrinhos em Recife. (Releu o problema) ... Entendi, em São Paulo tenho um sobrinho a menos que em Recife, gastei 200 reais na compra de presentes para os sobrinhos de Recife... e é 120 com os de São Paulo, é para fazer MMC, eu acho. Mas o MMC dos dois será 40, mas vou fazer aqui. Eu já sei a resposta, mas vou fazer escrito aqui...

P: Como assim, por que precisa escrever?

X1 ♂: Se tem um espaço aqui, é para eu usar esse espaço (apontado para a parte em branca da folha).

P: Não necessariamente, você consegue resolver de cabeça?

X1 ♂: Sim.

P: Pode falar...

X1 ♂ :120÷4= daria 30 e aqui em 200÷ 5 daria 40. Eita, mas o presente é do mesmo valor.

X1 ♂ observou pensativo o problema e fez o MMC, obtendo o valor de 40.

Após 9min32s, observou pensativo e decidiu resolver outro problema.

Ao retomar o processo de resolução, comentou:

X1 ♂ : Essa questão foi a que eu mais gostei, mas tenho mais dúvida (releu, ficou pensativo) e comentou:

X1 ♂ : Mas tem que ser 3.

P: Por quê?

X1 ♂ : Porque 40 vai fazer 160, 40x4 dá 160.

P: E agora?

X1 ♂ : Porque ele tem que gastar exatamente 120 reais com os sobrinhos de São Paulo e 200 reais com os sobrinhos de Recife, então não pode ser 40 (soltando o lápis sobre a folha) com o que ele gasta, estou confuso... (Releu o problema).

X1 ♂ : Não pode ser 30, mas tem que ser 40...

P: Por que tem que ser 40?

X1 ♂ : Eu não estou entendo essa questão… (observou pensativo o problema) ... eu já descobri o valor de cada presente.... Eu acho que é 4...mas não pode ser 4.

P: Por que não pode ser 4?

X1 ♂ : Acabei

P: Como?

X1 ♂: Eu tenho que subtrair 1 sobrinho da quantidade de sobrinhos de Recife, como em Recife ele gastou 200 reais, e 120 para os de São Paulo, espera aí... Os meus sobrinhos receberam presentes do mesmo valor... com 1 sobrinho ele gastou 80 reais, mas não tem lógica, se ele tivesse 2 sobrinhos em São Paulo, o valor do presente seria 160, então não é 80.

P: Como você respondeu?

X1 ♂ : Não tem como, é porque 120 e 200 são múltiplos, mas é para ser o presente do mesmo valor, por isso, não tem como.

E. levou 9min23s no primeiro momento e 10min30s no segundo momento, totalizando 20min2s na primeira questão.

Problema 2
X1 ♂ releu o problema e falou:

- Eu não estou entendendo essa pergunta (apontando para o segundo problema).

A pesquisadora releu o segundo problema com o aluno. Após a leitura:

X1 ♂: Ele quer saber quanto desse pedacinho aqui, cabe aqui (apontando para o segundo segmento e para o primeiro segmento) ... É 1.

P: Por que é 1?

X1 ♂: Tem que dizer o motivo?

P: Basta você me explicar.

X1 ♂: Só pela visão dá para dizer que é 1.

P: Ok, pode escrever a sua resposta.

X1 ♂: E aqui, também (apontando para o problema) , quando a gente observa aqui que está dividida em 3 partes, se fosse 2, esse lado aqui só ficaria com esse, e esse aqui ficaria faltando, então não pode ser, porque são medidas iguais, porque é uma fração e fração se for dividida em partes iguais ela dá uma nova fração.

O aluno utilizou 1min35s para resolver o problema.

Problema 3

X1 ♂: releu o problema e afirmou: 8!

P: Por que 8?

X1 ♂: É....porque ele perdeu uma caneta de 2 reais, mas ele recebeu uma nota de 5 reais, aí ele... espera (riscou o valor 2 do enunciado) o 2 foi pago (releu o problema) ... ele deu 3 ao homem de troco... mais 5 do vizinho que ele teve que pagar, o resultado é esse, 8.

O aluno utilizou 1min7s no terceiro problema.

2º SUJEITO NÃO XADREZISTA

Problema 1

NX1 ♂ releu a primeira questão e escreveu: **200 ÷120=80**. (Observou o valor 80 e o enunciado) escreveu o cálculo: **200 ÷ 80=?** e apagou logo em seguida. Releu o enunciado e apagou o 80).

Após 1min32s, decidiu resolver outro problema. Ao retomar o primeiro problema, falou:

NX1 ♂: Agora esse primeiro, estou com dúvida nesse problema.

P: Qual a sua dúvida?

NX1 ♂: Eu já tentei fazer... tipo, se ele tem um sobrinho a menos em São Paulo é como se fosse 200-120, então ficaria 80, sendo que não tem um divisor para ele.

P: Como você acha que é a resposta?

NX1 ♂:Não sei. Se eu multiplicar, ele não dá a resposta. Eu vou deixar em branco.

P: Você não acha nenhuma resposta?

NX1 ♂: Eu já tentei multiplicando, dividindo...

P: Se fosse uma prova valendo ponto?

NX1 ♂: Eu deixaria em branco.

P: Ok.

O segundo momento durou 3min8s. Totalizando 4min16s.

Problema 2
O aluno releu o segundo problema e falou:

NX1 ♂: Neste segundo estou com dúvida.

A pesquisadora releu com o estudante o problema.

NX1 ♂: Eu posso dizer em fração a resposta?

P: Do jeito que você achar melhor.

NX1 ♂: Escreveu **⅓ e ⅙** . Eu acho que seja ⅓ e ⅙.

P: Por quê?

NX1 ♂: Porque se eu botar ⅓ aqui (apontou para o primeiro segmento) vai sobrar um espaço que daria a metade de ⅓ e esse espaço é esse ⅙ .

O aluno levou 1min12s para resolver a questão.

Problema 3
NX1 ♂ releu o terceiro problema e escreveu **8** como resposta.

P: Você pode explicar como resolveu?

NX1 ♂: Porque ele pegou e deu 3 de troco e deu os 5 para o vizinho, então ele teve o prejuízo de 8 reais.

O aluno resolveu em 2min56s.

2º SUJEITO XADREZISTA

Problema 1
A estudante releu o problema e escreveu: **80x3=240.** Observou o enunciado e apagou, e em seguida escreveu: **200÷ 4=50; 120÷ 3=60; 200÷ 5=40; 120÷4?** Observou os cálculos realizados, pensativa. Apagou o que havia feito e fez **200÷ 2**, depois apagou.

Releu o problema e calculou**: 200-120=80**. Posteriormente: **200 ÷? =80 e 120÷? =80 .** Em seguida, observou com estranheza a questão.

P: Como você está pensando em resolver a questão?

X2♀: Estou procurando um valor que dê o mesmo para dividir 200 e 120, mas menos 1, aí teria que dar igual para eu poder dividir, mas não estou conseguindo achar.

X2♀ continuou fazendo novos cálculos:

Escreveu: **200÷ 6** e apagou antes de resolver.

Após 8min17s X2♀ decidiu resolver outra questão. Ao retomar, releu o problema e escreveu:

200÷10 120÷ 9 e apagou. Escreveu: **200÷13 120÷12 e** apagou novamente.

Observou a questão e fez MMC:

200	**120**	**2**
100	**60**	**2**
50	**30**	**2**
25	**15**	**5**
5		**40**

X2♀ Franziu a testa e observou pensativa.

P: Como você está pensando?

X2♀: Estou tentando resolver pelo MMC...

P: Esse 40 saiu de onde?

X2♀: Eu multipliquei e achei.

X2♀ observou, pensativa, o problema, escreveu ao lado: MMC **120 ÷3 e 200 ÷4,** observou e balançou a cabeça negativamente, apagando (começou a bater o lápis na mesa, demonstrando um pouco de estresse). Releu o problema novamente e começou a contar nos dedos. Se afastou da folha, pensativa. escreveu: **80** releu o enunciado, e apagou e em seguida apagou o MMC. Escreveu: **160+80=240**. Releu o problema e apagou. Escreveu: **40x5= 200 40x3= 120.**

Após X2♀ realizar vários cálculos e reler a questão por diversas vezes, falou:

-É que em Recife ele teria 5 sobrinhos e São Paulo, 3, mas ele tem 1 sobrinho a menos...

P: Então...

X2♀: Eu não estou encontrando um número entre 200 e 120 que divida e dê o mesmo resultado. Quer dizer, por exemplo, 200 dividido por 5 dá 40, aí o outro teria que ser 120. 120 dividido por 4 daria 30. Mas aí o presente é do mesmo valor, e os resultados estão saindo diferentes.

P: Como você responde o enunciado?

X2♀: (Observou o problema, pensativa) não sei...

P: Pela sua explicação, como você acha que é a resposta?

X2♀: Então, eu posso dizer que em São Paulo tenho 1 sobrinho a menos que no Recife. Pode fazer assim: 1 sobrinho que morava em São Paulo foi para Recife?

P: Você acha que é isso?

X2♀: Ficaria 5 e 3. É isso!

X2♀ escreveu: **Um sobrinho que morava em São Paulo foi morar em Recife, e como já tinha um sobrinho a menos em São Paulo, em Recife ele 5 sobrinhos e em São Paulo tem 3.**

40x5=200 40x3= 120.

No segundo momento X2♀ utilizou 13min27s.

Problema 2

X2♀ iniciou relendo o problema e falou:

-Como assim? (Apontando para os segmentos, demonstrando incompreensão).

A pesquisadora releu o problema com a estudante.

X2♀: No caso, quantos desses cabem nesse?

P: Se você acha...

X2♀: Então tá. (Balançando a cabeça, assertivamente), releu o enunciado e escreveu: **1/3= 0,333.**

P: Como você está fazendo?

X2♀: Para achar em decimal.

Escreveu: **0.333 por 2=0.166**

Somou 0.333+0.166=0.499

Escreveu como resposta**: 0.499**

P: Como você respondeu?

X2♀: Eu peguei esse (apontando para o primeiro segmento) e dividi para encontrar em número decimal, aí como ele queria saber o meio, eu dividi 0.333 por 2, aí eu somei que no caso é a medida desse aqui (fazendo um traço no meio do segundo segmento) que ele quer saber, aí deu esse número (apontando para 0.499...).

X2♀ utilizou 4min6s para resolver o segundo problema.

Problema 3

X2♀. releu o problema e após 2min escreveu: **5**. Observou pensativa e escreveu: **8.** Releu o problema, apagou o 8.

P: Como você respondeu?

X2♀: Eu pensei assim, ele pagou com 5 reais, mas a nota era falsa, e aí o vizinho trocou por 5 moedas de 1 real. Ele perdeu 5 reais porque o homem tinha pago com a nota falsa e ele teve que devolver ao vizinho, e 2 reais que foi o valor da caneta, senão ficaria como se ele tivesse levado a caneta de graça, então foram os 5 reais que ele teve que devolver ao vizinho mais caneta que custou 2 reais.

levou 7min33s.

2º SUJEITO NÃO XADREZISTA

Problema 1
NX2 ♂ releu o primeiro problema. Após 2min23s observando o problema, falou:

- Estou com dúvida nessa primeira questão.

P: Qual?

NX2 ♂: É que, tipo, eu não estou conseguindo achar o resultado, é ... eu já tentei dividir para ver se encontro algum, mas não (balançou a cabeça negativamente) ...

P: Como assim?

NX2 ♂: Tipo, para mim era 40 a diferença, mas não pode ser, porque se fosse 40 a diferença de sobrinho seria de 2, por 20 a diferença seria muito também, do que 1, aí não estou conseguindo encontrar.

P: Você disse que a diferença seria 2 e no outro?

NX2 ♂: Por 20 a diferença seria de 4 e 2 sobrinhos, mas acho que essa questão está errada.

P: Por quê?

NX2 ♂: Porque para mim não tem como uma diferença certa... é.... Tipo, eu não sei...

P: Sua resposta vai ser qual?

NX2 ♂: (expressão de pensativo) .... Se eu botasse que os presentes fossem de 40 reais em Recife teriam 5 sobrinhos e em São Paulo teriam 3. E se eu botasse que os sobrinhos recebessem presentes de 20, aqui teriam 10 sobrinhos e aqui ia ter 6. A diferença não vai ser de 1.

NX2 ♂: Como eu respondo isso?

P: Como você me explicou agora.

Resposta do aluno: **Não tem como resolver porque se cada presente fosse 40 reais os sobrinhos de Recife seriam 5 e São Paulo 3 e se fosse 20 os sobrinhos de Recife seria 10 e os de São Paulo 6.**

NX2 ♂ levou 5min11s para resolver o problema.

Problema 2
NX2 ♂ Fez o cálculo: **1** ÷ 2 **= 0.5**. Posteriormente fez **1**÷ **3 = 0.33**...

Escreveu: **1 vez**

P: Você respondeu como?

NX2 ♂: Eu transformei um e meio em número decimal, e depois eu somei o quanto daria, mas foi 1 vez porque se somasse 2 vezes o resultado daria 6 e aí ia passar o tamanho do meio.

O aluno levou 2min26s para resolver o problema.

Problema 3
O aluno releu o problema e escreveu em seguida: **8**

P: Como você respondeu?

NX2 ♂: Eu somei quanto ele deu para o homem que comprou a caneta, que foi 3 reais de troco, e depois ele deu mais 5 para o vizinho. Então, foi 3 de troco e 5 para o vizinho, ele perdeu 8 reais.

O aluno levou 56s para resolver o problema.

3º SUJEITO XADREZISTA

Problema 1
O estudante iniciou relendo o problema. Depois escreveu o cálculo: **200÷4=50** e **120÷3=40**. Observou os valores encontrados e apagou em seguida.

X3 ♂ releu o problema, fez a conta: **200 ÷6** e **120÷5**, observou e apagou.

P: Como você está resolvendo?

X3 ♂ : Dividindo o número maior de Recife e o número menor no outro para ver quanto vai dar e aí ver se dá igual.

X3 ♂ continuou tentando novos cálculos.... Fez: **120÷7** e **200÷8**, observou os valores encontrados e apagou. Releu o problema e escreveu: **200÷12** e **120÷12.** Observou os cálculos realizados.

P: O que está pensando?

X3 ♂: É difícil.

P: Por quê?

X3 ♂: Porque se um número for menor, no outro tem que ser um número par e o outro ímpar, aí estou vendo aqui um que divide, mas não consigo (observando o problema com o lápis) ...

Após 13min21s tentando, o aluno decidiu resolver outro problema. Ao retomar, tentou o cálculo: **320 dividido por 20**, observou os valores e apagou. Em seguida falou:

X3 ♂: Ah, o primeiro eu já sei, é fácil, e eu me enrolando... é só fazer um menos o outro que dá 80, aí 80+80=120 (?) aí ele tem 2 filhos (?) em São Paulo e 3 no Recife.

P: 2 em São Paulo e 3 em Recife... Como você chegou no resultado?

X3 ♂: Eu não estou entendendo, porque em Recife tem um a mais do que São Paulo, aí seria um menos o outro para saber o valor de uma pessoa, que é a mais, mas... (observou o problema, franzindo a testa) 80+80 não é 120! Porque se fizer um menos o outro, tem que dar 120... (voltando a reler o problema).

(Olhando distante...contou nos dedos até 3, voltou a observar o problema).

P: Como você está pensando?

X3 ♂: Eu sabia quanto de dinheiro foi para cada sobrinho. Eu fiz agora, assim: eu somei tudo e dividi por um valor, que dividi, deu 16. 16 por 2 dá 8, aí seria como se tivesse... um tem que ter mais e outro menos... (releu o problema) .... Tem que dar um número exato dividindo.

P: Como assim?

X3 ♂: Eu estou dizendo que quando divide dá aquele número, aí não tem como botar um menos e um mais, não tem como botar, tipo, 7 e 8 porque aumenta um número.

P: Então...?

X3 ♂: (Observando pensativo os problemas) Acho que vou dividir 8 por cada um... eu dividi 20 por cada um e dá o valor dividido o total de tudo, o valor dividido por 16... Não tem como ser um 6 e outro 10. Vou botar como a minha primeira opinião (fisionomia de chateado), eu acho que é a única que pode estar certa.

P: Como foi?

X3 ♂: Que um menos o outro dá 80, então dá que em Recife tem 3 e em São Paulo tem 2.***

P: É a sua resposta?

X3 ♂ (Balançou a cabeça assertivamente com fisionomia de insatisfação) escreveu de caneta: **Recife tem 3 e São Paulo 2.**

No segundo momento o aluno utilizou 14min59s, totalizando 28min22s.

Problema 2
O aluno releu o problema e falou:

X3 ♂: Nesse segundo eu acho que ele está dizendo que quantos de "um três" cabem dentro desses "um dois" daqui você vê, oh (apontando com a caneta) só cabe um, só cabe um, (voltou a olhar os segmentos) ...é um e meio. Escreveu **1 e meio**.

Resolveu em 1min20s.

Problema 3
X3 ♂ releu o problema e escreveu **R$ 7,00 reais**

P: Como você resolveu?

X3 ♂: Porque o cara deu uma nota falsa e levou a caneta, aí ele teve o prejuízo da caneta e também ele teve que dar os 5 reais ao vizinho, então foram os 2 da caneta e os 5 que ele pagou para o outro, então foi 7.

Resolveu em 4min3s.

3º SUJEITO NÃO XADREZISTA

Problema 1

O aluno iniciou resolvendo a primeira questão. A todo momento, demonstrou se automotivar a resolver o problema proposto, falando constantemente no momento da resolução.

NX3 ♂: Vamos lá... (O aluno releu o primeiro problema) ... está, (escreveu: **São Paulo tem -1 que em Recife, Recife+1 do que São Paulo**). ... Tenho que dividir ... (fez o cálculo de maneira mental e olhou com estranheza para questão) .... Eu consigo fazer com os de São Paulo, menos os de Recife, mas não está dando, precisa ser do mesmo valor... (fala egocêntrica) ... Ele gastou R$ 320,00 e tem um a menos, como a gente pode dividir isso? (Balançou a cabeça negativamente) ... não consigo pensar em nenhum número (fisionomia de estranheza) .... 5... ah, espera aí... não.

Escreveu: **4x50=200; 3x50=150.**

Após 2min22s tentando resolver o problema, NX3 ♂ falou:

NX3 ♂: Precisa ter algum cálculo explícito? Porque eu fiz na lógica mesmo.

P: Basta você explicar...

NX3 ♂: Ok, vamos lá... eu primeiro não consegui armar nenhum esquema, para bolar uma conta direta entre 200 e 120 para fazer uma divisão, então fui por aqui (mostrando a folha). Vamos lá, se em Recife eu gastei 200, eu suponho que em Recife eu tinha 5 sobrinhos, e comprei presentes de 40 reais. Eita, espera aí... está errado isso, é menos um, né? Então não pode ser assim, já está errado... putz (observou o problema) .... Como assim? 120 reais, 6, 5... não pode ser, por 7 nem tem como, vamos lá (voltou a observar o problema em silêncio) ... Não pode ser também, vou tentar nessa lógica mesmo. Por 7? Mas 7 não dá (fecha os olhos com força rapidamente). Isso aqui não vai dar para armar nenhum esquema, o que está faltando para eu fazer, por 8? ... não. Por 40 não dá (colocou a mão na testa pensativo).

Após 2min31s...

NX3 ♂: Está passando 30 reais, como é isso?

P: Como você está pensando para responder?

NX3 ♂: Esse problema aqui, ele é bem simples de resolver, só que eu não estou conseguindo raciocinar bem. Eu já consegui a linha de pensamento, só falta resolver, agora. Só preciso armar um esquema mental, e é isso que não estou conseguindo fazer. (Tom mais baixo) ...Vamos lá, vamos conseguir fazer... 6 por 5? Não, espera aí... eita, poxa. (releu o problema). .... Vamos pensar... Em Recife e em São Paulo. E tem um sobrinho a mais. Se fosse gastando 40 reais, daria 160, tem nem lógica isso. Nem pode ser por 50, 6, 7, 8 ... nenhum desses valores bate... putz, por que eu não estou conseguindo fazer isso? Por quê?

Após 8min27s tentando, o aluno decidiu resolver outro problema.

NX3 ♂: ah, eu acho que vou deixar esse por último, e vou fazer esse terceiro aqui, porque eu vi pela leitura que é bem mais simples, vamos lá...

Ao retomar o primeiro problema NX3 ♂. iniciou falando:

NX3 ♂: Essa aqui, eu consegui pensar melhor... meu subconsciente estava trabalhando nessa, e agora eu acho que vou conseguir fazer. Vamos lá. ...

P: Ah, então você estava pensando nela?

NX3 ♂: Sim, eu estava fazendo as outras e pensando nela, porque eu acho que eu já esteja bom, porque meu subconsciente ele está focado naquela outra questão, e até porque, quando você vai fazendo os cálculos, é mais prático para você voltar a questão que você não sabia e realizar. ... vamos lá.

(O estudante releu o problema em voz alta).

NX3 ♂: Em São Paulo tenho um a menos que em Recife, certo? Correto. Eu gastei 200 reais em Recife, eu tenho um sobrinho a mais e em São Paulo eu gastei 120 reais (circulou os valores no enunciado) e tenho um a menos. A diferença entre os dois é de 80, vamos lá, a diferença entre os dois é de 80... de 200 para 120 dá 80. Então pode ser isso, espera aí... 80... não, não tem nenhum número (fisionomia de estranhamento) ... de 200 para 120, é 80 reais, tá, deve ter algo aqui. Se eu pegar 40, dá 160, espera aí, calma... o presente, tem diferença de 80. Deixa eu ver o método mais simples do que eu estava antes desse, teria que ter alguma fórmula.

P: Por que você acha que não está batendo?

NX3 ♂: Eu acho que a dificuldade da questão nem é o problema, sou eu que não estou conseguindo raciocinar o problema. Porque a dificuldade... se eu achar quanto é, estou tentando achar o quê? Achar um número de sobrinhos em Recife que é mais um, e um número que seria o valor do presente para dar 200 reais, e se eu diminuísse um desses sobrinhos, se esse mesmo número, esse mesmo valor, se encaixaria para 120, então estou tentando encontrar um número que multiplicado por outro dá 120, e multiplicado por outro dá 200, então eu posso fazer o quê? O esquema, vamos lá.

Escreveu: **x.z (o preço do presente) =200 e x-1.z =120**.

NX3 ♂: Vamos lá, o que posso fazer? Eu tenho que achar um número que dê para 200. 5 presentes de 40 reais ou 4 já não pode ser. Está difícil aqui, se ele dá 6 presentes, opa, 6 sobrinhos se ele tem, e 20 reais o preço, dá 120, porém, não dá 200, certo, beleza. 2 presentes de 60, mas não chega nem perto de 200, 4 presentes de 30 reais dá 120, mas com 200 também não dá e 3 de 4 também não vai dar... Pode ser um número não exato. Poder com 5...

P: Por que por 5?

NX3 ♂: Porque o final com 5 pode ser 0. Os múltiplos de 5 são sempre 0 e 5, então, é isso. Então pode ser o quê? 45, deixa eu fazer com 45... pegar alguns números e dividir por um z. e ver o quanto dá, 5 presentes de 40 dá 200, mas por causa dos 120 não dá. 35 vezes 4? Dá 140, não pode ser..... Decimal nem tanto pode ser, já que é um número com vírgula, qual a combinação mesmo que eu tinha feito antes? Era 5 e 4... mas dá 150. Espera aí, vou tentar deixar 4 e 3, tentar deixar essa combinação, 200 por 4 dá 50, aqui daria 200, ok, porém aqui, daria mais, então não pode. A combinação precisa ser 4 e 3, mas menor que 50. Bom, não tenho como fazer... um que possa dar 200. (Respirou fundo) .... Esse esquema, o que posso criar? Ai, que raiva, vamos lá...

(O aluno demonstrou se automotivar no processo de resolução)

P: Qual a dificuldade da questão?

NX3 ♂: A dificuldade dessa questão é exatamente isso, eu não estou conseguindo pensar, tenho um raciocínio, uma linha de pensamento, mas eu não consigo produzir em cima dessa linha de pensamento que eu tenho.

P: Por que você acha que não consegue?

NX3 ♂: Porque ela está errada!

P: Quem está errada?

NX3 ♂: A linha de pensamento! Se ela estivesse certa, eu já teria conseguido, seria bem mais simples, mas vamos lá, ...vamos ler novamente (demonstrando irritação).

(O aluno releu o problema).

NX3 ♂: Vamos lá, tentar fazer um plano disso aqui... Escreveu: **São Paulo= -1 sobrinho Recife =+1 sobrinho.** Falando em seguida:

NX3 ♂: A diferença de 120 para 200 é de 80, mas tem alguma coisa escondida aí... tem uma diferença de 80 reais, o que pode estar escondido nessa diferença? O que estou fazendo?

(O aluno observou pensativo para o problema).

NX3 ♂: O que estou fazendo que não está batendo? Não consigo pensar em um número de sobrinhos que possa ser....

P: Por que não está conseguindo?

NX3 ♂: (Balançou a cabeça negativamente). Mais uma pergunta que não consigo responder, irônico... É o mesmo valor, como é o mesmo valor? Não consigo, não. Em São Paulo tem menos um que no Recife, mas sei lá, a diferença de Recife e São Paulo ... tem alguma coisa, tem alguma coisa, a diferença não é essa, se fosse pela diferença, será que eu vou achar alguma coisa? O que falta? Os juros do presente? Não... por que não estou conseguindo pensar? Eu só tenho quatro informações essenciais; a primeira, é que em São Paulo tem menos um sobrinho, do que em Recife, primeira informação. A segunda e a terceira informações são explícitas, no lugar que eu tenho mais um sobrinho eu gastei 200 reais e no lugar que eu tenho menos um sobrinho, eu gastei 120 reais, a diferença é de 80 reais, uma pessoa vale 80 reais...

P: Como assim?

NX3 ♂: Assim, se eu tenho menos um no lugar, a diferença é de 80 reais, aí uma pessoa valeria 80 reais (fazendo aspas com os dedos), mas não é, não.

P: Por quê?

NX3 ♂: Porque a diferença é de 80. Se no lugar tem menos um, e no outro tem mais um, a diferença é de 80 reais, aí não dá, não dá, não dá...

P: Por que você acha que não dá?

NX3 ♂: Porque eu não consigo encontrar/pensar em nenhum número que dê a diferença. Nessa situação, se eu fizesse isso, daria o resultado.

P: Como assim?

NX3 ♂: (Batendo na mesa com as mãos). Estou me sentindo em uma aula com Sócrates aqui... só falta perguntar " o quê..." O porquê já tem.... Vamos lá, vamos lá... essa questão, mas eu tenho que ter o resultado.

P: Como assim? O resultado?

NX3 ♂: (Sorriu e respirou fundo observando a questão, ignorando a pergunta da pesquisadora). Por que estou demorando tanto aqui? ... Se eu pegasse meio, será que dava? (Olhou pensativo para o problema...) e agora? Tenho ou não tenho resultado? É porque, vamos lá, deixa eu fazer outra coisa, vamos lá, vamos supor que ao invés de 200 seria outro número. Deixa eu pensar aqui, se fosse 120 e 100 eu teria, e a diferença é de 20, certo? Então o preço seria de 20, Certo! E no local eu teria 6 e no outro teria 5. Teria como fazer se fosse 20 reais, mas a diferença é de 80. O preço teria que ser um negócio de 80, só que 80 para 200 dá duas e meia pessoa, duas pessoas e a outra metade, dividida ao meio.

P: Como assim?

NX3 ♂: Se a gente divide 200 por 80 dá 2.5... (o aluno se afastou do problema) poxa, dois e meio e uma e meia pessoa? Espera aí , deixa eu fazer aqui... se for isso, eu vou rir muito.

O aluno escreveu:

SP: 1.5 RE: 2.5

NX3 ♂: Ai, ai...

NX3 ♂. fez o cálculo: **200/80=2.5 e 120/80=1.5** e falou: Sério isso? É sério isso? Eu já tinha acabado faz tempo, muito, muito, muito, muito tempo... porque eu dividi 200 por 80 e deu duas e meia e uma e meia pessoa, então eu tenho duas pessoas e meia em Recife e uma pessoa e meia em São Paulo.

P: É essa sua resposta?

NX3 ♂: Vou até fazer de novo aqui. (R. escreveu: **80x 1.5= 120**), e se eu fizer: **80x 2.5 = 200**. É isso mesmo, não acredito nisso, logo de início eu já havia feito essa divisão de 200 dividido por 80.

P: Por que não colocou?

NX3 ♂: Porque eu pensei: se são seres humanos, lógico que estamos falando de um problema matemático, tudo pode acontecer, só que são seres humanos, não vai ter uma pessoa e meia ou duas pessoas e uma dividida ao meio. Nossa, as outras foram mais simples, essa daqui (mostrando a terceira) eu me confundi mais, por causa da questão que ele dava o dinheiro, a da reta foi outra que eu havia feito desde o início, mas eu fiquei me confundindo. Foi bem tranquilo isso. Eu sabia, eu disse que era simples, mas... foi bom.

O aluno levou 8min27s no primeiro momento e 21min44s no segundo momento. Totalizando 30min11s.

Problema 2

NX3 ♂: Vamos para o da reta... é o mesmo segmento que foi dividido em outra maneira, uma em três partes e outro em duas. No total, a gente tem o quê? O enunciado quer saber o quê? Quantos de ⅓ cabem dentro de ½ (apontando para o segmento da figura). Ah, então é só fazer fração equivalente. Tem como fazer equivalente com um ½ ? (o aluno observou o problema) ... eu acho que é 2/6 . O estudante prosseguiu falando:

NX3 ♂: Quanto de um tamanho de ⅓ cabem exatamente em meio desse segmento... deixa eu tentar uma nova coisa, ⅓ ... está, o total da reta são... já é o resultado 2/4 ... não (apagou em seguida). Se eu for dividir ½ e tal, caraca... ah, ⅔ cabem em ½ . Espera aí, não estou entendendo o que a questão quer... (Releu parte do problema): queremos saber quanto de ⅓ cabem exatamente em ½ ... tá certo, é meia reta, dividida uma vez, duas partes e a outra em três , aí

½ desse meio, tá. Se eu colocar, vamos lá, vamos dizer que uma reta AB tenha um total de, deixa eu ver um número exato. Tá, vamos lá, segmento AB tem 6 cm, suponhamos. (**Escreveu 6 cm)**. E na primeira é dividida em duas partes iguais. (**Escreveu ½ =3 , 1/3=2 , 1/6 =1…**). Espera aí, de novo estou me confundindo por besteira. (releu o problema).

P: Por que você acha que está se confundindo?

NX3 ♂: Eu acho que estou lembrando no meu cérebro...

P: Vamos reler a questão....

R NX3 ♂: Aaah... ⅔ , essa é a questão, eu sei o que é para fazer, eu sei desenvolver, eu tenho a resposta, mas eu fico muito inseguro em dizer a resposta, eu já tinha feito isso aqui, oh...Porque, pela lógica, quando ele pergunta quanto de ⅓ cabem em meio, é só dividir, aí a divisão de fração e é só inverter e multiplicar, aí eu repeti a primeira (apontando pro cálculo realizado) e inverti a segunda, e dá ⅔ . Poxa, eu já tinha acabado fazia tempo... esse cálculo aqui eu só fiz para ver se realmente estava certo, e está.

O aluno resolveu em 6min31s.

Problema 3
(NX3 ♂. iniciou a resolução completa pela terceira questão)

NX3 ♂: Vou fazer esse terceiro aqui, porque eu vi pela leitura que é bem mais simples. Vamos lá... (refez a leitura do problema, gesticulando as mãos) ...A caneta que foi 2, a nota que o cliente deu que era falsa, então ele já perdeu, 7, está aqui... é isso (releu o problema mais uma vez, gesticulando com as mãos).

P: Você respondeu?

NX3 ♂: Sim, só conferir mais uma vez, mas acredito que sim... eu posso ir falando, sempre tenho o costume de falar enquanto estou resolvendo, ao invés de escrever como respondi.

P: Claro, eu havia pedido isso no começo.

NX3 ♂: Eu não consigo pensar calado... vamos lá, o cliente, ele entrou na papelaria e comprou a caneta por 2 reais (contou 2 com os dedos), então o dono da loja já ganhou 2 reais, aí o cliente deu a nota de 5 reais, para pagar a conta, só que o dono não tinha troco; foi no vizinho, e deu aqueles 5 reais que ele recebeu para trocar por 5 moedas de 1 real, então, o freguês, que é o cliente, saiu levando a caneta e 3 reais de troco, então, o dono saiu lucrando 2 reais da caneta, e ele deu 3 de troco, agora, esses 3 de troco, entraria como prejuízo, ou não? Ele recebeu 5, ganhou 2, mas ele teve que dá 3, então, não é prejuízo. O cara saiu levando a caneta e 3 reais de troco. Espera aí, o que estou falando? (Voltou a reler o problema) ... A caneta era 2 reais, ele deu 5; nessa troca, ele só ganhou 2 reais mesmo, porque os 3 ele vai ter que devolver. Isso... aqui ele já lucrou 2, aí volta. Aí foi a caneta e os 3 reais, mas o 3 não conta como prejuízo (...). Sério que vou errar uma questão dessa que é simples? Está certo, por que estou me confundindo? Sim, como era 5, a nota de 5 era falsa, aí ele deu outra de 5 reais. Vamos lá, esse lucro de 2 reais, vai ter que ser anulado, não... o que estou fazendo? Calma, deixa eu analisar aqui o problema, é que estou nervoso...

P: Fique bem tranquilo, no seu tempo. Está tudo bem.

NX3 ♂: Certo. (Voltou a reler a questão). Não acredito, tão simples isso, mas não estou conseguindo esquematizar. Eu tenho toda a noção que é simples, mas estou fazendo alguma coisa que está me confundindo, mas é muito simples isso. Ah, deixa eu armar um esquema.

(O aluno escreveu: **2** **5** **3**).

P: Os 8 reais que você tinha colocado como resposta, não vale mais?

NX3 ♂: É isso que estou tentando desenvolver... vamos lá, ele comprou ... eu vou escrevendo agora para o meu raciocínio facilitar. Agora entendi, já , a nota era falsa, de 5 reais, então, ele perdeu a caneta que eram 2 reais, perdeu o troco, no caso, 3 reais, sem o cliente pagar nada, porque era falsa, e depois ele teve que buscar mais 5 reais para o vizinho. Então vamos lá, ele perdeu a caneta, que era 2, ele perdeu o troco de 3 reais, e perdeu mais 5 reais. O prejuízo então foi de 10 reais. Acho que ficou correto agora, vamos lá.

O aluno utilizou 10min36s para resolver o terceiro problema.

4º SUJEITO XADREZISTA

Problema 1
X4♀ releu o problema e escreveu: **Sobrinhos de Recife-200, 00 / Sobrinhos de São Paulo 120,00,** depois releu o enunciado e circulou os valores 200 e 120. Escreveu: **- 1 sobrinho.** Releu o problema, franzindo a testa.

Fez o cálculo: **60x3= 180**. Observou o resultado obtido com estranheza, posteriormente, escreveu: **55+55=110+55=165** e riscou o resultado.

Escreveu**: 200-120=80**. Olhou para o resultado com a caneta em cima. Releu o problema.

Escreveu: **20+20+20+20=100**. Riscou o cálculo.

X4♀: Ah... (Escreveu: **30+30+30+30=120**, observou e escreveu ao lado do 30: **4,3,2,1.** Escreveu: **50+50+50+50+50=280... 45+45+45+45+45**= contou os números como se estive fazendo o cálculo de cabeça e deixou em branco).

Escreveu: **35x5=175 40x4= 160**

Colocou como resposta: **Em São Paulo tem 4 sobrinhos e em Recife, 5 sobrinhos** .

P: Você pode explicar como chegou nesse resultado?

X4♀: É porque eu não sei explicar muito, não.

P: Mas é só para dizer como feito...

X4:♀ É porque eu estava vendo um número que chegasse a 120,00 aí eu coloquei aqui: vamos supor que São Paulo tenha 3 sobrinhos, aí deu errado, aí bora supor que ele tenha 4, deu errado, aí eu coloquei 30, aí deu 120, aí eu vi que estava certo. Agora bora conferir o de Recife, aí eu coloquei 5, né, porque se são Paulo tem um a menos que em Recife então tá certo.

P: Por qual valor você fez?

X4♀: Então, não é 40? Eita, mas aqui fiz por 30.... (Releu o problema. E fez os cálculos: **35+35+35+35=140; 45+45= ?** Riscou, em seguida fez: **45x5=200.** Observou o enunciado e os cálculos já realizados e fez **60x3=180.** Observou, pensativa).

Apontou para os cálculos com a caneta e para o enunciado (buscando entender a relação).

Escreveu: **45x3=140** e observou pensativa para os cálculos, franzindo a testa.

Se distanciou da folha, observando os cálculos realizados ... e calculou:

35x4=140

20x7=140

20x4=80

Observou os cálculos realizados e se distanciou da folha com as mãos na cabeça, olhou com estranheza para o enunciado.

P: Como você está pensando?

X4♀: Aqui (apontado para o enunciado) eu não estou conseguindo achar o presente do mesmo valor, eu acho que não tem como.

P: Por quê?

X4♀: (Apontou com a caneta para os cálculos realizados), eu não sei explicar, não, mas eu acho que não tem como.

P: Por quê?

X4♀: Não sei, não tem como, não.

P: Como você responde?

X4♀: Não tem como, não. Eu coloco um número, às vezes dá mais, outros dá menos, aí eu vi que não tem como.

.

A aluna utilizou 24min58s.

Problema 2
X4♀ observou o enunciado e releu acompanhado a leitura com a caneta, apontou para os dois segmentos com a caneta. Escreveu:

⅓ e um esquema de desenho, e o **½ - ⅜** esquema de desenho, escreveu : **metade dividindo**

P: Como você respondeu?

X4♀: Eu coloquei... acho que é a metade, dividindo. Eu dividi a metade.

A aluna usou 4min7s para resolver.

Problema 3
X4♀ releu o problema, circulou os valores 2 e 5 no enunciado.

Escreveu: **7 R$ –incluindo a caneta**

X4♀: Acho que aqui é 7 reais

P: Como você calculou?

X4♀: Eu contei aqui, porque o homem levou uma caneta de 2 reais, aí ele teve que pagar ao vizinho que veio correndo reclamando, aí deu 7 com a caneta, é? É!

A aluna resolveu em 1min22s.

4º SUJEITO NÃO XADREZISTA

Problema 1
A pesquisadora iniciou lendo os problemas com a estudante, pedindo para que ela explique como está resolvendo.

Em 1min26s, a estudante observou os problemas e falou:

NX4♀: É muito difícil (...) releu os problemas, e afirmou Meu deus, é muito difícil!

P: São tranquilos, vamos reler juntas...

NX4♀: De verdade, é muito difícil!

P: Não se preocupe, só quero ver como você responderia, nem precisa se preocupar se está certo ou errado...

NX4♀: releu o problema e falou:

NX4♀: Não vou conseguir fazer, não. Está muito difícil.

P: Pode tentar alguma questão?

NX4♀ releu os problemas, balançou a cabeça negativamente e falou:

- É muito difícil, está tudo difícil. Não estou acostumada a resolver esses tipos de "tarefas". Esses assuntos, aqui, eu não vi eles, não ...

P: Mas são tipos de problemas que você pode ver no seu dia a dia.

NX4♀: Meu deus, é muito difícil, deus me livre...

NX4♀ entregou a folha sem ao menos ter tentado responder em 5min8s.

5º SUJEITO XADREZISTA

Problema 1
X5 ♂ releu o problema com estranheza.

Escreveu **X**, releu o enunciado e apagou. Escreveu **X-1 + x**, olhou o enunciado (Franziu a testa), escreveu **2Y= 320**, parou e observou o enunciado, escreveu **x=2y**. Releu o problema.

(Coçou a cabeça e respirou fundo)

X5 ♂: ah... (releu o problema e escreveu **x-1+x=320**. Releu o problema e balançou negativamente a cabeça).

P: Como você está pensando?

X5 ♂: Estou tentando fazer pela equação de 1° grau, mas acho que não dá certo, não.

P: Por quê?

X5 ♂: Sei lá, está estranho.... Estou pensando em fazer assim, oh: aqui uma equação (apontando para a informação do enunciado R$ 200.00) e aqui outra equação (apontando para R$ 120,00). Estou pensando em fazer duas, mas é como se isso aqui não estivesse certo.

P: Por quê?

X5 ♂: Sei lá, eu acho que fazendo juntos fica do jeito errado, aí estou tentando fazer pelo certo, mas... (olhando para o problema).

X5 ♂ releu o problema e observou pensativo. Escreveu:

X-1 + x =120 **121/2= 6.5**

2y=121

X=2x=6

P: O que você fez?

X5 ♂: coloquei 121.

P: Por quê?

X5 ♂: Porque x-x +x é 2x e esse 1 vai para o segundo membro porque só quem tem x que fica no primeiro membro, aí coloquei esse 1 pra cá, já somando. (Voltou a observar o problema e fez a tabuada do 2).

X5 ♂. apagou a tabuada do 2 e escreveu **x=6** e circulou. Releu o enunciado e escreveu:

x+y=200

1x =201

X=1

X=201

O aluno decidiu resolver outro problema após 17min31s. Quando o estudante estava revisando suas respostas a pesquisadora perguntou:

P: Você concluiu o problema?

X5 ♂: Sim, no caso eu fiz uma equação de primeiro grau com os sobrinhos de São Paulo e do Recife. A de São Paulo eu fiz x-1+x, porque ele tem um sobrinho a menos que Recife, aí eu botei -1 porque ele tem um sobrinho a menos, aí x+1+x=120 que gastou de presente, aí aqui o 1 vai para o segundo membro, aí somei 120+1 =121 e aqui x+x =2x, aí eu dividi (parou e franziu a testa) ... aí 121 dividido por 2... acho que calculei errado, porque deu 6, e não era para dar 6, deixa eu fazer aqui novamente...

X5 ♂. Fez o cálculo **120 dividido por 2**, releu o problema e observou pensativo.

P: Você está pensando como?

X5 ♂: Eu terminei. Eu fiz assim: eu coloquei, eu fiz logo de São Paulo. Como em São Paulo tem um sobrinho a menos que em Recife, aí eu não sei quantos sobrinhos tenho, por isso coloquei X, aí eu coloquei X-1, aí +x que é a fórmula da equação do primeiro grau, que é igual a 120, aí aqui x -1+x=2x um passou para cá, aí eu tenho 121 dividido por 2, que deu 6... porque 121 dividido por 2... (Colocou as duas mãos na cabeça e ficou em silêncio olhando para o problema).

X5 ♂ **Fez 120 riscos**, depois apagou, escreveu o cálculo **121÷2**, observou o problema.

P: O que aconteceu?

X5 ♂: É porque eu acho que a fórmula é a equação do primeiro grau, tipo assim, estou achando estranho, 121 dividido por 2 se der um valor muito alto, aí eu acho meio difícil, entendeu? Ter esses sobrinhos, assim 121 dividido por 2 dá um valor muito alto, eu acho difícil ele ter tantos sobrinhos, tipo, 60 sobrinhos...

P: Como você chegou nesse valor?

X5 ♂: Porque estou fazendo 121 por 2, mas acho que não é assim, vou tentar fazer de novo (apagando toda a resposta).

Escreveu:	**x-+x=120**	**x+x+1=200**
	1x=121	**1x=201**
	X=1	**x=2**
	São Paulo	**Recife**

X5 ♂: Acho que terminei o primeiro

P: Como foi?

X5 ♂: Eu fiz a mesma fórmula, que já expliquei, aí deu 2x =121, aí eu decidi que aqui, não precisa dividir, aí ficou 1 sobrinho em São Paulo e 2 no Recife.

P: Como você decidiu?

X5 ♂: Porque x+x 1 x +1 aí 2x , aí 2x como ele tem um a mais ficam 2 sobrinhos e 1 sobrinho, eu acho, né. X= 1 e x=2 porque ele tem um sobrinho a menos do que no Recife.

O aluno levou 20min22s no segundo momento, totalizando 37min57s no primeiro problema.

Problema 2

NX5 ♂. releu o problema e falou:

- Agora, essa segunda eu não estou entendendo muito bem.

A pesquisadora releu o problema com X5 ♂.

X5 ♂: Eu não sei muito bem a fórmula dela

P: Sem fórmula não consegue fazer?

X5 ♂: Acho que sim... (escreveu **⅓ =½).** Acho que terminei essa. Fiz, eu vi aqui que ele quer saber quanto, isso aqui é fração, não é? É.. Ele quer saber quanto de ⅓ cabe nesse ½ aqui, aí eu fiz aqui a fração de ⅓ e coloquei menos 1, que dá igual a ½ , aí acho que é assim. Acabei.

O aluno resolveu em 3min53s.

Problema 3

X5 ♂ Releu o problema grifando os valores **2,3 e 5** no enunciado, posteriormente escreveu: **3+3=6**. Observou os valores e apagou. X5 ♂ releu o problema. Escreveu **5**. Observou o enunciado e apagou o que havia escrito e por fim colocou P**=5+5=10.**

P: Como você respondeu essa terceira questão?

X5 ♂: É.... foi assim, ele perdeu 5 reais aqui (apontando com o lápis para informação dos 5 reais falso), aí eu coloquei P aqui, de perdeu, e coloquei aqui perdeu 5 reais, aí aqui, o homem comprou a caneta por 2 reais e ele deu uma nota de 5 reais para pagar a conta, mas como ele não tinha troco vai ao vizinho que lhe troca essa nota por 5 moedas de 1 real, aí ele saiu levando a caneta mais 3 reais. Aí como o vizinho reclama, ele teve que dar os 5 reais. Aí ele perdeu os 2 reais da caneta, os 3 de troco, aí 2 mais 3 igual a 5. 5 mais 5 é igual a 10.

O aluno resolveu em 4min25s.

5º SUJEITO NÃO XADREZISTA

Problema 1

Antes de iniciar a resolução, o estudante releu o problema por seis vezes e passou em torno de 5 min. pensativo.

Iniciou escrevendo:

120	**200**	**200**
3	**3**	**120**
______	--------	----------
180,00	**80,00**	**200**

P: Você pode falar o que está fazendo?

NX5 ♂: (...) Mas esse é de dividir?
P: Você acha que é? Como você está fazendo?
NX5 ♂: Estou dividindo 120 por 3 para achar a quantidade de sobrinho.

Escreveu como resposta: **Recife 5 São Paulo 4.**

P: Como você respondeu?

NX5 ♂: Eu dividi por 3, como Recife tem um sobrinho a mais, é 5, e em São Paulo é um a menos, é 4.

O aluno usou 7min45s.

Problema 2
Após reler o problema três vezes, NX5 ♂ perguntou:

NX5 ♂: Esse segundo aqui, tem que somar ou...

P: Você que decide como vai responder.

NX5 ♂ observou os segmentos e usou a caneta como régua, marcando os segmentos em que ele acreditaria que estaria dividindo o segmento por 2 vezes. E escreveu como resposta: **2 vezes.**

P: Me explica como respondeu.

NX5 ♂: Eu usei a caneta para saber o tamanho desse (apontou para o segundo segmento) e como cabe exatamente, aí eu medi aqui (mostrando o segundo segmento), aí dá 2 vezes.

O aluno utilizou 2min14s para responder a questão.

Problema 3
NX5 ♂ releu o problema por duas vezes e escreveu como resposta:

8 reais.

P: Como você respondeu?

NX5 ♂: O homem entrou na papelaria, comprou uma caneta de 2 reais. Ele pagou com uma nota de 5, aí o prejuízo do dono da papelaria foram os 3 reais de troco mais o 5 que era falso, aí eu somei e deu 8 reais, que eram os 3 de troco e o 5 que era falso que ele teve que pagar.

O aluno resolveu em 1min35s.