



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PRPPG  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS – PPGEC

# **A Metacognição no Livro Didático de Matemática: Um Olhar Sobre os Números Racionais**

ALEXANDRE MARCELINO DE LUCENA

Recife  
2013



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PRPPG  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS – PPGE**

**A Metacognição no  
Livro Didático de Matemática:  
Um Olhar Sobre os Números Racionais**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da Universidade Federal Rural de Pernambuco. Sob a orientação da Dr<sup>a</sup>. Lúcia de Fátima Araújo

Recife – PE  
2013

L935m

Lucena, Alexandre Marcelino de

A metacognição no livro didático de matemática: um olhar sobre os números racionais / Alexandre Marcelino de Lucena. – Recife, 2013.

143 f. : il.

Orientadora: Lúcia de Fátima Araújo.

Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Educação, Recife, 2013.

Referências.

1. Metacognição 2. Números racionais 3. Livro didático  
I. Araújo, Lúcia de Fátima, orientadora II. Título

CDD 507



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO – UFRPE  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PRPPG  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS – PPGEC**

**ALUNO**

ALEXANDRE MARCELINO DE LUCENA

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO**

**A Metacognição no Livro Didático de Matemática:  
Um Olhar Sobre os Números Racionais**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

---

Prof. Dr<sup>a</sup>. Lucia de Fátima Araújo  
Orientadora

---

Dr. Mérciles Tadeu Moretti UFSC  
1º Examinador

---

Prof. Dr. Abraão Juvêncio de Araújo CAP – UFPE  
2º Examinador

---

Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos UFRPE  
3º Examinador

**Recife, 04 de Março de 2013**

## DEDICATÓRIA

À minha mãe,  
Eliete Marcelino de Lucena

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, incondicionalmente, a **Deus** por sempre iluminar meus caminhos e me dar as soluções para todos os meus problemas.

À minha **família**, em especial a minha mãe, **Eliete Lucena**, por sempre me apoiar e acreditar em mim. Aos meus irmãos; **Marcondes, Rogério, Mônica** e ao meu pai, **José Agnaldo**.

A **Lúcia de Fátima**, minha orientadora, por todas as orientações, sugestões e ensinamentos durante essa caminhada.

Ao meu coorientador, **Marcelo Câmara**, por todas as contribuições dadas neste trabalho e por sempre mostrar o caminho quando me encontrava perdido.

Ao **Grupo de Pesquisa de Fenômenos Didáticos**, pelas colaborações dadas durante o trabalho que ajudaram muito a construir a nossa pesquisa.

Aos companheiros de turma do **Mestrado/2011**, pelas lições e colaborações durante todo o período do curso. Um agradecimento especial a **Fernanda Andréa**, por muito me ajudar durante a parte da dissertação.

Ao professor **Abraão Juvêncio de Araújo**, pelas imensas contribuições na qualificação.

Aos **professores do PPGEC**, por todos os ensinamentos oportunizados durante o curso que, com certeza, carregarei como exemplos para o resto de minha vida.

À coordenadora do PPGEC, **Helaine Sivini**, por ter compreendido as minhas dificuldades iniciais e aceitado encaminhar minha solicitação de bolsa.

À **CAPES**, pela concessão da bolsa de estudos que foi de extrema ajuda para que eu pudesse encarar semanalmente 400 km de ida e volta de Princesa Isabel-PB à Recife.

À **direção do IFPB** Campus / Princesa Isabel, a partir do momento em que aceitaram flexibilizar meu horário de trabalho para que eu pudesse cursar as disciplinas. Para mim um exemplo de que só através da luta alcançamos a vitória, mas, também, uma lição de como o diálogo tem o imenso poder de evitar os conflitos.

Aos **professores** e **técnicos** do IFPB que me substituíram em minhas ausências e realizaram tarefas que não eram de sua obrigação. Meus sinceros agradecimentos.

A educadora **Angelina Teixeira**, pelas iluminadas palestras na escola em que trabalhava e por sempre ter me incentivado a fazer um mestrado na área de ensino.

À todos os meus amigos que sempre me deram força durante toda essa jornada. Seria impossível citar todos, mas quero destacar **Ailton**, **Everaldo**, **Rigoberto**, **Ricardo**, **Simão** e **Miriam**.

À minha esposa **Solange**, pela extrema compreensão e ajuda dispensada durante todo o trabalho. E ao meu filho anjo **Gabriel**, por ter tornado os dias de minha vida mais felizes desde o momento que veio ao mundo.

## RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo investigar em que medida as atividades de livros didáticos de matemática poderiam favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas dos alunos, durante a sua resolução. Direcionamos nosso foco para os números racionais, por ser um conteúdo muito presente no cotidiano dos estudantes e, mesmo assim, ser um conteúdo que gera muitas dificuldades de aprendizagem. Resolvemos investigar dois livros didáticos de matemática aprovados pelo PNL D/2011, com perspectivas distintas em relação à metodologia de ensino; um mais afinado com as novas concepções de ensino (LD 1) e outro mais tradicional (LD 2). Para responder nossa questão de pesquisa, inicialmente, selecionamos na ficha de avaliação dos livros didáticos de matemática do Guia PNL D/2011, as atividades e habilidades que, em nossa avaliação, poderiam favorecer o desenvolvimento da metacognição. Em seguida buscamos categorizar as atividades selecionadas de acordo com as categorias propostas por Araújo (2009). Após a referida análise, constatamos que os dois livros pesquisados disponibilizam poucas atividades que podem favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas, pois no LD 1 apenas 7,87% das atividades dos capítulos relacionados aos números racionais foram classificadas, enquanto que no LD 2 esse número foi menor, correspondendo a apenas 4,03% das atividades que podem favorecer o desenvolvimento da metacognição. De acordo com as categorias de Araújo (2009), as poucas atividades proposta por esse material que favorecem a metacognição, propõem reflexões em relação as regras matemáticas em 1º lugar (estratégias metacognitivas de ordem do procedimento), seguidas pelas estratégias que conduzem a reflexões relacionadas a compreensão do problema (estratégias da ordem da compreensão do problema). Não encontramos atividades na categoria de ordem pessoal, mas em contrapartida, encontramos problemas que acenam para estratégias metacognitivas no sentido do conhecimento do próprio conhecimento, que não apareceram na pesquisa de Araújo (2009) e acrescentamos esses achados a sua classificação. Portanto, os resultados mostram que os dois livros didáticos de matemática pesquisados trazem, em seus capítulos referentes aos números racionais, poucas atividades que podem favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas. No entanto é importante lembrar que o livro didático é apenas uma ferramenta utilizada pelo professor, então o desenvolvimento da metacognição nos alunos vai estar na dependência da forma como o professor utiliza esse livro e as atividades propostas por esse material.

**Palavras chaves:** Metacognição, Números Racionais, Livro didático.



## ABSTRACT

The present study aimed to investigate the extent to which the activities of mathematics textbooks could favor the development of students' metacognitive strategies during its resolution. We direct our focus to the rational numbers, for being a very present content in students' daily lives, and even then, be a content that generates many learning difficulties. Decided to investigate two math textbooks approved by PNLD/2011 with different perspectives regarding to a teaching methodology, one more attuned to the new conceptions of teaching (LD 1) and other more traditional (LD 2). To answer our research question, initially we selected in the evaluation form of mathematics textbooks from the Guide PNLD/2011, the activities and skills that, in our view, could favor the development of metacognition. Then we seek to categorize activities selected according to the categories proposed by Araújo (2009). Following this analysis, we found that the two books surveyed offer few activities that may favor the development of metacognitive strategies, because the LD 1 only 7.87% of the activities of the chapters related to rational numbers were classified, while in LD 2 this number was lower, accounting for only 4.03% of the activities that may favor the development of metacognition. According to the categories of Araújo (2009), the few activities proposed by this material that favor metacognition propose reflections regarding the mathematical rules in 1st place (metacognitive strategies in order of procedure), followed by strategies that lead to reflections related to understanding the problem (strategies of the order of understanding the problem). We do not found the activities in the personal category, but on the other hand, we found problems that beckon metacognitive strategies in the sense of knowledge of knowledge itself, which did not appear in Araújo's research (2009), and add these findings to its rating. Therefore, the results show that the two math textbooks surveyed bring in their chapters related to rational numbers, few activities that may favor the development of metacognitive strategies. However it is important to remember that the textbook is just a tool used by the teacher, then the development of metacognition in students will be dependent on the way the teacher uses this book and the activities proposed for this material

Keywords: Metacognition, Rational Numbers, Textbook.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1:	Componentes da metacognição.....	21
Figura 2:	O livro didático e a atuação do professor.....	38
Figura 3:	Comparação de dois segmentos.....	47
Figura 4:	Definição dos números racionais.....	48
Figura 5:	Extratos de três atividades do critério de Generalizar (PNLD).....	77
Figura 6:	Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD).....	79
Figura 7:	Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD).....	80
Figura 8:	Extrato de um exercício do critério de Generalizar.....	80
Figura 9:	Extrato de uma atividade do critério de Argumentação (PNLD)...	81
Figura 10:	Extrato de uma atividade do critério de Argumentação (PNLD)...	82
Figura 11:	Extrato de uma atividade do critério de Conjeturar (PNLD).....	83
Figura 12:	Extrato de uma atividade do critério de Conjeturar (PNLD).....	84
Figura 13:	Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD) .....	85
Figura 14:	Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD).....	85
Figura 15:	Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD).....	86
Figura 16:	Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD).....	86
Figura 17:	Extrato de uma atividade do critério de Desafio (PNLD).....	87
Figura 18:	Extrato de uma atividade que não tem solução (PNLD).....	89
Figura 19:	Extrato de uma atividade que possui mais de uma solução (PNLD).....	90
Figura 20:	Extrato de uma atividade de Verificação de processos e resultados pelo aluno (PNLD).....	92
Figura 21:	Extrato de uma atividade de Verificação de processos e resultados pelo aluno (PNLD).....	93
Figura 22:	Extrato de uma atividade de Verificação de processos e resultados pelo aluno (PNLD).....	93
Figura 23:	Extrato de uma atividade do critério de Formulação de problemas pelo aluno (PNLD).....	94
Figura 24:	Extrato de uma atividade do critério de Formulação de problemas pelo aluno (PNLD).....	95
Figura 25:	Extrato de uma atividade do critério de Formulação de problemas pelo aluno (PNLD).....	95
Figura 26:	Extrato de uma atividade do critério das Questões abertas (PNLD).....	96

Figura 27:	Extrato de uma atividade do critério de cálculo por estimativas (PNLD).....	97
Figura 28:	Extrato de uma atividade do critério de cálculo por estimativas (PNLD).....	98
Figura 29:	Extrato de uma atividade do critério de cálculo por estimativas (PNLD).....	99
Figura 30:	Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD).....	105
Figura 31:	Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD).....	106
Figura 32:	Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD).....	107
Figura 33:	Extrato de uma atividade do critério de Argumentar (PNLD).....	108
Figura 34:	Extrato de uma atividade do critério de Argumentar (PNLD).....	109
Figura 35:	Extrato de uma atividade do critério de Argumentar (PNLD).....	110
Figura 36:	Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD).....	111
Figura 37:	Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD) .....	113
Figura 38:	Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD) .....	113
Figura 39:	Extrato de uma atividade do critério de Desafio (PNLD).....	114
Figura 40:	Extrato de uma atividade do critério de Desafio (PNLD) .....	115
Figura 41:	Extrato de uma atividade do critério de Desafio (PNLD) .....	116
Figura 42:	Extrato de uma atividade com mais de uma solução.....	117
Figura 43:	Extrato de uma atividade do critério verificação de resultados e processos pelo aluno (PNLD).....	119
Figura 44:	Extrato de uma atividade do critério das Questões abertas (PNLD).....	120
Figura 45:	Extrato de uma atividade do critério das Questões abertas (PNLD).....	121
Figura 46:	Extrato de uma atividade do critério das Questões abertas (PNLD).....	122
Figura 47:	Extrato de um problema que faz uso da Argumentação, mas que não favorece o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em sua solução.....	127
Figura 48:	Extrato de um problema que faz uso da Argumentação, mas que não favorece o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em sua solução.....	127
Figura 49	:Extrato de um problema que deve ser realizado em equipe, mas que não favorece o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em sua solução.....	128
Figura 50:	Extrato de uma orientação que favorece o desenvolvimento da metacognição.....	129

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1:	Objetivos dos problemas do tipo não convencional.....	30
Quadro 2:	Comparação dos significados dos números racionais: Romanatto x Ounichic.....	54
Quadro 3:	Livros didáticos analisados.....	63
Quadro 4:	Categorias usadas para análise das Estratégias Metacognitivas.....	72
Quadro 5:	Conteúdos dos números racionais, por capítulo, no LD 1.....	76
Quadro 6:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Generalizar.....	80
Quadro 7:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Argumentar, Questionar e Tomar decisões.....	82
Quadro 8:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Conjecturar.....	84
Quadro 9:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos.....	87
Quadro 10:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Desafios.....	89
Quadro 11:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério dos Problemas com nenhuma ou várias soluções.....	91
Quadro 12:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério Verificação de processos e resultados pelo aluno.....	94
Quadro 13:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Formulação de problemas.....	96
Quadro 14:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Questões abertas.....	97
Quadro 15:	Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Estimativas.....	99

Quadro 16: Conteúdos dos números racionais, por capítulo, no LD 2.....	104
Quadro 17: Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de generalizar.....	108
Quadro 18: Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de Argumentar, Questionar e Tomar decisões.....	111
Quadro 19: Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de Expressar registrar ideias e procedimentos.....	114
Quadro 20: Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de Desafios.....	117
Quadro 21: Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério dos Problemas com várias ou nenhuma solução.....	118
Quadro 22: Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de verificação de processos e resultados pelo aluno.....	119
Quadro 23: Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de Questões abertas.....	122

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1:	Frequência absoluta dos exercícios do LD 1, que podem favorecer a metacognição, a partir dos Critério do PNLD.....	100
GRÁFICO 2:	Frequência absoluta das estratégias metacognitivas nos exercícios do LD 1, segundo as categorias de Araújo (2009)..	101
GRÁFICO 3:	Frequência absoluta dos exercícios do LD 2, que podem favorecem a metacognição, a partir dos Critério do PNLD.....	123
GRÁFICO 4:	Frequência das estratégias metacognitivas nos exercícios do LD 2, segundo as categorias de Araújo (2009).....	124
GRÁFICO 5:	Comparação da frequência absoluta dos exercícios do LD 1 e do LD 2 que podem favorecem a metacognição, a partir dos Critério do PNLD.....	131
GRÁFICO 6:	Percentual dos exercícios que podem favorecer a metacognição por critério do PNLD nos livros didáticos.....	132
GRÁFICO 7:	Percentual das estratégias metacognitivas nas atividades do LD 1 e do LD 2 que podem favorecer a metacognição.....	133

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1: Frequência dos Critérios PNLD em relação as Estratégias Metacognitivas, segundo Araujo (2009) no LD 1.....	102
TABELA 2: Frequência dos Critérios PNLD em relação as Estratégias Metacognitivas, segundo Araujo (2009), no LD 2.....	125
TABELA 3: Frequência dos exercícios que podem favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em relação ao total de atividades nos dois livros pesquisados.....	130

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	16
CAPÍTULO 1: A METACOGNIÇÃO.....	20
1.1 Definição de metacognição.....	20
1.2 A metacognição e a aprendizagem escolar.....	23
1.3 Metacognição como autorregulação na aprendizagem.....	26
1.4 A metacognição e as atividades do livro didático. ....	28
CAPÍTULO 2: O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA.....	33
2.1 O Livro Didático no ensino de matemática.....	33
2.2 O programa Nacional do Livro Didático (PNLD) .....	39
2.2.1 Um breve histórico das políticas do livro didático. ....	39
2.2.2 O programa nacional do livro didático 2011 .....	43
CAPÍTULO 3: OS NÚMEROS RACIONAIS.....	47
3.1 Os números racionais na matemática.....	47
3.2 Os Diferentes Significados dos Números racionais.....	51
3.3 Algumas considerações para o ensino de números racionais.....	58
CAPÍTULO 4: METODOLOGIA.....	63
4.1 A escolha dos Livros Didáticos.....	63
4.1.1 O Primeiro Livro Analisado.....	63
4.1.2 O segundo livro analisado.....	64
4.2 Organização da Análise.....	65
4.2.1 Os critérios do PNLD que podem favorecer a metacognição.....	66
4.2.2 As categorias das estratégias metacognitivas.....	72
4.2.3 Análise entre as obras. ....	73
CAPÍTULO 5: A ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	75
5.1 Análise do LD 1.....	75
5.1.1 O critério de Generalizar no LD 1. ....	76
5.1.2 O critério de Questionar, Argumentar e Tomar decisões no LD 1.....	81
5.1.3 O critério de Conjecturar no LD 1.....	82
5.1.4 O critério de Expressar e Registrar Ideias e Procedimentos no LD 1.....	84
5.1.5 O Critério de Desafios no LD 1.....	87
5.1.6 O critério dos Problemas com nenhuma ou várias soluções no LD 1.....	89
5.1.7 O critério da Utilização de Diferentes Estratégias na Resolução de um	91



Problema no LD 1.....	
5.1.8 O critério da Verificação de Processos e Resultados pelo Aluno no LD 1	91
5.1.9 O critério de Formulação de Problemas pelo aluno no LD 1.....	94
5.1.10 O critério das Questões Abertas no LD 1.....	96
5.1.11 O critério de Estimativas no LD 1.....	97
5.1.12 O critério dos Problemas com Falta ou Excesso de Dados no LD 1.....	100
5.2 Análise do LD 2.....	103
5.2.1 O critério de Generalizar LD 2. ....	105
5.2.2 O Critério de Questionar, Argumentar e Tomar decisões no LD 2.....	108
5.2.3 O critério de Conjeturar no LD 2. ....	111
5.2.4 O critério de Expressar e Registrar Ideias e Procedimentos no LD 2.....	111
5.2.5 O Critério de Desafios no LD 2.....	114
5.2.6 O critério dos Problemas com nenhuma ou várias soluções no LD 2....	117
5.2.7 O critério da Utilização de Diferentes Estratégias na Resolução de um Problema no LD 2. ....	118
5.2.8 O critério da Verificação de Processos e Resultados pelo Aluno no LD 2	118
5.2.9 O critério de Formulação de Problemas pelo aluno no LD 2.....	120
5.2.10 O critério das Questões Abertas no LD 2. ....	120
5.2.11 O critério de Estimativas no LD 2. ....	123
5.2.12 O critério dos Problemas com Falta ou Excesso de Dados no LD 2.....	123
5.3 Análise comparativa entre os dois livros.....	126
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	135
REFERÊNCIAS.....	139

## INTRODUÇÃO

A matemática ainda é considerada uma disciplina de difícil compreensão por parte dos alunos. Nos dias atuais, é muito comum encontrar nos estudantes sentimentos (medo, incapacidade, dificuldade, inutilidade, etc.) que demonstram uma preocupante rejeição à matemática. Vale ressaltar que, as discussões a respeito da aprendizagem em matemática e de suas dificuldades já datam de um bom tempo atrás (POLYA, 1945, por exemplo).

Parte desses sentimentos para com esta disciplina, acaba refletida nos altos índices de reprovações nas escolas brasileiras e nos baixos índices de desempenho nas avaliações em larga escala como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), há cerca de quinze anos atrás, já chamava a atenção para algumas causas do mau desempenho dos alunos em matemática, tais como: a fraca formação básica e continuada dos professores; aplicações distorcidas das novas concepções de ensino; o reducionismo de ideias matemáticas fundamentais, como as ideias da proporcionalidade e da equivalência; entre outros fatores.

Entretanto, poucos são os avanços obtidos na melhora da aprendizagem dos alunos na disciplina de matemática ao longo dos últimos anos. Além disso, embora as concepções de ensino e aprendizagem tenham evoluído com mais intensidade a partir dos anos 70, decorrente principalmente das contribuições das teorias cognitivistas, do construtivismo e da didática da matemática, nas aulas de matemática ainda prevalece o modelo tradicional de ensino, sustentado pela transmissão dos conhecimentos e focado na resolução exaustiva de exercícios que priorizam a fixação de regras e o desenvolvimento de técnicas de resolução de algoritmos.

Nessa direção, pesquisas desenvolvidas referentes ao e aprendizagem em matemática vêm se intensificando nos últimos anos, (MEDEIROS, 1999; SOUZA, 2007; MELLO, 2008; ARAÚJO, 2009; GOMES, 2010; etc), revelando uma preocupação dos pesquisadores em melhor compreender as causas das

dificuldades dos alunos e propondo inovações que possam melhorar o rendimento dos alunos nesta disciplina.

É nesse contexto que vem ganhando força a metacognição. Para muitos pesquisadores, o desenvolvimento da metacognição parece indicar um bom “caminho” a seguir no sentido de melhorar a aprendizagem (Burón, 1996; Poggioli, 2000; Mello 2008; Araújo, 2009), justamente por favorecer um ensino rico em significado, proporcionado pela aprendizagem mais reflexiva, consciente de suas ações e de seus processos de autorregulação.

Dar significado aos elementos matemáticos que são discutidos em sala de aula, levando em consideração a experiência com a matemática aplicada, no cotidiano dos estudantes, é uma interessante forma de contribuir para que os alunos desenvolvam a prática de discutir e argumentar, reconhecendo os saberes que já possuem e o pensar sobre eles.

Em sua pesquisa, Araújo, Câmara dos Santos, e Acioly-Régner (2010) procuraram promover a ruptura do contrato didático, durante as aulas de resolução de problemas algébricos, em uma sala de aula de matemática, com o objetivo de fazer os alunos saírem do automatismo tão frequente nas aulas de Matemática. Os resultados corroboraram no sentido de que é possível desenvolver estratégias metacognitivas de autorregulação no ensino de matemática.

Já o trabalho de Mello (2008) procurou verificar a aprendizagem dos alunos a partir de atividades que os conduzissem a desenvolver a metacognição por meio da argumentação favorecida pelo trabalho em díades. Os resultados mostraram que os alunos que resolveram as atividades com o desenvolvimento da argumentação se saíram melhor no pós-teste, em relação aos alunos que resolveram problemas da maneira convencional. Na análise dos resultados a autora verificou que a argumentação favoreceu o desenvolvimento da metacognição durante a resolução das atividades.

É importante destacar que nos trabalhos de Araújo, Câmara do Santos, e Acioly-Régner (2010) e Mello (2008), o tipo de atividade proposta foi essencial para que os objetivos das pesquisas fossem alcançados. Os resultados desses trabalhos indicam que as atividades propostas se mostram fundamentais para o desenvolvimento da metacognição.

Por outro lado, as pesquisas (BRASIL, 1998; MEDEIROS, 1999; VALENTE, 2008; MESQUITA, CARVALHO E GUERRA 2010; BRASIL, 2010; DA SILVA 2010), vêm mostrando que os professores têm suas práticas muito influenciadas pelos livros didáticos, seguindo fielmente o que é proposto em muitos livros para ensinar matemática: introdução do assunto por meio de exemplos, a resolução de exercícios pelo professor e, por fim, uma lista de exercícios semelhantes aos já respondidos, para os alunos resolverem como meio de “aferir” a aprendizagem. Portanto, as atividades propostas nos livros didáticos são, muitas vezes, as únicas a que o aluno tem acesso no trabalho em sala de aula.

Diante desse cenário, decidimos investigar quais atividades propostas nos livros didáticos de matemática podem favorecer o desenvolvimento da metacognição pelos alunos.

Para tal feito, escolhemos investigar os capítulos dos livros referentes aos números racionais. Os números racionais estão presentes no nosso dia a dia em diversos contextos e possuem diferentes representações, tais como: fração, número decimal, número inteiro, etc. Além disso, os números racionais possuem diferentes significados: relação parte/todo; medida; operador multiplicativo; quociente; número na reta; probabilidade e porcentagem. O significado que cada número racional assume depende do contexto em que esteja inserido.

Por conta dos diferentes significados e representações que um número racional pode assumir, a sua aprendizagem não ocorre de maneira tão simples. Pesquisas como a de Campos e Rodrigues (2007), mostram que muitas vezes o próprio livro prioriza um ou outro significado, em detrimento dos outros. Isso ocasiona uma aprendizagem superficial, refletida pela imensa dificuldade dos alunos trabalharem com esses números mesmo em séries mais avançadas.

Para que fique mais compreensível os objetivos da pesquisa, no capítulo 1 temos uma discussão a respeito da metacognição, onde buscamos mostrar as duas principais dimensões atribuídas: conhecimento do próprio conhecimento e autorregulação. Além disso, discutimos as classificações da metacognição, algumas implicações educacionais e como ela foi considerada para que pudéssemos estudá-las no livro didático.

No capítulo 2 realizamos uma discussão sobre o livro didático, abordando sua utilização no ensino de matemática e a relação do professor com o livro. Em seguida, tratamos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

O capítulo 3 foi dedicado aos números racionais, onde falamos do seu contexto na matemática e de seus diferentes significados. A parte final do capítulo foi dedicada a falar de algumas particularidades relativas ao ensino dos números racionais, na qual pudemos “trazer a tona” algumas recomendações de pesquisadoras que direcionaram seus estudos para os números racionais.

Já o capítulo 4 foi dedicado a apresentar o percurso metodológico da pesquisa.

No capítulo 5 apresentamos a análise dos livros investigados e os resultados dessa análise.

Nas considerações finais sintetizamos nossas conclusões e apresentamos outras reflexões, derivadas dessa pesquisa, que podem servir de sugestões para novas pesquisas.

## 1 A METACOGNIÇÃO

### 1.1 DEFINIÇÃO DE METACOGNIÇÃO

Além de conhecer o mundo, o ser humano é dotado da capacidade de pensar sobre o conhecimento que possui a respeito desse mundo. Isso inclui a capacidade de criar hipóteses, de questionar e de monitorar os próprios processos de construção e de verificação de seus saberes.

Segundo Brown (1987), Poggioli, (2005), Campanario & Otero (2000), Portilho (2009), o termo metacognição resultou de pesquisas que se desenvolveram a partir de trabalhos com metamemória e compreensão de textos. Esses investigadores consideram o trabalho de Flavell como um marco nesse campo de pesquisa, assim como Portilho (2009, p.106) bem destaca:

O termo metacognição tem seu início na literatura, no começo, da década de 70, sendo Flavell (1971) um dos seus percussores, especialista em psicologia cognitiva infantil, quem o aplicou inicialmente à memória, estendendo seu estudo a outros processos mentais, como a linguagem e a comunicação, a percepção e a atenção, a compreensão e a solução de problemas [...]

Esses processos mentais também são destacados por Burón (1996); segundo ele, cognição significa qualquer operação mental e, entre outras coisas, inclui a atenção, a memória, a escrita, a compreensão; logo a metacognição é o conhecimento que temos sobre essas operações mentais: a meta-atenção, metaleitura, metamemória, etc.

Em função de todos esses processos cognitivos envolvidos, muitas vezes parece confuso diferenciar o conceito de metacognição do conceito de cognição; para facilitar essa compreensão Portilho (2009, p.106) apresenta o seguinte exemplo:

Quando expressamos um conhecimento sobre a realidade externa, como, por exemplo, “o cachorro é um mamífero”, estamos expressando um conhecimento em si. Trata-se de um conhecimento declarativo resultante de uma informação previamente armazenada na memória. No entanto, quando o conteúdo do conhecimento se refere ao nosso mundo interior, por exemplo, “eu gosto de cinema”, aí sim podemos falar de metacognição, pois se trata de um conhecimento procedimental sobre o próprio conhecimento, mesmo que este seja obtido, como no primeiro caso, de uma informação previamente armazenada.

Portanto, existe uma diferença entre a cognição e a metacognição, embora ambos processos estejam diretamente implicados. Como afirma Kuhn (2000), a cognição, ou o conhecimento, é construído pelo sujeito ao longo da vida, enquanto a metacognição, apesar de ser formada ao longo da vida, é desenvolvida a partir das relações estabelecidas entre o conhecimento e a compreensão desse conhecimento.

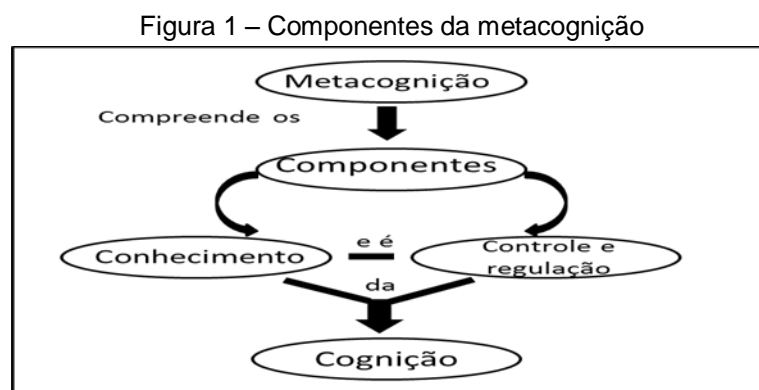
Segundo Portilho (2009), atualmente se afirma com muita ênfase, que um dos objetivos do ensino é promover uma aprendizagem autônoma, em que o aprendiz é sujeito dos seus próprios saberes, sendo a metacognição um caminho importante para essa autonomia.

De acordo com Burón (1996), a metacognição está relacionada ao conhecimento e à regulação de nossos próprios conhecimentos e dos nossos processos mentais. Ou seja, é um processo voltado a uma compreensão interior, por isso também é denominado de conhecimento autorreflexivo.

A metacognição pode ser considerada como:

O grau de consciência ou a consciência dos indivíduos sobre os seus modos de pensar (processos e eventos cognitivos), os conteúdos (estruturas) e a capacidade de gerir estes processos, a fim de organizá-los, revê-los e modificá-los dependendo do andamento e resultados de aprendizagem. (POGGIOLI, p. 102).

A autora apresenta a figura a seguir, para representar as duas dimensões da metacognição segundo sua visão:



Fonte: Poggioli ( 2005)

Numa linguagem mais próxima do cotidiano, Schoenfeld (1987) afirmou que o termo metacognição tem relação a algo como as reflexões que ocorrem na cognição ou pensar sobre os seus próprios pensamentos.

Flavell (1987, p. 232) apresenta uma definição bem esclarecedora a respeito da metacognição:

A metacognição está relacionada ao conhecimento que uma pessoa tem sobre os próprios processos e produtos cognitivos ou qualquer outro assunto relacionado a eles, como exemplo, as propriedades da informação relevantes para a aprendizagem. Eu pratico a metacognição (metamemória, meta-aprendizagem, meta-atenção, metalinguagem, etc.) quando consigo me dar conta de que possuo mais dificuldades em aprender A que B; quando consigo compreender que devo verificar mais de uma vez C antes de aceitá-lo.

Burón (1996) e Dias (2001) também atribuem dois sentidos para metacognição: o conhecimento do próprio conhecimento e a regulação dos processos mentais, isto é os processos de controle executivo das ações.

Em Flavell (1987, p.21) encontramos uma definição que remete a esses dois sentidos:

Metacognição é usualmente definida como o conhecimento e cognição sobre objetos cognitivos, isto é, sobre alguma coisa cognitiva. Contudo, o conceito poderia razoavelmente ser ampliado para incluir alguma coisa psicológica, mais que alguma coisa cognitiva. Por exemplo, se alguém tem conhecimento ou cognição sobre emoções e motivos seus ou alheios, isto pode ser considerado metacognitivo. Alguma forma de monitoramento deve também ser considerado uma forma de metacognição; por exemplo, as tentativas para monitorar sua própria atividade motora numa situação de habilidade motora...Algum conhecimento metacognitivo e atividade autorregulatória cognitiva, não é muito acessível para consciência, pesquisadores podem sentir-se compelidos a incluir os processos que não são conscientes e talvez não acessíveis à consciência como forma de metacognição ou fenômeno metacognitivo.

Para Araújo (2009), são os processos metacognitivos que levam um aluno a afirmar que não compreende direito o objetivo de uma tarefa, reconhecer que tem mais facilidade de resolver um exercício por um determinado método, ou ainda, saber que tem tendência a cometer certos tipos de erro na resolução de um problema.

Campanario & Otero (2000) afirmam que a metacognição se constitui um dos componentes essenciais em qualquer aprendizagem. Isto é, para que ocorra a aprendizagem, é necessário que ocorram reflexões acerca do que se está aprendendo.



Segundo Araújo (2009), em relação ao processo de aprendizagem da Matemática, podemos associar à metacognição: a capacidade de perceber, de pensar e de agir diante de determinado problema, a aplicação de estratégias adequadas para solucionar um problema, e quais “caminhos” a seguir para resolver as situações-problema em que os alunos são desafiados.

Podemos então sintetizar, afirmando que a maneira como o sujeito reflete em relação aos conhecimentos, e os processos cognitivos que ele utiliza para compreender e lidar com o mundo em que vive, se constituem como os elementos básicos da metacognição. É uma relação entre o sujeito e o conhecimento, e que vai exercer influência na construção dos seus conhecimentos.

Vale ressaltar que, as pesquisas sobre a metacognição e a aprendizagem escolar estão relacionadas a preocupações sobre como desenvolver a metacognição para melhorar a autonomia dos alunos durante a aprendizagem escolar, considerando, principalmente, como o conhecimento vem sendo construído na sala de aula. Esse será o nosso próximo tópico.

## 1.2 A METACOGNIÇÃO E A APRENDIZAGEM ESCOLAR

As crescentes investigações sobre a relação entre a metacognição e a aprendizagem escolar refletem a importância que essa temática vem ganhando na Escola.

Encontramos uma definição clara referente à relação entre a metacognição e a aprendizagem escolar:

Em relação à aprendizagem escolar, a metacognição pode ser definida como o conhecimento que o estudante tem sobre os seus próprios processos cognitivos ou sobre algo relacionado a esses, como os problemas e dificuldades para assimilar um determinado conteúdo, os procedimentos cognitivos adequados para desenvolver uma tarefa, a aplicação de estratégias para resolver problemas, etc.

Esses conhecimentos metacognitivos conduzem, por exemplo, o aluno a saber que tem a tendência de cometer certos tipos de erros quando resolve problemas, ou que ele lê sempre muito rápido, sem se preocupar em, realmente, compreender o enunciado de um problema (ARAÚJO, 2009, p. 48).

Segundo Poggioli (2005), na área da educação a metacognição tem sido desenvolvida em processos de aprendizagem escolar, sendo aplicada nos processos envolvidos a compreensão, atenção, memória, leitura, resolução de

problemas e as estratégias utilizadas pelos alunos para aprender a aprender de forma eficiente; o que favoreceria a formação de um aluno mais autônomo, consciente de suas capacidades e capaz de autorregular seus processos aprendizagem.

Burón (1996, p. 11) também comentou “até agora as pesquisas sobre metacognição tem se concentrado, quase que exclusivamente, sobre as operações envolvidas em aprendizagem escolar.”

No Brasil encontramos trabalhos que investigam a metacognição sobre diversos aspectos, como os de Koch (2011): Desenvolvimento dos processos metacognitivos nas redes sociais educacionais; Bona (2010): Metacognição e aprendizagem escolar; Maciel (2003): Metacognição e Avaliação Escolar; Ferreira (2003): Metacognição e Formação de Professores; Mello (2008): Metacognição e Argumentação; Araújo (2009): Metacognição e Contrato Didático, entre outros.

O trabalho de Koch (2011) constatou que foi possível melhorar a aprendizagem dos alunos, desenvolvendo processos metacognitivos, a partir de ações mediadas por meio das TIC<sup>1</sup>, o que demonstra que os estudos nessa área já extrapolaram a sala de aula presencial e estão presente nas salas virtuais, através das redes sociais educativas.

Já os estudos de Campanario & Otero (2000) mostram que alunos com bom desempenho na área de ciências são alunos que conseguem fazer uso, com autonomia e eficácia, de sua capacidade metacognitiva.

Ocorre que algumas pessoas, mesmo na fase adulta, não desenvolveram a capacidade de refletir sobre suas ações para resolver problemas. Por isso, Figueira (2002) sugere que o ensino, desde os anos iniciais, tenha com uma de seus objetivos, ajudar o aluno a desenvolver estratégias metacognitivas.

Da mesma forma, Kunh (2000) destaca que o sujeito desenvolve estratégias metacognitivas, ao mesmo tempo que constrói seus conhecimentos, por isso afirma que a metacognição pode ser potencializada se for construída em ambientes que favoreçam o seu desenvolvimento.

---

<sup>1</sup> Tecnologias da Informação e Comunicação. Em seu trabalho ela inseriu sua prática pedagógica em ambientes digitais e virtuais de aprendizagem (ADA/AVA) que envolvem, entre outras coisas, o uso de softwares e sistemas de âmbito educativo.

Segundo Bona (2010, p. 45):

um estudante “pensador” é capaz de mudar o seu comportamento; determinar quando é necessário usar estratégias metacognitivas; selecionar estratégias para definir uma situação-problema e pesquisar soluções alternativas; medir sua busca por informações para limitar o tempo e energia despendidos; monitorar, controlar e julgar o pensamento; e, avaliar e decidir quando um problema é solucionado com um grau satisfatório.

Estudos, como o de Bona (2010), apontam que é possível trabalhar esses aspectos em sala de aula com o desenvolvimento de processos metacognitivos de autoavaliação.

Mas, como trabalhar a metacognição em sala de aula? De acordo com Burón (1996) não é necessário criar uma disciplina para trabalhar a metacognição, o professor deve desenvolver estratégias metacognitivas, paralelamente ao trabalho com as disciplinas curriculares, a partir de atividades que busquem criar nos alunos hábitos de reflexão e regulação.

Como também, em sala de aula, deve ser favorecido um ambiente em que a comunicação seja permitida e facilitada. Isso fará com que o aluno demonstre como anda o seu entendimento nos momentos de ensino. Ao expor suas considerações, o aluno está explicitando os seus processos de entendimento e se constituindo como um sujeito metacognitivo que pensa e cria hipóteses.

As capacidades metacognitivas relacionam-se aos conhecimentos que o estudante possui acerca dos seus processos de pensamentos, como descreve e toma consciência dos seus próprios pensamentos, como auto-regula e auto-controla aquilo que está por fazer e como conduz as ações durante a solução de problemas. Tais capacidades podem levar o aluno a modificar ou a prosseguir nas suas atividades cognitivas. No entanto, para a ocorrência de processos metacognitivos na solução de problemas é necessária uma atuação pedagógica que evidencie estratégias enriquecedoras do pensamento. A interconexão entre a argumentação e metacognição, emergindo na solução de problemas, pode sugerir uma estratégia capaz de desencadear um processo que transforma continuamente a cognição e o aprendizado de quem a produz, gerando ainda uma especial confiança no próprio pensar (MELLO, 2008, p. 61).

Como coloca Maciel (2003, p. 45), “O aluno metacognitivo se desenvolve com segurança, pois ele dialoga consigo mesmo sobre as estratégias mais eficazes, fazendo sempre conexões do conhecimento a adquirir com os já adquiridos”.

Outro fator importante relacionado ao desenvolvimento da capacidade metacognitiva é a argumentação. Segundo Mello (2008), deve-se oportunizar aos

alunos momentos de reflexão que possam se constituir como espaço para o aluno falar, escrever e comunicar ideias, pois isso facilita uma melhor compreensão de um determinado conteúdo.

Vimos no trabalho de Araújo (2009), que foi possível romper o contrato didático<sup>2</sup> comumente instituído nas salas de aula de Matemática, a partir um problema matemático que tinha como objetivo favorecer o uso pelos alunos de estratégias metacognitivas de autorregulação. Os resultados mostraram que os alunos se envolveram mais com a aula, participando, argumentando, conjecturando, formulando hipóteses, etc.

Todos esses estudos sugerem que desenvolver a metacognição dos alunos, pode ser um bom caminho para melhorar a aprendizagem, e, mais particularmente no nosso caso a aprendizagem da matemática.

Embora assumam dois sentidos, para a maioria dos pesquisadores da área, a função de autorregulação dos processos de pensamento é a mais importante dimensão da metacognição, principalmente pelo papel que desempenha nos processos de aprendizagem escolar (Burón, 1996), como veremos a seguir.

### 1.3 METACOGNIÇÃO COMO AUTORREGULAÇÃO NA APRENDIZAGEM

Na busca da solução de um problema, o sujeito usa os conhecimentos que possui para tentar primeiro compreendê-lo, depois solucioná-lo. Na busca dessa compreensão para solução do problema o sujeito muitas vezes se depara com questões como: será que estou no caminho certo? Será que eu errei nesse ponto? Esses questionamentos são tentativas de monitorar as próprias escolhas realizadas.

De acordo com Poggioli (2005), quando falamos de regulação da cognição estamos nos referindo às atividades metacognitivas (ou mecanismos reguladores) que nos auxiliam a exercer controle sobre os nossos próprios processos de pensamento ou, ainda, de aprendizagem. Estas atividades autorreguladoras incluem os seguintes aspectos: planejar a ação, monitorar, verificar os resultados, avaliar e rever o resultado das ações.

---

<sup>2</sup> O Contrato Didático é definido como Uma relação que determina explicitamente por uma pequena parte, mas, sobretudo, implicitamente, o que cada parceiro, o professor e o aluno, tem a responsabilidade de gerir e à qual ele será de uma maneira ou de outra, responsável, diante do outro. (BROUSSEAU, 1998, p. 61)

Na mesma direção Brown (1987) afirma que, a regulação do conhecimento inclui o uso de recursos autorreguladores no momento efetivo de realização de uma tarefa, em que estão incluídos o planejamento, o monitoramento, a verificação, a revisão e, também, a avaliação das atividades cognitivas.

Segundo Zimmerman (2002), a autorregulação é um mecanismo de auto-direcionamento pelo qual um aprendiz converte suas habilidades mentais em habilidades acadêmicas.

Lafortune et al. (2003) comentam que a autorregulação se refere a um processo de autoavaliação que é posto em funcionamento, como uma retroalimentação interior que tem por objetivo “tecer” questionamentos a se estamos no caminho certo, se a estratégia escolhida parece eficiente, ou ainda, se a atividade está correta ou necessita ser corrigida.

Para Brown (1987) apenas quando uma pessoa consegue regular ou monitorar as ações cognitivas, pode se beneficiar dos insucessos, já que poderá trocar a estratégia por outra mais adequada a situação.

Em relação ao processo de autorregulação, Lafortune et al. (2003) afirmaram que, as estratégias metacognitivas podem ser ativadas de forma espontânea e consciente ou de forma automática, de acordo com a natureza da tarefa a ser executada pelo aluno. Para a autora, ter uma visão metacognitiva em relação à aprendizagem é uma atitude de pensamento complexa, para isso, o aprendiz precisa dialogar com a tarefa e nesse processo é importante a mediação de um condutor.

Da mesma forma, para Zimmerman (2002), embora exista uma crença de que a atividade regulatória é natural, os processos autorregulatórios incluem fatores como estabelecer metas, uso de estratégias, autoavaliação, etc., sendo possível de ser ensinado por orientações, seja de professores ou de pares próximos ao aluno.

Brown (1987), também considera a importância do outro no desenvolvimento da metacognição.

Nessa direção, Mello (2008) procurou investigar a relação entre a argumentação e a metacognição. Para isso dividiu uma turma em dois grupos, de controle e experimental. Os participantes do grupo controle resolveram uma lista de problemas individualmente, enquanto os participantes do grupo experimental resolveram problemas em díades de forma dialogada e argumentada. Os resultados mostraram que o grupo experimental obteve mais ganho de resultado entre o pré-

teste e o pós-teste a eles aplicado. Ou seja, o trabalho com o auxílio de pares ajudou a melhorar o desempenho do grupo experimental.

Como também, a pesquisa de Mello (2008) indicou que o tipo de exercício proposto exerceu influência no processo de ensino-aprendizagem e, também, no processo de desenvolvimento da metacognição, é disso que vamos tratar com mais detalhes, a seguir.

#### 1.4 A METACOGNIÇÃO E AS ATIVIDADES DO LIVRO DIDÁTICO

Na sua pesquisa Araújo (2009) inicialmente buscou orientar o professor a desenvolver nos alunos estratégias metacognitivas durante as aulas de resolução de problemas algébricos. No entanto, verificou que, as orientações dadas ao professor não foram suficientes para romper o contrato didático e fazer com que os alunos saíssem do automatismo, frequentemente encontrado nas salas de aula de matemática, para a resolução de problemas. Verificou também que os problemas sugeridos pelo professor eram semelhantes as atividades propostas no livro didático adotado pelo mesmo.

Por isso, a pesquisadora procurou introduzir problemas matemáticos diferentes<sup>3</sup> dos que são comumente utilizados pelo professor numa sala de aula, e que são retirados dos livros didáticos, para que pudesse ser rompido o contrato didático. Esses problemas diferentes levaram os alunos a ter uma atitude mais participativa e a desenvolverem estratégias metacognitivas de autorregulação, durante a sua resolução.

Podemos observar isso em uma das conclusões da autora:

De fato, quando colocamos os alunos diante de problemas diferentes daqueles que eles resolvem no seu dia-a-dia, e com isso rompemos com o contrato didático, a metacognição se mostrou presente, partindo dos próprios alunos (ARAÚJO, 2009, p.181).

Outra conclusão da autora, que fortalece o argumento que a atividade a ser realizada desempenha uma importante função no desenvolvimento da metacognição é apresentada a seguir:

---

<sup>3</sup> A lista de problemas era composta de 5 atividades, entre elas tinha uma questão sem solução e outra cuja solução matemática não se adequava a questão do problema.

[...] é preciso algo mais do que a participação coletiva dos alunos na sala de aula; é necessário, criar situações de interação entre os alunos, que permitam a passagem de um plano de funcionamento cognitivo para um plano metacognitivo, já que o simples jogo de questões e respostas, quer seja sobre os enunciados dos problemas ou sobre os procedimentos, como podemos observar na sala de aula investigada, não se mostraram suficientes para, por eles mesmos, engajar os alunos num processo de autorregulação metacognitiva.

Particularmente, nesse estudo, a ruptura do contrato didático, a partir da aplicação de problemas diferentes, levou os alunos a lançar mão de estratégias metacognitivas; isto é, a quebra do contrato didático foi o elemento desencadeador das estratégias metacognitivas nos alunos (ARAÚJO, 2009, p.182).

Vemos nessas duas afirmações que o tipo de problema proposto se mostrou fundamental para que os processos metacognitivos viessem a “tona” com mais intensidade durante a aula de matemática estudada.

Encontramos também na pesquisa de Mello (2008) uma forte relação entre o tipo de exercício proposto e o desenvolvimento da metacognição. Em sua pesquisa a autora fez uso de exercícios rotineiros e não rotineiros.

Segundo Cândido (2001), os problemas rotineiros são aqueles que consistem em exercícios simples de fixação de regras e/ou desenvolvimento de técnicas de procedimento em sua resolução. Nos livros didáticos, em sua grande maioria, esses problemas estão disponíveis imediatamente após o conteúdo estudado, fazendo com que a resolução de problemas deixe de ser um “caminho norteador” na construção de conhecimentos e passe a ser mais um instrumento para o desenvolvimento de técnicas e regras.

Isso porque a estrutura dos problemas rotineiros já vem pronta, pois apresentam como características básicas: frases curtas; são apresentados logo após o conteúdo estudado; os dados necessários para a resolução do problemas já se encontram no enunciado (em geral já organizados); consistem principalmente em aplicação de algoritmos para a sua solução; tem como tarefa fundamental identificar as operações apropriadas para apresentar a solução; sempre apresenta solução numérica e única.

Ou seja, os problemas rotineiros têm características que não favorecem a reflexão em sua solução, tão essencial para que o aluno construa o seu conhecimento, porque seguem um modelo previamente estruturado cuja resolução consistirá em um processo muito mais automático do que reflexivo.

Com relação a isso, concluiu Mello (2008, p. 43) que o trabalho focado no uso de problemas rotineiros gera nos alunos comportamentos inadequados quanto a sua postura para aprender e pensar em matemática. Segundo a autora:

Quando os problemas aparecem sempre associados a uma operação aritmética, a atitude dos alunos é estabelecer perguntas como “Qual é a conta?” ou, ainda, buscarem identificar no texto uma palavra que possa indicar a operação a ser efetuada. É comum, porém, que uma interpretação superficial das palavras contidas em um enunciado leve os alunos a não obterem êxito na solução de problemas. Ao se depararem com palavras como “ao todo”, “o total” ou “juntos”, os alunos tendem a adicionar os números que aparecem no texto; por outro lado, expressões como “restou”, “sobrou” ou “perdi”, são associadas à subtração. Em um texto, no qual estas palavras aparecem mas são necessárias várias operações para a solução, é comum os alunos confundirem-se em face da não exploração das relações existentes no problema.

Stancanelli (2001) listou alguns problemas não convencionais, ou seja, problemas diferentes dos rotineiros: os problemas sem solução; problemas com mais de uma solução; problemas com excesso de dados; problemas de lógica cujas soluções não sejam necessariamente numéricas. Contudo, como ela mesmo afirmou, esses problemas listados não esgotam todas as possibilidades de problemas não convencionais.

É importante destacar que a autora definiu a função de cada um desses tipos de problema no processo de aprendizagem em matemática, como podemos conferir no quadro a seguir.

Quadro 1 – Objetivos dos problemas do tipo não convencional.

<b>Tipo de problema não convencional</b>	<b>Objetivo</b>
Problemas sem solução	Romper com a ideia de que todo problema tem que ter solução.
Problemas com mais de uma solução	Romper com a ideia de que todo problema possui uma única solução correta.
Problemas com excesso de dados	Desmistificar a crença de que em um problema todos os dados (números) presentes no texto têm que ser usados para encontrar a solução.
Problemas de lógica com soluções não numéricas	Desenvolver o raciocínio dedutivo; hábitos de resolver problemas por meio de tentativa e erro, e também, de conjecturar, analisar, classificar.

Fonte: Stancanelli (2001)



De acordo com Stancanelli (2001), esses problemas listados favorecem o desenvolvimento da capacidade de leitura e análise crítica, já que para resolver o problema, se faz necessário que o aluno volte a ler o enunciado mais de uma vez para analisar as informações. Além disso, na resolução desse tipo de problema o aluno precisa planejar o que fazer e como fazer, verificar as respostas encontradas, testar as respostas, confrontar as suas próprias opiniões, ou seja, o aluno assume uma postura mais ativa e reflexiva frente aos problemas propostos.

Essas idéias apresentadas por Stancanelli (2001) estão em concordância com as conclusões de Araújo (2009). Segundo Araújo, na sua pesquisa o contrato didático só foi rompido a partir do momento em que o professor aplicou uma lista de problemas não convencionais, nos quais os estudantes fizeram uso com mais frequência de estratégias metacognitivas para resolvê-los.

Da mesma forma, os objetivos dos exercícios não convencionais descritos por Stancanelli (2001), ao nosso ver, se aproximam de como deve ser o trabalho do aluno na aprendizagem em matemática descrita por Brousseau. De acordo com Brousseau (1996), a ação do aluno na aprendizagem deve ser semelhante ao modo como a atividade científica verdadeira é produzida, assim, ele afirma que o aluno deve se tornar um pesquisador, testar conjecturas, formular hipóteses, construir modelos, testando teorias e, ainda, socializando os resultados.

O autor ainda destaca que o trabalho em sala de aula não deve se antecipar as conclusões dos alunos. Assim as atividades propostas não devem apresentar as regras e os conceitos prontos, e sim, permitir que os alunos, por meio dos conflitos cognitivos decorrentes da passagem do antigo para o novo conhecimento, construam seus próprios saberes.

Isso também ajuda a reforçar a suposição de que a tarefa a ser proposta para o aluno é outro fator que terá influência na atitude do mesmo frente aos problemas matemáticos e como constroem o seu conhecimento. Ainda nessa direção, outra questão importante foi levantada Araújo (2009, p.180):

Encontramos uma verdadeira afinidade entre a forma com que o professor tratava a Matemática, e a forma apresentada pelo autor do livro didático. O que nos faz levantar outras questões referentes à possibilidade da existência de relações entre o livro didático e a metacognição. Será que a forma de apresentação do conteúdo pelo livro didático, pode promover ou afastar os alunos de uma prática metacognitiva? Os resultados apontam para a necessidade de investigação dessa questão, trazendo contribuições para as pesquisas nessa área.

Portanto, partindo dessa questão levantada por Araújo (2009), resolvemos investigar se as atividades propostas pelos livros didáticos de matemática levam os alunos a lançarem mão de estratégias metacognitivas para a sua solução, ou seja, se são propostas de uma maneira que conduza os alunos as ações de refletir, questionar e argumentar na busca de sua solução.

Para isso, direcionamos o nosso olhar para o livro didático de matemática do 6º ano, e escolhemos como conteúdo os números racionais, focando a maneira como as atividades propostas sobre os números racionais são apresentadas, para avaliar **se** e **como**, tais atividades favorece o desenvolvimento de estratégias metacognitivas no aluno.

## 2 O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Nos livros didáticos (LD) encontramos os componentes curriculares que serão trabalhados no período letivo, juntos com exercícios, atividades, informações, fatos importantes da história da matemática e outras situações de ensino que ajudam o professor a direcionar suas aulas.

De acordo com Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2007), o livro didático continua prevalecendo na sala de aula como um dos principais recursos didáticos utilizados pelo professor, por isso mesmo seu uso exerce muita influência na prática do professor.

### 2.1 O LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Do ponto de vista de Lopes (2009), uma das funções do livro didático é trazer os conhecimentos acadêmicos para o cotidiano escolar, já que, entre outras coisas, traz em seu conteúdo resultados de pesquisas, observações e conclusões realizadas por uma pessoa ou por uma comunidade científica.

Para Cavalcanti (1996), os livros didáticos são obras direcionadas para os alunos e professores, apresentando os conteúdos que deverão ser ensinados de forma organizada, e ainda apresentam sugestões de como o professor pode preparar e conduzir suas aulas.

Em outras palavras, Gérard e Roegiers (1998) afirmam que o livro didático é fonte de auxílio para o trabalho didático e pedagógico do professor, além de ser texto de referência para sua atualização e auxiliar no planejamento de suas aulas.

Sobre a concepção de livro didático, Almeida (2011, p. 15) afirmou que:

Nesse sentido, o livro didático é considerado, por muitos autores, como um material impresso, que contém um conjunto de conhecimentos na forma de conteúdos, discutidos e aprovados pela sociedade e órgãos competentes para serem ensinados em sala de aula, fazendo com que o livro didático tenha uma única finalidade, a sala de aula.

Porém, essa não é uma posição unânime, já que Frydman e Jambé, apud Gérard e Roégier (1998) afirmam que as funções do livro didático devem ir para além da sala de aula, ou seja, embora sejam criados com o fim escolar, os livros

devem ser fonte de informações que ultrapassem o saber acadêmico e possibilitem novas perspectivas para quem tem contato com ele.

Dentro dessa perspectiva, Medeiros (1999, 59) verificou que o livro didático é um dos fatores que exerce muita influência nas ações do professor e do aluno em sala de aula, se constituindo, então, por vários motivos, como um elemento indispensável no processo de ensino aprendizagem. Quanto a isso a autora destacou:

Na organização do meio, o professor precisa de recursos para auxiliar seu trabalho. Os materiais escolhidos para aula também influenciam a forma como é estabelecido o contrato didático. Dentre esses materiais, o livro didático tem um papel fundamental. Nele está o conhecimento sistematizado, já que passou pelo processo de transposição didática.

Para os pesquisadores que direcionam seus estudos sobre o livro didático de matemática, há uma estreita relação entre a atitude do professor de matemática no ato de ensinar e o livro didático desta disciplina (VALENTE, 2008; MESQUITA, CARVALHO E GUERRA, 2010; SILVA, 2010).

No dizer de Valente (2008), a matemática é uma das disciplinas que tem o seu ensino mais ligado ao livro didático; tal fato se desenvolveu desde o período inicial das escolas técnicas militares até os dias atuais. O autor afirma que o desenvolvimento da matemática nas escolas brasileiras pode ser verificado por meio da evolução dos livros didáticos.

Por outro lado, no nosso modelo educacional, o professor da escola pública é detentor de autonomia para decidir o livro que adotará e o material que usará para desenvolver suas atividades. Essa possibilidade permite supor que, nos casos em que seja possível escolher o livro, o docente fará a opção por uma obra que esteja mais adequada à sua maneira de trabalhar.

Quanto a isso, Silva (2010) definiu que o livro didático deve ser compreendido como recurso de apoio ao professor em sua prática docente e que, por isso, se aproximará de suas concepções de educação. Logo, devemos compreendê-lo como um produto cultural, que se transforma ao longo do tempo, por sofrer influências do contexto histórico e sociopolítico.

Em seu trabalho, Araújo (2009) evidencia a suposição anterior ao verificar que o professor selecionou um livro que, segundo ele, era mais adequado para promover uma melhor aprendizagem. Nesse caso, a concepção de aprendizagem do

professor, que considerava a prática de exercícios como fator fundamental para a aprendizagem em matemática, o levou a escolher o livro que, em sua opinião, priorizava muitos exercícios.

Mas de onde vem essa relação tão forte do professor de matemática com o livro didático? De que maneira entrou e evoluiu na sala de aula? Que fatores favoreceram essa relação livro didático x professor x aluno? Não queremos adentrar a fundo nestas questões, mas encontramos evidências de que isso se desenvolveu naturalmente, a partir da própria evolução do ensino de matemática e do livro didático.

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998), boa parte da dependência do professor pelo livro didático se dá por uma questão de formação, pois a grande maioria dos docentes ainda não tem acesso a um programa de formação continuada que lhe garanta condições de desenvolver uma prática pedagógica que se adeque às necessidades dos estudantes.

Para Silva (2010), a história do ensino aponta que, no Brasil, essa relação prática na sala de aula x livro didático começou a se estabelecer de maneira mais intensa a partir da década de 60, após um período que ficou conhecido como “Movimento da Matemática Moderna”.

Esse movimento mudou o foco da matemática que era ensinada em sala de aula, e que deveria se apresentar, a partir daquele momento, como uma disciplina mais próxima dos conteúdos científicos carregadas de elementos de lógica, teoria dos conjuntos e simbolismos. Isso fez com que os professores “corressem” para os manuais para poderem se adaptar a essas novas orientações.

Silva (2010) afirma que grande parte da discussão relacionada ao ensino de matemática decorrente do Movimento de Matemática Moderna no Brasil se deu entre os que criticavam e os que defendiam o excesso de formalismo da matemática escolar que emergia nos livros didáticos da época.

As primeiras críticas relativas a um desses livros didáticos, como descrito por Valente (2003), foi feita por Júlio César de Mello e Souza<sup>4</sup> e foram dirigidas a

---

<sup>4</sup>Professor de matemática do Colégio Pedro II. Teve inúmeros artigos publicados em vários idiomas, mas ficou conhecido pelo pseudônimo que adotava: Malba Tahan. Foi um grande crítico das novas orientações do Movimento de Matemática Moderna, condenava o excesso de formalismo, o rigor teórico e os novos objetivos do ensino defendidos pelos que adotaram as recomendações. Para ele o ensino de matemática deveria se apoiar no desenvolvimento do raciocínio lógico e de questões que despertassem a curiosidade dos alunos.

Jacomo Stávele<sup>5</sup>, professor e autor de livros didáticos de matemática, no período das mudanças curriculares ocorridas nos anos que sucederam o início do movimento da matemática moderna no Brasil.

Pesquisas relacionadas à qualidade dos livros didáticos, desenvolvidas a partir da década de 70, verificaram falhas e limitações nos livros didáticos. Esses estudos serviram de parâmetros para a criação do Programa Nacional do Livro Didático/PNLD (DELIZOICOV, ANGOTTI E PERNAMBUCO, 2007).

Diversos atores envolvidos direta ou indiretamente com os livros didáticos, professores, alunos, pesquisadores, têm uma posição bem definida quanto ao livro didático: precisam melhorar e muito, porém são essenciais na sala de aula, e o processo de ensino e aprendizagem seria bem pior sem eles (FREITAG, 1997).

A importância de criar critérios de avaliação para os livros didáticos ganha mais importância quando nos damos conta da seguinte realidade:

O livro didático é um dos mais importantes, se não o único apoio didático utilizado em salas de aulas de escolas públicas brasileiras tanto pelo professor como pelos alunos. Nesse sentido, esse material é de grande importância no processo de ensino e de aprendizagem das disciplinas escolares (ALMEIDA, 2011, p. 15).

Os autores Mesquita, Carvalho e Guerra (2010), chamam a atenção para o fato de o livro didático se configurar como o principal instrumento de apoio ao professor, mesmo diante do crescente acesso às novas ferramentas tecnológicas e à internet.

Quem também concorda com isso é Pereira, Pereira e Melo (2007), e vão mais além, afirmando que o livro didático se constitui com a única fonte de consulta pelos alunos e pelos professores, em muitos casos o que se vê são os professores sintetizando o conteúdo trabalhado em sala de aula ao que está posto nos livros e empregando a metodologia proposta fielmente.

Embora seja uma realidade, usar o livro como único recurso para o ensino de matemática está em consonância com às orientações do Guia do PNLD/2011, que chama a atenção para o fato de que o professor deve considerar o livro didático

---

<sup>5</sup> Foi professor de Matemática no Instituto Caetano de Campos. Foi autor de um dos primeiros livros que traziam em suas páginas, as novas propostas discutidas pelo Movimento de Matemática Moderna: Primeiro Ano de Matemática.

como uma ferramenta que auxilia o processo de ensino e aprendizagem e não como o elemento que vai determinar a metodologia do professor.

O problema maior, segundo Medeiros (1999), é que os professores fazem uso dos livros didáticos de maneira acrítica, seguindo fielmente as suas orientações metodológicas, organização dos conteúdos, ou mesmo ignorando-as e tecendo sua prática do jeito que melhor lhe for conveniente.

Podemos verificar que Freitag (1997, p.111) também tem uma posição semelhante, já que, segundo ele:

O livro didático não funciona em sala de aula como um instrumento auxiliar para conduzir o processo de ensino e transmissão de conhecimento, mas como o modelo-padrão, a autoridade absoluta, o critério último de verdade. Neste sentido, os livros parecem estar modelando os professores. O conteúdo ideológico do livro é absorvido pelo professor e repassado ao aluno de forma acrítica e não distanciada.

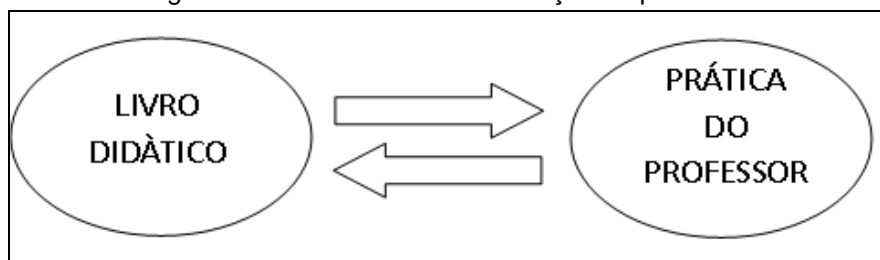
Podemos observar que a prática da maioria dos professores é, em grande parte, determinada de maneira muito forte pelos livros didáticos que faz uso em sua sala de aula. Logo é fácil perceber porque, quando tem a opção, o professor escolhe o livro que se aproxima de suas concepções de trabalho, ensino e aprendizagem.

Essa questão é bem definida por Cassab e Martins (2003, p.1) que, numa pesquisa relacionada à escolha do livro didático pelos professores das ciências, concluem que:

Em suma, ao discutirmos quais sentidos o professor atribui ao livro didático, discutimos também quais imagens o professor tem de si mesmo; quais imagens ele tem do lugar social que ocupa; qual imagem de aluno e qual imagem de ciências e ensino de ciências ele detém.

Ou seja, existe uma importante relação entre o professor que escolhe o livro e os aspectos ligados a como o professor compreende todo o processo de ensino e aprendizagem, e essa relação é uma relação de reciprocidade, que pode ser representada pelo esquema mostrado na figura a seguir:

Figura 2 – O livro didático e a atuação do professor.



Fonte: Produção do autor (2013)

Esse esquema mostra de forma simplificada, como já citado, que o professor escolhe o livro que se adéqua à sua prática, mas, em contrapartida, tem a sua prática, na imensa maioria dos casos, completamente influenciada pelas concepções embutidas nas páginas dos livros. É nessa relação, que funciona como uma “via de mão dupla”, que se constituem de maneira muito forte os processos de ensino aprendizagem em nossas salas de aula.

Mas não é por acaso que o livro se constitui como um dos principais instrumentos de apoio para o professor; Gérard e Roegiers (1998) assinalam várias funções que os livros didáticos possuem, tanto para alunos quanto para professores.

Para esses autores, dentre as funções do livro relacionadas aos alunos, as principais são: a) Divulgar o conhecimento; b) Promover a afirmação, aprofundamento e integração dos saberes aprendidos; c) Favorecer o desenvolvimento das competências cognitivas; d) Contribuir para a capacidade de autoavaliar a aprendizagem; e) Contribuir para a formação do sujeito autônomo para o exercício da cidadania, considerando os seus valores sociais e culturais.

Já com relação às funções relacionadas ao professor, os autores destacam que o livro deve ser texto de referência para a construção dos conhecimentos, auxiliando o professor no planejamento e condução das aulas, favorecendo sua formação pedagógica e didática e servir de subsídio para avaliar os alunos.

Como vemos, os livros assumem diversas funções na sala de aula, por isso compreendemos que é um recurso de muita importância, já que a maneira com que apresentam e desenvolvem os conteúdos exerce influência no ato de ensinar e, principalmente, no ato de aprender.

É importante destacar que a qualidade do livro didático não é motivo de preocupação apenas a nível local, como bem coloca Freitag (1997); as discussões



no Brasil sobre esses livros não estão desfocadas das discussões que ocorrem no mundo todo. Por isso, as iniciativas do governo em melhorar a sua qualidade ganham mais importância. Dentre essas iniciativas, a principal é o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que será o foco do próximo item desse trabalho.

## 2.2 O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO (PNLD)

O programa nacional do livro didático (PNLD) é o mecanismo pelo qual o Ministério da Educação (MEC) seleciona e adquire os livros didáticos que são usados nas escolas públicas do ensino básico no Brasil. Esse processo é dividido em várias etapas e compreende regras que vão desde a confecção dos livros, até a escolha do livro pelo professor da disciplina na escola.

Os processos de normatização das regras de elaboração dos livros didáticos estão bastante avançados, contudo, até chegar no nível atual, passaram por uma série de transformações, como veremos no breve histórico a seguir.

### 2.2.1 Um Breve Histórico das Políticas do Livro Didático

Hoje, o processo de seleção dos livros é mais organizado e democrático, porém nem sempre foi assim. Até chegar ao modelo de escolha adotado atualmente, o processo de seleção dos livros didáticos passou por diversas transformações influenciadas por questões políticas, econômicas e, principalmente, pelas concepções de ensino e aprendizagem que se modificaram ao longo do tempo.

A história<sup>6</sup> da evolução dos processos de avaliação e escolha do livro didático no Brasil teve início em 1929 com a criação do Instituto Nacional do Livro (INL) que foi concebido como o primeiro órgão criado especificamente para desenvolver políticas públicas voltadas ao livro didático. Nove anos após, em 1938, foi criada a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD) que estabeleceu a primeira política de legislação e controle de produção do livro Didático no país. Em 1945 foi publicado o decreto-lei nº 8.460 que consolida a legislação sobre produção, importação e utilização do livro didático.

---

<sup>6</sup> Disponível na íntegra em <http://www.fnde.gov.br/index.php/pnld-historico>

No ano de 1966 é firmado um acordo entre o MEC e a Agência Norte Americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID). Nesse acordo foi instalada a Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (COLTED) que tinha como função coordenar as ações relacionadas à produção, edição e distribuição de livros didáticos. Uma das importantes ações desse acordo foi a compra de 51 milhões de livros didáticos para serem distribuídos gratuitamente durante três anos.

A partir de 1970 foi implantado o sistema de coedição de livros com as editoras nacionais, com recursos do INL. Isso permitiu que, em 1971, o Instituto Nacional do Livro desse início ao Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef), ficando responsável pelas atribuições administrativas e pela administração dos recursos financeiros que antes eram de responsabilidade da COLTED. Nesse período também foi encerrada a parceria MEC/Usaid, por isso foi necessário que os estados passassem a contribuir financeiramente com os programas de livros didáticos. Porém, em 1976 foi estabelecido o fim do INL e o governo passou a comprar grande parte dos livros didáticos, contudo o programa só conseguia atender a minoria das escolas.

O primeiro Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) foi criado em 1985 e trouxe como algumas de suas medidas a reutilização do livro pelo aluno do ano seguinte, o que tornava o livro não consumível<sup>7</sup>, e a decisão da escolha do livro da escola pelo professor.

No ano período 1993/1994 são estabelecidos os critérios de avaliação dos livros didáticos, um trabalho conjunto entre o MEC/FAE/UNESCO. A partir de 1995 a distribuição dos livros na escola começa, de forma gradativa, sendo os livros de matemática e de português os primeiros a serem entregues. Somente em 1997 passaram a ser distribuídos os livros de alfabetização, ciências, história, geografia e estudos sociais. A partir de 2009 é que foram incorporados os livros de língua estrangeira no PNLD.

De início, apenas os alunos do ensino fundamental tinham acesso aos livros distribuídos pelo PNLD. Porém, hoje o programa do livro didático contempla todos os níveis do ensino básico. Em 2003 foi criado o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) cujos livros começaram a ser distribuídos em 2004;

---

<sup>7</sup>É o modelo de livro que não podia escrever nele, todas as respostas do aluno deveriam ser feitas em materiais próprios de consumo. O objetivo dessa medida era que o livro fosse aproveitado pelo estudante nos anos seguintes.

mais uma vez, os livros de matemática e língua portuguesa foram os primeiros a serem entregues.

Em 2009 é iniciado o Programa Nacional do Livro Didático para a Educação de Jovens e Adultos (PNLD EJA) com o objetivo de atender os alunos fora de faixa<sup>8</sup>.

Hoje o PNLD caminha para a universalização no atendimento aos estudantes do ensino básico, inclusive, nesse período, vem desenvolvendo políticas públicas para atender às pessoas com necessidades especiais.

Voltando à questão histórica, observamos que entre os períodos citados também foram implantados diversos mecanismos que tinham a intenção de garantir a distribuição universal desse instrumento; podemos citar os instrumentos de reserva técnica criados para garantir a reposição dos livros anualmente e a determinação da “validade” da grande maioria dos livros didáticos por um período de três anos, ou seja, ao final do ano o aluno devolve o livro que pode servir aos novos alunos por um período de mais dois anos.

Nosso objetivo não é o de estudar a evolução do livro didático nem no contexto social, nem político. Contudo compreender o desenvolvimento das políticas públicas voltadas para esse setor ajuda a entender, um pouco, o momento atual do livro didático atual, todavia que, como já citado por Valente (2008), a evolução do ensino da matemática no Brasil traz uma forte ligação com a evolução dos livros didáticos desta disciplina.

É interessante destacar, embora já tenha sido comentado, que a preocupação com a qualidade do livro didático já vem sendo abordada há certo tempo. No entanto Carvalho (2008) destaca que essa preocupação inicialmente se deu com o objetivo apenas de verificar se os livros seguiam as orientações curriculares da época, não existia a preocupação com os aspectos didáticos e pedagógicos do ensino.

Outro fator importante observado na história, tem relação com o acordo firmado entre o MEC e a USAID em 1966 que, entre outras coisas, implantou a Colted e permitiu o financiamento da compra de 52 milhões de livros didáticos e a Portaria N° 35 publicada em 1970 que permitiu a coedição de livros com as editoras nacionais.

---

<sup>8</sup> Alunos que não se encontram na faixa correta de idade x série ou que não tiveram a oportunidade de concluir o ensino básico no tempo regular.

Foi nesse período que as influências do movimento da Matemática Moderna se deram com mais intensidade no ensino do Brasil, como afirmaram Valente (2008) e também os PCN.

Por outro lado, para que fosse possível serem implantadas as novas orientações curriculares de matemática propostas por esse movimento, seria necessário disponibilizar materiais impressos de apoio para o professor, de modo que o mesmo pudesse se adaptar a essa nova perspectiva, coisa que demandava recursos financeiros e apoios técnicos.

Podemos observar que as primeiras iniciativas de produção e distribuição de livros didáticos para as escolas públicas, o Movimento de Matemática Moderna e os financiamentos internacionais às políticas do livro didático, ocorreram em períodos bem próximos, o que pode indicar que as ações tomadas pelos governos à época tinham a intenção de atender aos interesses dos governos na questão política e educacional.

Sobre o “jogo” de interesses relacionados a isso, encontramos a afirmação de Bomény apud Casagrande (2005), que diz que o acordo Usaid/MEC garantiu o repasse de uma volumosa quantia e, por isso, atendia aos interesses do MEC que até aquele momento não dispunha de verbas significativas para este fim, mas também atendia aos interesses americanos que temiam a disseminação de políticas comunistas no Brasil da época, e viam na parceria uma maneira de minimizar essas possibilidades.

Falando da questão funcional das políticas do livro didático, merece destaque o fato de que os livros de matemática e de língua portuguesa serem sempre os primeiros a serem distribuídos pelas políticas públicas destinadas a esse fim, talvez historicamente isso tenha contribuído para essa ligação tão forte entre a prática do professor de matemática e o livro didático.

Mas o fator mais importante na evolução das ações do governo para a distribuição de livros, segundo Carvalho (2008), foi a criação do PNLD em 1985. Dentre as importantes diretrizes no programa estão a avaliação dos livros, a escolha do livro pelo professor e reutilização do livro por um período determinado.

Desde que foi criado, o PNLD vem sendo aprimorando a cada nova edição, se no início eram distribuídos apenas livros didáticos de matemática e português, hoje

são distribuídos livros de todas as disciplinas para todas as series do ensino básico, e da educação de jovens e adultos, além de dicionários.

### **2.2.2 O Programa Nacional do Livro Didático 2011**

O processo de avaliação dos livros teve início dois anos antes de os mesmos chegarem às escolas. A seleção foi dividida em três etapas. Na primeira etapa um edital foi publicado, estabelecendo as normas e os critérios para a submissão dos livros. Na segunda etapa foi realizada uma análise dos livros por técnicos do MEC e professores de diversas universidades brasileiras. Foram selecionados dez livros que, em seguida, passaram a fazer parte de um material de orientação chamado de Guia do Livro Didático que foi enviado às escolas para que sirvam de suporte aos professores na escolha do livro. Em 2009 o PNLD teve o objetivo de selecionar os livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental que começaram a ser usados em 2011.

Para os professores, o material mais importante para a seleção dos livros é o guia, já que traz informações do processo de seleção e das obras aprovadas por meio de uma resenha. Segundo o Guia PNLD/2011, as orientações podem servir de referência para que o professor escolha um livro que esteja mais próximo de sua perspectiva de trabalho.

Inicialmente o Guia de matemática do PNLD/2011 faz algumas considerações sobre o livro didático e o seu uso na escola, destacando sua importância, função e um pouco da relação entre o professor e o LD.

Mais adiante, ele faz uma discussão sobre a importância da matemática na atualidade e sua inserção no contexto social, em seguida traz um panorama da educação matemática e das competências que devem ser atingidas pelos estudantes dessa disciplina.

De acordo com o Guia PNLD/2011, mesmo entendendo que as competências não devem ser compreendidas independentes uma das outras, nem tampouco esgotadas, pelo contrário, devem ser adaptadas de acordo com as diversidades e aos diferentes contextos. Observamos que algumas competências a serem atingidas remetem à formação de um aluno com uma melhor capacidade metacognitiva.

Dentre as quais:

- Resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, desenvolvendo a iniciativa, a imaginação e a criatividade;
- Avaliar se os resultados obtidos na solução de situações-problema são ou não razoáveis;
- Raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar;
- Compreender e transmitir ideias matemáticas, por escrito ou oralmente, desenvolvendo a capacidade de argumentação;
- Utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio: dedutivo, indutivo, probabilístico, por analogia, plausível, entre outros (BRASIL, 2010, p. 16).

A segunda parte do GUIA/PNLD 2011 é destinada às resenhas de cada uma das obras aprovadas no Programa. De início é feito um detalhamento sucinto de como são elaboradas as resenhas. Nas resenhas são mostrados os aspectos relacionados à abordagem dos conteúdos, distribuição dos conteúdos, metodologia de ensino e aprendizagem, linguagem, aos aspectos gráficos, do manual do professor e de como o livro pode ser melhor aproveitado em sala de aula.

Em seguida são mostrados os critérios de avaliação das obras de todas as áreas e, imediatamente após, os critérios específicos para os livros de matemática.

No PNLD/2011 os critérios de eliminação comum a todas as áreas foram:

- I. Respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao ensino fundamental;
- II. Observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;
- III. Coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela coleção, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
- IV. Correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
- V. Observância das características e finalidades específicas do manual do professor e adequação da coleção à linha pedagógica nele apresentada;
- VI. Adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático pedagógicos da coleção (BRASIL, 2010, p. 25).

Se qualquer um dos critérios não for plenamente correspondido, a obra estará automaticamente eliminada do processo seletivo. Contudo, ainda terá que atender aos critérios eliminatórios do componente curricular específico, que no caso da matemática são:

- Apresentar erro ou indução a erro em conceitos, argumentação e procedimentos matemáticos, no livro do aluno, no manual do professor e, quando houver, no glossário;

- Deixar de incluir um dos campos da Matemática escolar, a saber, números e operações, álgebra, geometria, grandezas e medidas e tratamento da informação;
- Dar atenção apenas ao trabalho mecânico com procedimentos, em detrimento da exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
- Apresentar os conceitos com erro de encadeamento lógico, tais como: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas.
- Deixar de propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização; supervalorizar o trabalho individual;
- Apresentar publicidade de produtos ou empresas (BRASIL, 2010, p. 26).

Observamos que, embora não apresente o termo metacognição na linguagem que usa para apresentar os critérios de eliminação relativos à matemática, merece destaque o fato de que o PNLD apresenta uma preocupação em formar um aluno reflexivo, já que, no terceiro critério, a obra deve evitar concentrar sua proposta em trabalhos meramente mecânicos, como sugere o terceiro item acima citado.

Como podemos notar, os critérios de avaliação são bastante exigentes e têm o objetivo de evitar que se cheguem às salas de aula livros com baixa qualidade, já que, segundo Carvalho (2008), no PNLD de 1997 quase metade dos livros de matemática inscritos foram reprovados.

Ao nosso entender, as investigações relacionadas às implicações do livro didático nos processos de ensino e aprendizagem é um dos caminhos a serem investigados, pois sua presença maciça nas salas de aula acaba atribuindo uma grande importância ao livro neste processo.

Levando em consideração que a ação do aluno frente aos exercícios pode se constituir como facilitador ou como um obstáculo à sua aprendizagem, especialmente em um conteúdo fácil, mas ao mesmo tempo tão complexo, como os números racionais, como citam diversos pesquisadores em educação matemática, a atividade terá um “peso” significativo na maneira como o aluno constrói os seus conhecimentos.

Os números racionais são abordados no ensino básico a partir do 4º ano de escolaridade, porém é a partir do 6º ano que começa a ser trabalhado como conjunto numérico logo após o trabalho com o conjunto dos números naturais. No

próximo capítulo discutiremos um pouco sobre esses números e algumas implicações relacionadas ao seu ensino.



### 3 OS NÚMEROS RACIONAIS

Neste capítulo falaremos sobre os números racionais na matemática como conjunto e corpo ordenado, os diferentes significados, buscando apresentar alguns cuidados em como os referidos significados são trabalhados no 6º Ano do Ensino Fundamental, a partir de orientações e de observações propostas pelos PCN e por alguns pesquisadores que investigaram o tema.

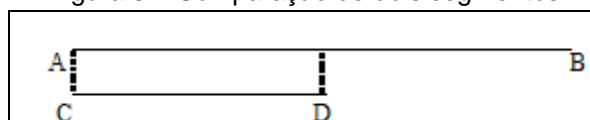
#### 3.1 OS NÚMEROS RACIONAIS NA MATEMÁTICA

Medir e contar são as operações cuja realização a vida de todos os dias exige com maior frequência. A dona de casa ao fazer as suas provisões de roupa, o engenheiro ao fazer o projecto duma ponte, o operário ao ajustar um instrumento de precisão, o agricultor ao calcular a quantidade de sementes a lançar à terra de que dispõe, toda a gente, nas mais variadas circunstâncias, qualquer que sejam a sua profissão, tem necessidade de medir. Mas o que é – medir? Todos sabem em que consiste o comparar duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes etc (CARAÇA, 1952, p.29).

A premissa básica para ir além dos números naturais era o fato de que os mesmos já não eram suficientes para atender às necessidades do homem, e isso se deu a partir do momento em que a habilidade matemática de contar já não resolveria alguns dos seus problemas, como as situações de comparação em que era preciso verificar quantas vezes uma grandeza cabia na outra (Caraça, 1952).

Segundo Caraça (1952), se quisermos comparar dois segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ , podemos posicionar um sobre o outro de modo que dois extremos sejam coincidentes, como vemos na figura:

Figura 3 – Comparação de dois segmentos



Fonte: Caraça (1952)

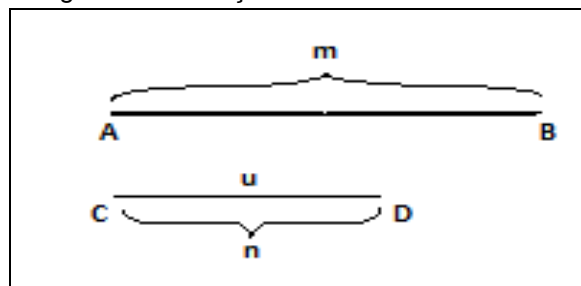
Após realizado esse procedimento e observado que o ponto “D” está localizado entre os pontos “A” e “B”, podemos apenas concluir que o segmento  $\overline{AB}$  é maior que o comprimento  $\overline{CD}$  ou que o comprimento  $\overline{CD}$  é menor que o comprimento  $\overline{AB}$  (que é a mesma conclusão dita de outra maneira). Assim, essa ideia tem relação ao tratamento de grandezas que podem ser separadas (mas não contadas) a partir

de um padrão definido antecipadamente. Logo a solução do problema só será possível quando a grandeza a ser comparada couber um certo número de vezes na quantidade a ser medida.

Quando essa medida padrão não couber, em igual número, na grandeza a estar medida ficaremos com um problema, assim para que tal quociente possa existir devemos dividir essa grandeza em partes, igualmente, menores e seguir com o procedimento de divisão. Mas isso não é possível se consideramos apenas os números naturais, por isso foi preciso considerar outro campo numérico, em que as divisões, que antes não pudessem ser realizadas, pudessem ser representadas: os números racionais.

De acordo com Caraça (1952), os números racionais podem ser definidos do seguinte modo: se tomarmos dois segmentos de reta  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ , de maneira que cada um contenha o segmento “u” um número inteiro de vezes,  $\overline{AB}$  contenha “m” vezes o segmento “u” e  $\overline{CD}$  contenha “n” vezes o segmento “u”. Caso não exista esse segmento “u” os segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  são ditos incomensuráveis, obtendo-se um número irracional.

Figura 4 – Definição dos números racionais



Fonte: Caraça (1952)

É dito por definição que a medida do segmento  $\overline{AB}$ , tomando  $\overline{CD}$  como unidade, será o número  $\frac{m}{n}$ , e escreve-se:

$$1) \quad \overline{AB} = \frac{m}{n} \cdot \overline{CD}, \text{ para todo } m \text{ e } n \text{ (} m, n \in \mathbb{Z} \text{ e } n \neq 0 \text{); se } m \text{ for divisível por } n;$$

o número  $\frac{m}{n}$  é inteiro, caso  $m$  não seja divisível por  $n$ , o número  $\frac{m}{n}$  é fracionário.

Ao número racional  $\frac{m}{n}$ , em qualquer hipótese o número  $m$  é chamado de numerador e o número  $n$  é chamado de denominador. Particularmente, dessa primeira igualdade decorre as duas seguintes.

- 2)  $\frac{n}{1} = n$ , tendo visto que, se  $\overline{AB} = n.\overline{CD}$ , é igualmente  $\overline{AB} = \frac{n}{1}.\overline{CD}$  e que
- 3)  $\frac{n}{n} = 1$ , pois as igualdades  $\overline{AB} = \overline{AB}$  e  $\overline{AB} = \frac{n}{n}.\overline{AB}$  se equivalem.

Ainda assim, precisamos afinar melhor essas definições com relação às definições teóricas da matemática. Por isso, partiremos das definições de Ávila (1999), segundo as quais o conjunto dos números racionais possui a estrutura de um corpo comutativo ordenado.

Segundo Ávila (1999), é definido como um corpo comutativo, um conjunto não vazio  $C$ , dotado das operações de adição e multiplicação, em que cada uma delas faz corresponder um elemento de  $C$  a cada par de elementos  $C$ , e as operações submetidas aos axiomas do corpo. Nesse corpo a soma de  $x$  e  $y$  é indicada por  $x + y$  e a multiplicação de  $x$  e  $y$  é indicada por  $xy$ .

Assim, sendo  $(Q, +, \cdot)$ , um corpo comutativo dotado das operações de soma e de multiplicação, os axiomas que caracterizam essas estruturas são:

### 1) Associatividade

Tomando quaisquer  $x, y, z \in Q$ , podemos associar as parcelas de modo que:

Em relação a adição:  $(x + y) + z = x + (y + z)$

Em relação a multiplicação  $(xy)z = x(yz)$ .

### 2) Comutatividade

Tomando quaisquer  $x, y \in Q$ , em relação a ordem em que as parcelas estão dispostas na operação, temos que:

Em relação a adição:  $x + y = y + x$

Em relação a multiplicação:  $x \cdot y = y \cdot x$

### 3) Distributividade da multiplicação em relação a adição.

Tomando quaisquer  $x, y, z \in \mathbb{Q}$ , podemos associar as parcelas em relação a adição de modo que:

$$x(y + z) = xy + xz$$

### 4) Existência do elemento neutro

Dado um  $x \in \mathbb{Q}$ , existe um elemento pertencente a  $\mathbb{Q}$  de modo que:

Na adição:  $x + 0 = x + 0 = x$ , o elemento neutro aditivo é o “zero”.

Na multiplicação:  $1 \cdot x = x \cdot 1 = x$ , o elemento neutro multiplicativo é “1”

### 5) Existência do elemento oposto

Na adição, a todo elemento  $x \in \mathbb{Q}$ , existe um, e somente um, elemento  $x' \in \mathbb{Q}$ , tal que  $x + x' = x' + x = 0$ . (o elemento oposto a  $x'$  é indicado por  $-x$ )

### 6) Existência do elemento unidade

Qualquer que seja o  $x \in \mathbb{Q}$ , existe um elemento em  $\mathbb{Q}$ , chamado de elemento unidade e representado pelo símbolo 1, tal que  $1 \cdot x = x \cdot 1 = x$ .

### 7) Existência do elemento inverso

Na multiplicação, a todo elemento  $x \in \mathbb{Q}$  ( $x \neq 0$ ), existe um, e somente um,  $x' \in \mathbb{Q}$ , tal que  $x \cdot x' = x' \cdot x = 1$ . Esse elemento  $x'$  é indicado por  $x^{-1}$  ou  $\frac{1}{x}$ .

O conjunto  $\mathbb{Q}$  é ainda considerado um conjunto ordenado por conter um subconjunto  $P$ , denominado conjunto dos elementos positivos, tal que:

- i) O resultado da soma e do produto entre números positivos é sempre positivo.
- ii) Dado  $x \in \mathbb{Q}$ , então: ou  $x \in P$ , ou  $x = 0$ , ou  $-x \in P$ .

Com essas propriedades se torna possível provar todas as operações algébrica, quais sejam as proposições:

**P1.** Os elementos neutros da adição e da multiplicação são únicos.

**P2.** O elemento oposto e o elemento inverso são únicos.

**P3.** Vale a lei do cancelamento em  $\mathbb{Q}$ .

Temos outras propriedades importantes:

- a)  $x < y \Leftrightarrow x + z < y + z$  (se  $x, y, z \in \mathbb{Q}$ , e  $x$  é menor do que  $y$ , então a soma  $x + z$  é menor que a soma  $y + z$ )
- b)  $z > 0 \Leftrightarrow z^{-1} > 0$  ( $z$  é positivo se, e somente se, o inverso de  $z$  também for positivo)
- c)  $z > 0 \Leftrightarrow -z < 0$  ( $z$  é positivo se, e somente se, o oposto de  $z$  for negativo)
- d)  $x < y$  ou  $x = y$  ou  $x > y$  (se  $x, y \in \mathbb{Q}$ , então, ou  $x$  é maior que  $y$ , ou  $x$  é igual a  $y$ , ou  $x$  é menor que  $y$ , essa propriedade é chamada de tricotomia)
- e)  $x \cdot y = 0 \Leftrightarrow x = 0$  ou  $y = 0$  (se o produto entre dois números racionais  $x$  e  $y$  é nulo, então ou  $x$  é nulo ou  $y$  é nulo).

Depois de aprendidas as propriedades que dão suporte aos números racionais como conjunto numérico, iremos discutir os diferentes significados que são atribuídos a esses números a partir dos diferentes contextos em que podem estar inseridos.

### 3.2 OS DIFERENTES SIGNIFICADOS DOS NÚMEROS RACIONAIS

Iniciaremos esse tópico abordando os significados de números racionais apresentados nos PCN, em seguida veremos o que alguns autores como Romanatto (1997); Onuchic e Allevato (2008) e Gomes (2010) falam a respeito deste tema. Na parte final apresentaremos os significados que iremos considerar na nossa análise.

Segundo os PCN, os números racionais possuem vários significados: relação da parte com o todo, divisão, razão e operador, por exemplo, podendo ser representados de diferentes maneiras, e em vários contextos, sendo as formas fracionária e decimal utilizadas com mais ênfase.

No que diz respeito à relação parte/todo, os PCN consideram que as frações indicam a associação entre uma certa quantidade de partes em relação a um todo. Nessa perspectiva, para compreender esse significado, o aluno deverá perceber que, na fração  $a/b$  (com  $b \neq 0$ ), o denominador “b” indicaria o número total de partes que compõe o todo enquanto o numerador “a” indicaria a quantidade de partes considerada.

Para assimilar este significado o aluno deve ter capacidade para determinar qual é a unidade que está representando o todo, além de compreender a inclusão de classes e saber efetuar divisões com grandezas discretas<sup>9</sup> ou contínuas<sup>10</sup>.

Um segundo significado, citado pelos PCN, é o significado de quociente. Nesse caso devemos interpretar o número racional como um quociente entre dois números inteiros na forma  $a:b$  (com  $b \neq 0$ ).

Segundo os PCN, quando estivermos usando um número racional como um indicador comparativo entre duas grandezas, devemos considerar o terceiro significado, o de razão, acrescentando que:

Uma interpretação diferente das anteriores é aquela em que o número racional é usado como um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com situações do tipo: 2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes e se conclui que  $\frac{2}{3}$  da população da cidade é de imigrantes.

Outras situações são as que envolvem probabilidades: a chance de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores é de  $\frac{2}{10}$ . Ainda outras situações ocorrem na abordagem de escalas em plantas e mapas (escala de 1cm para 100 m: representada por 1:10.000 ou  $\frac{1}{10.000}$ ). Também, a exploração da porcentagem (70 em cada 100

alunos da escola gostam de futebol:  $\frac{70}{100}$ , 0,70 ou 70% ou ainda  $\frac{7}{10}$  e 0,7 (BRASIL, 1998, p.102).

Como podemos observar, para os PCN o significado de razão é bem amplo, tendo em vista que contempla as ideias de comparação entre duas grandezas,

<sup>9</sup> Nesse caso, está se referindo às situações em que o significado do número racional está associado a uma quantidade de um todo. Ex: Numa turma de 40 alunos, existem 16 meninos. Qual é a fração que representa o total de meninos?

<sup>10</sup> Está se referindo a situações em que o significado está associado a uma parte em relação ao todo. Ex: De uma pizza que foi servida dividida em 4 fatias, João comeu 3 das fatias. Qual é a fração que representa a parte da pizza que ele comeu?

escalas, as questões de probabilidade e, ainda, as aplicações das porcentagens. Mais, adiante veremos que outros autores separam esses significados, considerando essas ideias relacionadas à razão como outro significado para os números racionais.

O quarto significado atribuído pelos PCN define um número racional como um operador que desempenha um papel de transformação, agindo e modificando uma situação. “Essa ideia está presente, por exemplo, em problemas do tipo: que número devo multiplicar por 5 para obter 2” (BRASIL, 1998, p.103).

Podemos também notar que, embora os PCN se constituam como uma das principais referências para a orientação dos currículos no Brasil, alguns pesquisadores como Romanatto (1997); Onuchic e Allevato (2008); Moreira e Ferreira (2008); Gomes (2010); entre outros, consideram insuficientes os quatro significados considerados em suas orientações, e contribuem para essa discussão acrescentando outros significados para os números racionais.

As discussões atuais sobre os significados dos números racionais de acordo com a literatura (ROMANATTO, 1997; MOREIRA E FERREIRA, 2008), se fundamentam, principalmente, nos trabalhos de Kieren<sup>11</sup> e do grupo Rational Number Project (RNP) liderado por Behr, Post e Lesh<sup>12</sup>; o grupo RNP é considerado uma das maiores referências do assunto.

Após uma longa pesquisa, Romanatto (1997) sugere que os significados de quociente, razão, número na reta numérica, operador multiplicativo, medida e probabilidade são suficientes para contemplar todos os conceitos de um número racional.

Com relação aos significados apresentados pelos PCN, identificamos que os significados de medida, operador multiplicativo e quociente são equivalentes, o que difere é que Romanatto denomina de medida o que os PCN chamam de relação parte todo.

Quanto ao significado de razão, Romanatto (1997) considera apenas uma parte do que foi definido pelos PCN. Assim, uma razão pode ser considerada nas

---

<sup>11</sup>Kierenem 1976 inicialmente apresentou sete significados para os números racionais: fração, fração decimal, classe de equivalência de frações, razão, operador, corpo quociente ordenado e medida. Em 1980 passa a considerar essencial compreender os números racionais a partir de cinco significados: relação parte-todo, razão, quociente, medida e operador.

<sup>12</sup> Após um longo percurso de pesquisa, o grupo considera serem fundamentais cinco significados: relação parte-todo, medida, razão, quociente indicado e operador.

situações de comparação entre duas grandezas, que podem ser de mesma unidade de medida ou de unidades de medidas diferentes. Um exemplo de razão de mesma medida: existem dois alunos para cada três alunas em certa sala de aula. Um exemplo de razão expressa por meio de unidades de medida diferentes: a densidade demográfica ( $\text{hab}/\text{km}^2$ ), que é a relação do número de habitantes por quilômetro quadrado. Quando as razões são expressas por grandezas de unidades de medidas diferentes é considerada uma “taxa” segundo o autor.

Um número racional como significado de probabilidade pode ser considerado, de acordo com Romanatto (1997), como uma extensão da relação parte todo, estando associado a uma comparação entre as chances favoráveis (parte) e as chances possíveis (todo). Nesse caso, ocorre outra diferença em relação aos PCN que consideram esse contexto inserido no significado de razão.

O sexto significado proposto é o de um número na reta numérica, em que a expressão  $a/b$  representa um número que pode ser associado a um ponto localizado na reta numérica.

Encontramos outra classificação para os significados do números racionais proposta por Onuchic e Allevato (2008). Em seu trabalho, elas consideram essencial trabalhar esses números nas “personalidades” de Ponto racional, Quociente, Fração, Operador, e Razão.

Encontramos convergências com os significados apresentado por Romanatto (1997), nesse caso o que muda é a denominação dos significados e o fato de Onuchic e Allevato (2008) não considerarem o significado de probabilidade, como podemos verificar no quadro apresentado a seguir:

Quadro 2 – Comparação dos significados dos números racionais: Romanatto x Onuchic e Allevato

<b>Significados dos números racionais segundo Romanatto (1997)</b>	<b>Significados dos números racionais segundo Onuchic e Allevato (2008)</b>
Medida	Fração
Número na reta numérica	Ponto racional
Operador multiplicativo	Operador
Quociente	Quociente
Razão	Razão
Probabilidade	Não está definido

Fonte: Produção do autor (2013)



Onuchic e Allevato (2008) também consideram muito importante, para construir o conceito de números racionais, inseri-los em problemas envolvidos no contexto de proporcionalidade, que se constitui em atividades que envolvem uma igualdade entre duas razões.

Quem também apresenta um trabalho bem completo a respeito dos significados dos números racionais é Gomes (2010), para ele é necessário considerar sete significados para abordar todos os aspectos relacionados aos números racionais: parte-todo no modelo contínuo, parte-todo no modelo discreto, razão, quociente, operador, porcentagem e probabilidade.

Observamos duas diferenças em relação aos outros estudos considerados até agora. A primeira diferença é a divisão da relação parte todo em dois significados, nesse caso dependendo do contexto em que esta relação está inserida poderá assumir um significado diferente: parte todo no modelo contínuo ou parte todo no modelo discreto. Embora Romanatto (1997) e outros autores comentem esses dois tipos de situações, não consideram esse fato ser suficiente para compor um novo significado.

O significado parte-todo no modelo contínuo proposto por Gomes (2010) está relacionado às situações em que se considera uma pizza, ou um bolo, ou ainda, figuras geométricas, como inteiros divididos em partes iguais. O significado no modelo discreto está associado às situações em que se tomam partes de uma quantidade. Exemplo:  $\frac{3}{5}$  dos 40 alunos de uma turma jogam futebol.

Também é bom observar que o autor não considera a representação na reta como um significado e considera a porcentagem como um dos significados, fato que, até então, não tinha sido abordado por nenhum dos trabalhos estudados.

Gomes (2010, p. 68) relaciona o significado de porcentagem à ideia de fração centesimal, e justifica:

Apesar de não fazer parte das sugestões de classificação dos diversos significados de fração apresentados pela maioria das pesquisas anteriores, acreditamos que por sua importância e grande utilização no cotidiano das pessoas e, também, pela sua apresentação em todos os livros didáticos como um tema separado do estudo das frações, o mesmo devesse ter um tratamento diferenciado nas nossas investigações. Pela nossa experiência, verificamos que é muito comum os alunos enxergarem as *porcentagens* como um conceito matemático com “vida própria”, que se utiliza, às vezes, da ideia de fração como *operador multiplicativo*.

Segundo o autor, apesar de ser possível associar uma fração irredutível, originada, ou não, de uma fração centesimal, quando queremos calcular uma porcentagem de algum valor ou quantidade, esse significado tem “*vida própria*”, principalmente por ser possível obter uma porcentagem sem, necessariamente, recorrer a uma fração (usamos, por exemplo, uma regra de três).

Como bem afirmou Caraça (1952), os números racionais inicialmente foram criados a partir de situações de comparação em que era necessário verificar quantas vezes uma grandeza cabia na outra (medir), por isso, achamos necessário destacar os números racionais em seu significado inicial: medida.

Como bem coloca Merlini (2005), o significado dos números racionais como medida deve ser subdividido em dois: medidas extensivas e medidas intensivas.

A medida extensiva estará presente, quando fizer menção às ideias em que o número racional esteja inserido numa situação em que a medida será obtida a partir da relação entre duas variáveis de mesma natureza. Por exemplo: Numa urna há 3 bolas brancas e 5 bolas azuis. Uma pessoa vai retirar uma bola dessa urna aleatoriamente. Que fração representa a chance de a bola retirada ser azul? Esse contexto representa uma situação em que a chance de se retirar a bola azul pode ser expressa por meio de uma medida decorrente do quociente entre o número de bolas azuis e o total de bolas da caixa, ou seja, a fração  $\frac{5}{8}$ .

Com relação às medidas intensivas, estarão relacionadas à reconstrução do todo ou da unidade em relação à parte, por isso estão representadas em situações em que as variáveis são de naturezas diferentes. Por exemplo: Para fazer determinado bolo é necessário utilizar 3 medidas de leite para 1 parte de água. Qual é a fração que pode ser utilizada para representar a medida do leite em relação ao total do líquido?

No preparo do suco deverá ser utilizada 1 medida de água para 3 medida de leite  $\frac{1}{3}$ . A partir dessa medida é possível fazer quantos bolos quisermos mantendo a mesma propriedade. Contudo cada medida é obtida de uma quantidade diferente.

O significado de medida descrito por Merlini (2005) se assemelha ao significado que os PCN, Romanatto (1997) e Gomes (2010) definiram como razão.

Os PCN (Brasil, 1998) consideram a probabilidade incluída no significado de razão, enquanto Gomes (2010) e Romanatto (1997) consideram a probabilidade como um significado.

Como em nossa pesquisa números racionais foi o conteúdo matemático escolhido para investigarmos se os livros didáticos de matemática do 6º ano favorecem a utilização de estratégias metacognitivas, acreditamos que os significados dos números racionais apresentados aqui, se mostram suficientes para o trabalho em questão.

Já que não há um consenso na atribuição dos significados dos números racionais, iremos considerar sete significados: relação parte/todo, medida, operador multiplicativo, quociente, ponto racional, probabilidade e porcentagem. Observamos que esses significados contemplam todas as situações em que os números racionais estão inseridos nos livros pesquisados.

Nossa escolha se aproxima mais dos significados propostos por Gomes (2010), pois, ao nosso entender, como o autor menciona, consideramos que o significado de porcentagem “tem vida própria”, pois, muitas vezes, é trabalhado como um conteúdo a parte na aprendizagem dos números racionais.

Porém, diferentemente do autor mencionado, não vemos que dividir o significado parte/todo em discreto e contínuo seja motivo de ser considerado como dois significados diferentes, e também consideramos o significado de pontoracional, que o mesmo não considera como tal.

Um dos poucos consensos que encontramos na literatura a respeito dos números racionais, é que, devido aos seus vários significados, é imprescindível abordá-los em todos os seus significados e nos mais diferentes contextos possíveis, tomando cuidado para não trabalhar demasiadamente um significado em detrimento do outro.

Como já citado, uma mesma escrita de um número racional pode representar um significado diferente dependendo do contexto em que esteja inserida. Por isso, é importante levar em consideração o que os autores falam a respeito de algumas particularidades que podem surgir no ensino dos números racionais.

### 3.3 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES PARA O ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS

A abordagem dos números racionais nos ciclos finais do ensino fundamental, de acordo com os PCN, ocorre em continuidade ao que foi trabalhado nos ciclos iniciais e deve ter como meta conduzir os estudantes a perceber a insuficiência dos números naturais para dar respostas a algumas situações-problema como as relacionadas à medida de uma grandeza ou ao resultado de uma divisão; assim é preciso expandir a ideia de números.

Na mesma linha de argumentação, Romanatto (1997) chama a atenção ao fato que o trabalho com conjuntos numéricos, a partir da 5<sup>o</sup> série, segue certa ordem natural, inteiros, racionais e irracionais, e isso se constitui como um complicador para a aprendizagem, pelo fato de que cada conjunto tem propriedades que sugerem o rompimento com alguns conceitos e propriedades contrárias às ideias trabalhadas no conjunto anterior.

Sobre a necessidade de ampliar o conceito de números, Caraça (1951), acrescenta que os números racionais foram criados a partir das limitações dos números naturais em resolver certos problemas de medição no nosso cotidiano, e, também, pelas impossibilidades originadas da matemática no campo dos números naturais, em que não é possível realizar divisões do tipo:  $11 \div 3$ . A partir da criação desse novo conjunto, todo número escrito na forma  $a/b$  (com “a” e “b” inteiros e com “b” diferente de zero) pode agora ser válido se considerarmos o campo dos números racionais.

Outros autores também apresentam justificativas semelhantes, como a apresentada a seguir: “Então, pela necessidade de resolver problemas práticos bem distintos, é que justificamos a ampliação dos conjuntos numéricos a partir do conjunto dos naturais” (ROMANATTO, 1997, p. 87).

O trabalho com os números racionais não é tão simples, exige muito cuidado, devido à abrangência do tema e pelas diversas ideias a respeito dos números e da matemática que terão que ser “abandonadas” ou reconstruídas a partir do 6<sup>o</sup> ano.

Segundo os PCN “os alunos chegam ao terceiro ciclo<sup>13</sup> sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo [...]” (BRASIL, 1998, p.100). Isso ocorre, em parte, porque

---

<sup>13</sup> Quando os PCN foram escritos, o 3<sup>o</sup> ciclo correspondia a 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> séries do ensino fundamental. Hoje o 3<sup>o</sup> ciclo corresponde ao 6<sup>o</sup> e 7<sup>o</sup> anos do Ensino Fundamental.

a apropriação das diferentes representações de números racionais sugere um rompimento com várias ideias que, inicialmente, foram construídas a partir dos números naturais.

Verificamos que existem conclusões convergentes quanto às dificuldades em aprender os conceitos dos números racionais. A pesquisa de Cavalcante et al (2007) investigou o comportamento de alunos e professores frente aos obstáculos diante do conceito de frações e constatou que grande parte dos alunos do 7º e 9º anos das escolas de um determinado município apresentou baixo rendimento quando foram submetidos a um teste aplicado por meio de uma lista de exercícios. Nessa mesma pesquisa, grande parte dos professores também apresentou resultados insatisfatórios.

Quanto a essas dificuldades, existem vários obstáculos que os estudantes, a partir do 6º ano, têm que enfrentar na passagem do campo dos números naturais para o dos números racionais, dentre os quais os PCN destacam:

- O fato de cada número racional, em sua escrita fracionária, poder ser representado de infinitos modos. Já que, por exemplo, as frações  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{5}{10}$  e toda fração que represente uma metade são representações de um mesmo número.

- A questão da comparação, que no caso dos números naturais é feita diretamente (seguindo a ordem posicional do sistema de numeração decimal) pela facilidade de ordenação desse conjunto numérico, enquanto que, quando comparamos dois números racionais em suas formas fracionárias, temos que adotar outros procedimentos matemáticos mais sofisticados.

- O caso do tamanho da escrita, já que na comparação dos números naturais muitos alunos se apoiam na quantidade de algarismos do número para definir o maior, como na desigualdade  $3451 < 543$ , pois possuem um algarismo a mais. Enquanto que, nos números racionais na forma decimal, seguir esse padrão de raciocínio poderá levar a conclusões equivocadas, como no caso  $(3,451 < 5,43)$ , embora o primeiro número seja escrito com quatro algarismos, ele é menor que o segundo que é escrito com apenas três algarismos.

- As dificuldades na multiplicação, enquanto na multiplicação entre dois números naturais, diferentes de zero, o resultado é um número natural maior ou igual aos dois números usados, o que não ocorre necessariamente nos racionais.

- A sequência dos números, pois os números naturais tem sucessores, enquanto os racionais, não.

Além dessas dificuldades citadas pelos PCN, outros fatores podem dificultar a sua compreensão. Romanatto (1997) afirma que o fato de um mesmo número racional possuir mais de um significado pode ser um complicador, se essa questão não for bem trabalhada em sala de aula. A fração  $\frac{2}{3}$ , por exemplo, dependendo do contexto em que o número estava inserida, pode representar uma razão ou uma medida.

Gomes (2010) observou, em sua pesquisa, que a grande maioria dos professores investigados tinha mais conhecimento da relação parte/todo para as frações. Segundo ele, vários autores tinham chamado a atenção para este fato. Também encontramos referências sobre este aspecto em outros trabalhos pesquisados (BRASIL, 1998; ONUCHIC e ALLEVATO, 2008; SILVA e ALMOULOU, 2008; ROMANATTO, 1997).

De acordo com Campos e Rodrigues (2007), o próprio livro didático contribui para essa prática, já que, em sua grande maioria, além de iniciar a abordagem dos números racionais a partir da relação parte/todo, faz predominar as atividades em que esse significado está inserido.

Para Onuchic e Allevato (2008), muitas vezes os outros significados são desconhecidos ou mal assimilados, ou deixados de lado, ou são explorados de maneira superficial, em detrimento ao trabalho com o significado parte/todo. Também ocorre de o significado ser explorado de maneira incorreta, o que ocasiona numa aprendizagem também inapropriada.

Em sua pesquisa, desenvolvida a partir de formações continuadas com professores de matemática, Silva e Almouloud (2008) identificaram grande dificuldade dos professores investigados em preparar situações de aprendizagem para o trabalho com números racionais. Nessa mesma pesquisa, ficou evidenciado que as atividades propostas se apresentavam em situações com poucos significados, o que proporcionava, na opinião dos autores, uma “visão” bastante reduzida desse conteúdo por parte do aluno.

No seu trabalho, Gomes (2010) chegou a uma conclusão semelhante com relação às dificuldades dos professores, já que grande parte dos professores pesquisados não conseguiu relacionar os problemas propostos para serem trabalhados em sala de aula aos significados corretos.

Por isso, atribuir significados aos conceitos matemáticos é uma maneira de favorecer o desenvolvimento da capacidade cognitiva do aluno. Burón (1996) sugeriu que, nos problemas escolares, para que a metacognição ocorra, é necessário que o aluno tenha capacidade de estabelecer relações entre o conhecimento novo e o que já possui.

Vale ressaltar que, segundo Campos e Rodrigues (2007), as dificuldades de compreensão dos números racionais não são verificadas apenas nos alunos das séries iniciais, pois, mesmo os alunos de nível médio e superior, também demonstram não ter domínio sobre aspectos conceituais relevantes, o que culmina em aumentar as suas dificuldades em aprender novos conceitos matemáticos.

Isso também pode indicar que os conteúdos não são trabalhados em sala de aula de uma maneira que promova uma aprendizagem satisfatória, que seja capaz de superar os obstáculos que podem surgir na aprendizagem dos números racionais, como vários autores já citaram (ONUCHIC e ALLEVATO, 2008; GOMES, 2010; ROMANATTO, 1997).

Por fim, Onuchic e Allevato (2008) destacaram que, contemplar todos os significados no trabalho com números racionais, não se trata apenas de denominar estes significados, mas de abordá-los em meio a diferentes situações, de modo a potencializar os seus significados para aqueles que estão se dispondo a aprender. Isso inclui estabelecer as relações entre esses significados.

Essa perspectiva comunga com o pensamento de Burón (1996, p.138); quando afirma que uma das formas de promover o desenvolvimento de estratégias metacognitivas é desenvolvendo com o aluno a capacidade de aplicar o conhecimento novo a outras situações. Para isso, devemos ressaltar a similaridade entre os princípios teóricos e as situações em que se pode usar determinado conhecimento. Por isso devemos focar em mais dois aspectos: “1) Dominar os conteúdos e 2) proporcionar experiências de problemas muito variados para assegurar a generalização dos princípios”.

Isso foi um dos motivos para escolhermos trabalhar com os números racionais, já que a sua aprendizagem requer mais que saber os seus significados, é preciso compreender os contextos em que os problemas estão inseridos, estabelecer corretamente as relações, aplicações, diferenças, etc., e isso demanda uma construção de aprendizagem mais reflexiva, que favoreça uma regulação constante dos saberes aprendidos.

Isto é, assim como qualquer outro conceito, a aprendizagem dos números racionais deve envolver uma reflexão metacognitiva, na qual o aluno, quando diante de um problema, vá além de buscar aprender a manipular o algoritmo. Será necessário compreender o problema em seus diferentes significados, montar estratégias para solucioná-lo, avaliar a solução e, caso necessário, buscar outro caminho para a resposta. No próximo capítulo apresentaremos os processos metodológicos da pesquisa.



## 4 METODOLOGIA

### 4.1 A ESCOLHA DOS LIVROS DIDÁTICOS

O objetivo dessa pesquisa foi verificar em que medida os livros didáticos de matemática do 6º ano, aprovados pelo PNLD, podem favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas na resolução dos exercícios dos capítulos relacionados aos números racionais. Para tal, selecionamos duas obras de matemática aprovadas pelo PNLD/2011. Nossa intenção foi investigar dois livros com abordagens metodológicas diferentes: uma mais tradicional e outra mais inovadora.

Para classificar os livros, nos fundamentamos nos comentários do GUIA PNLD/2011 e também nas orientações dos PCN. Assim, classificamos o LD 1 como um livro mais inovador e o LD 2 como um livro mais tradicional. No tópico a seguir mostramos justificamos nossas escolhas.

O quadro 3 apresenta as duas obras que foram selecionadas para análise nesse estudo.

Quadro 3 – Livros didáticos analisados

<b>Obra</b>	<b>Título</b>	<b>Autores</b>	<b>Editora</b>
LD 1	Matemática: Imenes e Lellis – 6º ano	Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis	Moderna
LD 2	Matemática – 6º ano	Edwaldo Bianchini	Moderna

#### 4.1.1 O Primeiro Livro Escolhido

O primeiro livro que utilizamos na análise, como dissemos, foi o dos autores Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis (2009), da Editora Moderna. Não encontramos na resenha do PNLD/2011 nenhum comentário negativo a respeito dessa obra, o que indica que essa obra está mais adequada às orientações do guia.

Segundo o Guia PNLD/2011, a obra aborda os conceitos, algoritmos e procedimentos de forma equilibrada, colaborando, ainda, com o desenvolvimento da “autonomia intelectual” do estudante. Nela, os conteúdos não são “esgotados” de

uma única vez, pois seguem sendo trabalhados em momentos posteriores, no próprio livro ou no livro do ano seguinte.

Ainda de acordo com o guia:

[...] a exploração de textos matemáticos parte sempre de questões a serem discutidas oralmente, que são apresentadas na seção *Conversando sobre o texto*. Algumas vezes, o próprio aluno é solicitado, já nesse momento, a realizar formalizações parciais dos conceitos e procedimentos em estudo (BRASIL, 2011, p. 63).

Segundo os PCN, a argumentação está ligada à capacidade de construir uma afirmação, sendo essencial para o aluno apresentar uma explicação e justificá-la. A argumentação tem mais relação com as atitudes discursivas espontâneas, e é conduzida mais pela coerência da língua materna do que pela lógica; por isso também é um importante caminho para a compreensão das demonstrações matemáticas.

Para o Guia PNLD/2011, o livro estimula, de forma sistemática, o envolvimento do aluno na compreensão dos aspectos relativos aos conceitos e, também, aos procedimentos. Esse envolvimento conduz o aluno a uma postura ativa na construção de seus saberes.

Por essas características, mas, principalmente, pelo fato de a obra não ter recebido nenhum comentário negativo nas resenhas do Guia PNLD/2011, consideramos que o livro pode ser considerado como pertencente ao grupo que adota uma metodologia de ensino mais inovadora.

#### **4.1.2 O segundo livro analisado**

O segundo livro analisado foi o de Edward Biachini (2009) também da Editora Moderna. Dentre alguns comentários que compõem a resenha, o Guia PNLD/2011 começa destacando que, na obra, são propostos muitos exercícios, porém a maioria é de regras e de fixação de procedimentos.

Ao nosso entender, isso é uma prerrogativa do ensino mais tradicional, já que, de acordo com os PCN, as atividades em matemática, incluindo a resolução de problemas, tradicionalmente tem perdido o seu potencial no ensino, por priorizar o

uso de técnicas de resolução por meio de exaustivas listas de exercícios. Sobre isso encontramos os seguintes comentários nos PCN:

A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações.

Conseqüentemente, o saber matemático não se tem apresentado ao aluno como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem subjacente é a de que o aluno aprende por reprodução/imitação (BRASIL, 1998, p. 41).

Outro comentário reforça a ideia de que o livro tem uma tendência mais tradicional, pois, segundo o Guia PNLD/2012, quanto à metodologia de ensino e aprendizagem “ a obra exhibe rigor dedutivo matemático. Porém, na resolução dos problemas o aluno não é chamado a exercitar a argumentação ou dedução, mas apenas a aplicar fórmulas ou propriedades deduzidas” (BRASIL, 2009, p.39).

Embora não represente toda a avaliação da obra, esses comentários ajudam a justificar o fato de termos considerado este livro alinhado com uma perspectiva mais tradicional do ensino da matemática. Assim, o livro está dentro de uma perspectiva diferente do primeiro livro analisado.

No próximo item descreveremos o caminho que traçamos para idealizar a primeira categoria, construída a partir dos critérios de avaliação do PNLD/2011 para os livros de matemática.

## 4.2 ORGANIZAÇÃO DA ANÁLISE

Em um primeiro momento selecionamos, a partir dos critérios do PNLD/2011, aqueles critérios que indicassem a possibilidade do uso da metacognição na resolução dos exercícios. Para isso, justificamos qual, ou quais, característica(s) cada critério possuía que favorecesse a metacognição.

Após a seleção dos critérios, fomos classificando as atividades propostas, dos capítulos referentes aos números racionais, dentro dos critérios do PNLD e

analisando a possibilidade dessas atividades favorecerem o desenvolvimento da metacognição.

Ao mesmo tempo, solicitamos que outro professor de matemática, que também pesquisa sobre metacognição, realizasse a mesma análise feita por nós em relação as atividades na intenção de verificar se a atividade favorece ou não desenvolvimento da metacognição.

Quando houve divergências em relação a possibilidade da atividade promover ou não estratégias metacognitivas, para decidir sobre as divergências, solicitávamos a opinião da desse trabalho.

Então, partimos para a categorização das atividades que podiam mobilizar estratégias metacognitivas, a partir da categorização proposta por Araújo (2009

A parte final da pesquisa consistiu em discutir os dois livros investigados, a partir de uma análise comparativa na qual pudemos identificar melhor o perfil de cada uma das obras analisadas, como também buscamos identificar as convergências e divergências entre os livros.

A seguir mostraremos, detalhadamente, como cada uma dessas etapas foram fundamentadas.

#### **4.2.1 Os critérios do PNLD que podem favorecer a Metacognição.**

Como já mencionamos, a primeira etapa consistiu em selecionar, entre todas as atividades propostas no livro em seus capítulos referentes aos números racionais, aquelas que conduzissem os alunos a uma postura metacognitiva em seu processo de resolução.

Para a análise das atividades propostas, inicialmente as agrupamos segundo alguns critérios, que foram utilizados pelos avaliadores do PNLD no processo de avaliação dos livros. Esses critérios se encontram nos tópicos 3.5 (favorece o desenvolvimento de competências complexas), 3.6 (tipos de situações/atividades) e 3.7 (desenvolvimento de habilidades) da ficha de avaliação do programa (Brasil, 2009, p.28).

1. Generalizar;
2. Questionar, argumentar e tomar decisões;

3. Conjecturar;
4. Expressar e registrar ideias e procedimentos;
5. Desafios;
6. Problemas com nenhuma ou várias soluções;
7. Utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas;
8. Verificação de processos e resultados pelo aluno;
9. Formulação de problemas pelo aluno;
10. Questões abertas;
11. Cálculo por estimativa.
12. Questões com falta ou excesso de dados.

É importante ressaltar que não foram selecionados todos os critérios da ficha de avaliação, pois alguns deles não foram considerados como promotores da metacognição. Com relação aos critérios 3.5, 3.6 e 3.7, não foram contemplados os critérios: observar, explorar e investigar; visualizar; utilizar a imaginação e a criatividade; cálculo mental.

No primeiro critério, de Generalizar, estão incluídos os exercícios que contemplam as ideias de que o aluno seja capaz de estabelecer uma regra, e seja capaz de aplicá-la a outras situações, mesmo em contextos diferentes, dos que foram usados para construir essa regra.

Dentro da perspectiva de construir regras, Burón (1996), afirma que os aprendizes devem ser capazes de transferir os conhecimentos adquiridos para outras situações, não a transferência de maneira automática, mais sim um conhecimento que tenha capacidade para compreender a extensão dos saberes a outros contextos.

Os PCN chamam a atenção para o excesso do uso de regras e de procedimentos no ensino de matemática, ainda destaca que as regras e as propriedades são importantes e podem ser úteis para construir conceitos, principalmente aqueles meramente matemáticos. Contudo, as regras não devem ser ensinadas antecipadamente, impedindo que os alunos estabeleçam as suas próprias conclusões.

Assim, a ideia de generalizar as regras matemáticas a outras situações, está em acordo com a ideia de Portilho (2009, p.152) que afirma: “O ideal é que, ao

aprender a manter as estratégias adquiridas no contexto de uma determinada tarefa, o aluno consiga transferi-las a novas”.

Quanto ao segundo critério, de Argumentar, partimos do princípio que, se forem bem elaboradas, as atividades que busquem desenvolver as atitudes de argumentar, questionar e tomar decisões podem favorecer o desenvolvimento das habilidades metacognitivas, desde que permitam que o aluno realmente faça isso de forma consciente.

Segundo Mello (2008, p.78) “a estratégia da argumentação, permite que os sujeitos, ao mesmo tempo em que descrevem com precisão os procedimentos e escolhas que fizeram, reflitam sobre as relações e interconexões de pensamentos disponibilizadas durante a solução [...]”

Essa argumentação pode ser expressada de forma oral ou escrita, quanto a isso Mello (2008) destaca que o registro de forma oral, muitas vezes, favorece o uso de estratégias que, muitas vezes, não são externadas por meio de registros escritos.

O terceiro critério, da ordem de Conjecturar, está ligado diretamente às habilidades de argumentação, pois, nesse sentido, estamos considerando que conjecturar implica a atitude de criar hipóteses, e, nas tarefas escolares, implicará em situações em que os alunos devem apoiar seus raciocínios sobre suposições, para depois testar suas suposições, numa resposta apresentada de forma argumentada. Portanto, o ato de conjecturar pode preceder a argumentação.

Em seu trabalho, Mello (2008) mostrou que o estímulo à argumentação indicou a possibilidade da construção de uma aprendizagem mais significativa, por melhorar os processos de comunicação e o desenvolvimento dos esquemas cognitivos dos alunos em sala de aula.

O critério de número quatro refere-se a Expressar e Registrar Ideias e Procedimentos. Esses registros podem ser apresentados de forma escrita ou verbalizada.

De acordo com os PCN, os procedimentos também desempenham uma função importante, pois uma fatia significativa do que se aprende na matemática são conteúdos relacionados a procedimentos.

Na perspectiva da metacognição, o registro de ideias e procedimentos está relacionado a uma atividade que visa estimular o aluno a expor a sua compreensão.

Logo, para que possa fazer a exposição, o aluno precisa refletir sobre como ele compreendeu e desenvolveu a atividade.

A apresentação sobre “como resolveu o problema” remete às estratégias de compreensão citadas por Burón (1997) e estão inseridas nos aspectos metacognitivos da autorregulação.

O quinto critério inclui os Desafios como atividades que favorecem o uso e o desenvolvimento de estratégias metacognitivas na busca de sua solução. Nesse sentido, para que se constituam como tal, os exercícios devem realmente se configurar como uma atividade nova, em meio a uma problemática desafiadora e motivadora da ação do aluno frente a situação.

Para esta categoria nos apoiaremos no que Câmara dos Santos (2002) e Medeiros (1999) falaram sobre problemas. Segundo eles, para cumprir sua função no ensino, um problema deve ser algo novo, que não tenha relação ao que o aluno espera do problema e que estimule o uso de diferentes estratégias em sua resolução. Logo, em sua solução, o aluno deve mobilizar os conhecimentos que já possui, contudo deverá criar uma hipótese e validá-la caso seja necessário e esses fatores favorecem o desenvolvimento de estratégias metacognitivas.

Para justificar o sexto critério, de Problemas com Várias ou nenhuma Solução, nos apoiaremos no trabalho de Araújo (2009). A autora inseriu em uma lista de problemas, que foram aplicados aos sujeitos de sua pesquisa, um problema que não apresentava informações suficientes para ser resolvido (sem solução) e um problema cujo resultado matemático obtido não satisfazia à situação proposta. Os resultados mostraram que os alunos fizeram uso com mais intensidade de procedimentos metacognitivos durante a aula, participando de forma mais ativa, criando hipóteses, questionando o professor e o próprio resultado encontrado, enfim, saíram de uma postura passiva que muitas vezes impera nas aulas de matemática.

Os problemas desse tipo podem classificados por Stancanelli (2001) como problemas não convencionais, porque fogem ao modelo comumente usado pelos professores e presentes nos livros didáticos. Segundo a autora o objetivo de se introduzir os problemas sem solução ou com várias soluções é permitir a formação de um estudante mais crítico e independente em sua aprendizagem.

No critério sete, referente à Utilização de Diferentes Estratégias para a solução de problemas, partiremos da seguinte afirmação:

O desenvolvimento de habilidades metacognitivas leva o aluno a melhor gerir seu funcionamento mental, e isto o torna gradualmente mais autônomo, ou seja, a elaborar suas próprias estratégias, a escolher quais são as mais eficazes em uma situação dada, a criticá-las e a verbalizá-las para poder discutir com os outros. O desenvolvimento de tais habilidades responde a uma necessidade da escola que deseja favorecer a autonomia na aprendizagem (LAFORTUNE ET AL, 2003, p.1).

Assim, ao tentar resolver um exercício de diferentes maneiras, o aluno estará mobilizando procedimentos metacognitivos e, ao mesmo, tempo fortalecendo as habilidades metacognitivas que servirão de apoio para resolução de outros problemas matemáticos.

O oitavo critério, de Verificação de Processos, tem relação com os processos de autorregulação que já estão justificados na categoria de registro de ideias e procedimentos. Nesse caso, é outra maneira de instruir os alunos para desenvolverem habilidades de monitoramento dos resultados de seus processos de pensamento.

Consideramos que o nono critério, de Formulação de Problemas pelo Aluno, permite mobilizar conhecimentos prévios construídos em sua vida escolar ou cotidiana. Assim, por ser feita a partir de um parâmetro dado (situação ou algoritmo), permite uma constante reflexão entre o que o aluno dispõe (os dados) e ao que quer chegar (ao problema formulado).

A formulação de problema pode ser considerada também como uma atividade com o objetivo inverso ao comumente utilizado, pois o aluno parte de uma solução dada para gerar um problema. Enfim, por mobilizar os conhecimentos prévios do aprendiz e por conduzir o mesmo a processos de reflexão, podemos incluir este critério nos processos de autorregulação.

Segundo Stacanalli (2001), a formulação de problemas pelo aluno pode ser aproveitada mesmo em exercícios do tipo rotineiro, assim o professor pode inverter o processo de resolução de exercícios repetidos, em que só se mudam os dados. Para isso, ele pode pedir que os alunos construam problemas a partir dos algoritmos trabalhados. Nesse caso, a atividade matemática teria muito ganho, já que, mesmo que o professor peça para os alunos formularem novos problemas a partir dos dados informados, o aluno sairá de uma postura passiva, pois na formulação dos problemas o aluno sempre retornará ao problema resolvido, observando mais uma vez os dados e as relações existentes.



O décimo critério, Questões Abertas, deve envolver problemas diferentes dos que os alunos estão acostumados a trabalharem. Segundo Medeiros (1999), esses problemas possuem algumas características como: enunciados curtos, que não devem induzir o estudante ao método de resolução e não têm como meta introduzir um novo conceito ou ferramenta.

O objetivo dos problemas abertos, para a autora, é incentivar o aluno a mobilizar diferentes estratégias de resolução de problemas, criar e testar hipóteses. Esses são elementos que podem favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas por parte do aluno.

O décimo primeiro critério é o de Estimativas. A nosso ver, o trabalho com estimativas também ajuda os alunos a investigarem os seus conhecimentos prévios, de que maneira ele consegue relacionar certa situação a alguma experiência já vivida ou mesmo fazer conjecturas com situações não vividas. Nesse caso, como o objetivo é estimar, a resposta não precisa apresentar um resultado preciso para a situação.

As atividades que se enquadram neste critério estão em acordo ao que foi proposto por Lafortune e Deaudelin (2001). Segundo eles, as atividades de antecipação de resultados, estão ligadas a capacidade do aluno de gestão de sua atividade mental, ou seja, de autorregulação.

O último critério considerado foi o que trata das questões com Falta ou excesso de dados. Consideramos que os problemas desse tipo estão em acordo com os objetivos do critério que trata dos problemas com nenhuma ou várias soluções. Acrescentamos que Stancanelli (2001) afirmou que os problemas com excesso de dados servem para desmistificar a crença de que todos os dados presentes no enunciado são necessários para solucionar o problema. Assim, é esperado que o aluno tenha uma atitude mais reflexiva na resolução de problemas desse tipo.

Após serem agrupados nesses critérios, as atividades foram analisadas segundo as categorias de estratégias metacognitivas, ou seja, que tipo de estratégia metacognitiva o aluno mobilizaria para resolver a questão.

#### 4.2.2 As categorias das estratégias metacognitivas

Para a realização dessa segunda etapa da análise, foram consideradas as três categorias de estratégias metacognitivas que podem ser usadas pelos alunos na resolução de um problema, segundo a proposta de Araújo (2009).

Em seu estudo, a autora buscou identificar a utilização de estratégias metacognitivas por parte dos alunos durante as aulas de matemática. Para atingir seu objetivo propôs uma lista de exercícios com problemas diferentes dos comumente usados em sala de aula, que foram aplicados aos alunos. A autora observou que os alunos fizeram uso de estratégias metacognitivas de autorregulação. Essas estratégias foram categorizadas em três tipos: de ordem pessoal, de ordem procedimental e da ordem da compreensão do problema como um todo.

O quadro 4 apresenta em que situações ocorreram o uso das estratégias metacognitivas com mais clareza.

Quadro 4 - Categorias usadas para análise das Estratégias Metacognitivas

Estratégias metacognitivas	Exemplos de respostas
Estratégias de ordem pessoal: Ligadas a autoavaliação	<i>“Como é que eu fui na tarefa?”</i> <i>“É fácil? / É difícil?”</i> <i>“Eu sei resolver/eu não sei resolver”</i>
Estratégias de ordem do procedimento: ligadas ao conhecimento das regras.	<i>“Por que é negativo?”</i> <i>“Um número negativo com outro negativo, numa subtração vai dar o mesmo sinal”.</i>  <i>“Por que deu <math>x^2</math> ?”</i> <i>“x vezes x”</i>
Estratégias de ordem da compreensão do problema: ligadas à compreensão do problema como um todo.	<i>“Está errada a formulação da pergunta”</i> <i>“Esse problema não tem dados suficientes para ser resolvido”</i>

Fonte: Araújo (2009, p.117)

A categoria das estratégias metacognitivas de ordem pessoal tem ligação com os aspectos da autoavaliação do aluno antes, durante ou depois de uma tarefa. Estão relacionadas a avaliação do aluno após a resolução de uma atividade, sobre o seu desempenho nessa atividade, da autoavaliação de sua capacidade frente a um problema, etc.

Enquanto isso, a categoria das estratégias metacognitivas da ordem de procedimento, estão ligadas mais aos aspectos práticos da tarefa, ou seja, as regras e propriedades da matemática. Essas estratégias são usadas quando os alunos refletem sobre atividades inseridas em situações “puramente” matemáticas, ou seja, durante a solução da atividade o aluno deverá apresentar uma compreensão apenas de regras, conceitos, propriedades e procedimentos matemáticos.

A categoria da ordem de compreensão do problema está ligada ao entendimento completo da tarefa, ou seja, os alunos fazem uso dessas estratégias quando estão diante de um problema em que, além de ser necessário ter conhecimento dos conteúdos (conceitos, regras e procedimentos) é preciso compreender o contexto da situação e traduzir o problema para uma linguagem matemática antes de resolvê-la.

Em seu trabalho Araújo (2009) verificou que os problemas que consistiam em, apenas, aplicar um conhecimento matemático frente a uma situação simples não conseguiram promover o desenvolvimento de estratégias metacognitivas na busca de sua solução. Isso porque são problemas que não provocam nos alunos procedimentos de autorregulação, já que consistem, apenas, em aplicar procedimentos matemáticos ou conhecimento de regras em sua solução. Por isso classificaremos, apenas, aqueles que em sua proposta ofereçam a possibilidade do aluno fazer uso de estratégias metacognitivas, durante a sua solução.

Após desenvolver as duas análises, realizamos uma terceira etapa que consistiu em comparar os dados de cada tipo de critério do PNLD, e das estratégias metacognitivas que são favorecidas durante as atividades de resolução de problemas, nos 2 livros didáticos.

#### **4.2.3 Análise entre as obras**

Para completar nossa análise realizamos uma comparação entre as obras, com o objetivo de entender melhor o fenômeno estudado em cada uma das obras. Nesse sentido buscamos apontar as convergências e as divergências entre os dois livros analisados nessa pesquisa.

Para isso, construímos gráficos e tabelas. Isso permitiu observar com mais clareza as diferenças e as semelhanças entre os livros. A importância de realizar

esta análise se deu pelo fato de os livros apresentarem resultados bem diferentes quanto ao número de atividades que favorecessem a metacognição, mas, principalmente, pela diferença do tipo de abordagem nessas atividades.

Por fim, procuramos enriquecer nossas análises explicando, porque alguns exercícios não puderam ser enquadrados como atividades que favorecem o desenvolvimento da metacognição, em sua solução.

## 5 A ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 5.1 ANÁLISE DO LD 1

Nossa análise centrou-se nas atividades, problemas e exercícios dos capítulos referentes aos números racionais. Nesse livro, os números racionais são explorados nos capítulos 6,8,9,15 e no capítulo referente aos exercícios complementares. Como mostrado no quadro a seguir.

Quadro 5: Conteúdos dos números racionais, por capítulo, no LD 1

Capítulo	Título	Conteúdo
6	Frações e Porcentagens	Ideias iniciais de frações, a nomenclatura, a forma de números mistos em sua relação com medidas e divisão e o significado de porcentagem.
8	Medidas e Números Decimais	Tem início com o as medidas de comprimento, em seguida são abordados os números decimais.
9	Operações com Números Decimais	Nesse capítulo são trabalhadas as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão que envolvem números decimais.
15	Adição e Subtração de Frações	Nesse capítulo são trabalhadas as frações equivalentes, a comparação de frações, a simplificação de frações e a adição e subtração de frações.

Fonte: Imenes e Lellis (2009)

Ao final do livro tem uma seção que inclui os exercícios complementares, que apresentam exercícios separados por capítulo, assim também incluímos na análise os exercícios referentes aos capítulos 6, 8, 9 e 15 desta seção. Isso porque no LD 2 os exercícios complementares já são incluídos ao final do conteúdo estudado no próprio capítulo.

Primeiramente selecionamos as atividades, problemas e exercícios segundo os critérios do PNLD, considerando as tarefas que poderiam levar os alunos a mobilizar estratégias metacognitivas. Os critérios considerados foram: Generalizar; Questionar, Argumentar e Tomar Decisões; Conjecturar; Expressar e Registrar Ideias e Procedimentos; Desafios; Problemas com nenhuma ou várias soluções;

Utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas; Verificação de processos e resultados pelo aluno; Formulação de problemas pelo aluno; Questões abertas; Cálculo por estimativa.

Em seguida, verificamos em que medida essas atividades poderiam promover a reflexão do aluno durante a sua resolução, ou seja, se o aluno, no momento que está resolvendo a atividade, seria estimulado a utilizar estratégias metacognitivas. Nesse caso procuramos analisa-las segundo as categorias propostas por Araújo (2009), quais sejam, as Estratégias da Ordem Pessoal, as Estratégias da Ordem Procedimental e as Estratégias da Ordem da Compreensão do Problema como um Todo.

Na nossa análise, em um primeiro momento apresentamos as atividades em que detectamos a possibilidade delas promoverem estratégias metacognitivas, no aluno, durante a sua resolução. Paralelamente a essa primeira análise, categorizamos cada atividade de acordo com as estratégias metacognitivas propostas por Araújo (2009). Em seguida, elaboramos uma síntese de todas as atividades que constam nos capítulos selecionados, para que possamos expressar, de forma resumida, uma representação mais global da análise.

Na análise referente aos critérios do PNLD/2011 para o livro didático encontramos atividades que se enquadram em dez das doze categorias selecionadas. Já os critérios Os critérios que se referem tanto ao Uso de Diferentes Estratégias para a Solução como dos Problemas com Falta ou Excesso de Dados, não acrescentaram nenhuma atividade eu pudesse promover a metacognição. Assim, esses critérios não serão explorados na análise.

### **5.1.1 O critério de Generalizar no LD 1**

Nesse critério seis exercícios foram classificados, três desses exercícios estão relacionados e, por isso, são consecutivos. Apresentamos esses exercícios no extrato na figura 5:

Figura 5 – Extratos de três atividades do critério de Generalizar (PNLD)

### Descobertas com a calculadora

Os cálculos deverão ser feitos na calculadora, e as contas, os resultados e as respostas com palavras deverão ser anotadas no caderno.

Formam-se grupos de três colegas para realizar estas tarefas:

1. Calculem quanto dá  $10 \times 0,1$ . Expliquem com suas palavras o resultado obtido.

2. Efetuem as multiplicações:

$$2,1 \times 10$$

$$6,13 \times 10$$

$$4,941 \times 10$$

Ao fazer essas multiplicações, vocês devem ter percebido um padrão. Com base neles, são capazes de formular uma regra para multiplicar por 10 um número com vírgula? Que regra é essa?

3. Efetuem essas multiplicações:

$$2,137 \times 100$$

$$0,01 \times 100$$

$$2,137 \times 1000$$

$$0,01 \times 1000$$

Qual é a regra quando multiplicamos um número por 100? E por 1000?

4. Efetuem as divisões:

$$439,6 \div 10$$

$$439,6 \div 100$$

$$439,6 \div 1000$$

Depois, escrevam uma regra para dividir por 10, 100 e 1000 um número com vírgula.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p.166)

A primeira atividade serve de introdução para compreender as outras três, porém não favorece o desenvolvimento da metacognição. As três atividades seguintes apresentam os números racionais em sua representação decimal e têm como objetivo fazer com que o aluno perceba uma invariância nos resultados da multiplicação e da divisão de números racionais por potências de dez. No item de número 2, o aluno deve perceber o que acontece com a vírgula no resultado do produto de um número decimal quando multiplicamos ele por 10. Assim, ele deve compreender que a vírgula será posicionada uma casa decimal para a direita. Essa atividade deve ser feita em grupo e com o auxílio da calculadora, segundo as instruções do livro.

No manual do professor encontramos algumas orientações para o trabalho em sala de aula. Primeiro, o autor afirma que o objetivo é entender as regras e não

decorá-las, e chama a atenção para os possíveis erros que o aluno possa cometer, afirmando que “o melhor remédio para os erros é a compreensão”<sup>14</sup>(p.50). Quando o autor afirma que o objetivo é entender e não decorar, demonstra uma preocupação que os alunos tentem aprender de forma mais reflexiva.

É comum encontrar nos materiais didáticos de apoio aos estudantes as regras apresentadas prontas antes dos exercícios. Observamos, nesse item, que o livro em análise não se antecipa às conclusões do aluno, ou seja, ele deixa essa tarefa para o próprio aluno fazer.

Acreditamos ser importante esse tipo de atividade, porque permite ao aluno estabelecer uma regra que será construída a partir de seus próprios processos de raciocínio e isso ajuda a desenvolver a metacognição. Na elaboração dessa regra o aluno deverá construir uma hipótese e verificá-la para que possa ser generalizada a outras situações semelhantes.

Essa atividade se afina com a ideia construtivista de Brousseau (1996), que afirma que os conhecimentos não devem ser apresentados prontos, o ideal é que as atividades propostas criem condições para que o próprio aluno construa seus saberes.

Identificamos no manual do professor mais algumas orientações que podem favorecer a metacognição, como o incentivo para os alunos estimarem os valores antes de calcular os resultados: “os alunos poderiam fazer previsões sobre o resultado e depois confirmarem-no na calculadora” (p.50), o debate em torno das posições individuais: “você pode combinar com eles que as respostas serão discutidas antes de serem escritas” (p.50) e a criação de uma conclusão de forma coletiva: “Ao discutir as respostas dos alunos, convém evitar corrigir, dizendo taxadamente que está errado e outro está certo. Melhor é ouvi-los e promover debates, para que uns corrijam aos outros e todos cheguem às conclusões corretas” (p.50)

Encontramos nessas orientações uma forte relação com o trabalho de Mello (2008) que buscou investigar as relações existentes entre a argumentação e a metacognição durante a resolução de problemas de divisão. Para isso o autor desenvolveu sua pesquisa por meio da formação de pequenos grupos na sala de aula e incentivando a técnica de “pensar em voz alta”. O autor então concluiu que as

---

<sup>14</sup> No manual do professor.



argumentações surgidas a partir das relações coletivas em sala de aula com o recurso da argumentação favoreceram o desenvolvimento da metacognição e, conseqüentemente, melhorou a aprendizagem.

Outra característica dessa atividade que favorece o desenvolvimento de processos metacognitivos é o trabalho em grupo. Segundo Brown (1987), o suporte dado pelo outros na aprendizagem promove o desenvolvimento da metacognição.

Quanto à categorização do tipo de estratégia metacognitiva, proposta por Araújo (2009), concluímos que se trata de uma atividade que vai exigir que o aluno construa uma regra para um processo que vai ser ampliado para todos os produtos e divisões por potências múltiplos de 10, portanto, trata-se de uma estratégia de ordem procedimental.

Como define Araújo (2009), as estratégias dessa categoria são empregadas pelos alunos diante de tarefas que exijam esforço meramente de compreensão de regras e procedimentos matemáticos. No nosso caso, estarão nesta categoria as atividades em que a atividade esteja inserida num contexto meramente matemático.

As outras atividades desse critério são as apresentadas a seguir.

Figura 6 – Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD).

**17.** Efetue:

- a)  $0,38 \times 10 \times 10$  38
- b)  $0,38 \times 100$  38
- c)  $1,21 \times 10 \times 100$  1210
- d)  $1,21 \times 1000$  1210

**18.** Escreva uma regra para obter o resultado da multiplicação de um número decimal por 10.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 170)

Observamos que o exercício de número 17 serve de base para que seja respondido o exercício de número 18. Porém, é o conjunto das atividades que favorece o desenvolvimento da metacognição, já que, é trabalhada a mesma ideia que foi usada na resolução dos três primeiros exemplos dessa categoria que acabamos de apresentar, só que agora a atividade deve ser feita sem o auxílio da calculadora.

Figura 7 – Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD)

- b. Quanto dá  $1 \div 10$ ? E  $1 \div 100$ ? E  $1 \div 1000$ ?
- c. Qual é o padrão nessa sequência de contas?

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 175)

Nessa atividade apenas o item “c” favorece o desenvolvimento da metacognição, ou seja, assim como no exemplo anterior, a primeira atividade serve de suporte para a compreensão da segunda, que leva o aluno a refletir sobre uma regra matemática.

Figura 8 – Extrato de um exercício do critério de Generalizar.

- d. Quanto dá  $1 \div 2$ ? E  $1 \div 20$ ? E  $1 \div 200$ ?
- e. Qual é o padrão nesse caso?

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 175)

As atividades acima citadas, têm os mesmo objetivos das outras atividades citadas nessa categoria, ou seja, o aluno deve perceber o padrão de resultados na multiplicação e nas divisões. Convém destacar, que o autor aborda essas atividades na seção “conversando sobre o texto” em que essas respostas devem ser expressas oralmente. Mais uma vez lembramos que Mello (2008) afirma que usar a técnica de “pensar em voz alta” favorece o desenvolvimento da metacognição.

Assim, como os objetivos dessas três atividades são iguais e como as situações são semelhantes, as três estão inseridas na categoria de ordem procedimental proposta por Araújo (2009), já descrita acima.

O quadro 6 apresenta como ficaram distribuídas as atividades do critério de generalizar, junto com suas respectivas categorias de estratégias metacognitivas no LD 1.

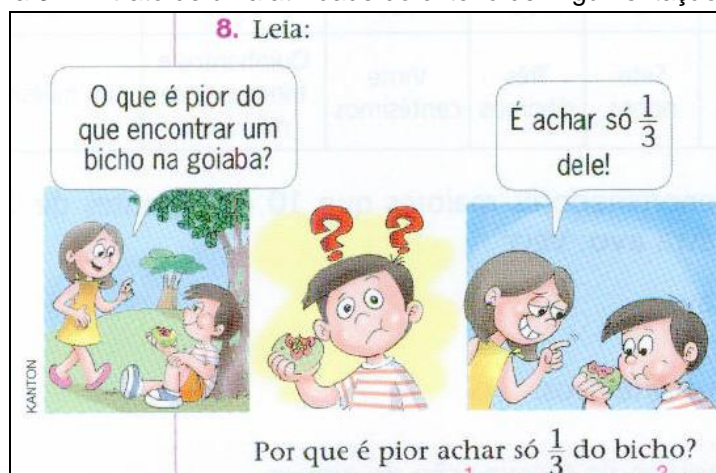
Quadro 6 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Generalizar.

Atividade	Estratégia metacognitiva
Figura 5	(Item 2) Procedimento
	(Item 3) Procedimento
	(Item 4) Procedimento
Figura 6	Procedimento
Figura 7	Procedimento
Figura 8	Procedimento

### 5.1.2 O critério de Questionar, Argumentar e Tomar decisões no LD 1

No segundo critério encontramos apenas duas atividades propostas. Um exemplo delas se encontra no extrato da figura 9.

Figura 9 – Extrato de uma atividade do critério de Argumentação (PNLD)



Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 117)

Nesse item está inserido o número racional em seu significado de parte/todo. Como descrito por Romanatto (1997), esse significado está presente nos contextos em que associamos as partes em relação a um todo referência.

Observamos que a solução não se dará apenas pela compreensão do significado do número racional apresentado em forma de fração, nem pela capacidade de comparar  $\frac{1}{3}$  a um inteiro, será preciso compreender o problema como um todo. Portanto o aluno, além de tudo, deve apresentar uma justificativa que vá além do mero resultado numérico, construir hipóteses, testar a validade da hipótese e argumentar.

Na sua pesquisa, Boa Vida (2005) verificou que questões cujas soluções sejam respondidas por meio de uma argumentação servem para desenvolver o pensamento crítico do aluno, favorecendo o desenvolvimento de sua capacidade intelectual, de pensar sobre hipóteses e de se expressar.

Por se tratar de um problema cuja solução precise mais do que o conhecimento dos números racionais, essa atividade está inserida na categoria das estratégias metacognitivas da ordem da compreensão do problema.

A partir das considerações de Araújo (2009), nessa categoria estão incluídas as atividades cuja solução exija mais do que saber o conhecimento matemático

envolvido, será necessário que o aluno compreenda o problema de uma maneira mais abrangente, assim será necessário que o raciocínio do aluno extrapole o campo da matemática.

Apresentamos a seguir outra atividade incluída nesse critério.

Figura 10 – Extrato de uma atividade do critério da Argumentação (PNLD)

**27.**  $0,5 \times 16$  dá 8, ou seja, a metade de 16.  
Quando efetuamos  $0,5 \times N$ , o resultado é metade do número  $N$ . Por que é metade?

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 173)

Nessa atividade o aluno deverá justificar o fato de que, quando multiplicamos qualquer número por 0,5 o resultado será sempre a metade desse número. Assim, o aluno deverá criar um argumento que dê suporte a esta afirmação.

Como a atividade está relacionada à justificativa de um procedimento matemático, está categorizada na estratégia metacognitiva de ordem procedimental, segundo Araújo (2009). Contudo, destacamos que já é informado que o produto por “0,5” tem sempre a metade do número inicial como resultado e isso reduz as possibilidades do aluno usar a metacognição. O ideal seria que o próprio aluno chegasse a essa conclusão.

No Quadro a seguir mostramos como ficaram classificadas as duas atividades desse critério segundo as estratégias metacognitivas propostas por Araújo (2009).

Quadro 7 - Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Argumentar, Questionar e Tomar decisões.

<b>Atividade</b>	<b>Estratégia metacognitiva</b>
Figura 9	Compreensão do problema
Figura 10	Procedimento

### 5.1.3 O critério de Conjeturar no LD 1

Quanto ao critério de número 3, conjecturar, encontramos nessa obra apenas duas atividades dentro desse critério que favorece a metacognição. A seguir mostramos a primeira dessas atividades.

Figura 11– Extrato de uma atividade do critério de Conjeturar (PNLD)

f. Por que é usado o milésimo de real no preço dos combustíveis?

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 157)

Nessa atividade o aluno é convidado a criar uma hipótese, aplicando o seu conhecimento sobre os números racionais. É uma situação usada no nosso cotidiano em anúncios de preços nos postos de combustíveis.

Em suas orientações o próprio autor chama a atenção para isso, e afirma, também, que é importante perceber que R\$ 2,799 pode se parecer muito menor que R\$ 2,80, embora a diferença (R\$ 0,001) seja irrisória. No entanto, se multiplicarmos por 10 mil litros diários, por exemplo, veremos que o resultado faz diferença.

Isso trás uma relação com o que foi sugerido pelos PCN, que chamou a atenção para o fato de que grande parte dos alunos tem dificuldades de comparar os números racionais em sua forma decimal por causa do tamanho da escrita, já que muitos alunos podem achar que o maior vai ser aquele número que tiver a escrita maior. Portanto, essa atividade ajudaria o aluno a estabelecer melhor a relação entre o número de casas decimais de um número decimal e seu valor numérico, e, portanto, é um bom momento para desenvolver conjecturas já que a atividade é proposta dentro de um contexto próximo ao aluno.

Para Boa Vida (2005), embora muitas vezes não tenham o potencial aproveitado pelo professor, a ação de conjecturar é um processo que precede a argumentação, que, por sua vez, pode favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas. Isso porque, em determinados contextos, para poder apresentar um argumento se faz necessário criar hipóteses (conjecturas) e essa busca pela criação das hipóteses são tentativas de autorregular o conhecimento.

É importante destacar que não há um problema matemático a ser resolvido, mas uma situação contextualizada em que está envolvido o conhecimento dos números racionais em sua representação decimal, ou seja, compreender o contexto é o problema a ser resolvido. Por isso, consideramos que a estratégia metacognitiva que o aluno vai utilizar para resolver essa atividade é da ordem da compreensão do problema, pois a sua solução depende que o aluno compreenda a situação por completo, ou seja, o significado do número racional é “coadjuvante” na compreensão da tarefa.

A seguir apresentamos a outra atividade do critério de Conjecturar.

Figura 12 – Extrato de uma atividade do critério de Conjecturar (PNLD)

- c. Uma volta em torno da Terra, pela Linha do Equador, tem cerca de 40000 km. Quantos quilômetros você acha que há de Brasília até Tóquio, aproximadamente?

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 146)

Para responder este exercício o aluno poderá associar a distância de Brasília a Tóquio à metade da medida da linha do equador ou poderá imaginar que essa distância seja calculada pela medida de uma linha reta ligando as cidades por dentro da terra. Contudo, o livro trás como orientação para o professor, que ele mesmo faça a associação com a medida da linha do equador.

Nesse caso, se seguir esta orientação, o professor estará impendido que o aluno construa suas hipóteses e se antecipando ao resultado, conseqüentemente, não promoverá o desenvolvimento da metacognição, mas, caso não siga essa orientação, a estratégia metacognitiva usada será da ordem da compreensão do problema, pois o aluno precisará compreender a situação por completo para que possa construir sua hipótese.

O quadro 8 apresenta como ficaram distribuídas as atividades do LD 1 para esse critério.

Quadro 8 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Conjecturar.

<b>Atividade</b>	<b>Estratégia metacognitiva</b>
Figura 11	Compreensão do problema
Figura 12	Compreensão do problema

#### 5.1.4 O critério de Expressar e Registrar Ideias e Procedimentos no LD 1

Esse critério apresentou quatro atividades, a primeira atividade se encontra no extrato seguinte.

Figura 13 – Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD)

Explique porque quatro quinze avos de uma figura são uma fração menor que quatro onze avos da mesma figura.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 262)

Nessa questão, mais uma vez, o significado de números racionais envolvido é o de relação parte/todo, como coloca Romanatto (1997). Para a sua solução, verificamos que o aluno deve apresentar uma conclusão da ideia de comparação de frações. A princípio não será necessário usar números ou qualquer tipo de operação, mas será preciso fazer uma reflexão de modo a associar o problema a um saber que, de alguma maneira, o aluno tenha aprendido.

As atividades desse tipo servem para o aluno desenvolver hábitos de monitoramento de seu conhecimento, pois convida o aluno a explicar como ele compreende a situação e, portanto, tem a intenção de desenvolver hábitos de autorregulação metacognitiva como afirmam ser importante Poglioli (2001) e Portilho (2009).

Nos PCN também encontramos recomendações para o trabalho com atividades que estimulem os alunos a registrarem as maneiras como compreenderam e resolveram tais atividades; e, embora não faça menção ao termo metacognição, afirmam que as atividades desse tipo podem permitir ao aluno expor a sua compreensão, conduzindo, então, para o desenvolvimento do hábito de monitorar a sua própria aprendizagem. E isso é metacognição.

Observamos que essa atividade foi construída em um contexto puramente matemático, por isso, para apresentar a solução correta, o aluno deverá compreender bem o conceito de fração e, além disso, saber a relação entre as duas frações estudadas, por isso está inserida na categoria das estratégias metacognitivas de ordem procedimental.

A segunda atividade deste critério também está inserida no significado de relação parte/todo como proposto por Gomes (2010).

Figura 14 – Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD)

g. Como fazemos para obter  $\frac{2}{3}$  de uma quantia de dinheiro?

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 115)

Como é da secção conversando sobre o texto, nessa atividade o aluno deverá expressar verbalmente o procedimento que ele fará para obter  $\frac{2}{3}$  de uma quantidade. Já vimos que as técnicas de expor oralmente a sua compreensão favorece o desenvolvimento da metacognição.

Por se tratar de um problema que, claramente, solicita a compreensão em torno de um procedimento, essa atividade está categorizada na estratégia metacognitiva da ordem procedimental.

Na figura 15, apresentamos a terceira atividade do critério de registrar ideias e procedimentos.

Figura 15 – Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD)

c. Se você tivesse que dividir igualmente três maçãs entre duas pessoas, como você representaria o resultado dessa divisão usando os números mistos?

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 124)

Esta atividade também está inserida na seção “conversando sobre o texto”, e o aluno deverá expor, oralmente, como realizar a divisão “ $3 \div 2$ ”. Para responder esta atividade o aluno deverá fazer uso de uma estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema, pois será preciso compreender o problema como um todo, ou seja, ele precisará compreender que “ $3 \div 2 = 1\frac{1}{2}$ ” significa que cada pessoa ganhará 1 maçã e meia.

A última atividade deste critério é apresentada na figura 16:

Figura 16 – Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD)

d. Um desafio: qual fração é maior:  $\frac{5}{9}$  ou  $\frac{11}{18}$ ? Explique a resposta.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 256)

Nesta atividade o aluno deverá apresentar oralmente uma resposta para o procedimento usado por ele, justificando o seu raciocínio. Analisamos que até esse ponto do livro, o autor já tinha abordado a questão das frações equivalentes só para efeito de igualdade, logo não tinha usado para fazer comparações de frações. Portanto a atividade é uma situação nova para o aluno.



Pelo fato de o autor solicitar que o aluno explique o seu procedimento, esta atividade está incluída na categoria das estratégias metacognitivas da ordem de procedimento.

O quadro 9 mostra como ficaram distribuídas no LD 1 as quatro atividades que podem favorecer a metacognição que se enquadraram neste 4º critério e em qual categoria de estratégia metacognitiva cada uma foi classificada.

Quadro 9 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos.





<b>Atividade</b>	<b>Estratégia metacognitiva</b>
Figura 13	Procedimento
Figura 14	Procedimento
Figura 15	Compreensão do problema
Figura 16	Procedimento

### 5.1.5 O Critério de Desafios no LD 1

No critério de Desafios encontramos apenas uma atividade que se encontra no extrato a seguir.

Figura 17 – Extrato de uma atividade do critério de Desafio (PNLD)

**28.** Este exercício é um verdadeiro quebra-cabeça! Pense bastante para resolvê-lo. Na tabela abaixo, estão o número de votos e a porcentagem obtida por candidato nas últimas eleições para prefeito de Tiririca do Monte.

Candidato	Votos	%
Nhô Tico		27
Nhô Teco	2 800	
Zé das Couves		15
Branco/nulos	3 000	

Copie e complete a tabela e descubra quem ganhou as eleições.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 281)

No problema acima, o significado de números racionais é o de porcentagem, e, assim como proposto por Gomes (2010), está inserido numa situação que aparece no cotidiano, nesse caso, o resultado de uma eleição.

Essa atividade não indica o tipo de operação a ser usada, nem algum caminho para o resolvidor seguir. Para resolvê-la o aluno deverá compreender que 58% corresponde a 5800 votos, o que não é tão simples, pois não há nenhuma indicação para isso e nos exercícios, comumente, os problemas com porcentagens apresentam pelo menos um valor e a porcentagem correspondente, se tornando fácil achar os outros valores.

Para resolver esse problema o aluno deverá primeiro transformá-lo para uma linguagem matemática a partir das informações. Assim, como não é apresentado o valor correspondente a nenhuma das porcentagens, o que pode ser feito a partir das informações iniciais é:  $2800 + 3000 = 5800$  votos e  $27\% + 15\% = 42\%$ .

O aluno deverá perceber que os 5800 votos correspondem à porcentagem que falta a 42% para completar os 100%, ou seja,  $100\% - 42\% = 58\%$ , e, assim, concluir que os 100% dos votos são 10 000 votos, sendo possível depois calcular os votos do outro candidato e dos brancos e nulos, ou seja, 2 700 e 1500 votos, respectivamente.

Por isso, achamos que, assim como indica Câmara dos Santos (2002), essa questão tem as características de um desafio. Em nosso entender, tanto para a sua interpretação, como para sua solução, o problema mobiliza nos alunos processos de metacognição, pois o mesmo deverá criar e validar hipóteses, além de conferir o resultado encontrado com as informações do problema.

Nas orientações do manual do professor, em relação a essa atividade, o autor afirma que o professor não deve esperar que os alunos resolvam o problema na primeira tentativa, por isso sugere que solicite aos alunos que expliquem suas ideias e, caso seja necessário, os ajudem com perguntas; e dependendo da direção dada pelo professor, essas orientações podem assumir uma função metacognitiva.

Estimular os alunos a explicitarem suas ideias é uma maneira de fomentar a metacognição. Em seu trabalho, Araújo (2009) verificou que os problemas que se constituem como um desafio foram essenciais para que os alunos participassem das aulas de maneira ativa, questionando e argumentando.

Na categorização das estratégias metacognitivas, concluímos, mais uma vez, que para ser solucionado corretamente, esse problema não pode ser resolvido compreendendo apenas as partes, por isso está categorizado como um problema que precisa ser compreendido como um todo, portanto classificamos na categoria das estratégias metacognitivas da compreensão do problema.

O quadro 10 apresenta em qual critério em qual categoria de estratégias metacognitivas essa atividade foi classificada.

Quadro 10 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Desafios.

<b>Atividade</b>	<b>Estratégia metacognitiva</b>
Figura 17	Compreensão do problema

### **5.1.6 O critério dos Problemas com nenhuma ou várias soluções no LD 1.**

Encontramos dois problemas que se enquadram neste critério, dentre eles, o que segue na figura 18.

Figura 18 – Extrato de uma atividade que não tem solução (PNLD)

42. Responda:  
 a) Na turma A, 4 alunos são loiros. Eles representam 10% da classe. Qual é o total de alunos desta classe?  
 b) Na turma B, 25% da turma têm cabelos loiros e 80% têm cabelos pretos. Se a turma tem 40 alunos, quantos são os de cabelos pretos?

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 129)

Essa atividade também está inserida no significado de porcentagem assim como proposto por Gomes (2010). Nesse caso, ela aparece envolvida em uma situação contextualizada de uma sala de aula.

Observamos que essa questão não apresenta solução, pois no item B, quando somamos 25% + 80% o resultado é 105%, o que é impossível de se resolver, já que um inteiro equivale a 100%. Um caso que não é muito comum nos livros didáticos, já que o procedimento comumente adotado tem como objetivo apenas encontrar a resposta correta por meio de um problema com solução, .

Em seu trabalho, Araújo (2009) verificou que, quando problemas desse tipo foram inseridos na sala de aula, promoveram conflitos cognitivos no aluno, já que os mesmos não esperavam que isso ocorresse, pois estão acostumados aos

problemas fechados. Em contrapartida, ao resolverem problemas deste tipo, as aulas se tornaram mais participativas e os alunos fizeram uso, com maior frequência, de estratégias metacognitivas para tentar chegar a uma solução.

Nesse caso, observamos que para resolver a questão o aluno precisa saber que o total de qualquer inteiro, em porcentagem, é cem por cento e, também, identificar o erro na questão, para em seguida responder a questão contextualizada. Por isso também se enquadra na categoria das estratégias metacognitivas da ordem da compreensão do problema.

A outra atividade desse critério trata de uma atividade que apresenta mais de uma forma para a sua solução.

Figura 19 – Extrato de uma atividade que possui mais de uma solução (PNLD)

**13.** Você vê a planta de uma cidade. Os quarteirões são quadrados, com 150 m de lado. Sem considerar a largura das ruas, dê a distância aproximada, em quilômetros, do caminho mais curto:

a) do banco à biblioteca; 1,2 km  
 b) da biblioteca à discoteca; 0,6 km  
 c) da discoteca ao clube; 1,05 km  
 d) do clube ao banco. 0,75 km

ADILSON SECCO

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 283)

Esta atividade pode ser respondida por diferentes escolhas, contudo a resposta será sempre a mesma. Ou seja, haverá diferentes percursos em que o caminho mais curto é o mesmo. Por isso não foi classificada como uma atividade de diferentes estratégias, já que a estratégia será sempre a mesma. Assim, as diferentes

possibilidades de se encontrar as respostas, podem promover o desenvolvimento da metacognição.

Para a sua solução, o aluno precisará criar estratégias e verificar se a resposta satisfaz à condição do problema (ser o caminho mais curto), por isso consideramos eu será usada uma estratégia da ordem da compreensão do problema.

No quadro abaixo temos a distribuição das atividades deste critério do PNLD e de acordo com as estratégias metacognitivas em que os problemas foram classificados.

Quadro 11 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério dos Problemas com nenhuma ou várias soluções.

<b>Atividade</b>	<b>Estratégia metacognitiva</b>
Figura 18	Compreensão do problema
Figura 19	Compreensão do problema

### **5.1.7 O critério da Utilização de Diferentes Estratégias na Resolução de um Problema no LD 1.**

Como já destacamos no início da análise, não encontramos nesse livro atividades que pudessem ser inseridos no sétimo critério, que trata da utilização de diferentes estratégias na resolução de um problema.

### **5.1.8 O critério da Verificação de Processos e Resultados pelo Aluno no LD 1.**

Para o oitavo critério, verificamos que três atividades puderam ser enquadradas, são elas.

Figura 20 – Extrato de uma atividade de Verificação de processos e resultados pelo aluno (PNLD)

**14.** Há vários erros nesta nota fiscal. Refaça os cálculos e diga qual é o total correto a ser pago.

**N° 123456**

**LM** Lisa Modas 20 de março de 2009

Quant.	Produto	Preço unitário	Preço R\$
1	bermuda	12,30	12,30
3	camiseta	9,50	28,50
3	calção	11,50	23,00
2	meia	2,35	5,10
1	tênis	38,70	38,70
			<b>Total</b> 107,60
			<b>Desconto de 10%</b> 10,76
			<b>Valor a pagar</b> 96,84

Não vale como recibo. O ICM5 será pago de acordo com a lei.

O total correto é R\$ 118,70. O valor correto a pagar pelos calções é R\$ 34,50 e pelas meias é R\$ 4,70.

ADILSON SECCO

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 285)

Nessa questão os números racionais aparecem em sua representação decimal, inserido no significado de medida, assim como proposto por Merlini (2005), em uma situação do cotidiano.

A questão apresenta uma situação em que os cálculos foram realizados incorretamente. Para achar a solução o aluno deverá refazer esses cálculos para, em seguida, verificar o erro a partir de sua resposta.

A resolução de questões desse tipo mobiliza os aspectos reguladores da cognição, e desenvolve o hábito de rever os caminhos que foram seguidos para se chegar a uma solução.

Por se tratar da verificação de um cálculo que foi realizado erroneamente, essa atividade demandará do aluno as estratégias metacognitivas da ordem de procedimento, já que, de acordo com Araújo (2009), as estratégias desse tipo são mobilizadas quando os alunos estão refletindo sobre os procedimentos matemáticos.

A segunda atividade deste critério é apresentada na figura 21.

Figura 21 – Extrato de uma atividade de Verificação de processos e resultados pelo aluno (PNLD)

**6.** Diga qual foi o engano cometido pela pessoa que fez esta conta. Explique por que está errada. *Foram somados centésimos a décimos e décimos a unidades.*

NELSON MATSUDA

$$\begin{array}{r} 4,71 \\ + 3,7 \\ \hline 5,08 \end{array}$$

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 165)

Como podemos observar, essa atividade é semelhante à anterior, a diferença é que a primeira aparece mais contextualizada, enquanto esta aparece como uma verificação do algoritmo. Por isso, a estratégia metacognitiva que deve ser usada na sua solução é a mesma da atividade anterior, a estratégia metacognitiva da ordem de procedimento.

A última atividade deste critério, apresentada na figura 22, é um pouco diferente das outras duas.

Figura 22 – Extrato de uma atividade de Verificação de processos e resultados pelo aluno (PNLD)

**25.** Veja:

ILUSTRAÇÕES: NELSON MATSUDA

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{30}{50} + \frac{5}{50} = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$$

As duas adições estão corretas. Entretanto, a segunda foi feita de forma mais simples. Você pode explicar por quê? *Porque o denominador é o menor múltiplo comum entre 5 e 10.*

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 262)

Essa atividade consiste em verificar porque o segundo procedimento é mais simples. No primeiro caso o procedimento de igualar os denominadores é realizado por meio do produto de seus valores (dos denominadores), enquanto que no segundo caso o procedimento é feito por meio do processo de calcular o m.m.c (menor múltiplo comum) dos valores dos denominadores. Assim, o aluno deverá perceber que o processo feito através do m.m.c. se torna mais simples porque o

resultado aparece mais simplificado (nesse caso já se encontrou totalmente simplificado). É esse o processo de reflexão presente na atividade.

Logo, para a sua solução, o aluno deverá usar uma estratégia metacognitiva da ordem de procedimento.

No quadro abaixo apresentamos como as atividades ficaram distribuídas, por capítulo no LD 1 no 8º critério do PNLD na classificação das estratégias metacognitivas.

Quadro 12 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério Verificação de processos e resultados pelo aluno.

<b>Atividade</b>	<b>Estratégia metacognitiva</b>
Figura 20	Procedimento
Figura 21	Procedimento
Figura 22	Procedimento

### 5.1.9 O critério de Formulação de Problemas pelo aluno no LD 1.

No critério de formulação de problemas pelo aluno, que corresponde ao nono critério, também encontramos três atividades. Uma delas é apresentada a seguir.

Figura 23 – Extrato de uma atividade do critério de Formulação de problemas pelo aluno (PNLD)

**c.** Crie um problema sobre uma situação cotidiana, em cuja solução deverá ser feita uma conta envolvendo números com vírgula. Peça a um colega que resolva seu problema e resolva o que ele inventou. Depois, destroquem os problemas para fazer a correção.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 164)

Essa questão envolve a representação dos números racionais em sua forma decimal e pode ser resolvida de várias maneiras, pois cada aluno vai apresentar um problema diferente do outro.

Esse problema se mostra, particularmente, muito rico porque, em sua solução, os alunos devem mobilizar estratégias que até então não tinham sido identificadas neste trabalho. Nesse caso, para formular o problema, o aluno tem que mobilizar (com mais ênfase), os seus conhecimentos prévios, assim, tem que pensar sobre o conhecimento que possui a respeito desse conteúdo, e, para tal, refletir sobre os



conhecimentos que possui sobre os números racionais de uma forma geral, e isto envolve estratégias metacognitivas de conhecimento que não foram alvo da pesquisa de Araújo (2009), já que não foi identificada esse tipo de estratégia na sala de aula que ela investigou. Portanto, acrescentamos, na nossa análise, essa estratégia na nossa classificação.

E também, no que se refere às estratégias metacognitivas, consideramos que o aluno, ao formular o problema, deverá já possuir o conhecimento necessário para resolvê-lo. Isso não significa que todos os alunos conseguirão atingir esse objetivo, talvez os problemas formulados pelos alunos sejam simples ou não estejam corretos, mas os alunos que conseguirem atingir o objetivo da atividade deverão ter compreendido a situação proposta por eles.

As outras duas atividades deste critério são semelhantes à primeira. Como verificamos a seguir.

Figura 24 – Extrato de uma atividade do critério de Formulação de problemas pelo aluno (PNLD)

**f.** Crie um problema em que apareça uma divisão que tem como resultado um número decimal. Peça a um colega ou uma colega que o resolva; depois, corrija essa resolução.  
 Veja sugestão para a realização de um bingo na página 52 do Guia e Recursos Didáticos.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 175)

Figura 25 – Extrato de uma atividade do critério de Formulação de problemas pelo aluno (PNLD)

**33.** Que azar! A nota fiscal está rasgada.

Quantidade	Discriminação	Preço unitário	TOTAL
2	canetas	0,50	1,00
1	lapiseira 0,5 mm	4,00	4,00
1	caderno de 100 folhas	2,50	2,50
10	folhas de papel almaço	0,06	0,60
2	borrachas	0,40	0,80
	Desconto		0,40
<b>TOTAL R\$</b>			<b>8,50</b>

NÃO VALE COMO RECIBO.  
O ICMS será pago de acordo com a lei.

a) Descubra qual foi o gasto total.  
 b) Crie e escreva outro problema sobre a nota fiscal rasgada.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 173)

Nesta última atividade, apenas o item “b” pode favorecer a metacognição, já que o item “a” se refere apenas à realização de um cálculo.

Essas atividades se mostram bastantes ricas por promoverem mais de uma tipo de metacognição. Para formular o problema o aluno tem que mostrar o que compreende do assunto, para isso mobilizará a metacognição como conhecimento do próprio conhecimento. Portanto, decidimos acrescentar uma nova categoria das estratégias metacognitivas: Conhecimento.

No quadro a seguir mostramos como ficaram distribuídas as atividades nas estratégias metacognitivas que podem ser empregadas na solução dos mesmos.

Quadro 13 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Formulação de problemas.

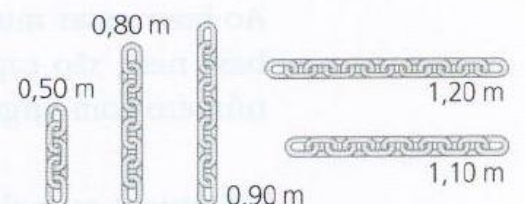
Atividade	Estratégia metacognitiva
Figura 23	Conhecimento
Figura 24	Conhecimento
Figura 25	Conhecimento

### 5.1.10 O critério das Questões Abertas no LD 1

Verificamos apenas uma atividade que se caracteriza no décimo critério., como apresentamos em seguida.

Figura 26 – Extrato de uma atividade do critério das Questões abertas (PNLD).

**10.** Três destes pedaços de corrente foram emendados, obtendo-se uma corrente de 2,5 m aproximadamente.



Quanto mede cada um dos três pedaços que foram emendados? **Dica:** há mais de uma resposta.

1,20 m, 0,80 m e 0,50 m ou 1,10 m, 0,90 m e 0,50 m.

ADILSON SECCO

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 165)

Nessa atividade a resposta poderá ser descoberta por meio de tentativa. É interessante destacar que existe mais de uma alternativa. Contudo, o autor adianta esse fato ao oferecer uma dica, o que diminui as possíveis divergências quando as respostas fossem encontradas, diminuindo as chances de o aluno mobilizar estratégias metacognitivas. Como já comentamos, essa dica se antecipa às conclusões que o aluno pode construir por hipótese, e, portanto, reduz a riqueza da atividade para a metacognição.

É importante destacar que as divergências são essenciais para fomentar o debate em sala de aula, por meio disso o professor pode aproveitar para ampliar o debate e oferecer espaço para os alunos exporem os seus argumentos, assim como sugeriu Mello (2008).

Mesmo sendo de solução simples, essa atividade também demanda do aluno a compreensão da mesma por completo, por isso está na categoria das estratégias metacognitivas da compreensão do problema como um todo.

A seguir apresentamos o quadro 14, no que podemos observar em qual categoria das estratégias metacognitivas o mesmo foi categorizado.

Quadro 14 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Questões abertas.

Atividade	Estratégia metacognitiva
Figura 26	Procedimento

### 5.1.11 O critério de Estimativas no LD 1

Para esse critério, encontramos três atividades que favorecem o uso da metacognição em sua solução, uma delas é apresentada abaixo.

Figura 27 – Extrato de uma atividade do critério de cálculo por estimativas(PNLD)

<p><b>a.</b> Vamos fazer estimativas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>••• Qual é a altura da porta da sala de aula?</li> <li>••• Quantos centímetros de largura, comprimento e espessura tem seu livro de Matemática?</li> <li>••• Quantos metros de comprimento, largura e altura tem a sala de aula?</li> <li>••• Qual é a distância de sua casa até a escola?</li> </ul>
--

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 146)

Nessa atividade o autor solicita que o aluno estime o resultado de alguns objetos ou situações que envolvem medidas e comprimentos, e, provavelmente, esses resultados aparecerão na representação decimal dos números racionais.

Nas orientações do manual do professor, o autor chama a atenção para os objetivos da atividade. Segundo ele, o que se quer é estimativa e não cálculos, pois o objetivo da atividade é desenvolver o senso numérico e a percepção do tamanho das unidades de medidas. Só depois podem ser feitos os cálculos para comparar com os resultados estimados.

Campanario e Otero (2000) afirmaram que explorar o uso dos conhecimentos prévios dos estudantes é um dos recursos a serem seguidos quando se quer desenvolver as habilidades metacognitivas dos estudantes. O senso numérico e a percepção são sentidos individuais, e nessa atividade terão relações com as ideias (ou percepções) que os alunos já possuem a respeito das situações, por isso ela pode favorecer o desenvolvimento da metacognição.

Nessa atividade o aluno não fará uso de procedimentos e nem será preciso resolver nenhum problema, porém o resultado apresentado por meio de estimativas dependerá da vivência de cada aluno. Portanto, esta atividade está inserida nas estratégias metacognitivas da ordem da compreensão do problema.

A segunda atividade deste critério é semelhante à primeira atividade analisada como podemos conferir na próxima figura.

Figura 28 – Extrato de uma atividade do critério de cálculo por estimativas(PNLD)

9. Estime a altura de cada andar de um prédio de apartamentos. Qual é a altura aproximada de um prédio de 7 andares? Estimando 3,5 m por andar, o prédio terá 24 metros e meio.

Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 148)

No manual do professor, o autor sugere que o mesmo peça aos seus alunos que expliquem como raciocinaram para resolver este problema. Mais uma vez destacamos que Mello (2008) analisou que a exposição verbal da resolução de uma questão favorece o desenvolvimento da metacognição.

A última atividade deste critério é apresentada na figura 29.

Figurba 29 – Extrato de uma atividade do critério de cálculo por estimativas (PNLD)



Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 146)

Embora apareça uma sugestão para o uso da calculadora, antes de usá-la será preciso que o aluno estime a medida de sua própria passada. O autor já fez comentários na questão anterior de que o objetivo é “estimar os resultados”, portanto o aluno não poderá medir o seu pé com um instrumento para que o objetivo da atividade seja alcançado.

Além dos comentários já realizados na primeira questão desse critério, gostaríamos de acrescentar que Lafortune e Deaudilen (2001) afirmaram que as atividades de antecipação de resultados, estão basicamente ligadas à capacidade do aluno de gerir sua atividade mental, ou seja, a autorregulação.

O quadro a seguir mostra como as atividades deste critério do PNLD foram classificadas de acordo com as estratégias metacognitivas propostas por Araújo (2009).

Quadro 15 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 1, para o critério de Estimativas.

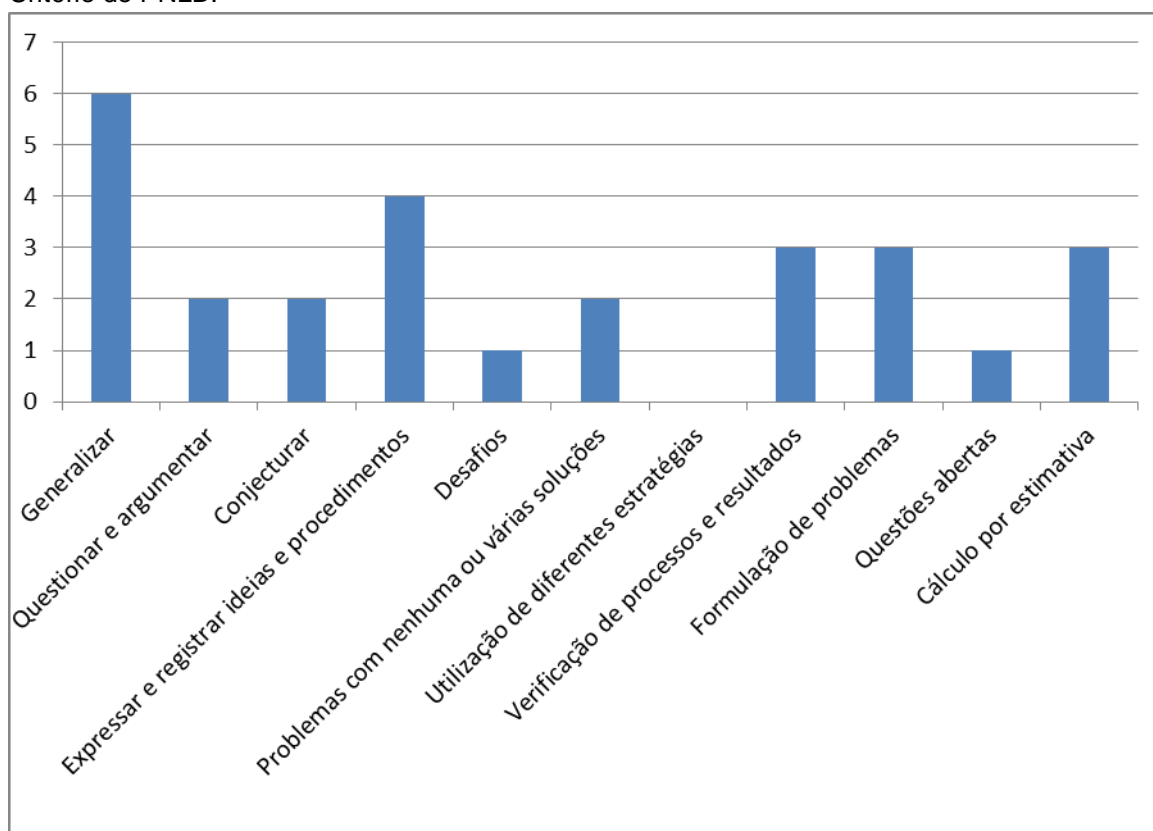
Atividade	Estratégia metacognitiva
Figura 27	Compreensão do problema
Figura 28	Compreensão do problema
Figura 29	Compreensão do problema

### 5.1.12 O critério dos Problemas com Falta ou Excesso de Dados no LD 1.

Como já afirmamos, não foram encontrados exercícios no LD 1 que favorecessem a metacognição e que pudessem ser enquadrados neste critério do PNLD.

A seguir apresentamos um gráfico no que podemos visualizar de uma forma sucinta as 27 atividades que favorecem a metacognição no LD 1 distribuídas segundo os critérios do PNLD.

Gráfico 1 – Frequência absoluta dos exercícios do LD 1, que favorecem a metacognição, a partir dos Critério do PNLD.



Fonte: Produção do autor (2013)

A partir do gráfico, podemos perceber que os critérios do PNLD com maior frequência, foram o de Generalizar com seis atividades no total, seguida da categoria de Expressar e Registrar Ideias e Procedimentos com quatro atividades.

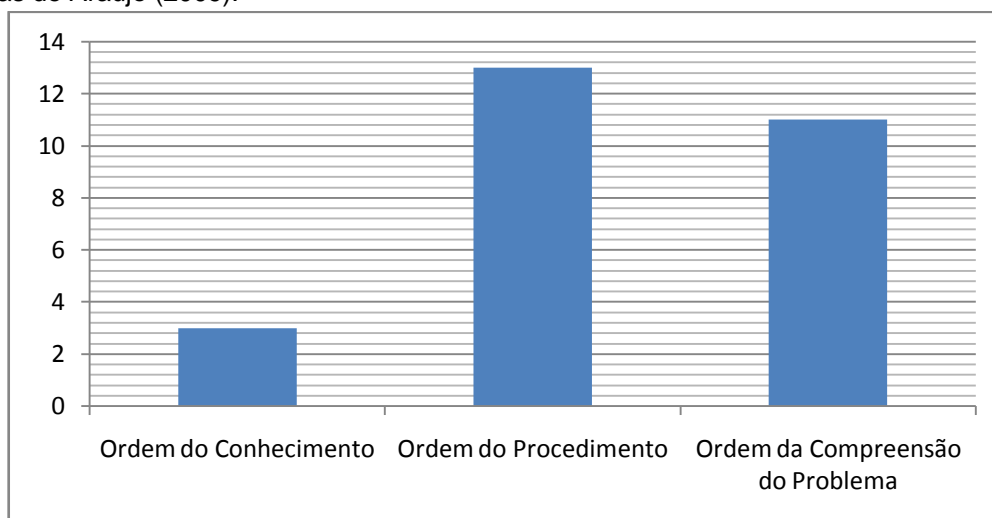
Os critérios com frequências intermediária dentro desta distribuição foram: Verificação de Processos e Resultados pelo Aluno, Formulação de Problemas pelo aluno e a de Cálculo por Estimativas, em um total de três atividades cada uma.

Os critérios que compõem o último bloco foram: Questionar e Argumentar, Conjecturar e de Problemas com Nenhuma ou Várias Soluções com duas atividades cada uma, enquanto as classificações que incluem os Desafios e as Questões Abertas tiveram apenas uma atividade cada.

Convém lembrar mais uma vez que o sétimo critério, que inclui a Utilização de diferentes estratégias na resolução de problema, e o décimo segundo critério, que incluem os exercícios com Falta ou excesso de dados não tiveram atividades classificadas.

Nesse momento temos, no gráfico 2, como ficaram distribuídos esses exercícios a partir das estratégias metacognitivas que podem ser empregadas nas resoluções.

Gráfico 2 – Frequência absoluta das estratégias metacognitivas nos exercícios do LD 1, segundo as categorias de Araújo (2009).



Fonte: Produção do autor (2013)

Como podemos observar, não encontramos atividades classificadas que favorecem o uso de estratégias metacognitivas da ordem pessoal, segundo as categorias de Araújo (2009).

Quanto aos exercícios que favorecem o uso de estratégias de ordem do procedimento e da compreensão do problema em sua resolução, os resultados foram muito próximos. No total são 13 atividades para a categoria de ordem procedimental e 11 para as estratégias da compreensão do problema.

Convém destacar que uma categoria nova surgiu na análise, a categoria da ordem do conhecimento. Essa categoria está ligada a outra dimensão da

metacognição: O conhecimento do próprio conhecimento. Nessa categoria foram classificadas as três atividades do critério da Formulação de problemas, conforme visto na análise.

A tabela a seguir mostra como ficaram distribuídas as estratégias metacognitivas em cada atividade que favorece a metacognição.

Tabela 1 – Frequência dos Critérios PNLD em relação as Estratégias Metacognitivas, segundo Araujo (2009) no LD 1

Critério do PNLD	Estratégia metacognitiva			TOTAL
	Conhecimento	Procedimento	Compreensão do Problema	
1. Generalizar	0	6	0	6
2. Questionar, argumentar e tomar decisões.	0	1	1	2
3. Conjecturar	0	0	2	2
4. Expressar e registrar ideias e procedimentos	0	3	1	4
5. Desafios	0	0	1	1
6. Problemas com nenhuma ou várias soluções	0	0	2	2
7. Utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas	0	0	0	0
8. Verificação de processos e resultados pelo aluno	0	3	0	3
9. Formulação de problemas pelo aluno	3	0	0	3
10. Questões abertas	0	0	1	1
11. Cálculo por estimativa	0	0	3	3
12. Questões com falta ou excesso de dados.	0	0	0	0
TOTAL	3	13	11	27

Fonte: Produção do autor (2013)

A tabela 1 mostra que as estratégias de ordem de procedimento ficaram concentradas nos exercícios de quatro categorias: Generalizar, Argumentar,



Expressar e Registrar Ideias e Procedimentos e de Verificação de Processos e Resultados pelo Aluno. Enquanto que as estratégias da ordem da compreensão do problema estiveram presentes nos exercícios de seis categorias, assim, apenas as categorias de Generalizar, Utilização de Diferentes Estratégias na Resolução de Problemas, Verificação de Processos e Resultados pelo aluno e Formulação de problemas não tiveram atividades que demandassem essa estratégia.

Verificamos que as atividades que sugerem o uso de estratégias metacognitivas de ordem da compreensão do problema estão mais distribuídas nos critérios do PNLD. Pois, enquanto ficaram presentes em sete critérios do PNLD, a categoria das estratégias de procedimento estiveram presentes em apenas quatro critérios.

As classificações que tiveram apenas atividades que sugerem o uso de estratégias de ordem procedimental foram as de Generalizar e Verificação de Processos pelo Aluno, enquanto as classificações que só tiveram exercícios da ordem da compreensão do problema foram: Conjecturar, Desafios, Problemas com nenhuma ou várias soluções, Formulação de problemas pelo aluno, Questões abertas e de Cálculo por estimativa.

Por fim, as classificações de Argumentar e Registrar Ideias e Procedimentos foram as que tiveram exercícios enquadrados nas duas categorias das estratégias metacognitivas.

Seguindo a mesma organização dado ao LD 1 faremos a seguir a análise do LD2.

## 5.2 ANÁLISE DO LD 2

Nesse livro os conteúdos investigados, os números racionais, são abordados em três capítulos. O quadro 16, mostrado a seguir, apresenta como os conteúdos estão distribuídos.

Quadro 16 – Conteúdos dos números racionais, por capítulo, no LD 2

<b>Capítulo</b>	<b>Título</b>	<b>Conteúdo</b>
6	Os Números Racionais na Forma de Fração	Nesse capítulo são trabalhadas as ideias iniciais de fração, a leitura das frações, a forma percentual, a fração como quociente de dois valores, a forma mista, a forma mista e a divisão, a fração como razão entre um inteiro e suas partes, frações equivalentes, a simplificação de frações e a comparação de números escritos na forma de fração.
7	Operações com Números Racionais na Forma de Fração	Esse capítulo é dedicado as operações, nele são trabalhadas as operações de adição, subtração, multiplicação, números racionais inversos, divisão, potenciação, raiz quadrada e expressões numéricas envolvendo todas as operações.
8	Adição e Subtração de Frações	Números decimais, as frações decimais e a representação na forma decimal, números na forma decimal, a leitura dos números na forma decimal, representações decimais equivalentes, comparação de números racionais escritos na forma decimal, a reta numérica e os números racionais, adição e subtração com números racionais na forma decimal, multiplicação entre números na forma decimal e potências de 10, multiplicação de números racionais na forma decimal, divisão de números na forma decimal por uma potência de 10, divisão com números na forma decimal, aproximação na divisão, divisão de números na forma decimal, potenciação com números na forma decimal, expressões numéricas e problemas, representação decimal de frações e, por fim, as porcentagens.

Fonte: Bianchini (2009)


Na primeira análise realizada, que se refere aos critérios que foram considerados a partir de orientações do PNLD/2011, foram encontrados exercícios que se encaixam em sete dos doze critérios de classificação.

### 5.2.1 O critério de Generalizar no LD 2.

Nesse critério foram encontradas três atividades que favorecem o desenvolvimento de estratégias metacognitivas. Uma das atividades é apresentado a seguir.

Figura 30 – Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD)

**3.** Lembrando que uma das ideias de fração é representar o quociente entre o numerador e o denominador, façam o que se pede, registrando no caderno.

**a)** Usem a tecla  de uma calculadora e obtenham a forma decimal de:

$$\frac{5}{10}, \frac{5}{100}, \frac{23}{100}, \frac{4}{1.000}, \frac{48}{10}, \frac{607}{10.000}, \frac{2.901}{1.000}, \frac{5}{1.000.000}, \frac{23}{10}, \frac{23}{10.000}$$

0,5; 0,05; 0,23; 0,004; 4,8; 0,0607; 2,901; 0,000005; 2,3; 0,0023

**b)** Comparem a quantidade de zeros dos denominadores das frações decimais do item **a** com a quantidade de casas decimais dos resultados escritos na forma decimal. Em seguida, descrevam no caderno um procedimento prático para representar uma fração decimal como um número na forma decimal. Espera-se que os alunos concluam para representar uma fração decimal

Fonte: Bianchini (2009, p.220)

Nessa atividade os números racionais aparecem em sua representação fracionária e decimal. O objetivo da tarefa é que o aluno perceba a relação que existe entre uma fração decimal e um número decimal, assim deverá concluir que existe um padrão entre o número de zeros do denominador da fração decimal e o número de casas decimais da representação decimal dessa fração e estender esse raciocínio a todas as frações decimais.

Apesar de o autor orientar os alunos para que a atividade seja realizada com o auxílio de uma calculadora, encontramos na atividade vários elementos que justificam o fato de considerarmos a mesma como uma atividade que favoreça a metacognição.

Primeiro, o fato de que a atividade deve ser debatida em grupo. É importante destacar que Brown (1987), considera a importância do “outro” no desenvolvimento da metacognição. Outro fator é que “descrever um procedimento prático” conduz o aluno a criar e apresentar uma definição própria, que pode ser considerado como um argumento. Convém lembrar que, segundo Mello (2008), a argumentação é promotora da metacognição.

É importante destacar que nesta atividade o livro não apresenta a regra de imediato, pelo contrário, o aluno tem espaço para construir e verificar a sua própria

hipótese e isso são atitudes que favorecem o desenvolvimento de processos metacognitivos.

No que se refere as estratégias metacognitivas para resolver esta atividade, concluímos que trata-se de uma estratégia de ordem procedimental, tendo em vista que consiste permitir que o aluno construa uma regra matemática que será estendida para todas as outras frações decimais.

Assim como afirmou Araújo (2009), as estratégias de procedimentos tem relação com o conhecimento das regras matemáticas e dos procedimentos matemáticos usados pelos alunos na resolução de uma questão.

A seguir apresentamos a segunda atividade dessa categoria

Figura 31 – Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD)

**50** Reúna-se com um colega e façam o que se pede.

**a)** Dadas as frações equivalentes  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{12}{27}$ ,  $\frac{16}{36}$  e  $\frac{28}{63}$ , para cada par calculem os produtos do numerador de uma com o denominador da outra. Em seguida, comparem esses dois produtos.

**b)** Escrevam duas frações equivalentes, diferentes das do item **a**. Calculem os produtos do numerador de uma com o denominador da outra e, em seguida, comparem esses produtos. *resposta pessoal*

**c)** Dadas duas frações equivalentes, o que vocês podem concluir sobre os produtos do numerador de uma com o denominador da outra? *Esses produtos são iguais.*

**d)** Sabendo que as frações  $\frac{5}{8}$  e  $\frac{?}{48}$  são frações equivalentes, calculem o produto de 8 por “?” e, em seguida, o valor de “?”. 240, 30

Fonte: Bianchini (2009, p.170)

Para resolver esta questão o aluno deve perceber que quando multiplicamos o numerador de uma fração pelo denominador de outra fração equivalente o resultado é igual ao produto do numerador da segunda fração pelo denominador da primeira fração, ou seja, o aluno deverá perceber que o resultado não se altera. Isso é uma reflexão a nível de procedimentos matemáticos, ou seja, poderá ser mobilizada uma estratégia metacognitiva da ordem do procedimento.

A terceira atividade desta categoria apresenta muita semelhança com o primeiro, já que só muda o contexto, como podemos observar no extrato a seguir.

Figura 32 – Extrato de uma atividade do critério de Generalizar (PNLD)

**30** Reúna-se com um colega e resolvam.

**a)** Calculem  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{4}{5}$  e  $\frac{2}{5}$  de  $\frac{4}{3}$ . Entre os dois produtos, qual é maior?  $\frac{8}{15}$ ;  $\frac{8}{15}$ . S

**b)** Calculem  $\frac{3}{7}$  de  $\frac{2}{11}$  e  $\frac{2}{7}$  de  $\frac{3}{11}$ . Entre os dois produtos qual é menor?

**c)** Escolham dois números racionais escritos na forma de fração e multipliquem esses números. Em seguida, troquem entre si apenas os numeradores dessas frações e multipliquem os novos números racionais. Qual dos produtos obtidos é maior? São iguais.

**d)** Dos números escolhidos no item c, troquem entre si apenas os denominadores das frações e multipliquem os novos números racionais. O produto destes é igual ao produto daqueles? sim

**e)** Escrevam uma conclusão a respeito dos resultados obtidos nos itens anteriores.

Fonte: Bianchini (2009, p.197)

Na solução desta questão o aluno deverá reconhecer que, num produto de duas frações, quando trocamos os denominadores ou os numeradores das frações entre si, o resultado permanece inalterado, ou seja, isso valerá para qualquer situação envolvendo o produto de frações.

Em ambas as atividades, a metacognição é favorecida em dois momentos. Primeiro, quando o autor propõe que o trabalho seja realizado com outro colega, já vimos que a discussão com os pares ajuda a desenvolver a metacognição. Segundo, quando o autor solicita que os alunos construam um conceito sobre o procedimento trabalhado, ou seja, o livro não se antecipa aos alunos na construção das hipóteses, e, já vimos, que isso são maneiras de desenvolver a metacognição.

Quanto à categoria da estratégia metacognitiva proposta por Araújo (2009), nas três questões verificamos se tratar de uma atividade que sugere o uso das estratégias da ordem do procedimento.

No quadro a seguir mostramos como as atividades ficaram distribuídas de acordo com as estratégias metacognitivas.

Quadro 17 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de Generalizar.

Atividade	Estratégia metacognitiva
Figura 30	Procedimento
Figura 31	Procedimento
Figura 32	Procedimento

### 5.2.2 O Critério de Questionar, Argumentar e Tomar decisões no LD 2

Com relação ao segundo critério do PNLD, encontramos três atividades. Uma delas é apresentada abaixo.

Figura 33 – Extrato de uma atividade do critério de Argumentar (PNLD)

48 Se 20% das pessoas que compareceram a uma reunião eram engenheiros, é possível dizer que  $\frac{1}{4}$  dos presentes eram engenheiros? Por quê?

Fonte: Bianchini (2009, p.170)

A atividade envolve os números racionais em sua representação fracionária em meio ao significado de porcentagem, significado este que foi considerado por Gomes (2010) em nossa pesquisa.

A atividade é composta por duas perguntas, a primeira exige resposta sim ou não, portanto o aluno terá grande chance de apresentar a resposta correta, mesmo que não faça nenhum cálculo, já que as chances são de 50%. Por isso, a outra pergunta, “Por que?”, se torna mais importante para o objetivo da atividade, já que, exigindo uma justificativa do aluno, poderá evitar que o aluno apresente a resposta de forma automática, sem refletir. Observamos que a resposta é não, pois a fração  $\frac{1}{4}$  representa 25% do total de engenheiros.

Analisamos que a atividade inclui duas condições principais que podem favorecer a metacognição: a argumentação e a autorregulação. A argumentação estará presente como resposta à segunda pergunta, “Por que?”, e já vimos que é uma atitude desencadeadora da metacognição. A autorregulação estará presente ao verificar se a porcentagem correspondente à fração estará de acordo com o aquilo

que o aluno sabe sobre frações e porcentagens. Lembramos que Poggioli (2000) afirmou que os alunos possuem poucos hábitos de conferir a resposta e os procedimentos que os levam à solução apresentada. Por isso, a exigência da justificativa poderá levar o estudante a monitorar a sua resposta, ao invés de apresentá-la sem refletir sobre o que foi apresentado.

Em relação às estratégias metacognitivas, consideramos que essa atividade exige do aluno que compreenda a relação entre uma fração e a porcentagem, assim ele poderá transformar  $\frac{1}{4}$  em porcentagem e encontrar 25% ou converter 20% numa fração e encontrar  $\frac{1}{5}$ . E, em seguida, voltar ao problema para conferir se a proposição apresentada pelo autor está ou não correta. Portanto, ele deverá usar uma estratégia da ordem da compreensão do problema.

Em seguida apresentamos a segunda atividade desse critério.

Figura 34 – Extrato de uma atividade do critério de Argumentar (PNLD)

**27** Uma pesquisa mostrou que, a cada 5 alunos da escola Arco-Íris que estudam inglês, apenas 2 alunos estudam francês.

**a)** Que fração pode representar o resultado da comparação entre a quantidade de alunos que estudam francês e a quantidade dos que estudam inglês?  $\frac{2}{5}$

**b)** É possível que nessa escola 60 alunos estudem francês enquanto 200 estudem inglês? Por quê?

Fonte: Bianchini (2009, p.165)

Nesse exercício o aluno deverá verificar se a razão  $\frac{5}{2}$  (cinco estudantes de inglês para dois alunos de francês) é igual a razão  $\frac{200}{60}$  (200 aluno de inglês para 60 aluno de francês). Para isso deverá fazer uso de uma argumentação, que é um recurso bastante importante quando se quer promover a metacognição como destacou Mello (2008)

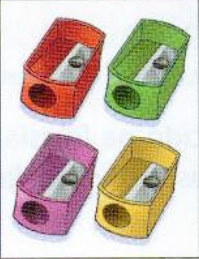
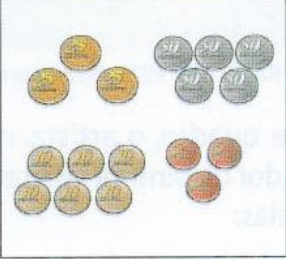

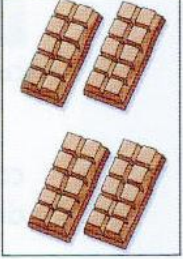
Essa atividade está inserida na estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema, pois o aluno precisará compreender o problema por

inteiro, fazendo uma transposição dessa situação para uma linguagem matemática e depois resolvê-lo, e em seguida voltar ao problema para elaborar a resposta de acordo com o que é pedido.

O terceiro exercício desse critério também trás semelhança com o primeiro exercício desse critério.

Figura 35 – Extrato de uma atividade do critério de Argumentar (PNLD)

A professora distribuiu alguns grupos de objetos para que a classe os dividisse igualmente para cinco pessoas. Abaixo temos os grupos de objetos.

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
			
4 apontadores	4 reais	4 bolinhas	4 barras de chocolate

**■ Responda às questões em seu caderno.**

- Com qual grupo é possível fazer a divisão igualmente para as cinco pessoas? Desenhe em seu caderno as divisões possíveis. *com o grupo de moedas e o de chocolate*
- Formem grupos e discutam por que foi possível realizar a divisão com alguns grupos e com outros não?

Fonte: Bianchini (2009, p.255)

Essa atividade trás semelhanças com a primeira atividade desse critério, pois apresentam a questão da discussão em grupo e do uso do argumento para respondê-lo, além disso exige que o aluno trabalhe com situações em que é possível dividir, mas, para isso, é necessário uma nova configuração dos objetos (moedas e chocolates), portanto exige reflexão e compreensão do problema como um todo, que, segundo Araújo (2009), seria classificada na categoria das estratégias metacognitivas da compreensão do problema.

No quadro a seguir temos a distribuição dos três exercícios do LD 2 neste critério, e em quais categorias das estratégias metacognitivas os mesmo estão inseridos.



Quadro 18 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de Argumentar, Questionar e Tomar decisões.

Atividade	Estratégia metacognitiva
Figura 33	Compreensão do Problema
Figura 34	Compreensão do Problema
Figura 35	Compreensão do Problema

### 5.2.3 O critério de Conjecturar no LD 2.

Nesse livro não foram encontradas atividades que se enquadrassem no critério de Conjecturar, que compreende o terceiro critério de classificação considerado nesta pesquisa.

### 5.2.4 O critério de Expressar e Registrar Ideias e Procedimentos no LD 2

Quanto ao critério de Expressar e Registrar Ideias e Procedimentos foram enquadradas três atividade as quais apresentamos a seguir.

Figura 36 – Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD)

**Pense mais um pouco...**

Reúna-se com um colega e vejam como três alunos calcularam a diferença:  $\frac{11}{12} - \frac{5}{14}$

Cada um obteve frações de mesmo denominador, equivalentes às frações dadas, porém de uma maneira diferente.

Wiliam calculou o produto dos denominadores das frações dadas.

$$\frac{11}{12} - \frac{5}{14} = \frac{11 \cdot 14}{12 \cdot 14} - \frac{5 \cdot 12}{14 \cdot 12} = \frac{154}{168} - \frac{60}{168} = \frac{94}{168} = \frac{47}{84}$$

Juliana, por sua vez, multiplicou o numerador e o denominador de cada fração por 2, 3, 4, 5, ...

$$\left. \begin{array}{l} \frac{11}{12} = \frac{22}{24} = \frac{33}{36} = \frac{44}{48} = \frac{55}{60} = \frac{66}{72} = \frac{77}{84} \\ \frac{5}{14} = \frac{10}{28} = \frac{15}{42} = \frac{20}{56} = \frac{25}{70} = \frac{30}{84} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{11}{12} - \frac{5}{14} = \frac{77}{84} - \frac{30}{84} = \frac{47}{84}$$

E, finalmente, Márcio calculou o mmc dos denominadores das frações dadas:

$$\frac{11}{12} - \frac{5}{14} = \frac{77}{84} - \frac{30}{84} = \frac{47}{84}$$

Agora, cada um de vocês escreve uma adição e uma subtração com frações de denominadores diferentes para o outro efetuar, aplicando os três modos. Em seguida, discutam qual desses procedimentos vocês acharam mais prático. *resposta pessoal*

Fonte: Bianchini (2009, p.190)

Nessa atividade o aluno deverá escolher duas operações de soma e/ou subtração, em seguida resolver de três maneiras diferentes. Nessa questão, mais uma vez, o número racional está representado em sua forma fracionária.

Observamos que essa atividade vem logo após o trabalho de soma e subtração de frações com denominadores diferentes, contudo apresenta mais duas maneiras do aluno resolver a questão e solicita que ele escolha o procedimento que julgue ser mais prático.

Dentre as características que favorecem o desenvolvimento de estratégias metacognitivas está a discussão coletiva em pequenos grupos, já que está associada à importância dos pares (BROWN, 1997; MELLO, 2008; BOA VIDA, 2005).

Outro fator que favorece o desenvolvimento de processos metacognitivos é a escolha conjunta sobre qual é o melhor método, isso está em acordo com a ideia de Búron (1996), quando afirmou que uma das maneiras de favorecer o melhoramento dos processos metacognitivos é abordando um conteúdo de diferentes maneiras, já que, assim, estamos garantindo que o aluno vai usar aquele que, em sua opinião, seja mais adequado.

Também destacamos que criar um problema a partir de um parâmetro informado (a solução) é uma ação que desenvolve a ação da regulação de seu conhecimento, em que o aluno desenvolve um intenso processo de ação e autorregulação perante essa ação, pois, ao mesmo tempo em que formula o problema, precisa monitorar para ver se atende ao que é solicitado.

Em seu trabalho Araújo (2009) definiu que as atividades ligadas à compreensão de regras e procedimentos estariam ligadas à ordem procedimental, portanto esta atividade poderá exigir do aluno uma estratégia metacognitiva da ordem de procedimentos.

Convém destacar que essa atividade solicita para os alunos formularem dois itens, contudo não pode ser considerada como uma atividade de formulação de problemas, pois é apenas solicitado a formulação de dois algoritmos, que pode ser construído de maneira procedimental, apenas no sentido numérico.

A segunda atividade deste critério é idêntica a atividade discutida anteriormente.

Figura 37 – Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD)

**Pense mais um pouco...**

Reúna-se com um colega e façam o que se pede.


1. Efetuem as multiplicações escritas nas fichas e comparem os resultados.

a)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3}$   $\frac{3}{3} \cdot \frac{5}{4}$   $\frac{1}{1} \cdot \frac{5}{4}$   $\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{1}$  São iguais a  $\frac{5}{4}$ .

b)  $\frac{8}{3} \cdot \frac{5}{4}$   $\frac{8}{4} \cdot \frac{5}{3}$   $\frac{2}{1} \cdot \frac{5}{3}$   $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1}$  São iguais a  $\frac{10}{3}$ .

c)  $\frac{5}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{2}$   $\frac{5}{5} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{7}{3}$   $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{3}$   $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{1}$  São iguais a  $\frac{7}{3}$ .

2. A professora pediu aos alunos que calculassem o valor da expressão  $\frac{55}{3} \cdot \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{26}$ . Fábio multiplicou todos os numeradores, todos os denominadores e, em seguida, simplificou dividindo o numerador e o denominador por 5 e depois por 13.

$$\frac{55}{3} \cdot \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{26} = \frac{55 \cdot 13 \cdot 7}{3 \cdot 5 \cdot 26} = \frac{5.005}{390} = \frac{1.001}{78} = \frac{77}{6}$$


Débora, antes de multiplicar, dividiu por 5 o numerador 55 e o denominador 5, dividiu por 13 o numerador 13 e o denominador 26 (registrou esse procedimento com traços sobre os números divididos). Em seguida, multiplicou todos os novos numeradores e todos os novos denominadores:

$$\frac{55}{3} \cdot \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{26} = \frac{^{11}55}{3} \cdot \frac{^1_{13}}{5_1} \cdot \frac{7}{26_2} = \frac{11}{3} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{7}{2} = \frac{77}{6}$$

Discutam e respondam: qual é o procedimento mais prático, o de Fábio ou o de Débora? *Espera-se que os alunos respondam que o mais prático é o procedimento de Débora.*

Fonte: Bianchini (2009, p.190)

Como podemos observar, essa atividade é semelhante à anterior, sua resolução também deve ser feita em colaboração com um colega, e, ainda, também é solicitado que seja escolhido um método que seja mais prático. Por isso está classificada no mesmo critério do PNLD da atividade anterior e categorizada nas estratégias metacognitivas da ordem do procedimento.

A terceira atividade dessa classificação é a próxima a ser discutida.

Figura 38 – Extrato de uma atividade do critério de Expressar e registrar ideias e procedimentos (PNLD)

3. Discutam e escrevam no caderno uma conclusão sobre esta questão:

“Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente se altera?” *Multiplicando-se o dividendo e o divisor por um mesmo número, diferente de zero, o quociente se mantém.*

Fonte: Bianchini (2009, p. 241)

O enunciado dessa atividade orienta que a mesma deve ser realizada em grupo. Na resolução desta atividade o aluno deverá perceber que o resultado de um quociente permanece o mesmo quando se multiplica o divisor e o dividendo da divisão por um mesmo número.

Consideramos que a atividade favorece o desenvolvimento da metacognição, pois solicita que os alunos façam a atividade em equipe e a apresentem uma conclusão de forma escrita.

Como estratégia metacognitiva, o aluno deverá fazer uso da estratégia da ordem do procedimento, já que a atividade se refere, mais uma vez, a uma regra que pode ocorrer no produto com frações.

No quadro a seguir está presente como os exercícios dessa categoria foram classificados de acordo as estratégias metacognitivas propostas por Araújo (2009).

Quadro 19 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de Expressar registrar ideias e procedimentos.

Atividade	Estratégia metacognitiva
Figura 36	Procedimento
Figura 37	Procedimento
Figura 38	Procedimento

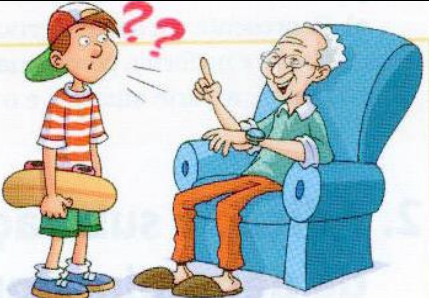
### 5.2.5 O Critério de Desafios no LD 2

Na análise desse livro, no 5º critério do PNLD, também foram encontrados três atividades. Apresentamos o extrato de um desses a seguir.

Figura 39 – Extrato de uma atividade do critério de Desafio (PNLD)

**Pense mais um pouco...**

Bernardo perguntou a seu avô:  
 — Que horas são?  
 O avô respondeu:  
 — As horas que passaram do meio-dia correspondem a  $\frac{1}{3}$  das que faltam para meia-noite.  
 Determine que horas são. São 3 horas da tarde.



JOSE LUIS JUHAS

Fonte: Bianchini (2009, p.185)

A princípio a questão parece fácil, porém, como está apresentada em forma de desafio, a resposta não é obtida apenas manipulando os dados presentes em seu enunciado. Convém lembrar que os alunos desse nível de ensino ainda não trabalharam com equações, portanto, provavelmente a resposta não será obtida fazendo apenas um procedimento.

Para resolver esta questão o aluno deverá, antes de tudo, criar uma hipótese, realizar os procedimentos, testar a hipótese, caso necessário, deverá construir outras hipóteses e seguir os mesmos caminhos de verificação. Observamos que essas etapas de resolução são citadas por Câmara dos Santos (2002) e Medeiros (1999) quando falaram a respeito dos problemas abertos. Como já falamos, esse tipo de atividade favorece o desenvolvimento da metacognição, por causa das ações de criar hipóteses e rever respostas e procedimentos.

A estratégia metacognitiva empregada para resolver a questão é da ordem da compreensão do problema, tendo em vista que o aluno precisará compreender mais do que o significado parte/todo contínuo dos números racionais, será preciso compreender o problema por inteiro.

Como afirmou Araújo (2009), esta estratégia metacognitiva está mais ligada aos processos de autorregulação e é uma estratégia mais ampla, pois o mesmo precisa transformar o problema para uma linguagem matemática e seguir os passos, como verificar a resposta encontrada, e tornar a formular nova hipótese, caso seja verificado que a resposta encontrada não satisfaz à condição do problema, etc.

Aqui apresentamos o segundo exercício considerado como desafio.

Figura 40 – Extrato de uma atividade do critério de Desafio (PNLD)

**71** Acompanhe as afirmações feitas por quatro amigos.

*Paulo:* O numerador e o denominador da fração são números pares.

*Mariana:* A fração é equivalente à fração  $\frac{3}{9}$ .

*Ricardo:* A fração é irredutível.

*Camila:* O numerador da fração é 1.

Sabendo que Ricardo disse a verdade e que um deles mentiu, descubra qual é a fração.

Fonte: Bianchini (2009, p.179)

Antes de resolver esta atividade o aluno terá que compreender quais os objetivos dela, em seguida deve fazer as tentativas para descobrir quem foi o autor da informação errada, e isso poderá gerar novas dúvidas, até que se encontre a resposta correta.

Portanto essa atividade atende aos requisitos de um problema que se constitui como um desafio, que, como já vimos, favorece o desenvolvimento da metacognição.

Nesse caso, a estratégia metacognitiva usada é da ordem de procedimento, pois a solução será encontrada a partir da compreensão dos procedimentos matemáticos.

Em seguida temos a terceira atividade deste critério.

Figura 41 – Extrato de uma atividade do critério de Desafio (PNLD)

**Pense mais um pouco...**

No quadro abaixo, as figuras iguais representam o mesmo número. As flechas apontam para a soma dos números de cada linha ou coluna. Descubra o valor que cada figura representa.

			→ 8,4
			→  13,7
↓	↓	↓	
5,6	6,8	9,7	

2,8  
 4  
 6,9

Fonte: Bianchini (2009, p. 244)

Para a resolução deste desafio, o aluno deverá calcular o valor de cada uma dessas figuras (triângulo, quadrado, pentágono e trapézio). Para isso deverá, primeiro, determinar quanto vale um triângulo, e, a partir daí encontrar o valor das outras figuras.

Como verificamos que, anteriormente, não existe nenhuma atividade com objetivo semelhante a esse no livro, consideramos que essa atividade se constitui

como um desafio, que como já falamos, questões desse tipo favorece o desenvolvimento da metacognição. Como não está inserida em nenhum contexto, a estratégia metacognitiva usada nessa questão é da ordem de procedimento.

No quadro a seguir mostramos como as três atividades deste critério ficaram classificadas em relação ao critério do PNLD e as estratégias metacognitivas que podem ser usadas durante a sua solução.

Quadro 20 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de Desafios.

Atividade	Estratégia metacognitiva
Figura 39	Procedimento
Figura 40	Compreensão do Problema
Figura 41	Procedimento

### 5.2.6 O critério dos Problemas com nenhuma ou várias soluções no LD 2.

O critério que inclui os exercícios da categoria dos problemas com várias ou nenhuma solução neste livro foi composto por apenas uma atividade, que está apresentada logo abaixo.

Figura 42 – Extrato de uma atividade com mais de uma solução

**83** Uma loja divide em três parcelas as compras acima de R\$ 100,00. Duas clientes entraram na loja. A primeira fez uma compra no valor de R\$ 135,00 e a segunda, no valor de R\$ 200,00.

**a)** Qual foi o valor de cada pagamento da primeira cliente? *R\$ 45,00*

**b)** Calcule o valor de cada pagamento da segunda cliente sabendo que nenhum deles apresentava centavos. *resposta possível: um pagamento de R\$ 66,00 e dois de R\$ 67,00*

Fonte: Bianchini (2009, p. 240)

A atividade é simples, sua riqueza para o desenvolvimento de estratégias metacognitivas está no fato de não apresentar apenas uma resposta. Já que, no item “b” é solicitado que o aluno divida o valor de R\$ 200,00 em três prestações, como condição, as parcelas não deverão conter centavos em seus valores. É a divisão de R\$ 200,00 em três parcelas iguais que pode favorecer a metacognição, já que a possibilidade de aparecer mais de uma resposta, poderá provocar divergências nos resultados apresentados pelos alunos.

Segundo o trabalho de Araújo (2009), questões desse tipo servem para ampliar a participação do aluno de forma ativa numa aula, pois os mesmos se envolvem em argumentações, que, por sua vez favorecem o uso e o desenvolvimento de estratégias metacognitivas.

Por está inserida em um contexto onde será necessário ter mais que os conhecimentos de regras matemáticas para resolvê-la, consideramos que o aluno deverá empregar uma estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema.

O quadro a seguir mostra como ficou distribuída a atividades deste critério do PNLD em acordo com a categoria das estratégias metacognitivas.

Quadro 21 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério dos Problemas com várias ou nenhuma solução.

<b>Atividade</b>	<b>Estratégia metacognitiva</b>
Figura 42	Compreensão do Problema

### **5.2.7 O critério da Utilização de Diferentes Estratégias na Resolução de um Problema no LD 2.**

Não houveram atividades que se enquadraram na sétima classificação, que são referentes aos exercícios que favorecem a utilização de diferentes estratégias em sua solução.

### **5.2.8 O critério da Verificação de Processos e Resultados pelo Aluno no LD 2.**

No critério que trata da Verificação de Processos e Resultados pelo Aluno, que corresponde à oitava classificação, apenas uma atividade foi encontrada.

Na figura 43 apresentamos esta atividade.



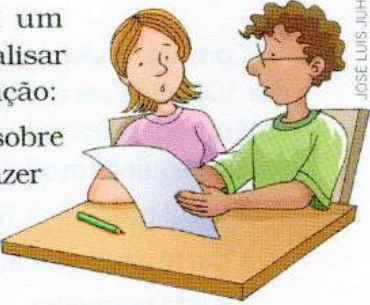
Figura 43 – Extrato de uma atividade do critério verificação de resultados e processos pelo aluno (PNLD)

**7** Reúna-se com um colega para analisar a seguinte situação:

Uma pesquisa sobre preferência de lazer cultural traz estes dados:

- museu:  $\frac{12}{100}$
- show de música:  $\frac{38}{100}$
- cinema:  $\frac{34}{100}$
- teatro:  $\frac{26}{100}$

Agora, respondam no caderno: há algum erro nos dados dessa pesquisa? Justifiquem a resposta.



Fonte: Bianchini (2009, p. 185)

Nessa atividade o número racional aparece em seu significado de porcentagem assim como ficou definido por Gomes (2010).

A resolução dessa atividade deve ser feita fazendo a soma de todas as porcentagens correspondentes as frações, as duplas de alunos deverão concluir que a soma resulta numa porcentagem maior do que um inteiro (100%).

Como elementos que favorecem o desenvolvimento de estratégias metacognitivas estão o trabalho em dupla que destaca a importância dos pares para o desenvolvimento da metacognição e a apresentação de uma justificativa que remete a uma prática argumentativa através de processos autorreguladores.

Em relação a classificação nas categorias da metacognição, essa atividade exige mais do que compreender o significado das porcentagens em relação ao todo, por isso a estratégia considerada é a da ordem da compreensão do problema.

Quadro 22 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de verificação de processos e resultados pelo aluno.

Atividade	Estratégia metacognitiva
Figura 43	Compreensão do problema

### 5.2.9 O critério de Formulação de Problemas pelo aluno no LD 2

Para o nono critério, da ordem de Formulação de problemas pelo aluno, também não encontramos atividades que possam favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em sua resolução.

### 5.2.10 O critério das Questões Abertas no LD 2.

O décimo critério, que inclui as questões abertas, é formado por três atividades. Uma delas é apresentada adiante.


Figura 44 – Extrato de uma atividade do critério das Questões abertas (PNLD).

**Pense mais um pouco...**

Observe a figura ao lado e responda em seu caderno:

a) Quantos triângulos há na figura? *9 triângulos*

b) O menor triângulo representa que parte do maior triângulo?  $\frac{1}{16}$



NELSON MATSUDA

Fonte: Bianchini (2009, p.172)

Mais uma vez vemos inseridos no significado do número racional a relação parte/todo. Verificamos que a resposta não pode ser obtida manipulando os dados do enunciado, é preciso compreender as relações parte/todo que existem entre todos os triângulos que podem ser formados na figura (menor, médio e maior)

A atividade possui alguns elementos de uma atividade aberta como o enunciado curto (que motiva os alunos a responderem), é desafiador e as informações no enunciado não indicam qual operação ou qual o caminho que se deve seguir para chegar a resposta. O principal não é a resposta final e sim como que processos foram construídos para se chegar à solução do problema assim como propôs Medeiros (1999) em sua pesquisa.

Como já afirmamos anteriormente nessa análise, esses elementos são favorecedores do desenvolvimento das estratégias metacognitivas quando se está resolvendo problemas.


É possível observar que a compreensão das relações entre os tamanhos dos triângulos não é suficiente para que o aluno responda esta questão de imediato. Por

isso, a estratégia metacognitiva a ser usada nesta atividade é da ordem da compreensão do problema, tendo em vista se tratar de uma atividade que precisa ser compreendida por inteiro para que se encontre a solução.

Em seguida discutiremos a segunda atividade que se enquadra nesta classificação.

Figura 45 – Extrato de uma atividade do critério das Questões abertas (PNLD).

**29** Uma classe tem 18 meninos e 24 meninas: todos vão ensaiar uma dança folclórica. Para isso, esses alunos devem formar rodas mistas de modo que todas tenham a mesma quantidade de meninos e a mesma quantidade de meninas.



**a)** De quantos modos essas rodas podem ser formadas?

**b)** Determine quatro frações que podem representar o resultado da comparação entre o número de meninos e de meninas dessa sala.  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{9}{12}$  e  $\frac{18}{24}$

Fonte: Bianchini (2009, p.165)

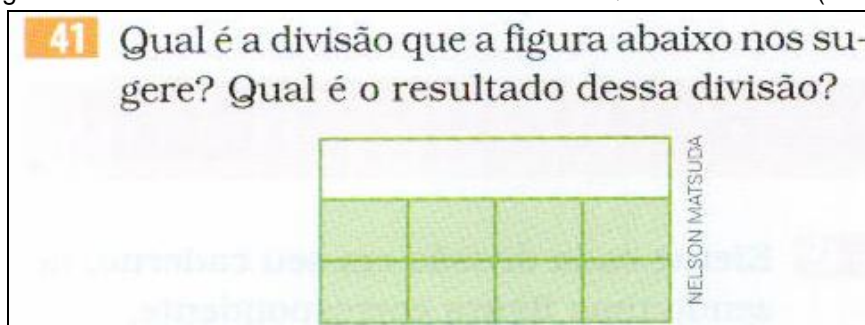
Esta atividade foi considerada como aberta, porque no item “a” é apresentado um problema que não tem relação com o conteúdo de frações, ou seja, o aluno pode pensar que o problema deve ser resolvido usando o conhecimento do conteúdo que ele esteja trabalhando no momento (números racionais, frações), no entanto, a resposta deverá ser obtida usando conhecimentos relacionados à combinatória. Destacamos também que, embora os dados estejam contidos no enunciado, a resposta não será obtida apenas manipulando-os, será preciso criar hipóteses, montar estratégias, testar as estratégias, conferir os resultados. Assim verificamos que essa atividade possui os requisitos de uma questão aberta.

Como já destacamos, os elementos de uma questão aberta favorecem o desenvolvimento da metacognição. Nesse caso a estratégia metacognitiva usada será da ordem da compreensão do problema, pois não bastará ter conhecimentos

matemáticos para resolver esta atividade; como já dissemos, será preciso criar hipóteses, montar estratégias, etc.

A última questão aberta é apresentada na figura 46.

Figura 46 – Extrato de uma atividade do critério das Questões abertas (PNLD)



Fonte: Bianchini (2009, p. 201)

Essa questão possui enunciado curto e não possui dados numéricos em seu enunciado, portanto é classificada como uma questão aberta. Primeiro o aluno deverá entender qual é a divisão envolvida na questão, em seguida calcular o resultado da divisão. Embora aparente ser uma tarefa simples, essa atividade fará com que o aluno crie uma hipótese (possivelmente terá que criar várias) para resolvê-la. Como já dissemos, as atividades abertas favorecem o desenvolvimento da metacognição.

Por estar envolvida num contexto puramente matemático, a estratégia metacognitiva a ser usada pelo aluno na resolução desta atividade é da ordem do procedimento.

Quadro 23 – Classificação das Estratégias Metacognitivas, segundo Araújo (2009) nos problemas do LD 2, para o critério de Questões abertas.

<b>Atividade</b>	<b>Estratégia metacognitiva</b>
Figura 44	Compreensão do problema
Figura 45	Compressão do Problema
Figura 46	Procedimento

### 5.2.11 O critério de Estimativas no LD 2.

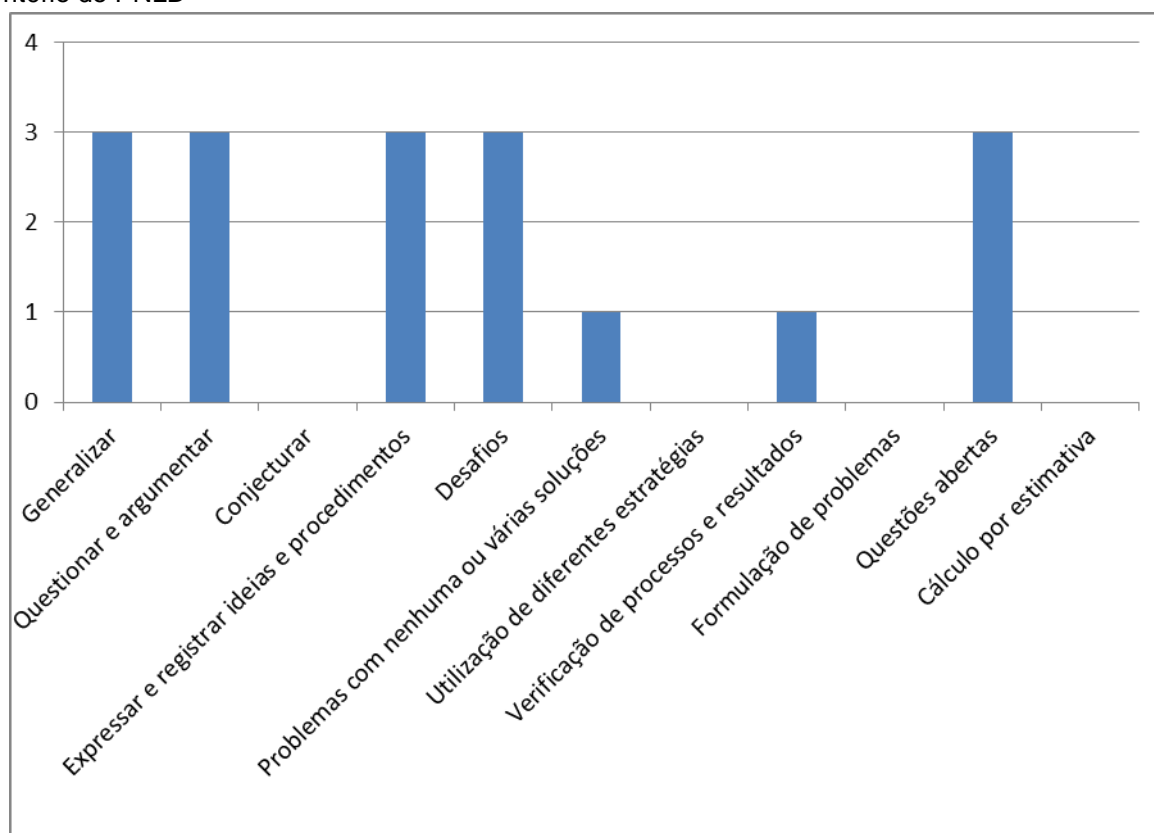
O décimo primeiro critério corresponde aos exercícios que solicitam uma resposta por meio de uma estimativa dos resultados, nesse livro não foram encontrados exercícios que se enquadrem nesta classificação.

### 5.2.12 O critério dos Problemas com Falta ou Excesso de Dados no LD 2.

Também não foram encontradas no LD 2 problemas com falta ou excesso de dados que pudessem ser consideradas como promotoras de estratégias metacognitivas durante a sua resolução.

O gráfico 3, mostrado a seguir, apresenta como ficaram distribuídos as 17 atividades classificadas na análise dos critérios do PNLD.

Gráfico 3 – Frequência absoluta dos exercícios do LD 2, que favorecem a metacognição, a partir dos Critério do PNLD



Fonte: Produção do autor (2013)

Como analisamos no gráfico, nesse livro as atividades ficaram distribuídas em três grupos.

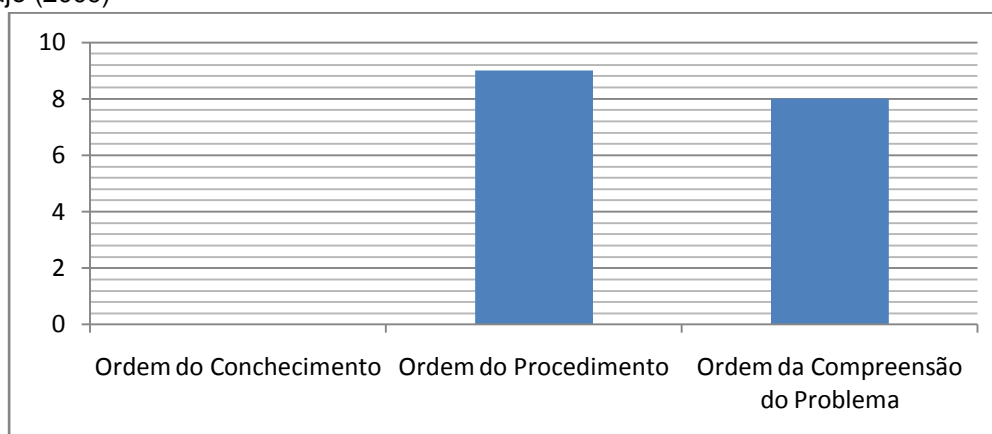
No primeiro ficaram os critérios de Generalizar, Questionar, argumentar e tomar decisões, Expressar e registrar ideias e procedimentos, Desafios e Questões abertas, com três atividades cada.

No segundo grupo estão os critérios de Problemas com nenhuma ou várias soluções e o de Verificação de processos e resultados pelo aluno, com apenas uma atividade.

O terceiro grupo é formado pelos critérios que não tiveram exercícios classificados, que são: Conjecturar, Utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas, Formulação de problemas pelo aluno e de cálculos por meio de estimativas.

O próximo gráfico a ser discutido apresenta como ficaram distribuídos os exercícios em relação à estratégia metacognitiva que pode ser usada para a sua resolução, segundo Araújo (2009).

Gráfico 4 – Frequência das estratégias metacognitivas nos exercícios do LD 2, segundo as categorias de Araújo (2009)



Fonte: Produção do autor (2013)

Nesse livro também não houveram exercícios que pudessem ser resolvidos a partir de uma estratégia metacognitiva de ordem pessoal.

A segunda categoria com mais exercícios foi a de compreensão do problema, com um total de 8 atividades entre as 17 que favorecem o uso de estratégias metacognitivas em sua solução.

A categoria com mais atividades foi a da ordem da ordem procedimental, ou seja, os exercícios que demandam uma estratégia metacognitiva mais próxima de ideias puramente matemática, prevaleceram com um total de 9 atividades, isso equivale a pouco mais de 50% dos exercícios que foram classificados. Ou seja, as

estratégias metacognitivas de ordem procedimental e da compreensão do problema ocorrem em uma frequência bem próxima.

A próxima tabela foi construída para mostrar como ficaram distribuídas as estratégias metacognitivas por tipo critério do PNLD..

Tabela 2 – Frequência dos Critérios PNLD em relação as Estratégias Metacognitivas, segundo Araujo (2009), no LD 2

Classificação PNLD	Estratégia metacognitiva			TOTAL
	Conhecimento	Procedimento	Compreensão do Problema	
1. Generalizar	0	3	0	3
2. Questionar, argumentar e tomar decisões.	0	0	3	3
3. Conjecturar	0	0	0	0
4. Expressar e registrar ideias e procedimentos	0	3	0	3
5. Desafios	0	2	1	3
6. Problemas com nenhuma ou várias soluções	0	0	1	1
7. Utilização de diferentes estratégias na resolução de problemas	0	0	0	0
8. Verificação de processos e resultados pelo aluno	0	0	1	1
9. Formulação de problemas pelo aluno	0	0	0	0
10. Questões abertas	0	1	2	3
11. Cálculo por estimativa	0	0	0	0
12. Questões com falta ou excesso de dados.	0	0	0	0
TOTAL	0	9	8	17

Fonte: Produção do autor (2013)

Na tabela 2, é possível verificar que os exercícios que demandam uma estratégia metacognitiva da ordem procedimental ficaram distribuídos em quatro categorias: Generalizar, Expressar e registrar ideias e procedimentos, Desafios e

das Questões abertas. Já as estratégias metacognitivas da ordem da compreensão do problema ficaram distribuídas em cinco categorias: Argumentar, Desafios, Problemas com várias ou nenhuma solução, Verificação de processos e resultados pelo aluno e nas Questões abertas.

Os critérios de Generalizar e Registrar ideias e procedimentos tiveram apenas exercícios que demandam estratégias metacognitivas de ordem procedimental como no LD 1. E os critérios de Argumentar, Problemas com Várias ou nenhuma solução e Verificação de processos pelo aluno tiveram apenas exercícios que sugerem as estratégias metacognitivas da ordem da compreensão do problema.

Os únicos critérios que apresentaram atividades que contemplam mais de uma estratégia metacognitiva foi o de Desafios e das Questões abertas, com exercícios que contemplam as estratégias da ordem da compreensão do problema e da ordem de procedimento.

A seguir faremos a análise comparativa entre os dois livros pesquisados com o objetivo de compreender melhor em que medida os livros podem favorecer o desenvolvimento da metacognição.

### **5.3 Análise comparativa entre os dois livros**

Nessa etapa iremos tratar dos aspectos mais quantitativos dos dados, além de explorar alguns aspectos que não puderam ser considerados nas classificações criadas pelos critérios do PNLD. Os dados aqui apresentados serviram para ajudar a tecer o perfil de cada livro analisado, em relação à presença de atividades e orientações que possam estimular as estratégias metacognitivas durante a sua resolução.

Inicialmente iremos comentar sobre alguns exercícios que não foram contemplados nessa análise por não favorecerem a metacognição.

Na nossa análise constatamos que os principais fatores que favorecem a metacognição nas atividades propostas no LD 1 e no LD 2 foram a argumentação, o trabalho coletivo (dupla ou grupo), as orientações e os processos de autorregulação. Contudo, sabemos que esses fatores não são suficientes para, por si só, promoverem estratégias metacognitivas, por isso, é importante mostrar que, em ambos os livros, existem exercícios que utilizam (ou orientam a utilização) de um



desses meios, mas que não favorecem o desenvolvimento da metacognição na resolução das atividades, como os apresentados na figura 47.

#### Exemplo 1:

Figura 47 – Extrato de um problema que faz uso da Argumentação, mas que não favorece o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em sua solução.

**a. Como as frações podem ter surgido? Explique com suas palavras.**

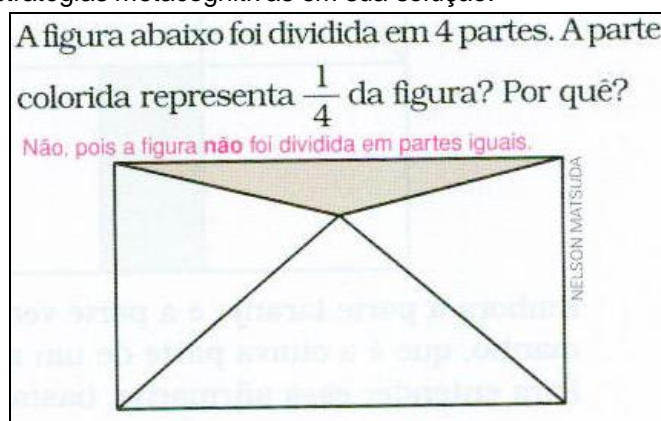
Fonte: Imenes e Lelis ( 2009, p.124)

Em princípio essa questão foi classificada como uma questão que favorecesse o desenvolvimento de estratégias metacognitivas. Contudo, ao analisar o livro para verificar como o autor está trabalhando o conteúdo relacionado a esta pergunta, verificamos que a resposta já se encontrava no texto explicativo do conteúdo, ou seja, mesmo que a pergunta possa conduzir o aluno a uma reflexão, basta ler o texto (ou lembrar do que tenha lido) para encontrar a resposta. Nesse caso, mesmo que o autor tente valorizar os conhecimentos prévios do aluno, a pergunta não incentivará as ações de reflexão, autorregulação, etc.

No LD 2 também encontramos exercícios que solicitam uma argumentação, mas que não favorecem o desenvolvimento da metacognição. Como no exemplo a seguir.

#### Exemplo 2:

Figura 48 – Extrato de um problema que faz uso da Argumentação, mas que não favorece o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em sua solução.



Fonte: Bianchini (2009, p.155)

Nesse exercício, a argumentação não é usada para criar uma hipótese ou conjecturar, e sim para apresentar uma resposta que já está bem visível na própria figura. Ou seja, se o aluno já tiver estudado a relação parte/todo em figuras geométricas, bastará observar a figura e concluir que a resposta é porque a mesma não está dividida em partes iguais.

Convém lembrar que a relação parte/todo é o significado dos números racionais que os professores apresentam mais conhecimento (Gomes, 2010; BRASIL, 1997; Onuchic e Allevato, 2008; Ferreira da Silva e Almouloud, 2008; Romanatto, 1997) e também é o significado em que a maioria dos livros didáticos dão início ao trabalho com os números racionais e, ainda, o significado mais presente nos livros (CAMPOS E RODRIGUES, 2007). Logo, é bem provável que o aluno já tenha se deparado com uma situação parecida antes.

Encontramos também algumas atividades em grupo que não favorecem o desenvolvimento da metacognição em seu processo de resolução como podemos observar no extrato.

### Exemplo 3:

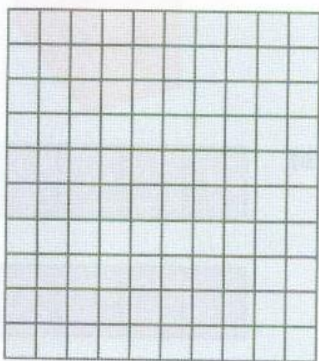
Figura 49 – Extrato de um problema que deve ser realizado em equipe, mas que não favorece o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em sua solução.

**Pense mais um pouco...**

a) Tanto a parte azul quanto a parte vermelha devem apresentar a mesma quantidade de quadradinhos em todas as figuras: 20 quadradinhos azuis e 30 vermelhos, determinados pelos percentuais 20% e 30%, que são os mesmos para todos.

Reúna-se com alguns colegas e façam o que se pede.  
Cada um de vocês vai reproduzir a figura ao lado em uma folha de papel quadriculado sem o fundo cinza. Em seguida, pintem de vermelho 30% dessa figura e, de azul, 20%. Comparem as figuras obtidas e respondam:

- A parte azul tem a mesma quantidade de quadradinhos nas figuras de todos? E a parte vermelha? Por quê?
- A parte pintada de vermelho tem, necessariamente, a mesma forma nas figuras de todos? E a parte azul? Por quê?
- Quantos por cento da figura inicial não foram pintados? Por quê?



Fonte: Bianchini (2009, p.158)

Como já destacamos, de acordo com Mello (2008), as atividades em grupo podem favorecer o uso da metacognição a partir da interação entre os pares. Porém, nesta atividade, as perguntas direcionadas não conduzem os alunos aos processos

de autorregulação que favorecem a metacognição, isso porque a resposta é clara, pois precisará apenas que os alunos contem e comparem os quadradinhos pintados.

Outro aspecto não categorizado é em relação as orientações que podem auxiliar o aluno no uso de estratégias metacognitivas, ou seja, conduzem os alunos a hábitos de monitoramento, de reflexão, mas não de como encontrar a solução das atividades (algumas orientações foram mostradas durante a análise do LD 1).

Analisaremos uma orientação que é dada para os exercícios de estimativa.


Figura 50 – Extrato de uma orientação que favorece o desenvolvimento da metacognição

Pedem-se estimativas, não medições. O objetivo é desenvolver senso numérico e percepção do tamanho de cada unidade de medida. Depois, podem ser feitas medidas para avaliar a estimativa. Caso haja outras distâncias que os alunos queiram conhecer, proponha-lhes uma pesquisa. A seção **Conversando sobre o texto** é apenas um ponto de partida que deverá ser complementado sempre que possível.


## Conversando sobre o texto

- a. Vamos fazer estimativas.
  - Qual é a altura da porta da sala de aula?
  - Quantos centímetros de largura, comprimento e espessura tem seu livro de Matemática?
  - Quantos metros de comprimento, largura e altura tem a sala de aula?
  - Qual é a distância de sua casa até a escola?
- b. No texto, há uma historinha sobre o palmo de uma pessoa. Qual é o sentido da história? O que ela quer mostrar?
- c. Uma volta em torno da Terra, pela Linha do Equador, tem cerca de 40000 km. Quantos quilômetros você acha que há de Brasília até Tóquio, aproximadamente?
- d. Observe o desenho:
 

Ufa! Quantas passadas vou ter de dar?



Faça a conta. A maratona tem 42,5 km.



Fonte: Imenes e Lelis (2009, p.146)

O texto destacado em vermelho são orientações dadas ao professor para que ele conduza sua aula. Nessa orientação o autor chama a atenção reforçando, ao professor, que o objetivo da atividade é fazer estimativas e não cálculos, que só devem ser realizados após a conclusão da atividade; o autor propõe uma pesquisa para enriquecer a atividade. Como mostramos na análise, essa atividade favorece o uso de estratégias metacognitivas da ordem de compreensão do problema, mas se, ao invés de estimar, o aluno fizer os cálculos, a atividade perderá o seu potencial no sentido de promover a metacognição.

No LD 1, existem orientações que para o professor em outros problemas e no manual do professor, porém não com muita frequência. Enquanto que no LD 2 não existem essas orientações nem ao lado dos exercícios (destacados em vermelho) nem no manual.

Nosso primeiro trabalho na análise, como já falamos, foi selecionar os exercícios, atividades e problemas que favoreciam o desenvolvimento da metacognição entre todos os que estavam presentes nos capítulos destacados em cada obra analisada. Os resultados dessa seleção estão apresentados na tabela seguinte.

Tabela 3 – Frequência dos exercícios que podem favorecer o desenvolvimento de estratégias metacognitivas em relação ao total de atividades nos dois livros pesquisados.

Livro	Total de atividades do livro	Favorecem a metacognição	Percentual
LD 1	343	27	7,87%
LD 2	421	17	4,03%

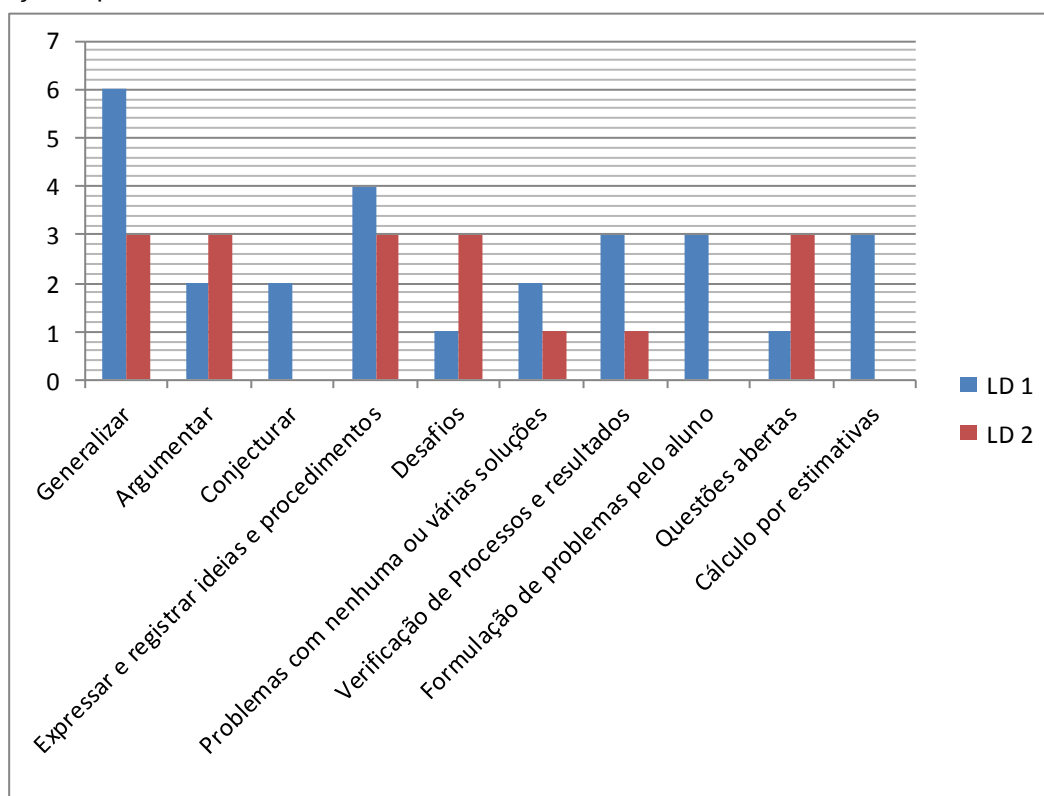
Fonte: Produção do autor (2013)

Portanto, embora as pesquisas venham comprovando que o desenvolvimento de estratégias metacognitivas pelos alunos é um recurso para melhorar a aprendizagem dos nossos estudantes, como citaram (ARAÚJO, 2009; POGGIOLI, 2000; BURÓN, 1996), verificamos na tabela 3 que os exercícios que promovem o uso e o desenvolvimento de estratégias metacognitivas ocorrem com pouca frequência nos dois livros. O LD 1 possui mais exercícios que favorecem a metacognição do que o LD 2, numericamente foram 27 no LD 1 enquanto que no LD 2 foram 17.

Ainda na tabela 3 podemos verificar que do total de 343 atividades do LD 1, cerca de 8% podem ser consideradas como atividades que favorecem o desenvolvimento da metacognição, enquanto que no LD 2 o percentual correspondeu a apenas 4% das 421 atividades. Ou seja, embora o LD 2 possua mais exercícios do que o LD 1, dedica menos atividades que favorece o desenvolvimento da metacognição. Lembramos que o Guia PNLD/2011 classificou LD 2 como um livro que privilegia o trabalho com exercícios de fixação de regras e de procedimentos, que são exercícios que não mobilizam estratégias metacognitivas.

O gráfico abaixo apresenta de forma conjunta como ficaram distribuídos esses exercícios nos dois livros pesquisados e ajudam a compreender melhor as diferenças entres os livros com relação a distribuição das atividades que favorecem a metacognição dentro dos critérios do PNLD.

Gráfico 5 – Comparação da frequência absoluta dos exercícios do LD 1 e do LD 2 que favorecem a metacognição, a partir dos Critério do PNLD



Fonte: Produção do autor (2013)

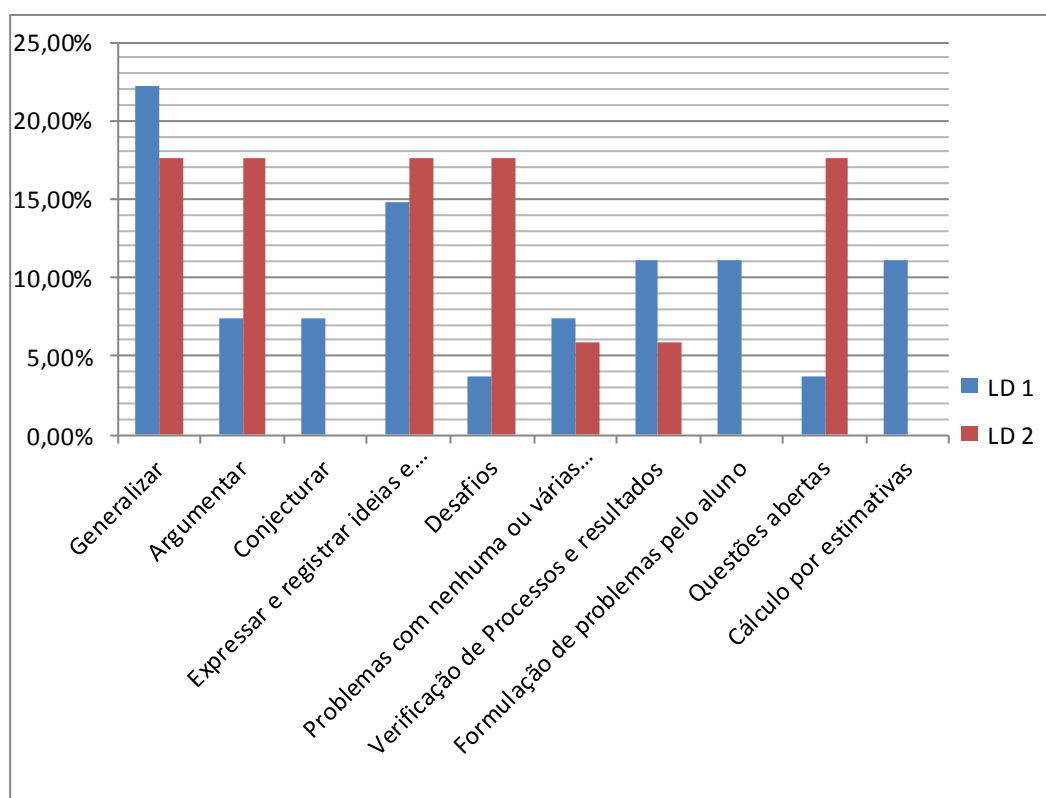
Ressaltamos, mais uma vez, que ambos os livros não contemplam os doze critérios de análise, já que o critério referente à utilização de diferentes estratégias para resolver um problema e das questões com falta ou excesso de dados, não tiveram exercícios que se enquadrassem de forma a favorecer o desenvolvimento de processos metacognitivos em sua solução em ambos os livros.

Podemos verificar no gráfico 5, que o LD 1 apresenta mais atividades que o LD 2 nos critérios do PNLD de Generalizar; Expressar e registrar ideias e procedimentos e de Verificação de processos e resultados pelo aluno. Além disso somente o LD 1 possui atividades nas categorias de Conjecturar, Formulação de problemas pelo aluno e de Cálculos por estimativa. Enquanto que o LD 2, possui mais atividades nas categorias de Argumentar, Desafios e das Questões abertas.

Ainda podemos verificar que as atividades do LD 1 estão mais distribuídas, ou seja, contemplaram 10 critérios do PNLD, enquanto que no LD 2 estão presentes em apenas 7 dos critérios considerados nesse estudo.

No gráfico 6 temos a distribuição dos percentuais das atividade que, de acordo com a nossa análise, podem favorecer a metacognição em cada critério do PNLD por livro didático.

Gráfico 6 – Percentual dos exercícios que podem favorecer a metacognição por critério do PNLD nos livros didáticos.



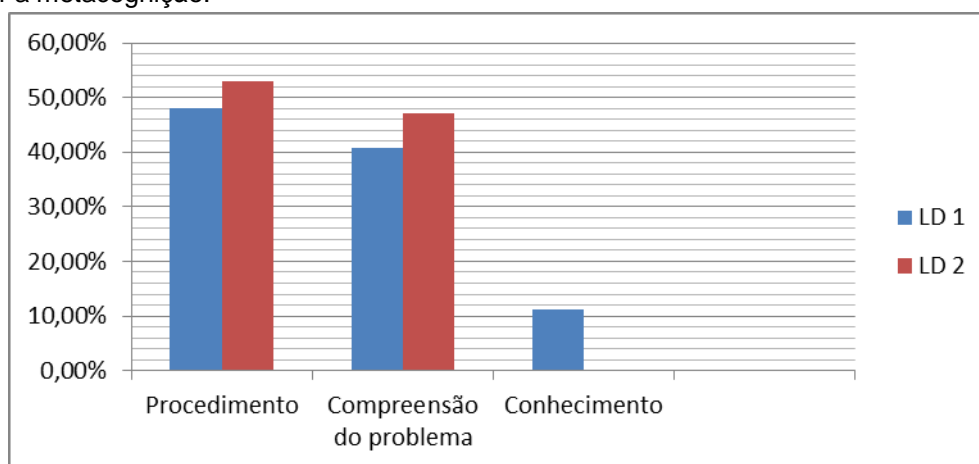
Fonte: Produção do autor (2013)

Quando comparamos a distribuição percentual, percebemos que o LD 1 apresenta um maior percentual do que o LD 2 nos critérios de Generalizar (22,21% X 17,6%), Problemas com nenhuma ou várias soluções (7,41% X 5,9%), Verificação de processos e resultados pelo aluno (11,11% X 5,9%), além dos critérios que só ele possuía atividades, que foram os critérios de Conjecturar (7,41% X 0%), Formulação de problemas pelo aluno (11,11% X 0%) e de Cálculo por estimativa (11,11% X 0%). Enquanto que o LD 2, apresenta um maior percentual do que o LD 1 nos critérios de Argumentar (17,6% X 7,41%), Expressar e registrar ideias e

procedimentos (17,60% X 14,81%), Desafios (17,6% X 3,71 %) e nas Questões abertas (17,6% X 3,71%).

O gráfico 7 mostra como ficaram distribuídos os percentuais das estratégias metacognitivas nas atividades do LD1 e do LD 2 que podem favorecer a metacognição.

Gráfico 7 – Percentual das estratégias metacognitivas nas atividades do LD 1 e do LD 2 que podem favorecer a metacognição.



Fonte: Produção do autor (2013)

Inicialmente destacamos que a categoria referente a estratégia metacognitiva de ordem pessoal não foi contemplada com nenhuma atividade nos dois livros estudados, como já nos referimos na análise de cada livro.

No gráfico 7 podemos verificar que as distribuições das estratégias metacognitivas estão bem equilibradas. Com relação a estratégia metacognitiva de procedimento o LD 1 apresentou 48,1%, enquanto no LD 2 esse percentual foi de 52,9%. Quando comparamos o percentual da estratégia metacognitiva da ordem da compreensão do problema, verificamos que o índice do LD 2 (47,9%) foi maior que o índice do LD 1(40,8%).

É importante ressaltar que, como analisamos no gráfico, na análise do LD 1 encontramos três atividades que pertencem a categoria das estratégias metacognitivas da ordem do conhecimento. Essas atividades estão presentes no critério do PNLD referente a formulação de problemas pelo aluno e teve índice de 11,1%.

Portanto, concluímos que esses dois livros de matemática do 6º ano oportunizam poucos momentos que podem favorecer o desenvolvimento da

metacognição na resolução de seus exercícios, tendo em vista que a quantidade de exercícios que podem promover o desenvolvimento da metacognição é pequena em relação ao total de exercícios em ambos os livros.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Não temos a intenção de esgotar nossa discussão, como se tivéssemos encontrado a grande causa das dificuldades dos alunos na aprendizagem da matemática. Mesmo porque, nossa questão de pesquisa foi originada, justamente, a partir de outros trabalhos, cujos autores, assim como nós, “carregam” uma grande preocupação com relação à situação do ensino em nosso país, especialmente em relação a matemática. E cujas respostas encontradas representam apenas uma fração pequena em relação à todas as dificuldades encontradas para a aprendizagem desta disciplina.

Nossa pesquisa teve a intenção de identificar em que medida os dois livros didáticos investigados podem favorecer o uso de estratégias metacognitivas pelos alunos na resolução dos exercícios. O conteúdo que investigamos foi os números racionais. Esse é um conteúdo que está presente no nosso dia a dia de diversas formas e os alunos trabalham com esses números desde as séries iniciais do ensino fundamental e, mesmo assim, apresentam muitas deficiências relacionadas a esses números.

Escolhemos dois livros com concepções metodológicas distintas, uma mais tradicional LD 2 e outro mais atualizado com as novas concepções de ensino LD 1. O primeiro problema a resolvermos foi a seleção dos livros, porém o próprio GUIA PNLD/2011 e os PCN, nos deram suporte teórico para fazermos essa primeira escolha.

Inicialmente selecionamos as questões que pudessem favorecer o desenvolvimento da metacognição em sua solução, isso foi feito a partir de 12 critérios do PNLD/2011 que serviram ao nosso objetivo. Assim, nesse primeiro momento, foram enquadradas nesses critérios, 27 questões do LD 1 e 17 questões do LD 2.

Esses resultados nos permitiram chegar a uma primeira conclusão, os dois livros pesquisados apresentam poucos exercícios que podem vir a favorecer o desenvolvimento da metacognição em sua solução. Pois, se considerarmos todas as atividades nos capítulos investigados, observamos que aproximadamente 8% de

todas as 343 questões do LD 1 e, aproximadamente, 4% de todas as 421 questões do LD 2, foram consideradas como atividades que podem favorecer a metacognição.

Embora não fosse o nosso objetivo, observamos que a grande maioria das outras questões, inclusive os problemas, nos dois livros, eram atividades que priorizavam as técnicas de realização de procedimentos. Medeiros (1999) e Cândido (2001) fizeram afirmações parecidas quanto a este fato, já que, segundo os autores, os problemas dos livros didáticos, ao invés de servirem como eixo de uma aprendizagem em matemática mais rica em significado, são usados como mais uma forma de aplicação de técnicas para desenvolver habilidades com algoritmos.

Com relação aos critérios do PNLD/2011, pudemos concluir que o LD 1 apresenta exercícios mais diversificados que favorecem a metacognição quando comparado com o LD 2, já que no LD 1 os exercícios foram categorizados em 10 dos 12 critérios considerados nesta pesquisa, enquanto que o LD 2 teve exercícios em apenas 7 dos 12 critérios do PNLD considerados nesta pesquisa.

Embora não tenha sido nossa pretensão classificar o nível de dificuldades das questões ao analisarmos os livros, verificamos também, que as questões do LD 2 se apresentam em um nível de maior dificuldade em relação às questões do LD 1, especialmente, as questões dos critérios de Desafio e das Questões Abertas, que no LD 1 são mais simples de resolver; enquanto que no LD2, mesmo que o aluno reflita muito, precisará de uma boa “dose” de raciocínio para que chegar a resposta.

Se fôssemos afirmar qual das duas obras favorece mais a metacognição seria uma tarefa difícil, isso porque, embora o LD 1 apresente mais exercícios que promovem a metacognição, tanto numericamente (27 X 17) como percentualmente (8% X 4%), as atividades do LD 2 que promovem estratégias metacognitivas são atividades que exigem um alto grau de controle e regulação para a sua solução.

Em relação às atividades do PNLD, observamos que, enquanto o LD 1 apresenta os critérios de Formular Problemas e o de Problemas com Várias ou Nenhuma Solução como atividades que melhor oportunizam o desenvolvimento da metacognição, no LD 2 as atividades das Questões Abertas e dos Desafios se destacam por exigir do aluno muita reflexão para a sua solução.

Outro ponto em que as obras são muito semelhantes é que em ambos os livros não foram encontradas questões que pudessem levar os alunos a lançarem mão de estratégias metacognitivas de ordem pessoal, isso indica que os autores não

demonstram preocupação com a autoavaliação dos alunos em relação a resolução das atividades e, também, a sua capacidade de se autoavaliar em relação ao seu desempenho na resolução dessas atividades.

Vale ressaltar que nessa análise encontramos três atividades que sugerem o uso da metacognição como conhecimento do próprio conhecimento. Esse sentido para a metacognição não foi explorado por Araújo (2009) em seu trabalho, então acrescentamos ele ao classificarmos os problemas com base na presença dos processos metacognitivos, direcionando essa classificação para as atividades inseridas no critério do PNLD de Formulação de problemas pelo aluno.

Como pudemos verificar, as atividades desse tipo se mostraram muito ricas para a promoção da metacognição. Isso porque, na formulação desses problemas, o aluno mobilizará vários processos metacognitivos, ou seja, fará uso do metaconhecimento, da metacompreensão, além da metamemória. Por isso, foram incluídas na etapa da categorização das estratégias metacognitivas propostas por Araújo (2009).

É importante destacar ainda que, de maneira geral, o autor do LD 1 parece demonstrar uma preocupação em promover uma aprendizagem mais reflexiva, já que por diversas, vezes “convida” o aluno a argumentar, embora não podemos afirmar que sempre obtenha sucesso.

Outro fator que fortalece essa suposição são as orientações contidas no manual do professor, em que o autor do LD 1 disponibiliza algumas orientações para o professor que, apontam para orientações reflexivas. Já no LD 2, as orientações do manual do professor pouco ajudam a enriquecer essa prática.

Em nossos resultados foi possível verificar que entre as atividades que podem favorecer a metacognição, aquelas em que os autores sugerem que seja realizada em grupo foi bastante presente nas atividades dos dois livros pesquisados. Esse fato vai de encontro ao que Brown (1987) afirmou quando considerou a importância dos pares como fator que ajuda a desenvolver a metacognição.

Um outro fator bastante presente nas atividades dos livros didáticos que podem favorecer a metacognição é a oportunidade para a argumentação. Nos resultados a argumentação era incentivada com “comandos” como: Explique porque...; Porque?; Justifiquem a resposta; Expliquem por que está errada. Como verificado no trabalho de Mello (2008), a argumentação é um dos elementos desencadeadores da

metacognição. Convém destacar que no trabalho de Araújo (2009), a quebra do contrato didático ficou mais visível a partir do momento em que eles começaram a argumentar refletindo sobre seus próprios processos de pensamento.

Considerando a estreita relação entre a prática do professor de matemática e a metodologia do livro didático adotado pelo mesmo (VALENTE, 2008; MESQUITA, CARVALHO E GUERRA 2010; SILVA 2010), é importante lembrarmos que toda a análise feita por nós sobre a possibilidade do livro didático promover nos alunos estratégias metacognitivas durante a resolução das atividades propostas nele, se baseia em suposições de que o professor estará seguindo, fielmente, o livro didático e as orientações oferecidas pelo autor do mesmo, pois sabemos que é a prática do professor e a forma como ele desenvolve suas aulas que poderá, ou não, desenvolver processos metacognitivos nos seus alunos.

Porém, reafirmamos, mais uma vez, que, diante dos resultados, não podemos dizer com muita ênfase que um livro tem elementos suficientes para ser superior ao outro na perspectiva de favorecer a metacognição. O que contraria nossas expectativas, pois, ao selecionar livros de diferentes perspectivas de abordagem, esperávamos resultados também diferentes na análise.

Enfim, diante dos resultados, podemos concluir que os dois livros estudados oportunizam poucas oportunidades para o aluno desenvolver, com mais ênfase, a metacognição durante a resolução de suas atividades.

Portanto, propomos para futuras pesquisas que se ampliem as pesquisas com os sujeitos da aprendizagem, aluno e professor, considerando as atividades propostas nos livros didáticos, ou em outros materiais de apoio ao ensino, como ponto de partida para desenvolver a metacognição.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. **Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do livro do 1º grau com uma incógnita: um estudo exploratório nos livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

ARAÚJO, L. F. **Rompendo o contrato didático: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos.** Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

ARAÚJO, L. F.; CÂMARA DOS SANTOS, M.; ACIOLY-RÉGNIER, N. **Metacognição ou automatismo: o que acontece quando o contrato didático é rompido? Confluências entre a didática e a psicologia na resolução de problemas algébricos.** In: BRITO LIMA, A. P. A.; LIMA, I. M. S.; ARAUJO, L. F.; ANDRADE, V. L. V. X. (Org.). *Pesquisas em fenômenos didáticos: alguns cenários.* Recife: EDUFRPE, 2010. p. 71-95.

ÁVILA, G. **Introdução à análise matemática.** 2ª ed. São Paulo: Edgar Blucher, 1999.

BIANCHINI, E. **Matemática 6º ano,** São Paulo: Editora Moderna, 2006. 360p.

BOA VIDA, A.M.R. **A argumentação em Matemática Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração.** Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Lisboa, 2005.

BONA, A. S. **Portfólio de matemática: um instrumento de análise do processo de aprendizagem.** Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação/ Secretaria de Educação Fundamental. **Guia Nacional do Livro Didático (6º ao 9º ano)** – PNLD 2011. Brasília 2010.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** P. 22, Brasília: MEC, SEF. 1998.

BROUSSEAU, G. *Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. Recherches em Didactique des Mathématiques,* v.7, n.2, p.33-116. 1996.

BROWN, A. Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanism. Em F. WEINERT, F. E. e KLUWE, R. H. (Eds.) **Metacognition, motivation, and understanding,** Hillsdale, NJ: Erlbaum, pp.65-116. 1987

BURÓN, J. Enseñar a aprender: **Introducción a la metacognición**. Bilbao: Ediciones Mensajero. 8º Edição. 1996.

CÂMARA DOS SANTOS, M. Um exemplo de situação-problema: **O problema do bilhar**. Revista do professor de Matemática. V. 50. Sociedade Brasileira de Matemática. 2002.

CAMPANARIO, J. M.; OTERO, J. C. Investigación Didáctica – Más allá de las ideas previas como dificultades de aprendizaje: las pautas de pensamiento, las concepciones epistemológicas y las estrategias metacognitivas de los alumnos de Ciencias. **Enseñanza de las ciencias** v.18, n. 2, p.155-169, 2000.

CAMPOS, T.M.M.; RODRIGUES, W.R. A idéia de unidade na construção do conceito do número racional. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v 2.4, p.68-93, 2007. Disponível em: <http://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12992/12093>. Acesso em: 10 nov. 2012.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em matemática. In: SMOLE, K.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre: Artmed. .p. 15-28, 2001.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática** – Tipografia Matemática, Lisboa, 1952.

CARVALHO, J. B. P. Políticas Públicas e o Livro Didático de Matemática. **Revista BOLEMA: Boletim da Educação Matemática**. Ano 21, n. 29, p. 1-11. 2008.

CASAGRANDE, L.S. **Quem mora no livro didático?** Representações de gênero nos livros de Matemática na virada do milênio. Dissertação (Mestrado em Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2005.

CASSAB, M.; MARTINS, I. A escolha do livro didático em questão. In: Atas do **IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**, 2003, Bauru – SP. (CDROM).

CAVALCANTI, J. D. B.; CÂMARA DOS SANTOS, M.; JÓFILI, Z. M. Um olhar sobre alguns obstáculos que permeiam a aula de matemática: um exemplo com frações. In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2007, Belo Horizonte, MG. Disponível em: <[www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/.../CC03083994478T.rtf](http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/.../CC03083994478T.rtf)Similares>. Acesso em 09 jan. 2012

CAVALCANTI, Z. **Cadernos da TV escola: Livros etc...**- Brasília, Ministério da Educação e do Desporto, Secretária de Educação a Distância, 1996.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A.; PERNAMBUCO, M. M. **Ensino de ciências: fundamentos e métodos**. São Paulo: Cortez, 2007.

DIAS, B. Évaluation du potentiel d'apprentissage. In: DOUDIN, P.A.; MARTIN, D.; ALBANESE, O. (Orgs.) **Métacognition et éducation: aspects transversaux et disciplinaires**. p.123-143, 2001.

FERREIRA, A.C. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. 2003.

FIGUEIRA, A. P. C. F. Metacognição e seus contornos. **Revista Iberoamericana de Educación**, Universidade de Coimbra Portugal. 1-21p. 2002. Disponível em: < <http://www.rieoei.org/deloslectores/446Couceiro.pdf> >. Acesso em 05 jan. 2012.

FLAVELL, J.H. Speculations about the nature and development of metacognition. In: WEINERT, F.E.; KLUWE, R.H. (Eds.). **Metacognition, motivation and understanding**. Hillsdale, NJ: Erlbaum. p.21-29, 1987.

FREITAG, B. **O livro didático em questão**. São Paulo: Cortez, 1997.

GÉRARD, F.M., ROEGIERS, X. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto: Porto Editora, 1998.

GOMES, R.Q.G. **Saberes docentes de professores dos anos iniciais sobre frações**. Dissertação (Mestrado em Ensino de matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

IMENIS, L. M.; LELLIS, M. **Matemática, 6º ano**, São Paulo: Editora Moderna, 2009.

KOCH, S.H.S. **@prender a @prender: na busca de processos metacognitivos com o uso do TIC**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2011.

KUHN, D. **Metacognitive Development**. Current Directions. In Psychological. V,9 N.5 pp. 178-181. 2000

LAFORTUNE,L. e DEAUDELIN,C. La métacognition dans une perspective transversale. In P.-A. Doudin, D. Martin et O. Albanese (dir.). **Métacognition et éducation:aspects transversaux et disciplinaires**. Berne: Peter Lang. p.47-68. 2001.

LAFORTUNE,L.; JACOB,S. et HÉBERT,D. **Pour guider la métacognition** Sainte-Foy, Québec : Presses de l'Université du Québec. 2003

LOPES, J. A. O livro didático, o autor e as tendências em Educação Matemática. In: LOPES, C. A. E.; NACATO, A. M. (Org.). **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

MACIEL, D. M. **A avaliação no processo ensino-aprendizagem de matemática, no ensino médio: uma abordagem formativa sócio-cognitivista**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, 2003.

MEDEIROS, K. M. **O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula**. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro de Educação: Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1999.

MELLO, T. A. **Argumentação e metacognição na solução de problemas aritméticos de divisão**. Dissertação (Mestrado em Educação), UNICAMP, 2008.

MERLINI, V.L. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

MESQUITA, F. N. A.; CARVALHO, J. C.; GUERRA, R. B. Articulação de conteúdos no livro didático e a educação matemática crítica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2010, Bahia. **Anais eletrônicos**. Bahia, 2010. Disponível em: < <http://www.sbem.com.br/ocs/index.php/xenem/xenem/paper/view/1562>>. Acesso em: 10 jan. 2012.

MOREIRA, P.C.; FERREIRA, M.C.C. A teoria dos subconjuntos e o número racional como operador: das estruturas algébricas às cognitivas. **Revista BOLEMA: Boletim da Educação Matemática**. Ano 21, n.31, p.103-128, 2008.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G. As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. **Revista BOLEMA: Boletim da Educação Matemática**. Ano 21, n.31, p.79-102. 2008.

PEREIRA, A.C.C.; PEREIRA, D.E.P.; MELO, E.A.P. Livros Didáticos de Matemática: uma discussão sobre seu uso em alguns segmentos educacionais. In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2007, Belo Horizonte, MG. Disponível em: < [http://www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/Html/comunicacaoCientifica.html](http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html)>. Acesso em 10 jan. 2012

POGGIOLI, L. **Estratégias Metacognoscitivas**. Serie Enseñando a aprender. Ed. Polar. Caracas, 2005.

POLYA, G. **How To Solve It - A New Aspect of Mathematical Method**. Priceton, New Jersey : Priceton University Press, 1945.

PORTILHO, E. **Como se Aprende?** Estratégias, Estilos e Metacognição. Editora Wak. Rio de Janeiro 1º Edição. 2009

ROMANATTO, M.C. **Números Racionais: Relações necessárias à sua compreensão**. Faculdade de Educação (Tese de Doutorado), Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1997.

SCHOENFELD, A. H. What's all the full about metacognition? In: A. H. Schoenfeldv(Ed.), **Cognitive science and mathematics education** Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. pp 189-215. 1987

SILVA, D. R. **Livro didático de Matemática: Lugar histórico e perspectivas**. São Paulo. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2010.



SILVA, M.J.F.; ALMOULOUD, S.A. As operações com números racionais e seus significados a partir da concepção parte-todo. **Revista BOLEMA: Boletim da Educação Matemática**. Ano 21, n.31, p.55-78. 2008.

SOUZA, A. S. **Metacognição e ensino de álgebra: análise do que pensam e dizem os professores de matemática da educação básica**. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2007.

STANCANELLI, R. Ler escrever e resolver problemas. **Habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed. 2001

VALENTE, W.R. Osvaldo Sangiorgi e o movimento da matemática moderna no Brasil **Revista Diálogo Educacional**, vol. 8, n. 25, 2008, p. 583-613.

VALENTE, W.V. Controvérsias sobre educação matemática no Brasil: Malba Tahan versus Jacomo Stávale. **Cadernos de Pesquisa**, n. 120, p. 15-167, 2003.

ZIMMERMAN, B. J. Becoming a Self-Reguated Learner: an overview. **Theory into Practice**, 41 (2), 64-70 2002