



**UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**

Edmilson Alves de Andrade Júnior

**CIÊNCIA CONTEMPORÂNEA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES:
O CASO DOS FRACTAIS EM UMA PERSPECTIVA KELLYANA**

**Recife/PE
2015**

Ficha Catalográfica

A553c Andrade Júnior, Edmilson Alves de.
Ciência contemporânea na formação de professores :
O caso dos fractais em uma perspectiva Kellyana / Edmilson
Alves de Andrade Júnior. – Recife, 2015.
162 f.: il.

Orientador(a): Alexandro Cardoso Tenório.
Dissertação (Programa de Pós-graduação em Ensino das
Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco,
Departamento de Educação, Recife, 2015.
Inclui anexo(s), apêndices e referências.

1. Ciência contemporânea 2. Teoria dos fractais.
3. Ciclo da experiência Kellyana. I. Tenório, Alexandro Cardoso.
II. Título

CDD 370.71

Edmilson Alves de Andrade Júnior

**CIÊNCIA CONTEMPORÂNEA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES:
O CASO DOS FRACTAIS EM UMA PERSPECTIVA KELLYANA**

**Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Ciências da Universidade Federal Rural de
Pernambuco como um dos requisitos para
obtenção do título de Mestre em Ensino de
Ciências.**

Orientador: Prof. Alexandro Cardoso Tenório, Dr.

Coorientadores: Prof. Romildo A. Nogueira, Dr.

Prof. Ross Alves do Nascimento, Dr.

**Recife - PE
2015**

Edmilson Alves de Andrade Júnior

**CIÊNCIA CONTEMPORÂNEA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES:
O CASO DOS FRACTAIS EM UMA PERSPECTIVA KELLYANA**

**Dissertação apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em
Ensino de Ciências da Universidade
Federal Rural de Pernambuco como
um dos requisitos para obtenção do
título de Mestre em Ensino de
Ciências.**

Aprovado em 27 de Fevereiro de 2015.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Ross Alves do Nascimento – UFRPE

Profa. Dra. Sandra da Silva Santos – UFRPE

Profa. Dra. Zélia Maria Soares Jófili – UFRPE

DEDICATÓRIA

Dedico este Mestrado a Deus, aos meus pais, Edmilson Alves de Andrade, Paraquedista do Exército Brasileiro, por ser meu herói, Sandra da Silva de Oliveira, dona de casa e Bacharel em Educação Religiosa Cristã, pelo amor incondicional, e por ser meu porto seguro, ao meu grande amor, Júlia Beatriz, por estar ao meu lado nos melhores e piores momentos da vida, a minha irmã, Elaine Andrade, a mais generosa das irmãs, a minha avó, Maria da Glória, pela sabedoria e temor a Deus, meu sogro e sogra, Jurandi Galdino e Marcia Galdino, pelo exemplo de vida que são,

Benjamim e Heitor, meus maiores presentes.

Com todo meu amor, a vitória desta conquista dedico a vocês!

AGRADECIMENTOS

Ao Deus eterno, por ser o Senhor da minha vida.

Aos meus pais, Edmilson Andrade e Sandra da Silva, pelo amor, dedicação, sempre acreditar e terem me conduzido até aqui. A minha mãe, obrigado por nunca desistir.

A minha amada esposa, Júlia Beatriz, por todo nosso amor, por nossos filhos, Benjamim e Heitor, pela paciência, cuidado, compreensão, a você que tanto me inspira, obrigado.

A minha amada irmã, Elaine Andrade, meu cunhado Augusto Veloso, minhas amadas sobrinhas, Ana Carolina e Giovana, obrigado por me apoiarem em todos os momentos, com vocês encontrei apoio e compreensão durante os dias difíceis do Mestrado.

Ao meu querido sogro, Jurandi Galdino, por toda presteza e orientação, sem a qual nada disso teria acontecido.

A minha querida sogra, Marcia Maria, por seu imenso carinho, dedicação, por seu apoiado incondicional.

Ao meu orientador e professor Alexandro Tenório, por sua paciência, serenidade e competência em sua orientação. Meu muito obrigado por ter me concedido a honra de ser seu orientando.

Ao professor Romildo Nogueira, por sua orientação e por ter me feito perceber que nuvens não são esferas, montanhas não são cones, litorais não são círculos a copa das árvores não é lisa, tampouco os relâmpagos viajam em linha reta (Mandelbrot, 1998).

Ao professor Ross Nascimento, pela imensa colaboração, por ter me acolhido na aplicação do projeto cedendo espaço nas aulas da disciplina Fundamentos e Vivencias em Práticas Interdisciplinares, pelas sabias orientações, sem sua ajuda minha trajetória teria sido bem mais difícil.

A professora Zélia Jófili, por sua paciência, seus valiosos ensinamentos ao longo deste Mestrado, bem como por sua disponibilidade em avaliar o presente trabalho, contribuindo de forma imensurável para o enriquecimento do mesmo.

A professora Sandra Santos, pelas contribuições para esta dissertação.

Aos alunos, protagonistas deste trabalho, por serem solícitos e responsáveis criando um ambiente de reflexões e transformações.

**Porque Dele e por Ele, e
para Ele, são todas as coisas;
glória, pois, a ele eternamente.
Amém.**

(Romanos 11:36)

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Fractal Aleatório.....	36
Figura 2: Exemplo de auto-semelhança	36
Figura 3: Fractais da Natureza.....	37
Figura 4: Tapete de Sierpinski.....	37
Figura 5: Curva de Koch	38
Figura 6: Floco de Neve de Koch	39
Figura 7: Construção Geométrica do Conjunto de Cantor.....	39
Figura 8: Curva de Peano	40
Figura 9: Triângulo de Sierpinski	41
Figura 10: Níveis do Triângulo de Sierpinski	42
Figura 11: Esponja de Menger	42
Figura 12: Conjunto de Mandelbrot.....	43
Figura 13: Conjunto de Julia.....	44
Figura 14: Poeira de Cantor.....	46
Figura 15: Primeiro estágio da esponja de Menger	47
Figura 16: Etapas do Ciclo da Experiência de Kelly	68
Figura 17: Gráfico representativo das unidades de significados e categorias por aluno.	95
Figura 18: Gráfico representativo das unidades de significados e categorias por aluno.	106
Figura 19: Gráfico representativo das unidades de significados e categorias por aluno.	131
Figura 20: Gráfico representativo das unidades de significados e categorias por aluno.	140

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Unidades teóricas - Pergunta 1 - Seção 1.....	79
Quadro 2: Pergunta 1 - Seção 1 - Aluno A.....	85
Quadro 3: Pergunta 1 - Seção 1 - Aluna B.....	91
Quadro 4: Pergunta 1 - Seção 1 - Aluna C.....	94
Quadro 5: Unidades teóricas - Pergunta 2 - Seção 1.....	97
Quadro 6: Pergunta 2 - Seção 1 - Aluno A.....	99
Quadro 7: Pergunta 2 - Seção 1 - Aluna B.....	102
Quadro 8: Pergunta 2 - Seção 1 - Aluna C.....	106
Quadro 10: Pergunta 1 - Seção 2 - Aluno A.....	121
Quadro 11: Pergunta 1 - Seção 2 - Aluna B.....	126
Quadro 12: Pergunta 1 - Seção 2 - Aluna C.....	130
Quadro 13: Unidades teóricas - Pergunta 2 - Seção 2.....	132
Quadro 14: Pergunta 2 - Seção 2 - Aluno A.....	135
Quadro 15: Pergunta 2 - Seção 2 - Aluna B.....	137
Quadro 16: Pergunta 2 - Seção 2 - Aluna C.....	140

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	8
RESUMO	13
ABSTRACT	14
1.0 INTRODUÇÃO.....	15
1.1 Problematização, objetivos e hipótese do trabalho	21
1.2 Problematização.....	21
1.3 Objetivo geral	22
1.4 Objetivos específicos.....	22
1.5 Hipótese do trabalho	23
2.0 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	23
2.1 Formação de professores na contemporaneidade.....	24
2.2 A teoria do caos	28
2.3 Uma visão cronológica: a contribuição de Mandelbrot.....	30
2.4 A iteração na construção dos fractais.....	32
2.5 Os fractais e a autossimilaridade.....	33
2.6 Dimensão fractal	44
2.7 Aplicação dos fractais.....	47
3.0 INTERDISCIPLINARIDADE - O SURGIMENTO DO TERMO	49
3.1 O paradigma da complexidade e a metodologia interdisciplinar	50
3.2 Introduzindo a interdisciplinaridade e o pensamento complexo a partir da teoria dos construtos pessoais de George Kelly.....	53
4.0 A PSICOLOGIA DOS CONSTRUTOS PESSOAIS DE GEORGE KELLY	56
4.1 O que são construtos?	57
4.2 A teoria dos construtos pessoais e seus corolários	59
5.0 METODOLOGIA	64
5.1 Caracterização dos sujeitos e campo de pesquisa	65
5.2 Instrumentos de pesquisa	67
5.3 Procedimentos	67
5.4 Detalhando os passos metodológicos	67
6.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 1ª ETAPA DO CICLO	73
6.1 Um pouco sobre a análise textual discursiva.....	73

6.1.1 As duas categorias	77
6.2 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 1	78
6.2.1 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 1 - Aluno A	80
6.2.2 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 - Conceito teórico – Seção 1 - Aluno A	86
6.2.3 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 -Pergunta 1 – Seção 1 - Aluna B	88
6.2.4 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 - Conceito teórico – Seção 1 - Aluna B	92
6.2.5 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 1 - Aluna C	93
6.2.6 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 - Conceito teórico – Seção 1 - Aluna C	95
6.3 Gráfico da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 1	95
6.4 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1	96
6.4.1 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1 - Aluno A	97
6.4.2 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Conceito teórico – Seção 1 - Aluno A	99
6.4.3 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1 - Aluna B	100
6.4.4 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Conceito teórico – Seção 1 - Aluna B	102
6.4.5 Outro olhar – Um destaque a unidade 2.3 da Aluna B	102
6.4.6 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1 - Aluna C	104
6.5 Gráfico da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1	106
6.6 Considerações da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 – Perguntas 1 e 2 – Seção 1	107
7.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 2ª ETAPA DO CICLO	108
8.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 3ª ETAPA DO CICLO	108
8.1 Intervalo entre as aulas na 3ª etapa – Coletando os dados das provas da unidade realizadas pelos alunos	110
8.2 Comentário da prova	110
9.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 4ª ETAPA DO CICLO	113

10.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 5ª ETAPA DO CICLO	114
10.1 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2.....	115
10.1.1 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2 - Aluno A.....	117
10.1.2 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2 - Aluna B.....	122
10.1.3 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2 - Aluna C	126
10.2 Gráfico da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2.....	131
10.3 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2.....	132
10.3.1 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2 - Aluno A.....	133
10.3.2 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2 – Aluna B.....	135
10.3.3 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2 – Aluna C.....	138
10.4 Gráfico da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2.....	140
10.5 Considerações da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 – Perguntas 1 e 2 – Seção 2	141
CONCLUSÃO.....	144
REFERÊNCIAS	147
ANEXOS.....	155

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi investigar, numa turma de licenciandos da UFRPE cursando a disciplina: Fundamentos e Vivências em Práticas Interdisciplinares, quais as condições, obstáculos e possibilidades, para que a ciência contemporânea contribua, através da formação de professores, para a necessária renovação do ensino de ciências. Para tanto se recorreu ao caso dos Fractais tendo como base a Teoria dos Construtos Pessoais de George Kelly (1963), mais especificamente o Ciclo da Experiência. A intervenção foi estruturada em cinco etapas, através das quais os alunos tiveram oportunidade de antecipar e investir na construção do pensamento interdisciplinar e complexo e, posteriormente, confrontar as novas informações adquiridas com suas concepções prévias sobre as relações entre o conceito de fractais, o paradigma tradicional e o paradigma emergente vindo a modificá-las. A análise dos dados permitiu a seguinte conclusão: a postura moderna tradicional, o rigor matemático dos alunos e as relações predominantemente clássicas estabelecidas entre o conceito e adequação ao mundo atual foram enriquecidas por uma postura onde o diálogo com a incerteza favorece o conhecer e o pensar e que é a partir das relações mais complexas que a percepção de interdependência se sobressai, bem como as ideias da ciência contemporânea.

Palavras-chave: Ciência contemporânea. Teoria dos fractais. Ciclo da Experiência kellyana.

ABSTRACT

The objective of this study was to investigate, in a class of future teachers of UFRPE, studying the discipline: "Fundamentos e Vivências em Práticas Interdisciplinares", which the conditions, obstacles and possibilities, so that the contemporary science contributes by through the training of teachers for the necessary renewal of science education. For that, we turn to the case of fractals, taking as a basis the Theory of Personal Constructs of George Kelly (1963), more specifically, the Cycle of Experience. The interlocution was structured in five stages through which students had the opportunity to anticipate and invest in building an interdisciplinary and complex thinking and later confront the new information gained from their preconceptions about the relationship between concept of fractals, the emerging paradigm and the traditional paradigm, with the possibility to modify the preconceptions. Data analysis allowed the following conclusion: the traditional and modern approach, the mathematical rigor of students and predominantly classic relations between the concept and adaptation to the current world have been enriched by a posture in which the dialogue with the uncertainty favors the development of knowledge and thinking. And besides, that is from more complex relationships that stands the perception of interdependence as well as the ideas of contemporary science.

Keywords: Contemporary Science, Theory of fractals, Cycle of the Experience kellyana.

1.0 INTRODUÇÃO

Um recorte histórico no processo educacional nos remete a diferentes paradigmas em diferentes épocas. Thomas Kuhn (1978), o primeiro cientista a definir Paradigma, deixa bem claro seu significado: “são certos exemplos de prática científica atual, tanto na teoria quanto na aplicação que estão ligados a modelos, conceituais de mundo dos quais surgem certas tradições de pesquisa”. Nesse sentido os paradigmas influenciam as áreas do conhecimento, o que pode inclusive repercutir na formação de professores, nas opções metodológicas e na prática pedagógica do docente.

Segundo Behrens (2007):

As investigações com docentes da educação superior permitem afirmar que o professor é influenciado pelo paradigma da sua própria formação, mas que a concepção ou tendência pedagógica que caracteriza a ação docente pode ser modificada ao longo de sua trajetória profissional.

Nesse sentido, é possível orientar professores de Ciências para que, mesmos formados em uma visão paradigmática conservadora, sejam capazes, a partir de uma perspectiva contemporânea de ciência, superar os limites da formação superior tradicional, disciplinar, fragmentada e baseada no paradigma da racionalidade técnica, na direção de um ensino de ciências que contemple a interdisciplinaridade e a complexidade.

Nesse contexto, entre os desafios do ensino da ciência contemporânea, podemos citar, como exemplo, os fractais. Conforme discorre Nascimento, Silva e Maciel (2012):

Temos a clareza que é um tema recente para a maioria dos professores de Matemática, pois em muitos cursos de

licenciatura em Matemática não consta na grade curricular e nem nos livros didáticos, quando aparecem, são apenas de forma ilustrativa, sem a devida orientação de como desenvolver o trabalho.

No que tange a influência de temas contemporâneos, fractais favorece o espírito emergente da complexidade. Conforme Tôrres e Góis “nas características dos objetos e processos fractais está embutida a maioria das características das demais teorias que constituem a ciência da complexidade” (TÔRRES E GÓIS, 2011).

No momento em que as universidades apresentam um individualismo disciplinar, fractais, assim como outros temas contemporâneos, pode recuperar um pouco a consciência de que a interação das partes vai trazer alguma coisa que nos une e dá uma qualidade própria à identidade de cada um de nós.

Com o surgimento da Geometria Fractal, a forma de ver e interpretar a natureza se modifica. Segundo Mandelbrot (1998), nuvens não são esferas, montanhas não são cones, litorais não são círculos e copa das árvores não é lisa, tampouco os relâmpagos viajam em linhas retas. Essas afirmações divergem da concepção euclidiana de mundo.

Um objeto fractal tem sua dimensão, sempre intermediária às dimensões euclidianas, por exemplo, a geometria de relevos, extensões fronteiriças, de uma bolinha de papel, dentre outros, diferencia de um ponto (dimensão zero), uma linha reta (dimensão um), uma superfície plana (dimensão dois) e um sólido (dimensão três) que representam a geometria de Euclides. Nesse sentido, compreender a dimensão fractal é ter uma nova visão de ciência, um novo paradigma.

No pensamento matemático antigo, Galileu e Descartes acreditavam que a natureza não tinha muita escolha na formalização dos seus fenômenos que não os traçados bem comportados descritos por Euclides, por isso, foram obcecados por encontrar nos resultados de suas pesquisas, figuras geométricas ditas perfeitas, como a parábola, a elipse e o círculo. (RICIERI,

1990). Hoje se sabe que as formas da natureza não obedecem apenas à lógica da geometria clássica.

A frequência do tema fractais em trabalhos acadêmicos, sites científicos, livros e revistas nos leva a considerar o estudo desses objetos como uma possibilidade de mudança na prática de ensino oportunizando uma abordagem mais contemporânea e instigante. Nesse sentido, pode-se criar um ambiente de aprendizagem interdisciplinar na sala de aula favorecido pela temática dos fractais.

Normas obrigatórias para a educação básica, já trazem em seu texto, orientações ao estudo da Geometria Fractal, como podemos observar nas Diretrizes Curriculares para a Educação do Estado do Paraná, “[...] geometria projetiva (pontos de fuga e linhas do horizonte); geometria topológica [...] e noção de geometria fractais.” (PARANÁ, 2008, p. 56). Em nível nacional, a inserção do tema mostrou-se presente na prova de Física do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) de 2008. Ressaltamos que o ENEM é hoje um dos principais instrumentos do Governo para avaliação dos estudantes e seu resultado serve como critério de classificação em processos seletivos de várias instituições superiores do Brasil.

Nossa experiência como aluno de Física da UFRPE mostra que apesar de inserida, a abordagem do tema fractais entre licenciandos de Física ainda se faz muito “tímida”, o que nos chama a atenção. Segundo Mandelbrot (1998, p. 207-208), “De uma forma mais geral, a geometria fractal é largamente aceita, [...] Não obstante, ainda não se tornou “acadêmica”, mantendo uma diversidade que é intrínseca, rara, divertida e importante”. O fato da geometria fractal não ser acadêmica e ser considerada como nova não diminui sua importância.

O objeto de estudo desta pesquisa é discutir os desafios e as possibilidades para formar futuros professores de ciências que sejam capazes de lidar com as questões da contemporaneidade, marcadas pelo interdisciplinar, contextual, dentro do paradigma da complexidade. E nesse contexto, como já mencionado, entre os desafios do ensino da ciência contemporânea, podemos citar como um dos exemplos, os fractais.

No mundo atual, o grande desafio da educação é criar na sala de aula um ambiente que favoreça ao aluno a compreensão da realidade, dos contextos de vida e trabalho. Nesse sentido, as instituições de ensino, em particular as universidades, devem preocupar-se em relacionar os saberes da ciência com o cotidiano do aluno.

Em uma sociedade onde a tecnologia já é parte indissociável da relação entre os indivíduos que a compõem é fundamental que temas contemporâneos sejam constantemente vivenciados nos meios acadêmicos oportunizando uma visão matemática da realidade não contemplada no paradigma euclidiano. Acreditamos que os fractais, justamente por representar a matemática do futuro, é muito mais interessante para o jovem. Os problemas tratados são mais interessantes, a visualização é no estilo moderno, parecido com o que se vê em TV e nos computadores. (D'AMBROSIO, 1996, p. 59).

Esse modo de apresentação dos problemas possui maior diversidade e abrangência, o que favorece um paradigma complexo, com sistemas dinâmicos, conteúdos trabalhados de maneira interdisciplinar e contextualizados. Destacamos que o termo complexo usado neste trabalho está associado ao pensamento de Edgard Morin, pensador francês e estudioso do assunto. Morin (2005) contextualiza a complexidade defendendo a interligação de todos os conhecimentos, ou seja, de que tudo no universo está interligado.

Segundo Kilpatrick (1998), um ponto determinante para o surgimento da educação matemática enquanto campo profissional e científico é a preocupação dos próprios matemáticos e de professores de Matemática sobre a qualidade da divulgação e socialização das ideias matemáticas às novas gerações. Nesse sentido, no campo do Ensino de Ciências a preocupação se dá, a partir da necessidade de que a ciência seja compreendida pelos alunos. Para Kilpatrick (1998), fractais estariam inseridos no contexto que favorece a socialização das ideias.

Segundo Fuzzo (2007), ao introduzirmos o estudo da Geometria Fractal na sala de aula, os alunos têm a oportunidade e a capacidade de investigar

tópicos da Matemática por um novo ângulo, de fazerem conexões tanto dentro da própria Matemática e o mundo da Natureza e do Homem, e de explorarem a Matemática por caminhos não-analíticos. Significa dizer que os alunos podem ir além da matemática interagindo e gerando algo novo, por exemplo, entender a interligação entre as diferentes disciplinas, quebrando a compartimentalização de conteúdos o que vai de encontro ao contexto tradicional do ensino de ciências, pautado no paradigma disciplinar e da racionalidade técnica.

Conforme discorre Filho (2007):

Uma educação nos modelos clássicos trabalha com a ideia de uma verdade definitiva, onde os estudantes apenas ouvem discursos de como funcionam as leis e fórmulas das ciências, não conseguindo dimensionar o que é ciência, não sendo capazes de compreendê-la e fazer uma análise crítica de seu processo de construção e atuação no mundo. O modelo tradicional de ensino não estava preocupado em dotar os estudantes de elementos capazes de fazê-los compreender o mecanismo da ciência atual, mas na simples reprodução de conhecimentos.

O estudo dos documentos oficiais e também das pesquisas acadêmicas em educação matemática confirmaram que o conceito fractal é de natureza pragmática, ou seja, os fractais estão relacionados à melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem. (MOURA, 2011).

Por ser uma temática que vem tendo destaque, esse assunto nos despertou interesse e motivação para a realização deste trabalho. O estudo dos fractais e sua geometria tem sido reconhecidos como um ramo da Matemática com grande atuação e importância na Biologia e na Medicina. No entanto, mesmo diante de diversos trabalhos realizados sobre o tema, pouco se tem pesquisado acerca do conceito de fractais e sua aplicação no ensino das ciências.

Um segundo ponto que nos motivou a realizar esta pesquisa atrela-se a experiência adquirida durante os anos de prática como professor do ensino médio, nas esferas privada e estadual e no ensino superior em tarefas desenvolvidas como tutor do curso de Física da UFRPE. Isto nos levou ao entendimento de que os temas que despertam interesse nos alunos estão, quase sempre, relacionados à questão da modernidade e da tecnologia associadas à prática no cotidiano.

Neste contexto, percebemos que para o professor, também é importante desenvolver metodologias que facilitem a aprendizagem dos alunos sobre temáticas contemporâneas, o que nos faz pensar que as especulações científicas trazidas pelos fractais, verdadeiras obras de arte da natureza, podem atrair a curiosidade e motivar os estudantes para a construção de um conhecimento significativo.

Diante do exposto, levantamos o seguinte questionamento: quais os desafios e possibilidades da ciência contemporânea (interdisciplinar e complexa), na formação do professor de ciências, na perspectiva de superar o paradigma disciplinar e da racionalidade técnica do ensino de ciências?

Na tentativa de compreender quais são esses desafios, abordamos, inicialmente, a teoria do caos, em seguida, tratamos os fractais, a interdisciplinaridade, e finalmente, como pano de fundo desta abordagem, apresentamos um olhar debruçado sob a Teoria dos Construtos Pessoais (TCP) proposta por George Kelly (1963) baseada num postulado fundamental, que fornece o embasamento para onze corolários, entre eles o corolário da Experiência, que fundamenta nossas atividades pedagógicas a partir do Ciclo da Experiência de Kelly (CEK).

Faz-se necessário, para uma melhor compreensão do nosso objeto de análise e o que pretendemos a partir deste trabalho, clarificar o nosso problema de pesquisa e o que propomos objetivamente para revelá-lo.

1.1 Problematização, objetivos e hipótese do trabalho

O estudo de fractais nos faz pensar quão grande é o desafio de inserir no contexto acadêmico situações que favoreçam a compreensão de temas contemporâneos. As lacunas deixadas na prática pedagógica nas instituições superiores, em particular no curso de licenciatura plena de Física da UFRPE, mostra que é preciso rever a metodologia que se usa na sala de aula.

Compreender quais os desafios e possibilidades da ciência contemporânea (interdisciplinar e complexa), na formação de professores, na perspectiva de superar o paradigma disciplinar e da racionalidade técnica do ensino de ciências, a partir de uma perspectiva Kellyana é fundamental para a construção de novas abordagens que busquem provocar mudanças na estrutura cognitiva dos futuros professores.

É diante desta reflexão que apresentamos nosso problema de pesquisa.

1.2 Problematização

Para dar conta do desafio de formar professores de ciências que sejam capazes de lidar com questões contemporâneas e contribuir com a necessária renovação do ensino de ciências, apresentaremos o tema Fractais numa perspectiva kellyana e levantamos como problematização do nosso objeto de estudo, o seguinte questionamento:

- Quais os desafios e possibilidades da ciência contemporânea (interdisciplinar e complexa), para a formação do professor, na perspectiva de superar o paradigma disciplinar e da racionalidade técnica do ensino de ciências?

A partir deste questionamento construímos os objetivos a seguir.

1.3 Objetivo geral

- Compreender que fatores, condições, obstáculos e possibilidades da ciência contemporânea podem contribuir na formação de professores, com a necessária renovação no ensino de ciências.

1.4 Objetivos específicos

- Identificar o paradigma dominante (tradicional ou emergente) na formação de professores de ciências a partir de estudo empírico entre licenciandos da UFRPE;

- Compreender as concepções de licenciandos de ciências em formação sobre ensinar ciências a partir de estudo empírico entre licenciandos da UFRPE;

- Identificar os obstáculos e as possibilidades da ciência contemporânea para a formação de professores que contribuam para o estabelecimento de concepções emergentes sobre ensinar ciências;

Analisar a concepção de estudantes da área de ciências quando vivenciam atividades interdisciplinares e com foco no paradigma da complexidade.

Ao tentar responder a essas questões, esperamos oferecer alguns subsídios que colaborem para a melhoria da prática em sala de aula no que tange não apenas à compreensão por parte dos alunos do conceito de fractais, mas, principalmente, na avaliação do impacto que essa nova perspectiva paradigmática pode ter na formação de professores com vistas à renovação do ensino de ciências.

1.5 Hipótese do trabalho

- A introdução, na formação de professores, de uma visão contemporânea da ciência, que traga em seu bojo uma perspectiva paradigmática de complexidade e pensamento interdisciplinar, pode contribuir para a necessária renovação no ensino de ciências.

2.0 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para a compreensão do presente trabalho, a fundamentação foi concebida a partir de uma breve reflexão sobre a necessária renovação do ensino das ciências, a partir da discussão sobre a formação de professores de ciências na contemporaneidade. Esse ponto busca responder aos desafios encontrados para conseguir uma aprendizagem significativa na área do Ensino de Ciências.

Posteriormente, dando ênfase a temática contemporânea e destacando a interligação entre os conteúdos, apresentamos uma visão cronológica do surgimento de fractais, onde ressaltamos a importante contribuição de Mandelbrot, construindo um paralelo entre a geometria euclidiana e a concepção paradigmática da geometria fractal como uma nova forma de interpretar a natureza.

Conforme Oliveira (2004) os fractais podem ser encontrados em todo o universo natural e em toda a ciência, desde o aspecto das nuvens, montanhas, árvores e relâmpagos, até à distribuição das galáxias, assim como na arte e na matemática.

Nesse sentido, os fractais, assim denominados por Benoit Mandelbrot, são figuras geométricas diferentes daquelas apresentadas na geometria euclidiana devido a suas características, como por exemplo, auto-similaridade, dependência de escala (Scaling) e dimensão fractal. Geralmente, eles são formados ou gerados a partir de um processo iterativo (fractais determinísticos ou geométricos) ou recursivo e retratam a verdadeira geometria das formas do mundo real.

Em seguida apresentamos a geometria fractal através dos fractais clássicos de Cantor, Koch, Sierpinski, e Peano, destacando duas, das três características já mencionadas anteriormente - a auto-semelhança e a dimensão - e descrevendo alguns exemplos de fractais em sistemas dinâmicos como os conjuntos de Julia, e o fractal de Mandelbrot, que são alguns dos fractais mais famosos.

Trataremos ainda da interdisciplinaridade, do paradigma da complexidade, da TCP de George Kelly, seu postulado fundamental e seus onze corolários. Finalmente, será apresentado o CEK como aporte teórico para a orientação das atividades que serão realizadas em sala de aula.

2.1 Formação de professores na contemporaneidade

A grande “sacada” da educação talvez seja a relação (interação entre as pessoas). Para Behrens (2007), é preciso ampliar a visibilidade de como se efetiva a relação entre as pessoas. Segundo ela, a relação gera ação, atitude e qualidade. Quando a visibilidade é ampliada, a maneira como se observam os fenômenos se torna mais próxima do “real”, ou seja, uma escola que abre seu horizonte para compreender a sociedade na qual está inserida torna-se mais capaz de preparar alunos críticos e reflexivos.

Contudo, esse não é um pensamento novo. Ao contrário, essa forma de pensar já vem se estabelecendo há décadas. O fato é que mesmo com a consciência de que é preciso fazer diferente, são poucas as atitudes que de fato provocam uma revolução no que tange às questões educacionais. Como o ensino das ciências pode promover uma nova concepção de ciência?

O cenário educativo de hoje, ainda com ranço do paradigma tradicional, está repleto de conflitos tão visíveis quanto à necessidade que eles mesmos trazem de mudanças que fortaleçam um novo paradigma, a saber, o paradigma emergente. É evidente um contexto atual de, no mínimo, uma insegurança por parte dos professores de como devem proceder em sala de aula, a fim de

produzirem uma relação harmoniosa entre o que se deseja, como produção do conhecimento, o que se faz, e como se faz para alcançar esse conhecimento.

Nesse sentido, Santos (2009), afirma que através de pesquisas relacionadas sobre a formação de professores ao longo do processo histórico, é visível perceber que esta sofreu uma profunda e constante tensão. Uma tensão que se origina do confronto entre sua institucionalidade e sua práxis e que se desdobra em outras.

Os desafios do nosso mundo nos remetem ao pensamento complexo.

Conforme Morin (2007, p. 13):

A um primeiro olhar, a complexidade é um tecido (complexus: o que é tecido junto) de constituintes heterogêneos inseparavelmente associados: ela coloca o paradoxo do uno e do múltiplo. Num segundo momento, a complexidade é efetivamente o tecido de acontecimentos, ações, interações, retroações, determinações, acasos, que constituem nosso mundo fenomênico.

É preciso aceitar a hipótese de que o paradigma tradicional já não é mais capaz de formar cidadãos críticos. Em consequência disso, esse paradigma, passa a ser desacreditado, abrindo espaço para o surgimento de novos paradigmas. É inegável que a escola moderna foi eficiente, e de certa forma tem sido até hoje, o problema é que a humanidade começou a lidar com determinadas questões que esse conhecimento moderno, compartimentalizado, não consegue resolver.

As ações docentes continuam sendo desenvolvidas, ainda hoje, em práticas alimentadas fundamentalmente na ciência moderna, e se fazem fragmentadas, simplistas, conservadoras e descontextualizadas. Conforme Azevedo (2008), estudos evidenciam que o Ensino de Ciências se mantém voltado para o acúmulo de conceitos pelos estudantes, objetivando a assimilação do conhecimento científico pela memorização.

Segundo Amaral (2003), constatações a respeito do Ensino de Ciências, dessa última década, são análogas às aquelas feitas por pesquisadores da área, como Fracalanza (1986); Delizoicov (1990); Krasilchik (1987); Cachapuz (2005), entre outros. Essas constatações, conforme a autora, revelam um Ensino de Ciências com características idênticas às de três décadas atrás, ou seja, ainda não foi superada a postura de professores que consideram esse ensino como uma descrição teórica e/ou experimental, afastando-o de seu significado ético e das relações com o mundo do estudante e, conseqüentemente, com suas reais necessidades.

Portanto, estamos diante de um desafio que Edgar Morin, em sua obra “A Cabeça Bem-feita”, classifica como: “desafio da globalidade”. Segundo Morin (2005, p. 14), o desafio da globalidade é também o desafio da complexidade.

Existe complexidade, de fato, quando os componentes que constituem um todo (como o econômico, o político, o sociológico, o psicológico, o afetivo, o mitológico) são inseparáveis e existe um tecido interdependente, interativo e inter-retroativo entre as partes e o todo, o todo e as partes.

O trecho acima nos mostra que é preciso substituir um pensamento que isola e separa, por um pensamento que distingue e une. Esse conjunto de ações caracteriza uma integração sistêmica que está presente no sistema complexo. Nesse sentido, o complexo se opõe ao simplismo.

A partir da promulgação da LDBEN nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996 (BRASIL, 1996) muitas expectativas em relação à formação de professores, à profissão docente, ao papel da escola e à concepção de conhecimento escolar, entre outras foram geradas. Em seu Art. 3º, encontramos: O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios: II - liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar a cultura, o pensamento, a arte e o saber; III - pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas. É evidente na lei a tentativa de uma escola mais acolhedora e um ensino que

busca ansiosamente uma prática condizente com o contexto no qual essa escola se insere.

No entanto, mesmo diante das políticas e ações governamentais, a necessidade apresenta-se muito além das questões legislativas, é preciso incorporar uma prática docente de caráter racional, no sentido de que, se a ciência contemporânea reforça o papel inventivo do cientista, o docente contemporâneo deve ser carregado de hipóteses, conjecturas e qualquer processo que possibilite a detecção de erros. Mas isso só será possível a partir da formação de professores com uma visão de educação voltada à interdisciplinaridade e complexidade.

Para Martinazzo e Nascimento (2008), os cursos de formação docente precisam equilibrar saber teórico-prático e saber pedagógico e oportunizar aos professores a construção de conhecimentos mais aprofundados nas áreas substantivas no intuito de fazer emergir competências para trabalhar os diferentes conteúdos nos níveis dos educandos sabendo como realizar a transposição didática desses conteúdos.

Além disso, conforme Nardi, Bastos e Diniz (2004), a “arte de ensinar” dar-se quando o educador possui habilidades na utilização e aplicação de procedimentos de ensino. Nesse sentido, mais que conhecimento é preciso desejar, querer e acima de tudo amar o que se faz.

É evidente que a perspectiva apresentada acima não é uma questão fácil de resolver, e também não temos a intenção de apresentar uma solução para essa realidade. Contudo, diante do quadro de inoperância da formação de professores de ensino de ciências na contemporaneidade, reforçamos que, este trabalho busca identificar: quais os limites e possibilidades que impedem que futuros professores contemplem a interdisciplinaridade e complexidade na direção de superar o paradigma disciplinar e da racionalidade técnica de sua formação superior?

Para responder a essa pergunta, devemos considerar a formação de professores de ciência na contemporaneidade como um elemento preponderante nesse processo de transformação de pensamento. Essa

transformação na maneira de pensar faria com que os futuros professores de ciências se entendessem como parte de um sistema.

Dessa forma, precisamos romper com os limites entre os saberes e descobrir pontos fundamentais em cada disciplina. Na formação dos professores de ciência deve ser vista uma nova concepção de ciência, que não deve ser isolacionista, extremamente especialista, que favorece uma visão de partes em detrimento da visão do todo.

O que se busca é uma nova Física, Matemática, Química, Biologia que dialoga com outros saberes. Nesse sentido, trataremos mais adiante dos Fractais, buscando compreender como temas contemporâneos podem contribuir para a interligação entre diferentes áreas e/ou disciplinas, apresentando seus limites e obstáculos na tentativa da renovação do ensino das ciências. Antes, porém, apresentamos um pouco da Teoria do Caos.

2.2 A teoria do caos

No senso comum a palavra caos significa desordem, porém na matemática caos tem um significado bem diferente. Se um sistema qualquer apresentar extrema sensibilidade às condições iniciais, então estamos falando do caos. A Teoria do Caos, assim denominada pelo físico norte-americano James Yorke, teve seu início nos estudos do meteorólogo, também norte-americano, Edward Lorenz, do Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.), sobre previsões climáticas.

Ao contrário do que se pensa, existe uma ordem, um padrão em um sistema caótico. Ou seja, um sistema caótico não é aleatório, o comportamento do caos pode ser determinado por uma equação e por isso pode ser chamado de caos determinístico. Edward Lorenz conseguiu mostrar que com equações envolvendo apenas três variáveis: temperatura, pressão atmosférica e velocidade dos ventos era possível fazer previsões do tempo.

Um destaque vale ser feito, a visão de mundo reducionista e fragmentada não consegue perceber no caos a ordem. No pensamento cartesiano não se pode encontrar previsibilidade no imprevisível, regularidade no irregular ou ainda ordem na desordem. Dessa forma, a teoria do caos mostra-se a partir de um novo paradigma, um paradigma onde o todo é a parte e a parte é o todo, ou seja, a teoria do caos se apresenta a partir de uma visão complexa de mundo.

A renovação do ensino de ciências passa antes pela mudança do pensamento sistemático para o sistêmico. Segundo Morin “conhecer ou pensar não consiste em construir sistemas sobre as bases certas – é dialogar com a incerteza” (MORIN, 2000, p. 163). Nesse sentido, a incerteza se caracteriza na desordem e o diálogo se dá entre o cientista e a ciência, entre o aluno e o professor, entre a ordem e a desordem. Dessa forma, este trabalho busca na desordem a ordem.

Antoni Colom (COLOM, 2004, p. 134) afirma:

“Acredito que a teoria do caos cumpra essa missão de nos mostrar, tal como é, a realidade da educação: fenômeno irreversível no temporal, de alta complexidade, absolutamente não linear, com diferenças significativas em seu ponto de partida (a diversidade genética e social, biológica e psicológica, cultural e de classe, que já se dá entre as crianças das escolas infantis), imprescindível, de alta contingência, continuamente estruturante e, por estruturar, dinâmico e, definitivamente, caótico”.

Este pensamento serve de “alicerce” para esta pesquisa, “beber nesta fonte” significa estar impregnado da visão contemporânea. A ciência que trata do caos é a ciência que rompe com o pensamento reducionista e fragmentado. Desse modo, as figuras geométricas instigantes, complexas, desafiadoras chamadas fractais desafiam o rigor tradicional das figuras euclidianas e conferem certa ordem ao caos.

2.3 Uma visão cronológica: a contribuição de Mandelbrot

A geometria ensinada nas escolas, a geometria de Euclides, desde cedo, busca conciliar as coisas que nos cercam com riscos e formas bem determinados. Não seria incomum, para os alunos do ensino médio e/ou graduandos de cursos como Matemática, Física e Química entre outros, comparar montanhas com cones e a lua com esfera. Nesse sentido, um litoral, como é apresentado nos livros de Geografia, poderia ser bem representado por uma linha.

Mas, para Mandelbrot, a questão era: e as reentrâncias, as lascas? A natureza não estaria tão bem representada pela geometria euclidiana. “o mundo não é puro, macio e liso, mas áspero, irregular e descontínuo. As formas clássicas, mais que pobres, eram impotentes para explicar as impurezas”. (MANDELBROT, 1998). O destaque nesta afirmação dar-se na tentativa “impotente” de explicar as impurezas a partir da geometria euclidiana, para Mandelbrot, as formas clássicas eram pobres e insuficientes para representar uma realidade rica e para a qual o paradigma vigente não apresentava resposta.

A partir da década de 50, Benoît Mandelbrot, matemático francês, impulsionado por sua extraordinária capacidade de interpretar a geometria de fenômenos naturais irregulares, compreendeu que estas formas geométricas apresentavam características comuns bastante notáveis (CAPRA, 2006).

Matemáticos como George Cantor, Giuseppe Peano, Helge von Koch e Waclaw Sierpinski, contrariando a geometria euclidiana, já haviam criado figuras consideradas estranhas e indefinidas, por se tratarem de objetos sem formas. Representadas, na literatura científica estas figuras estranhas eram chamadas de “monstros matemáticos”. Segundo Janos (2008), esses “monstros” são objetos sem forma definida, diferente das figuras que estamos acostumados a representar por retas ou curvas.

Em 1890, Giuseppe Peano, publicou mais um “monstro matemático”, o que depois se tornaria sua famosa curva, conhecida como a curva de Peano.

Nessa época, Peano voltava seus estudos para as noções de continuidade e dimensão. Vale ressaltar que Giuseppe Peano foi precursor dos trabalhos de Mandelbrot em relação à geometria fractal. A Curva de Peano é um exemplo de fractal que preenche todo o plano e é construída por um processo iterativo, como será observado neste trabalho.

No início do século XX o matemático polonês, Helge Von Koch, introduziu uma das formas mais simples gerada pela interação, a curva que recebe seu nome, a qual é chamada de Curva de Koch ou Curva do Floco de Neve. Exploraremos a construção desse fractal mais adiante. Vale ressaltar que foi no século, XX que se deu o início da ciência contemporânea influenciada pela Teoria da Relatividade (Einstein) e pela Física Quântica (Heisenberg, Bohr).

Outro matemático polonês Waclaw Sierpinski também teve uma importante participação no desenvolvimento da geometria fractal, foi ele, em 1916, o responsável por apresentar mais um famoso fractal, um “monstro” que ficou conhecido por Triângulo de Sierpinski. Neste trabalho também mostraremos como construir esse fractal. Para Moura (2011), o triângulo de Sierpinski é a forma geométrica mais usual, tanto nos trabalhos acadêmicos, quanto nos livros didáticos.

No ano de 1970, influenciado pelos trabalhos desses matemáticos, Benoit Mandelbrot publicou o livro “The Fractal Geometry of Nature” no qual, como já mencionado, introduziu o termo “fractal” (BARBOSA, 2005). Mandelbrot criou a geometria fractal para representar formas semelhantes às existentes na natureza. Ainda segundo Barbosa (2005), Mandelbrot é considerado o “Pai da Geometria Fractal”.

Em 1985, Mandelbrot publicou na revista Scientific American, o fractal de Mandelbrot, algo extremamente novo e com uma geometria “moderna”. Com a ajuda do computador e dos trabalhos de Pierre Fatou e Gaston Julia do século XIX, Mandelbrot realizou iterações com elementos no plano complexo e criou o que ficou conhecido mais tarde como o mais complexo objeto da Matemática. Conforme Janos (2008), “em seu interior, infinitas regiões podem ser

observadas (...) o de Mandelbrot é, sem dúvida, um dos objetos mais intrincados que conhecemos”.

Nesta parte da fundamentação, queremos ressaltar algo de extrema relevância. Apesar do estudo de fractais estar gradativamente ganhando espaço no meio acadêmico, o que percebemos é ainda uma tênue relação entre esse campo da ciência e as diversas disciplinas oferecidas nas instituições de ensino superior. Acreditamos ser uma rica oportunidade explorar esse tema de maneira interdisciplinar entre futuros professores das ciências.

Nossa experiência como professor mostra que o nome de Mandelbrot é praticamente desconhecido entre os graduando do curso de licenciatura em Física na UFRPE, o que merece destaque, uma vez que hoje se entende por geometria fractal um ramo da Matemática que estuda os fractais. Além disso, a geometria dos fractais é considerada uma geometria não euclidiana, pois nenhum dos cinco postulados de Euclides é satisfeito, o que nos remete a um novo paradigma. Nesse sentido é relevante que os alunos entendam os diferentes aspectos entre as dimensões euclidiana e fractal.

2.4 A iteração na construção dos fractais

Entende-se por iteração o processo que se repete por diversas vezes para se chegar a um resultado e a cada vez gera um resultado parcial que será usado na vez seguinte.

Na tentativa de clarificar o conceito de fractais que seguirá nas próximas linhas desta fundamentação, pensamos que seria antes, conveniente, apresentar de que forma estaremos tratando o conceito de iteração. Na pesquisa bibliográfica realizada para a produção deste trabalho, verificamos uma tendência em se tratar a iteração no mesmo momento que se define fractais ou logo após a abordagem do conceito de fractais.

Para que se perceba a diferença entre a simplicidade e a complexidade dos fractais, é preciso que se observe o processo iterativo que gera certo contraste. A iteração apresenta-se no ato de repetir infinitamente determinado processo geométrico e/ou algébrico. Assim cada fractal para ser construído deve ser disposto a um número infinito de procedimentos o que implicará uma estrutura complexa. Segundo Capra (2006), a técnica principal para se construir um fractal é a iteração.

Na geometria fractal os processos iterativos caracterizam as iterações em dois tipos: a iteração algébrica e a iteração geométrica. Destacamos, no texto abaixo, a importância dos computadores nas iterações geométricas.

Com a ajuda de computadores, as iterações geométricas simples podem ser aplicadas milhares de vezes em diferentes escalas, para produzir os assim chamados forjamentos (forgeries) fractais-modelos, gerados por computador, de plantas, árvores, montanhas, linhas litorâneas e tudo aquilo que manifeste uma semelhança espantosa com formas reais encontradas na natureza (CAPRA, 2006, p. 120).

No trecho acima destacamos, como já antes mencionado, a importância dos computadores na criação de determinados fractais. O computador foi uma ferramenta muito útil nos estudos iniciais de Mandelbrot. Esse fato pode favorecer, ao professor, em algumas atividades, o uso das máquinas em laboratórios fazendo o uso de programas que, por exemplo, determinam dimensões fractais. A partir dessa perspectiva é que introduzimos o conceito de fractais.

2.5 Os fractais e a autossimilaridade

Durante muito tempo a geometria euclidiana descrevia de forma satisfatória o mundo em que vivemos. Entretanto, ao longo do tempo vários questionamentos relacionados à sua consistência foram surgindo, o que gerou um grande acontecimento na história da matemática, a descoberta de

representações não euclidianas. Isso abriu caminho para novas interpretações do mundo e o surgimento da geometria fractal.

De início, conceituar fractais não é algo simples e as tentativas para definir tal conceito têm deixado algumas lacunas. Para Mandelbrot (1998), essas impossibilidades primeiras não inviabilizam as concepções já existentes acerca de fractais nem impedem seu estudo. Ao contrário, é preciso dar ênfase ao caráter instigante desses objetos.

Será necessário definir uma figura fractal de modo rigoroso, para em seguida dizer que um objeto real é fractal por semelhança à figura geométrica que constitui o modelo? Considerando que um tal formalismo seria prematuro, adoptei [...] um método baseado numa caracterização aberta e intuitiva, onde os avanços se efectuam por retoques sucessivos. (CARVALHO, 1986).

O trecho acima clarifica que o conceito de fractais não se dá de forma tão simples. Nesse sentido, nos últimos anos, diferentes definições de fractais têm surgido. No entanto, a noção que serviu de fio condutor a todas as definições foi introduzida por Benoît Mandelbrot através do neologismo "fractal", que surgiu do latino fractus, que significa irregular ou quebrado. Ainda de acordo com Mandelbrot:

Eu cunhei a palavra fractal do adjectivo em latim fractus. O verbo em latim correspondente frangere significa quebrar: criar fragmentos irregulares, é contudo sabido – e como isto é apropriado para os nossos propósitos! – que, além de significar quebrado ou partido, fractus também significa irregular. Os dois significados estão preservados em fragmento. (MADELBROT, 1983, p.2).

Essa característica fractária acima é a definição mais aceita para o termo. Segundo Alves (2007), fractais são formas compostas de partes que, de algum modo, são semelhantes ao todo. Os fractais são formas geométricas

abstratas de uma beleza incrível, com padrões complexos que se repetem infinitamente, mesmo limitados a uma área finita. Mandelbrot constatou ainda que todas estas formas e padrões possuíam algumas características comuns e que havia uma curiosa e interessante relação entre estes objetos e aqueles encontrados na natureza.

Um fractal é gerado a partir de uma fórmula matemática, muitas vezes simples, mas que aplicada de forma iterativa, produz resultados impressionantes. Na literatura encontramos algumas definições de fractal. De acordo com Borssoi (2005, p.11), as principais características dos fractais são:

Autossimilaridade: Ao tomarmos um trecho do fractal, percebemos que tal trecho é semelhante ao fractal, apenas com uma redução na escala, do tamanho original. Esta característica permanece em qualquer nível de construção do fractal; Estrutura fina: O grau de detalhamento de um fractal não diminui se examinarmos uma porção arbitrariamente pequena do mesmo. O fractal possui detalhes em partes tão pequenas como possamos imaginar; Simplicidade da lei de formação: o alto grau de detalhamento e a complexidade da estrutura de um fractal não impedem que sejam formados por processos simples. Assim é possível construirmos fractais, aplicando algoritmos.

Segundo Assis et al., (2008):

Tecnicamente, um fractal é um objeto que apresenta invariância na sua forma à medida em que a escala, sob a qual o mesmo é analisado, é alterada, mantendo-se a sua estrutura idêntica à original. Isto não é o que ocorre, por exemplo, com uma circunferência, que parece reduzir a sua curvatura à medida em que ampliamos uma das suas partes.

Para Stewart (1996), os fractais são formas geométricas que repetem sua estrutura em escalas cada vez menores (STEWART, 1996, p. 12). Nesse sentido, fractais são objetos ou processos que apresentam; autossimilaridade, dependência de escala e dimensão fractal.

Existem duas categorias de fractais: os geométricos (determinísticos), que repetem continuamente um modelo padrão e os não lineares (aleatórios e da natureza), os aleatórios são feitos através dos computadores, (MENEZES E CUNHA, 2003). A seguir a (figura 1) representa um fractal aleatório.

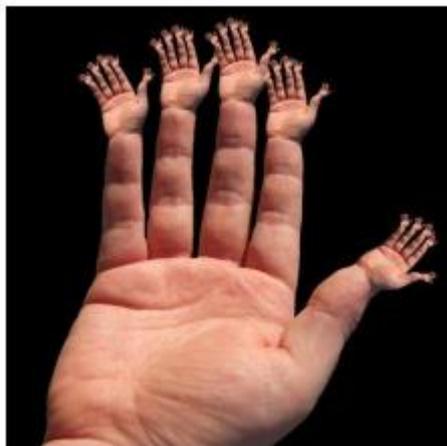
Figura 1: Fractal Aleatório



Fonte: Alves,(2007, p.40)

Além de se apresentarem como formas geométricas, os fractais representam funções reais ou complexas e apresentam, como já mencionado, determinadas características: autossimilaridade, dimensionalidade e complexidade infinita. Na (figura 2) encontramos um exemplo curioso de autossimilaridade.

Figura 2: Exemplo de autossimilaridade



Fonte:<http://alinguagemdo caos.cygnusnet.org/2008/01/qual-o-som-de-uma-s-mo-bater-palmas.html>

Os elementos da natureza que possuem características de autossimilaridade são classificados como fractais da natureza, entre eles estão: árvores, nuvens, algumas rochas, couve-flor, brócolis, pulmões, sistema arterial do coração, relâmpago, sistemas fluviais e outros como se pode observar na (figura 3).

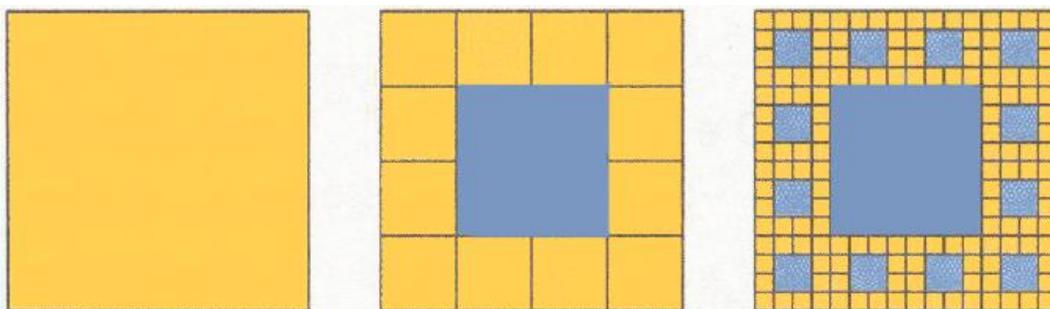
Figura 3: Fractais da Natureza



Fonte: Smole e Diniz (2010a, p. 73) e Ribeiro (2010a, p. 95)

Quando os fractais são gerados a partir de figuras geométricas são classificados como fractais geométricos. Nesse grupo, estão a Curva de Koch, o Triângulo, o Tapete de Sierpinski e a Esponja de Menger. Abaixo segue a figura do Tapete de Sierpinski (figura 4).

Figura 4: Tapete de Sierpinski



Fonte: Alves (2007, p. 41).

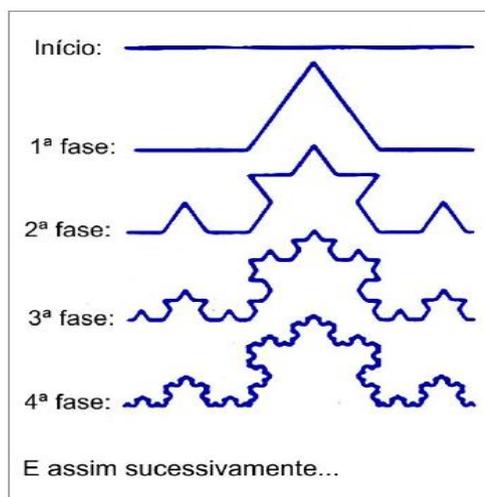
Uma figura é autossemelhante se uma parte dela é semelhante a toda a figura. Podemos observar esta característica na Curva de Koch. A

autossimilaridade estatística verifica-se quando o fractal contiver dentro de si formas estatisticamente idênticas à sua forma global, a escalas tão pequenas quanto se queira.

A curva de Koch é um fractal geométrico. Para gerá-lo, parte-se de um segmento de reta, que depois é dividido em três segmentos iguais e substituído o segmento central por dois outros segmentos que formariam um triângulo equilátero com o segmento central que foi retirado. Desta maneira, obtêm-se quatro segmentos idênticos, em que serão realizados os mesmos procedimentos com cada um deles, e assim sucessivamente. A (figura 5) é chamada de curva de Koch.

Segundo Mandelbrot (1998), a curva de Koch era uma imagem necessária para compreender o mundo da natureza. Não era monstruosa, mas fractal. Suas pontas e zigue-zagues davam uma lição sobre como ocupar eficientemente o espaço. Corpos perfeitos são ineficientes. Brônquios, alvéolos, o sistema capilar, tudo isso é fractal e, portanto, capaz de desempenhar com a máxima efetividade o seu papel biológico.

Figura 5: Curva de Koch

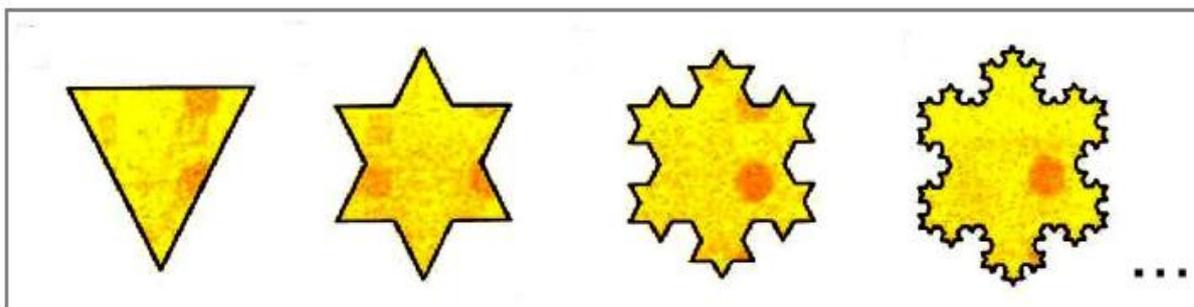


Fonte: Smole e Diniz (2010b, p. 246).

O floco de neve de Koch (figura 6) é gerado, inicialmente, com um triângulo equilátero de lados unitários; em seguida, divide-se em três cada um

dos segmentos unitários, constrói-se um triângulo equilátero no terço do meio e, finalmente, retira-se a base de cada um dos novos triângulos equiláteros. Continuando esse processo indefinidamente, obtém-se uma curva limite chamada de floco de neve.

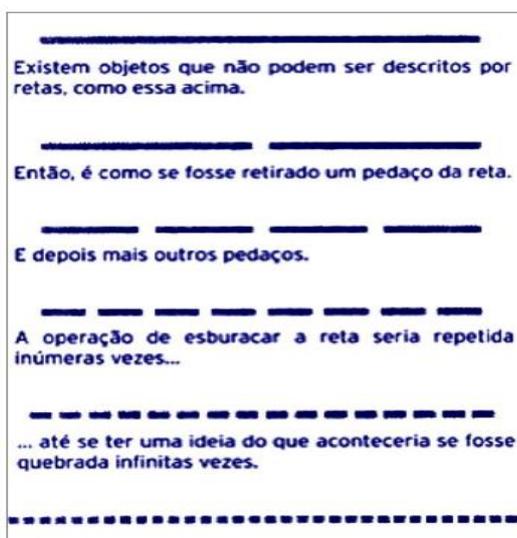
Figura 6: Floco de Neve de Koch



Reis e Trovon (2009a, p. 9).

O Conjunto de Cantor (figura 7), também conhecido como Poeira de Cantor, é uma forma geométrica obtida a partir de um segmento de reta. Primeiro, divide-se esse segmento em três partes iguais e retira-se o segmento central. Repetem-se esses mesmos procedimentos com os dois segmentos restantes, e assim sucessivamente.

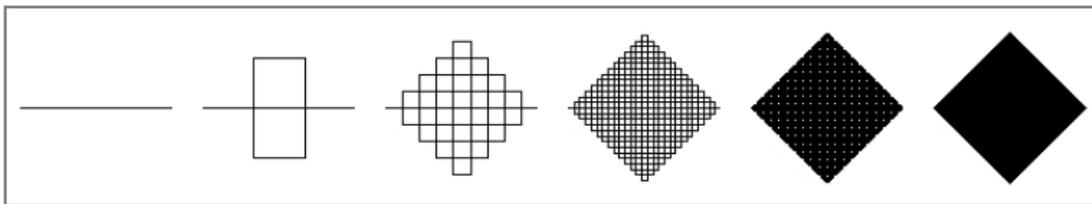
Figura 7: Construção Geométrica do Conjunto de Cantor



Fonte: Smole e Diniz (2010b, p. 246).

A auto semelhança também está presente no fractal, já mencionado neste trabalho, conhecido como Curva de Peano (figura 8). Para se construir a Curva de Peano, começa-se, por exemplo, com um segmento de reta unitária, e em seguida, colocamos os nove segmentos de comprimento $1/3$. Aplica-se o mesmo procedimento para os nove segmentos e assim infinitas vezes.

Figura 8: Curva de Peano



Reis e Trovon (2009b, p. 8).

Antes de continuar tratando a autossimilaridade presente nos fractais, é importante citar que: Mandelbrot (1998, p. 207), destacou a autossimilaridade como uma das principais noções, ao afirmar que a “Geometria Fractal é o estudo de diversos objetos, tanto matemáticos como naturais, que não são regulares, mas rugosos, porosos, ou fragmentados, sendo-o no mesmo grau em todas as escalas”.

A autossimilaridade pode ser: estritamente autossemelhança (determinística), ou autossimilaridade aproximada, ou ainda, autossimilaridade estatística (não determinística). As baías, por exemplo, são estatisticamente semelhantes às linhas litorâneas e a rugosidade das cordilheiras está reproduzida estatisticamente num simples pedaço de rocha. A autossimilaridade não ocorre em todos os fractais, nem em todas as partes de um fractal. (MOURA, 2011).

De qualquer forma, a autossimilaridade é uma característica marcante de um fractal. Uma questão curiosa destacada por Carvalho (2005), é que ampliando uma parte pequena de um círculo percebemos que ela é uma curva, ampliando ainda mais essa parte da curva e repetindo estas etapas

indefinidamente a curva tenderá a uma reta. Este processo é conhecido como renormalização.

Nesse sentido, a diferença fundamental entre o círculo mencionado acima e um objeto fractal está no fato de que em uma figura fractal as ampliações sempre se parecem com toda a figura (CARVALHO, 2005). Vamos apresentar agora um fractal chamado de Triângulo de Sierpinski (figura 9).

Figura 9: Triângulo de Sierpinski



Fonte: Alves (2007, p. 40).

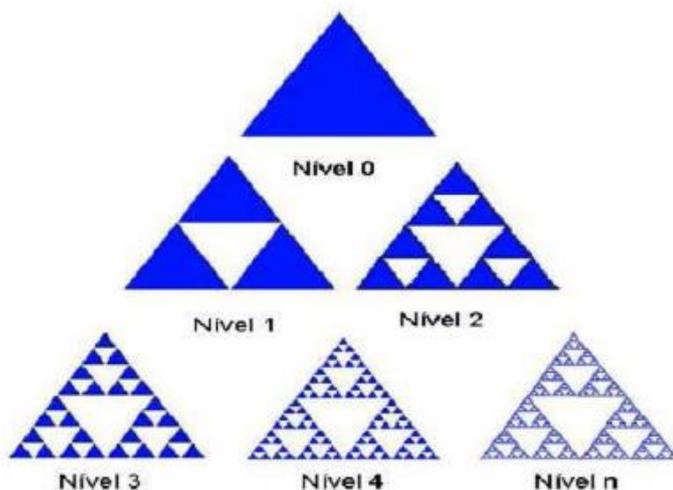
Esse monstro matemático famoso, a Curva de Sierpinski ou triângulo de Sierpinski foi apresentado em 1916 por Sierpinski (BARBOSA, 2005). Para clarificar a construção desse fractal seguiremos os passos apresentados por Pallesi (2007), que apresenta a seguinte sequência para a construção do Triângulo de Sierpinski:

Parte-se de uma superfície delimitada por um triângulo equilátero totalmente preenchido no plano, sobre o qual aplicamos sistemas repetitivos de operações. Marcam-se os pontos médios de cada um dos três segmentos que delimitam o triângulo obtendo-se um novo triângulo central de vértices nos pontos médios do triângulo maior. Percebe-se que a construção acontece a partir de um algoritmo que constrói um objeto geometricamente autossimilar.

Posteriormente ligam-se esses três pontos médios e obtém-se quatro triângulos congruentes, cujo lado é a metade do lado do triângulo original e a área é $1/4$ da área deste triângulo, por fim retira-se o triângulo central, ficando 3

novos triângulos equiláteros e repetem-se indefinidamente os três últimos passos com os triângulos restantes (PALLESSEI, 2007).

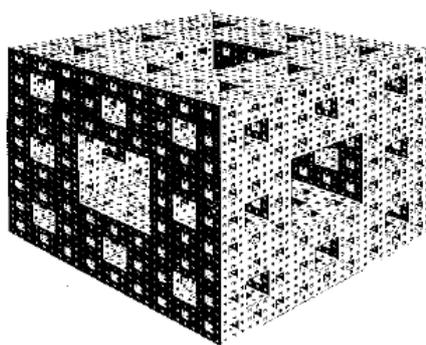
Figura 10: Níveis do Triângulo de Sierpinski



Fonte: (PALLESSEI, 2007, p.6).

Baseado no mesmo princípio utilizado para a construção do Triângulo de Sierpinski, o processo iterativo feito com um cubo, estendendo-se, portanto a uma situação tri-dimensional, é feita a construção da Esponja de Menger.

Figura 11: Esponja de Menger



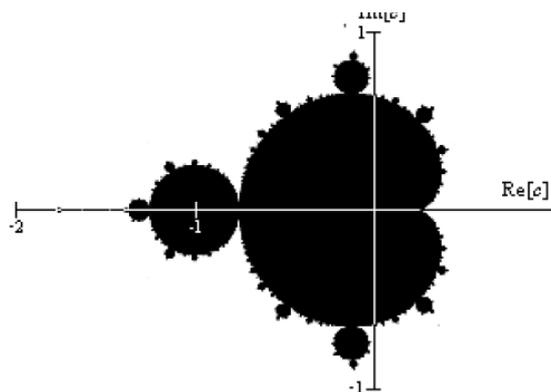
Fonte: (PALLESSEI, 2007, p. 6)

Segundo Moura (2011), com o computador como aliado, a geometria fractal, a partir de 1980, agrega ao universo das formas abstraídas das instâncias empíricas, as formas geradas por computação. Para Moura (2004, p.2);

Traça-se detalhadamente o gráfico da função complexa $f(z)=z^2+c$, sendo c um número complexo. Esse gráfico é conhecido como conjunto de Mandelbrot, que tem vistosa presença no cenário da geometria fractal, sendo referência obrigatória para a percepção geométrica das características essenciais dos objetos fractais no contexto do conceito fractal.

O trecho acima evidencia que a partir da função complexa $f(z)=z^2+c$, e como já citado neste trabalho, também com o auxílio de Pierre e Julia, Mandelbrot criou o conjunto que leva seu nome. Segundo Carvalho (2005), o conjunto de Mandelbrot é o conjunto de todos os pontos no plano complexo que, quando submetidos ao mapeamento recursivo $z = z^2 + c$, não divergem para o infinito.

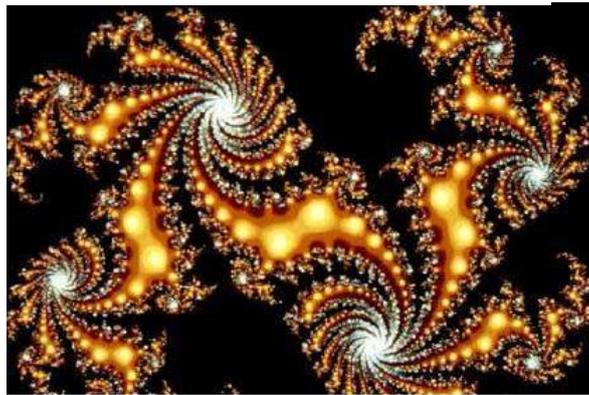
Figura 12: Conjunto de Mandelbrot



Reis e Trovon (2009b, p. 9).

Dentro do conjunto de Mandelbrot encontramos figuras belíssimas conhecidas como conjunto de Julia. Para visualizá-las basta ampliar infinitamente as partes do conjunto de Mandelbrot.

Figura 13: Conjunto de Julia



Fonte: Alves (2007, p. 37).

2.6 Dimensão fractal

A dimensão fractal é uma quantidade fracionária que representa o grau de ocupação da estrutura no espaço que a contém. Nesse sentido ela se diferencia da dimensão euclidiana, onde um ponto possui dimensão zero, uma linha possui dimensão um, uma superfície possui dimensão dois e um volume possui dimensão três.

A importância dada à dimensão quando se tenta definir fractais nos chama atenção. Neste trabalho iremos abordar o conceito de dimensão fractal e algumas formas de calcular o seu valor. Nos experimentos propostos como parte da metodologia adotada para esta pesquisa trataremos de medidas de objetos que possuem dimensão que divergem das dimensões 1, 2 e 3.

Segundo Capra (2006), quanto mais denteados forem os contornos de um relâmpago ou as bordas de uma nuvem, e quanto mais acidentadas forem as formas de uma linha litorânea e de uma montanha, mais altas serão suas dimensões fractais.

Nesse sentido, a dimensão fractal não trata propriamente do número de coordenadas independentes que possam descrever os pontos de um objeto, porém sendo uma dimensão mais qualitativa, não se restringe aos números 0,

1, 2, 3 e admite números não inteiros e até racionais. (CARVALHO, 2005). Essa visão de dimensão aproxima os resultados de medidas de coisas sem definição clara, com grau de aspereza, ou de fragmentação, ou de irregularidade (GLEICK, 1989).

Conforme (MOURA, 2011) há muitas maneiras de se definir a dimensão (D) fractal, no entanto, uma vez definida quaisquer uma delas, e determinado o valor D para ela, “[...] pode-se tentar definir um conjunto fractal como sendo, ou um conjunto para o qual D é um número real não inteiro, ou um conjunto para o qual D é um inteiro, mas o todo é irregular”. (MANDELBROT, 1998. p. 27).

Deste modo ao se determinar dimensões de alguns fractais, como por exemplo, a Curva de Koch ou o floco de neve de Koch, percebe-se que tais dimensões possuem uma grande aproximação com a dimensão de coisas presentes na natureza. A seguir, será demonstrada uma maneira de se calcular a dimensão fractal de acordo com Moura (2011).

Se tomarmos um segmento de reta podemos dividi-lo em duas partes iguais que são autossemelhantes, da mesma forma que podemos dividir um quadrado em quatro outros quadrados autossemelhantes, como também se pode subdividir um cubo em oito cubos menores idênticos. De acordo com Moura (2011), poderíamos ter começado dividindo o segmento de reta em três partes, então o quadrado será dividido com o quadrado do número de partes e o cubo com o cubo dessas partes.

Ao atentarmos para o expoente das subdivisões, veremos que elas representam exatamente a dimensão da forma que está sendo estudada. Chamando de m o número de cópias de si mesmo e n o valor que cada cópia deve ser ampliada para voltar a ter o tamanho original, podemos obter a seguinte expressão para calcular a dimensão D : $m = n^D$ Aplicando o logaritmo em ambos os membros: $D = \log m / \log n$.

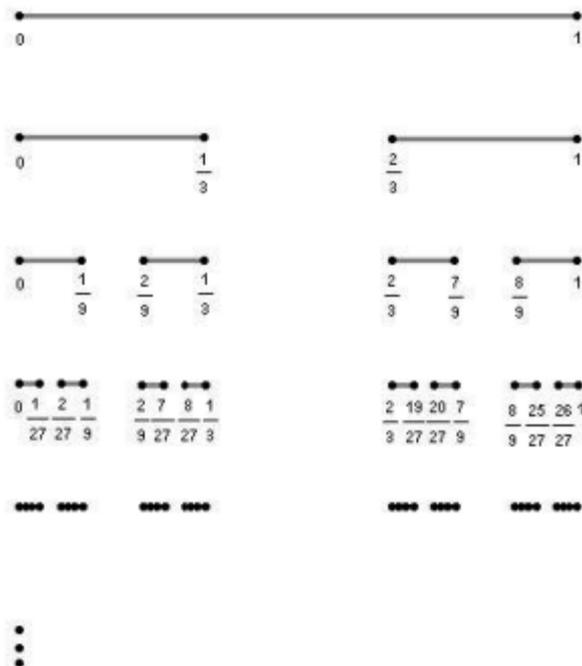
Portanto, por esse modo, um segmento de reta que foi dividido em duas partes iguais possui duas cópias de si mesmo e deverá ser ampliado pelo fator dois para voltar ao tamanho original. A dimensão desse segmento será dada por $D = \log 2 / \log 2 = 1$. Aplicando o mesmo procedimento para um quadrado

dividido em quatro partes e para um cubo dividido em oito, suas dimensões serão $D_{quad} = \log 4 / \log 2$ e $D_{cubo} = \log 8 / \log 2 = 3$, respectivamente.

Utilizando a expressão em fractais, para a curva de Koch, por exemplo, obteríamos $D_{Koch} = \log 4 / \log 3 = 1,23\dots$. A análise deste resultado revela que a curva de Koch é mais que uma linha (*dimensão 1*), porém não chega a ser um plano (*dimensão 2*).

Do mesmo modo, a dimensão da poeira de Cantor é obtida assim: $D_{cantor} = \log 2 / \log 3 = 0,63\dots$, mais que um ponto (*dimensão 0*), porém menos que uma linha (*dimensão 1*).

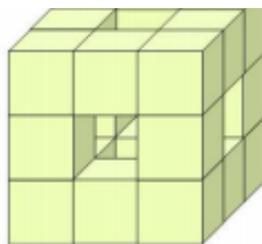
Figura 14: Poeira de Cantor



Fonte: Nunes (2006, p.17)

Podemos utilizar esse mesmo processo para calcular a dimensão da esponja de Menger. Como no primeiro estágio da construção da esponja 7 dos 27 cubinhos são retirados, então restam 20 cubos cujas arestas medem $1/3$ da aresta original, portanto $D = \log 20 / \log 3 = 2,72\dots$

Figura 15: Primeiro estágio da esponja de Menger



Fonte: (ARITA, A. C. P; SILVA, F. S. M; GAMBERA, L. R, 2013, p. 5)

2.7 Aplicação dos fractais

Muitos objetos de formas extremamente irregulares, interrompidas e aleatórias que possuem conotação com desordem, não se enquadram em modelos da geometria clássica. Nesse sentido, em diversos campos da ciência e da tecnologia encontram-se inúmeras aplicações para a geometria fractal. Na Matemática, Física, Química, Biologia, e principalmente na Medicina, desde a segmentação de imagens, reconhecimento de padrões, oscilações do coração até a aplicação de técnica fractal como ferramenta para auxílio ao diagnóstico médico, por exemplo, a análise fractal do crescimento de tumores cerebrais *in vitro*.

Alguns trabalhos desenvolvidos por alunos do curso de Mestrado em Biometria na UFRPE destacam-se no que tange a aplicabilidade de fractais. Entre eles, podemos citar Araújo (2004) que, em sua pesquisa utiliza a dimensão fractal como parâmetro para a descrição dos padrões dos vasos retinianos em cães com visão normal, a partir do desenvolvimento de um programa para a segmentação das imagens dos vasos retinianos e cálculo das suas dimensões fractais pelos métodos de contagem com caixa (*box-counting*) e de raio de giração (*radius of gyration*).

Outra pesquisa, também do Mestrado em Biometria na UFRPE, mostra que os registros de eletroencefalograma (EEG) e eletrocorticograma (ECoG)

são bastante utilizados na clínica para o diagnóstico e acompanhamento da epilepsia, porém as informações contidas nestes registros são subutilizadas, uma vez que são analisadas geralmente pelo olho clínico (MORAES, 2010). Dessa forma, a análise da dinâmica não-linear do (ECoG), a partir de fractais, ajuda na compreensão de desordens neurodegenerativas.

Conforme Mandelbrot (1989), a geometria fractal descreve melhor os fenômenos naturais por fazer uso de seu caráter qualitativo, por visualizar as questões globalmente e contemplar as inter-relações subjacentes.

Alguns trabalhos mostram que estudar fractais na sala de aula pode proporcionar uma melhor assimilação dos conteúdos relacionados direta ou indiretamente ao tema. Vários trabalhos tem destacado a aplicação de fractais no processo de ensino-aprendizagem, em particular, no ensino de Matemática. Nesse sentido, fractal destaca-se em criar um ambiente que favorece o desenvolvimento da aprendizagem. De acordo com Santos (2007, p. 4):

Vários conteúdos podem ser adquiridos, compreendidos ou aplicados ao se realizar trabalhos e estudos que envolvam Fractais, dos quais podemos destacar autossemelhança, forma, rugosidade e dimensão, polígonos e sólidos geométricos, ângulos internos e externos, áreas, volumes e perímetros, trigonometria, números complexos, funções, transformações geométricas, vetores, semelhança de figuras, sucessões, operações com conjuntos e iteração de funções.

A afirmação acima destaca a diversidade de conceitos que se podem explorar a partir do estudo de fractais. Reforça-se o caráter interdisciplinar, favorecendo, mais uma vez, a interligações entre as disciplinas. Estudar fractais transcende a expectativa de um conceito ou compreensão do simples e nos remete ao global, ao complexo.

3.0 INTERDISCIPLINARIDADE - O SURGIMENTO DO TERMO

Embora a interdisciplinaridade ainda não se faça uma teoria única, é importante explicitar algumas fases desse movimento. Segundo Fazenda (1999), podem-se dividir os primeiros estudos das questões da interdisciplinaridade em três épocas: a primeira época começa por volta de 1970 onde se procurava a definição de interdisciplinaridade e a fase da construção inicial. Em 1980, surgem às contradições epistemológicas como consequência da busca dessa mesma construção da interdisciplinaridade e por fim, em 1990 ocorre a construção de uma nova epistemologia, a própria da interdisciplinaridade.

O movimento interdisciplinar surge na Europa, principalmente na França, em meados de década de 1960. Segundo Fortes (2011), no Brasil a interdisciplinaridade chegou no final dos anos sessenta. A primeira produção significativa sobre esse movimento no Brasil é de Hilton Japiassu, epistemólogo e professor de filosofia do Instituto de Filosofia e Ciências Sociais da UFRJ. O autor apresentava os principais questionamentos a respeito da temática e seus conceitos, fazendo uma reflexão sobre as estratégias interdisciplinares, baseada em experiências realizadas naquele período.

Ademais, segundo a autora, as primeiras discussões sobre a interdisciplinaridade datam da década de 70, do século XX e foram lançadas por Georges Gusdorf, em 1961 à UNESCO, quando apresentou um projeto de pesquisa interdisciplinar para as ciências humanas, do qual fizeram parte alguns estudiosos de universidades européias e americanas, em diferentes áreas de conhecimento.

O termo Interdisciplinaridade varia no nome e também no seu significado. O vocábulo Interdisciplinaridade foi e ainda é muito discutido, pois existem várias definições para ele que estão relacionadas às experiências educacionais de cada um, aquilo que cada professor vivenciou durante sua formação acadêmica e social. Nesse sentido, o termo não é único e estável. Como nos diz Japiassu: a interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade

das trocas entre os especialistas e pelo grau de interação real das disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa. (JAPIASSU, 1976, p.74).

A citação acima remete às atividades desenvolvidas em sala de aula, onde um tema, como por exemplo, Fractais, é abordado em diferentes disciplinas. Significa compreender, entender as interligações entre as diferentes áreas de conhecimento e construção a partir da desfragmentação, como já mencionado neste trabalho, caracteriza o pensamento complexo.

Diante do exposto, a interdisciplinaridade não só favorece transpor as disciplinas. Mais do que isso, segundo Fortes (2011), a interdisciplinaridade se realiza como uma forma de ver e sentir o mundo, de estar no mundo, de perceber, de entender as múltiplas implicações que se realizam, ao analisar um acontecimento, um aspecto da natureza, isto é, os fenômenos na dimensão social, natural ou cultural. É ser capaz de ver e entender o mundo de forma holística, em sua rede infinita de relações, em sua complexidade.

Nesse sentido, a interdisciplinaridade deve ter seu conceito, ainda que em tentativas individuais ou em grupos de professores (formação), incorporado tanto nas pesquisas científicas quanto nas relações pedagógicas em sala de aula. Para Fortes (2011), uma proposta de práxis como a interdisciplinaridade, não é adequada ou inadequada, pelos problemas e dificuldades que possam surgir no seu desenvolvimento, mas, sim, necessária e natural. Por isso, este trabalho presume que se perceba o valor da interdisciplinaridade e a necessidade de situar a importância da educação nos desafios, dúvidas, e interrogações da atualidade.

3.1 O paradigma da complexidade e a metodologia interdisciplinar

Segundo Kuhn (1978), paradigmas são as realizações científicas universalmente reconhecidas que, durante algum tempo, fornece problemas e soluções modelares para uma comunidade de praticantes de uma ciência. Torna-se de fundamental importância que os futuros docentes percebam o

caráter mutável, na temporalidade dos paradigmas científicos e, portanto, também da visão científica do mundo.

Este trabalho presume que é necessário, na formação dos futuros professores do Ensino de Ciências, em particular no ensino de Física, um modelo de paradigma para pensar o desenvolvimento das práticas educacionais. Este modelo só se estabelece quando os conteúdos das disciplinas se relacionam para a ampla compreensão de um tema estudado. O que se busca é uma abordagem interdisciplinar onde, por exemplo, o tema fractais possa ser visto numa visão de comunicação entre as diferentes disciplinas.

Porém, é preciso abordar um ponto determinante para o entendimento da nossa proposta de pesquisa. Não trataremos uma visão da ciência contemporânea como complexa e interdisciplinar, a partir, apenas do paradigma da complexidade, uma vez que o pensamento complexo desenvolvido por Edgar Morin, em momento algum menciona a interdisciplinaridade como fundamento. Todavia, nossa tentativa em unir os dois conceitos se dá na perspectiva de que tanto a interdisciplinaridade defendida no trabalho de Hilton Japiassu, quanto o pensamento complexo de Morin dizem ser necessário o exercício prático consciente da base teórica como um processo consistente de contraposição ao sistema atual.

Segundo Lemos (2003), interdisciplinaridade e pensamento complexo, ambos mostram o mesmo objetivo, isto é, resgatar a percepção da totalidade perdida quanto ao conhecimento, mas um se lança a partir dos compartimentos procurando remendar os pedaços que praticamente já não dialogam entre si, e, o outro, parte da concepção da igualdade das características entre o todo e as partes e prenuncia as medidas que devem ser tomadas para superar as lacunas deixadas pela visão cartesiana que atualmente se impõe.

A interdisciplinaridade tem um caráter “livre” no sentido de que, para praticá-la é preciso desprender-se do sistema linear e cartesiano, preso a regras e respostas pré-determinadas. Neste sentido, o erro tem seu valor preponderante na ciência contemporânea. No modelo interdisciplinar as

considerações se fazem além do contexto, é muito mais do que situar um fato, mais do que isso, trata-se de buscar conexões, relações, interações que formam o ser (humano) e o social. Neste sentido, a interdisciplinaridade de Hilton Japiassu, mais uma vez, alia-se ao pensamento complexo de Edgar Morin.

Buscando traçar as diretrizes para a educação do século XXI, a UNESCO, em 1999, fez um pedido ao antropólogo, sociólogo e filósofo francês Edgar Morin, o qual acabou por desenvolver uma concepção de educação, sintetizada no seu mais conhecido livro, “Os sete saberes para a educação do futuro”, onde apresenta o resultado pela busca de um novo modelo para o conhecimento científico. Para Morin, a cultura científica e a cultura humanística não dialogam entre si, e isso tem origem no modelo cartesiano ainda fortemente praticado nos dias de hoje.

Neste sentido, para Morin (1996), a crítica ao modelo cartesiano e por sua vez à ciência moderna, está na constatação de seus desvios em relação aos princípios do pensamento e da racionalidade e de sua inadequação para que a ciência possa compreender o mundo, a sociedade, a vida humana. Conforme Morin, o pensamento complexo propõe uma visão: poliocular ou poliscópia, em que, por exemplo, as dimensões físicas, biológicas, espirituais, culturais, históricas daquilo que é humano deixem de ser incomunicáveis (MORIN, 1996, p. 30).

A afirmação acima caracteriza o novo paradigma (emergente) e evidencia que é preciso mudar a maneira como são observadas e interpretadas as relações humanas. A resistência à disciplinaridade, evidencia que a cultura e a cientificidade dominante atualmente deixam a desejar tanto quanto à formação do ser humano, quanto à formação do professor contemporâneo.

Conforme Giusti, Paderes e Rodrigues (2005), a teoria da complexidade distingue e analisa, conforme o paradigma anterior, mas também busca estabelecer a comunicação entre o que é distinguido: objeto, ambiente, coisa observada e seu observador. É preciso existir um pensamento não-linear em que se contemplem contradições e desordens.

Segundo Agostinho (2003), no mundo contemporâneo, notamos a complexidade quando entendemos que o mundo não é separado em partes, ou seja, fragmentado. Estamos, todos, encaixados em processos cíclicos e relacionais. O equilíbrio que existe entre células, organismos, sociedade, ecossistema, entre outros faz parte da complexidade do mundo contemporâneo. A capacidade de agir de modo coerente é tida como a principal propriedade que caracteriza a emergência de um comportamento complexo.

3.2 Introduzindo a interdisciplinaridade e o pensamento complexo a partir da teoria dos construtos pessoais de George Kelly

Uma vez que, nosso objetivo, é contribuir com a necessária renovação no ensino de ciências, precisamos de um modelo de prática que nos auxilie a identificar o paradigma dominante. Desse modo, buscamos neste trabalho: compreender as concepções de professores em formação sobre ensinar ciências - paradigma tradicional ou emergente e identificar de que modo a ciência contemporânea pode contribuir, com suas novas propostas, para a renovação do ensino de ciências.

Neste sentido, e a partir dos conceitos anteriormente apresentados, buscamos introduzir a interdisciplinaridade e o pensamento complexo como pontos de partida para compreender; de que maneira os alunos veem as questões envolvidas com temas contemporâneos? Quais as concepções dos licenciandos sobre fractais? Para isso, teremos como contribuição atividades baseadas no Ciclo da Experiência de George Kelly. Esperamos assim, a partir da Teoria dos Construtos pessoais, mostrar que a interdisciplinaridade e o pensamento complexo podem auxiliar na renovação do Ensino das Ciências.

A renovação do ensino é antes, uma renovação da mente. É preciso uma transformação na visão que se tem do universo. Neste sentido, a renovação requer uma compreensão diferente desse universo no qual o homem está inserido e faz parte dele. Segundo Kelly (1963), o universo está

realmente existindo e o homem está gradualmente compreendendo-o; o universo é integral; o universo pode ser medido ao longo de uma dimensão temporal. Para Kelly o ser humano, junto com suas percepções, é parte desse mundo real e tem a capacidade criativa de representar seu ambiente e não de meramente responder a ele.

Para Edgar Morin e George Kelly, uma questão pertinente é entender o ser humano como um ser capaz de transformar sua própria realidade. Nas palavras de Edgar Morin (2005), o homem faz parte de uma sociedade que molda o comportamento por padrões sócio-culturais, mas por outro lado, é capaz de possibilitar escolhas na construção da própria história sendo agente da sua transformação. Segundo Kelly (1963, p. 43):

O universo é real; está sempre acontecendo; é integral; e está aberto a interpretações parte por parte, gradativamente. Diferentes indivíduos o constroem de maneiras diferentes. Como ele não deve obediência prévia a qualquer uma das construções humanas, ele está sempre aberto à reconstrução.

Na fala de Morin e no trecho acima de George Kelly, podemos perceber o caráter não só da possibilidade de transformação que o homem possui, mas ainda da evidência de um mundo onde um paradigma pode influenciar o comportamento desse mesmo homem, contudo essa influência, pode não se caracterizar como dominante.

Neste sentido, a experiência é um fator fundamental no entendimento da ciência contemporânea, uma vez que, segundo Kelly, as pessoas ajustam sua compreensão às realidades na medida da ocorrência de suas experiências. Para Kelly, a aprendizagem ocorre segundo um ciclo que é determinado pelos seguintes momentos: Antecipação, Investimento, Encontro, Confirmação ou Refutação e Revisão Construtiva. Esse ciclo é denominado Ciclo da Experiência de Kelly (CEK) e faz parte da Teoria dos Construtos Pessoais.

Dessa forma, a Teoria dos Construtos pessoais de Kelly pode e deve ser usada em diferentes disciplinas, em particular na Física. A TCP neste trabalho

vai buscar uma compreensão de que ela auxilia o professor na sala de aula de forma gradual, partindo de níveis de conhecimento que os alunos já dominam para chegar aos níveis que eles precisam dominar. Essa passagem de um nível para outro está relacionada com o (CEK).

Na TCP, George Kelly (1963) considera que os sistemas cognitivos das pessoas são desenvolvidos a partir de unidades denominadas construtos, que correspondem a características identificadas pelas pessoas nos eventos em que elas se envolvem. Como nos diz Bastos (1998) citando Kelly, o postulado fundamental da TCP afirma que: “Os processos de uma pessoa são psicologicamente canalizados pelas formas como ela antecipa eventos” (p. 2). Nesse sentido, o ciclo da experiência desenvolvido deve apresentar-se efetivamente como proposta de facilitar a antecipação de eventos.

Nesse momento, é relevante considerar que para Kelly (1963), a aprendizagem não é algo especial que acontece apenas nas escolas, ou em algumas ocasiões, mas um processo diretamente ligado à vivência de uma experiência. Se a pessoa não aprende, ela não viveu a experiência (LIMA, 2008).

Diante do exposto acima, o (CEK) apresentado neste trabalho tem a intenção de possibilitar a assimilação do conceito de fractais, voltando-se, pouco a pouco, ao desenvolvimento de tarefas diferenciadas em cada etapa aplicada no Ciclo. De modo geral para Kelly (1963) a realidade é flexível; existe convite, criatividade e renovação. Esse conceito do real aproxima-se da complexidade natural em interpretar a natureza que está presente nos fractais.

Mesmo que seja necessário o conhecimento em relação à TCP, não pretendemos neste trabalho fazer o aprofundamento da teoria. Nos deteremos apenas às questões relevantes para esta pesquisa; aos construtos pessoais e ao Ciclo da Experiência (CEK), diante disto, gostaríamos de levantar a seguir alguns pontos que consideramos importantes sobre a TCP e que servirão para clarificar ainda mais nossa fundamentação.

4.0 A PSICOLOGIA DOS CONSTRUTOS PESSOAIS DE GEORGE KELLY

A Teoria dos Construtos Pessoais (TCP) foi desenvolvida por George Alexander Kelly, educador, físico, matemático e psicólogo, tendo sido publicada em 1955. Trata-se de uma teoria sobre a personalidade humana. Nela se deve considerar primeiramente que o homem pode ser mais bem entendido se for analisado à luz dos séculos; e, em segundo lugar, que cada pessoa pode contemplar, à sua própria maneira, o fluxo de eventos no qual se encontra.

Do ponto de vista da TCP, o ser humano desenvolve sistemas antecipatórios para lidar com eventos que encontra durante sua vida. Esse aspecto o caracteriza de forma semelhante a um cientista. Quando esses sistemas não conseguem prever alguns eventos, eles podem ser reformulados, de acordo com as decisões tomadas pelo seu criador. Dessa forma, o ser humano é visto por meio da metáfora do homem-cientista (KELLY, 1963).

Há ainda uma visão filosófica subjacente na TCP de Kelly: o alternativismo construtivo. Segundo o próprio Kelly (1963, p.15), “todas nossas interpretações do universo estão sujeitas à revisão ou substituição”. Ainda nas palavras de Kelly (1963, p. 43):

Como o homem está sempre frente a construções alternativas, que ele pode explorar se quiser, ele não precisa ser indefinidamente, vítima nem de seu passado nem das presentes circunstâncias. A vida é caracterizada não meramente por sua abstratibilidade ao longo da linha do tempo, mas, particularmente, pela capacidade da criatura viva de representar seu meio. Isso é especialmente verdadeiro para o homem, que elabora sistemas de construção através dos quais vê o mundo real. Estes sistemas também são reais apesar de que podem estar enviesados.

Para Kelly (1963), primeiramente o universo está realmente existindo e o homem está gradualmente compreendendo-o. Nesse sentido, Kelly está falando de um mundo real que não é constituído apenas pelo pensamento das

peças. Em segundo lugar, o universo é integral o que significa que todas as suas partes têm uma exata relação com cada uma das demais. E, finalmente, o universo pode ser medido ao longo de uma dimensão temporal o que é uma maneira de dizer que o universo está continuamente mudando em relação a si mesmo.

As considerações feitas acima a respeito do universo proposto por Kelly corroboram as concepções estudadas na geometria fractal. Para Paulo Mors, graduado, mestre e doutor em Física pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, onde leciona no Instituto de Física e pós-doutor pela Universidade de Paris, na entrevista que concedeu por e-mail à IHU On-Line, “O próprio Universo tem essa característica: a distribuição de galáxias é fractal, possuindo espaços vazios de todos os tamanhos”. De acordo com ele, as descobertas de Benoit Mandelbrot, já mencionado neste trabalho, e considerado o pai da teoria dos fractais, são importantes não apenas para a matemática, mas também para as ciências sociais.

4.1 O que são construtos?

Um construto é uma representação do universo, ou de parte dele, uma representação erigida pela criatura viva e então testada frente à realidade do universo. Como o universo é essencialmente um curso de eventos, a testagem de um construto é uma testagem frente a eventos subsequentes. Isso significa que um construto é testado em termos de sua eficiência preditiva (KELLY, 1963, p. 12).

Segundo Ferreira (2005), um construto é uma hipótese que o indivíduo elabora e utiliza para descrever pessoas, conceituar coisas ou, de uma forma mais geral, para antecipar eventos. Entenda-se por eventos, a partir de agora, situações sociais, pessoas, coisas etc. Os construtos possuem natureza dual como, por exemplo, bom-ruim, amor-desamor, gordo-magro etc. Schultz e Schultz (2004, p. 341) entendem construto como “hipótese intelectual que elaboramos para explicar os eventos da vida. Os construtos são bipolares ou dicotômicos, tais como alto versus baixo, honesto versus desonesto”

Para Kelly o homem vê o mundo através de moldes ou gabaritos transparentes que ele cria e tenta ajustar à realidade do universo. Desse modo, mesmo que haja algumas variações, o fato de levantarmos, tomar café, ir ao trabalho, almoçar, já está determinado e isso nos deixa tranquilo. Para ele, sabemos ou prevemos na nossa mente o que vai ocorrer. São esses padrões, moldes, gabaritos que o homem constrói para dar sentido às realidades do universo que Kelly chama de construtos.

Verifica-se, na TCP, uma visão da realidade sujeita a muitas construções alternativas, com base num sistema de construtos finitos. Entretanto, uma vez que é possível ao sujeito rever o conhecimento da realidade através de reconstruções alternativas, concluímos que essa realidade não é estática e definitiva.

Em outras palavras, se, por exemplo, o professor ao preparar a sua aula, ele está construindo os seus construtos dos conteúdos que vai trabalhar com seus alunos. Quando os alunos estão na aula e se veem frente aos conteúdos eles terão que construir seus construtos e farão isso de maneira diferente do professor, além de que cada aluno individualmente construirá um construto diferente.

Finalmente, o que Kelly chama de construtos, seria como imaginamos ou como damos significado para um determinado fato ou fenômeno. Se ensinamos o conceito de fractais, intenção do trabalho, certamente cada aluno terá uma ideia de fractais, que pode estar pelo menos relacionada com o conceito cientificamente aceito na Matemática.

No final da aula, o que se pretende é que cada aluno tenha construído, da sua maneira, um conceito de fractais, isto significa que o aluno criou o seu construto de fractal. Esse construto finito de fractal pode estar perto do aceito pela Matemática, mas o construto adquirido na aula pode a cada momento ser modificado.

4.2 A teoria dos construtos pessoais e seus corolários

Todas as concepções apresentadas até aqui são sistematizadas por Kelly em uma teoria formal, como já mencionado anteriormente, que ele vai chamar de Teoria dos Construtos Pessoal. Essa teoria está organizada com base num postulado fundamental e onze corolários. O postulado fundamental, “os processos de construção de uma pessoa estão psicologicamente canalizados pelos modos como ela antecipa os acontecimentos” (KELLY, 1963), deixa claro que, na construção a antecipação dos acontecimentos de vida, o ser humano apresenta-se como um sujeito ativo e proativo.

Do ponto de vista acima, quando o sujeito consegue encontrar semelhanças e diferenças entre acontecimentos de vida, torna-se capaz de antecipar acontecimentos futuros e, para isso, utiliza-se de hipóteses de semelhança ou diferença entre esses acontecimentos. Como nos diz Bastos (1998, p.47):

Portanto, de acordo com essa teoria, as pessoas estão constantemente preocupadas com seus futuros e envolvidas com a antecipação dos eventos que irão ocorrer. Isso não é diferente nas escolas, em que os estudantes costumam ser colocados em uma situação de dependência dos professores durante o processo de ensino-aprendizagem. Assim, durante o período em que estão assistindo às aulas, os estudantes se envolvem muito pouco em processos de antecipação, ocupando-se mais em seguir as instruções dos professores, para verificar aonde conseguem chegar. Esse tipo de atividade, segundo essa teoria, não possui grande significado psicológico para eles.

O trecho evidencia uma prática tradicional onde os alunos dependem do professor a todo o momento da aula. Esse tipo de comportamento não leva o aluno a questionar, refletir, criticar e o estudante não busca seu conhecimento prévio, o que o impossibilita de encontrar relações entre o que o professor está ensinando e o que ele já poderia ter vivenciado.

Neste sentido o aluno não será capaz de antecipar acontecimentos futuros o que inviabilizará a construção do novo conhecimento. Para Kelly construir é sinônimo de atribuir significado, e interpretar as experiências, através de semelhanças e diferenças entre elas.

Quando falamos de fractais, encontramos diversas teorias que tratam desse conceito, partindo de construções distintas. Isso ocorre em diversas áreas do conhecimento com outros conceitos complexos. Conforme Lima (2008), segundo a TCP, cada pessoa constrói seus conceitos desenvolvendo sistemas de construtos pessoais, que podem ser apenas parcialmente compartilhados.

Dessa maneira, ainda segundo Lima (2008), quando falamos de conceitos científicos, estamos ao mesmo tempo nos referindo a estruturas complexas, que são compartilhadas pelos membros da comunidade científica, e a estruturas mais simples, que são compartilhadas pelos alunos nos diversos níveis de ensino. A seguir iremos tratar dos corolários que nos ajudarão a compreender como se organiza o sistema de construção das pessoas.

O primeiro corolário que ajuda na compreensão de como se organiza o sistema de construção do sujeito mostra como a antecipação é importante para as pessoas. Trata-se do Corolário da Construção; esse corolário diz que uma pessoa antecipa eventos construindo suas réplicas, segundo Bastos (1998), dessa maneira, apesar de cada evento ser único, existem categorias de eventos, com características semelhantes, de modo que podem ser considerados semelhantes entre si.

Nesse ponto de vista, para o Corolário da Construção, o estabelecimento destas semelhanças e diferenças é base no processo de construção, permitindo ao sujeito antecipar os acontecimentos e conseqüentemente manter estável seu sistema de construtos.

Esse corolário ressalta que o sujeito é um ser ativo e proativo, ou seja, não recebe informação passivamente, mas reconstrói suas versões, a medida que atua sobre ela. Bastos (1998) diz: “Uma vez que elas tenham interagido

com alguma informação, o resultado será parte do seu conhecimento pessoal e não uma simples reprodução da informação”.

Uma vez apresentado o Corolário da Construção percebemos que na concepção do sujeito dinâmico existe um caráter pessoal que é destacado. Esse individualismo é ressaltado no segundo corolário, denominado Corolário da Individualidade, onde diz que pessoas diferem uma das outras em suas construções de eventos, ou seja, o sistema de construtos de uma pessoa é único. Assim, um mesmo evento irá construir, em cada pessoa que interage com ele, visões de modo diferente.

O terceiro corolário é o Corolário da Organização, cada pessoa caracteristicamente desenvolve, para sua conveniência em antecipar eventos, um sistema de construção que contém relações ordinais entre construtos, ou seja, o sistema de construção está organizado hierarquicamente, porém não é estático, varia ao longo do tempo, está aberto à mudança. Assim, como aponta Bastos (1998), “é possível aceitar a existência de subsistemas que possam ser utilizados em situações consideradas diferentes pela pessoa”.

O quarto corolário, denominado Corolário da Dicotomia, diz que o sistema de construção de uma pessoa é composto por um número finito de construtos dicotômicos. Neste sentido, construtos são características observadas no evento. Segundo Lima (2008), como exemplo de construto temos o tamanho de um objeto, que pode ser localizado ao longo de um eixo com os polos “grande” e “pequeno”. Desse modo, essa característica tem condições de ser usada para construir o conceito de um objeto específico, como por exemplo, um automóvel. O conceito de automóvel inclui muitos outros construtos além do seu tamanho.

O quinto corolário é denominado Corolário da Escolha: uma pessoa escolhe para ela aquela alternativa em um construto dicotomizado através do qual ela antecipa a maior possibilidade para a elaboração de seu sistema. Segundo Lima (2008), este corolário evidencia a noção que as mudanças vêm de dentro, não de fora. Para mudar seu comportamento, as pessoas devem mudar suas perspectivas dos eventos.

Segundo Bastos (1998), o Corolário da Faixa afirma que: um construto é conveniente para a antecipação de apenas uma faixa finita de eventos. Para a autora, isso ocorre porque um evento não possui todas as características no mundo.

O sétimo corolário, denominado Corolário da Experiência diz que o sistema de construção de uma pessoa muda quando ela sucessivamente constrói a réplica dos eventos. A unidade da experiência é, portanto, um ciclo que contém cinco fases: antecipação, investimento, encontro, confirmação ou desconfirmação e revisão construtiva. Como discorre Bastos (1998):

Essa expansão da experiência, que não se limita apenas a um encontro, e que ocorre em ciclos, que continuam enquanto houver a percepção de que o objetivo desejado não foi alcançado, é o coração da TCP e o aspecto mais relevante dessa teoria para o processo de ensino-aprendizagem.

Neste trabalho realizaremos um número significativo de encontros (reuniões) que serão apresentados na metodologia. Esperamos que o total de encontros (reuniões) estabelecidos sejam suficientes para a compreensão dos alunos a respeito do tema proposto. Para Kelly (2003, p.12):

Dito simplesmente, a quantidade de experiência de um homem não é medida pelo número de eventos com que ele colide, mas pelos investimentos que ele fez em suas antecipações e pelas revisões de seus construtos que se seguiram ao seu encaramento das conseqüências.

O trecho evidencia que o sétimo corolário enfatiza a qualidade em detrimento da quantidade, o que realça a prioridade da escolha de um método que oferece oportunidades de diferentes variações. Os temas contemporâneos podem apresentar essa diversidade com qualidade de debate e construção de

conhecimento como proposta para um pensamento científico contemporâneo na formação docente.

O oitavo corolário, denominado Corolário da Modulação afirma que: a variação no sistema de construção de uma pessoa é limitada pela permeabilidade dos construtos em cujas faixas de conveniência as variantes se encontram. Ou seja, o oitavo corolário trata da possibilidade de mudar.

O Corolário da Fragmentação diz que: uma pessoa pode sucessivamente empregar uma variedade de subsistemas de construção que são inferencialmente incompatíveis entre si. Para Bastos (1998), a possibilidade de fazer isso ocorre porque o ciclo da experiência permite que a pessoa teste suas hipóteses antes de ter de acreditar nelas.

O décimo corolário, denominado Corolário da Comunhão afirma que na medida em que uma pessoa emprega uma construção de experiência que é similar àquela empregada por outra, seus processos são psicologicamente similares àqueles da outra pessoa. Trata das construções de pessoas diferentes, os eventos não precisam ser os mesmos. Apesar disso, pessoas diferentes podem pensar de forma semelhante.

O último corolário se refere às relações sociais. Ele é denominado Corolário da Sociabilidade: na medida em que uma pessoa constrói o processo de construção de outra, ela pode exercer um papel em um processo social envolvendo a outra pessoa. Segundo Bastos (1998), para compreender uma pessoa não basta conhecer seu comportamento, é preciso conhecer a maneira como ela constrói eventos.

De acordo com Bastos (1998, p.32):

As implicações deste último Corolário para o ensino também são muito importantes, pois, nas aulas expositivas, dentro da abordagem tradicional de ensino de Ciências, os alunos precisam compreender os processos de construção do professor. Para tanto, os alunos costumam fazer perguntas, quando algo não fica muito claro, fazendo com que os professores tenham muitas vezes que reestruturar suas ideias,

organizando-as de uma forma melhor. Nesse caso, seria aconselhável inverter a situação, fazendo perguntas aos alunos, pois, analisando suas respostas, é possível oferecer uma chance para eles desenvolverem suas ideias.

Uma aula interdisciplinar pode favorecer o questionamento, uma vez que a aproximação entre as disciplinas proporciona uma diversidade de hipóteses que se fazem bem mais eficientes quando não se condiciona o conceito a uma ou outra disciplinas apenas. Nesse caso, seria para o professor, um campo livre para elaborar, criar, construir situações e questionamentos diversos.

Mesmo enfatizando a maneira única de cada pessoa construir suas antecipações, a TCP possibilita a compreensão entre as pessoas e a importância mútua que existe entre elas. Segundo Bastos (1998), a TCP adota a metáfora do homem-cientista para ressaltar a antecipação como processo psicológico mais relevante para as pessoas e insiste em lembrar que nossa visão sobre a realidade pode sempre ser alterada.

5.0 METODOLOGIA

Destacamos, inicialmente, que este trabalho busca compreender em detalhes se a partir do Ciclo da Experiência proposto, dentro de um pensamento interdisciplinar e complexo, é possível compreender as condições para a ciência contemporânea na formação de professores contribuir com a necessária renovação no ensino de ciências. Diante disso, optamos por uma pesquisa que estabeleça uma relação dinâmica entre o pesquisador e o sujeito pesquisado.

Dessa forma, o contexto do problema de pesquisa, se apresenta a partir da concepção que entre o sujeito e o mundo ocorrem relações dinâmicas que nem sempre podem ser descritas de maneira quantitativa (SILVA e MENEZES, 2001), ou seja, este estudo apresenta uma natureza qualitativa na sua abordagem.

A metodologia proposta neste trabalho busca a participação dos licenciandos, como sujeitos atuantes, dinâmicos, ativos, e proativos. Segundo Minayo (2001) a pesquisa qualitativa deve ser utilizada em casos de desenvolvimento e aperfeiçoamento de ideias, descrevendo de forma detalhada as concepções dos indivíduos. Para tanto, procuramos inserir um conjunto de atividades envolvendo a temática dos fractais, dentro de uma prática pedagógica interdisciplinar e inserida no pensamento complexo e, para isso, faremos uso da Teoria dos Construtos Pessoais de Kelly, mais precisamente, do Ciclo da Experiência.

5.1 Caracterização dos sujeitos e campo de pesquisa

Com o objetivo de analisar o papel das atividades estruturadas numa perspectiva Kellyana para provocar mudanças na estrutura cognitiva dos futuros professores, a pesquisa foi desenvolvida com alunos de diferentes cursos de graduação da UFRPE, entre eles; Matemática, Biologia, Química e Computação, todos cursando a disciplina Fundamentos e Vivências de Práticas Interdisciplinares. Essa escolha deveu-se também ao fato do autor do projeto já ter pertencido à instituição quando aluno da graduação do curso de Física e estar atualmente cursando o programa de pós-graduação em Ensino das Ciências.

Foram selecionados alunos cursando os últimos períodos dos cursos, uma vez que já se apropriaram das disciplinas que abordam conceitos úteis ao tema proposto. O nosso campo de pesquisa foi a Universidade Federal Rural de Pernambuco, por ser reconhecida como uma instituição de ensino pública de qualidade, tendo, na sua vivência de cinco décadas, contribuído para a formação acadêmica de professores e, por esta razão, foi um local propício para nossa pesquisa.

Como antes mencionado, a turma escolhida para a realização da pesquisa foi a de Fundamentos e Vivências de Práticas Interdisciplinares – FVPI de 2014.1 da UFRPE, cujo trabalho desenvolvido pelo professor titular

tem sido pioneiro dentre as disciplinas de cunho interdisciplinares nas universidades do país. A turma era constituída por 16 (dezesseis) alunos, e destes, 3 (três) participaram de todas as etapas do ciclo, sendo a ausência dos demais, em diferentes etapas, justificada por motivos pessoais.

Destaca-se que em relação à disciplina FVPI oferecida na UFRPE, segundo dados da Pró-Reitoria de Planejamento e Desenvolvimento Institucional e Coordenadoria de Informações Institucionais e Indicadores da UFRPE a Instituição recebeu 2188 novos alunos e apresentou um número de 1302 formandos no ano de 2012. Como a disciplina FVPI começou a ser ministrada a partir de 2013, os graduados até a presente ano não tiveram a oportunidade de vivenciar tal disciplina.

Os números acima mostram a importante influência da UFRPE na formação superior no Estado de Pernambuco o que nos faz acreditar que a forma como o conhecimento vem sendo transmitido nessa instituição pode interferir de maneira direta na prática escolar dos egressos que irão participar ativamente da vida dos alunos no ensino médio.

Neste sentido, percebe-se a importância de uma educação voltada para uma visão de mundo complexo, onde os temas contemporâneos devem realçar os debates acerca do conhecimento científico. Segundo Behrens (2005), e já mencionado neste trabalho, o grande desafio da educação superior é manter e estimular o espírito crítico/reflexivo, na tentativa de suprimir os “ranços” remanescentes dos paradigmas conservadores, em busca do ideal pedagógico que atenda às necessidades do mundo do trabalho.

Este estudo pretendeu compreender quais os desafios e possibilidades da ciência contemporânea (interdisciplinar e complexa), na formação de professores, na perspectiva de superar o paradigma disciplinar e da racionalidade técnica do ensino de ciências. Para tanto, buscou aplicar um conjunto de atividades em uma turma de licenciandos da UFRPE, na perspectiva de mostrar a importância de abordagens diferenciadas no ensino a partir da inclusão de conteúdos como fractal para estimular os alunos a perceber as aplicações desta ciência no cotidiano.

5.2 Instrumentos de pesquisa

A coleta de dados foi feita através da observação e registro das práticas dos alunos acima citados, dos instrumentos avaliativos usados por eles (prova), de questionários que foram aplicados e fundamentados da Matemática, concepções da interdisciplinaridade, do paradigma complexo e da Teoria dos Construtos Pessoais de Kelly.

5.3 Procedimentos

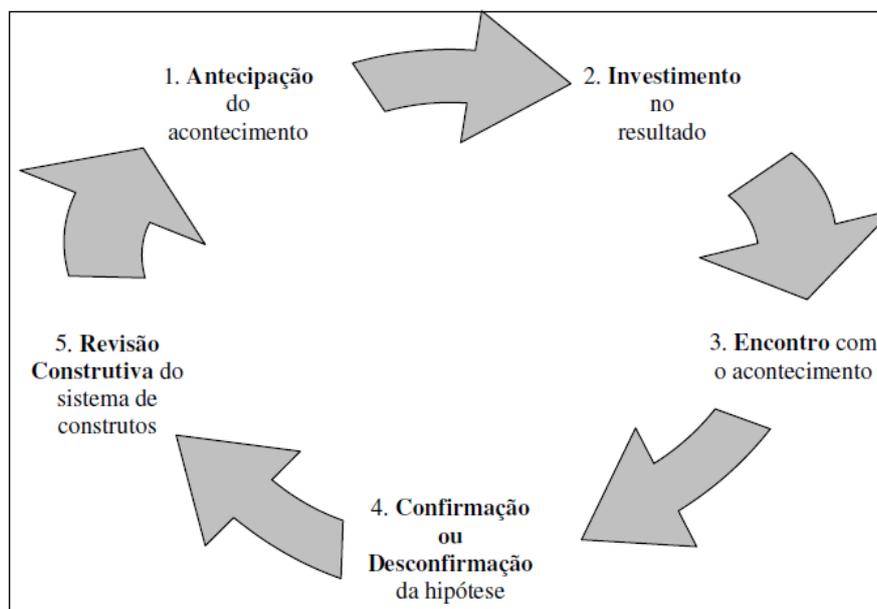
Nesta etapa, detalharemos os passos que foram executados na pesquisa desde os procedimentos utilizados para a compreensão e estruturação do Ciclo da Experiência de Kelly até a análise dos dados obtidos.

5.4 Detalhando os passos metodológicos

A presente pesquisa foi fundamentada no Ciclo da Experiência de Kelly (1963), buscando uma melhor compreensão e aproveitamento da análise dos dados envolvidos na prática vivenciada. Nesse sentido, o que se pretendeu foi fazer uma análise qualitativa dos dados coletados através do uso do Corolário da Experiência. As atividades foram organizadas seguindo as cinco (5) etapas do ciclo da experiência.

Para Kelly (1963), o simples fato de colocar o indivíduo diante de um evento faz com que, naturalmente, tente prever o que irá acontecer se tomar um dado comportamento. Nesse sentido, Kelly define experiência como um ciclo contendo cinco etapas: Antecipação, Investimento, Encontro, Confirmação ou Desconfirmação e Revisão Construtiva (BASTOS, 1998).

Figura 16: Etapas do Ciclo da Experiência de Kelly



Fonte: Cloninger (1999, p.428)

A intervenção foi realizada em 6 (seis) aulas, onde cada aula teve duração de aproximadamente 90 minutos. As etapas 1 (Antecipação), 2 (Investimento), 4 (Confirmação) e 5 (Revisão Construtiva) foram realizadas em uma única aula cada, com intervalo de 7 dias entre cada aula, ou seja, entre cada etapa. A etapa 3 (Encontro) se desenvolveu em 2 (duas) aulas com intervalo de 15 dias entre cada aula.

A seguir apresentamos as cinco etapas presentes na intervenção.

Etapa 1

A primeira etapa, denominada Antecipação é o momento no qual o indivíduo prevê o evento formulando sua hipótese. Segundo Ferreira (2005, p.27):

Os alunos procuram lembrar, de forma espontânea, mesmo que não se expressem verbalmente, de tudo que já aprenderam, sistematicamente ou não, a respeito daquele tema. Cabe ao professor registrar as hipóteses iniciais dos alunos para que possa definir qual a melhor estratégia a ser

seguida na etapa do encontro. A motivação para realizar a antecipação é natural, ou seja, qualquer pessoa que ouça falar de qualquer tema, objeto ou pessoa realiza essa etapa do ciclo, naturalmente.

Esta etapa, que teve como objetivo refletir sobre o conceito de fractais, foi realizada através da aplicação de um questionário (Anexo 1), que abordou e investigou questões sobre Sistemas, Teoria do caos, Fractais, Pensamento complexo e Interdisciplinaridade. O questionário foi composto por quatro (4) questões básicas e, nas linhas reservadas às respostas, constavam duas seções; a primeira para respostas da etapa 1 (Antecipação) e a segunda para respostas da etapa 5 (Revisão Construtiva).

A etapa 1 foi realizada desde o momento em que os alunos foram convidados a participar da pesquisa. Vale ressaltar que nesse momento os alunos participaram na discussão do objetivo e metodologia que foi aplicada. Destaca-se a tímida colaboração dos alunos durante a aula, a postura conservadora ante os questionamentos bem como as oportunas intervenções feitas pelo professor da disciplina.

Etapa 2

A segunda etapa, denominada Investimento, consiste em investir, de alguma forma, para participar de um evento de forma satisfatória. Para Ferreira (2005), a etapa do investimento refere-se às leituras e pesquisas prévias que o aluno realiza sobre determinado tema que será estudado futuramente.

Esta etapa constou basicamente de dois objetivos; aprofundar os conceitos de sistemas percebendo as adequações desses sistemas a teoria do caos e introduzir a relação desses conceitos a partir da contraposição entre o paradigma vigente e o paradigma emergente. Nesta etapa os alunos assistiram ao vídeo: Alta ansiedade – A matemática do caos – Parte I. Após a conclusão do vídeo foi realizado um debate.

Destaca-se a participação mais ativa dos alunos durante a aula. A postura conservadora apresentada durante a etapa 1, após o vídeo, mostra-se

mais flexível às temáticas contemporâneas e o estranhamento inicial já começa a dar lugar a outras formas de pensar.

Etapa 3

O Encontro, terceira etapa, trata do momento em que ocorre o evento. Para Ferreira (2005, p.33):

É o momento em que o professor explica o assunto, através de aula expositiva ou de experiências ou de qualquer outra forma. O professor aplica a estratégia que achar mais conveniente para o seu público, levando em consideração as hipóteses iniciais que os alunos apresentaram na etapa da antecipação.

Como já mencionado, esta etapa foi realizada em duas aulas: na primeira visamos contemplar os conceitos abordados na etapa 2 e introduzir a noção de fractais, a partir do vídeo: Alta ansiedade – A matemática do caos – Parte II, e, ao término do vídeo, após uma longa discussão, foi apresentado um texto, referente ao tópico – Dimensão fractal (Anexo 2).

Na segunda aula, completando a etapa do Encontro, etapa (3) visamos adequar os conceitos anteriormente apresentados e a prática experimental a partir da realização de dois experimentos, a saber: a determinação da dimensão fractal da imagem de fundo de olho humano (Experimento 1) e o cálculo das dimensões fractárias de bolinhas de papel de diferentes tamanho (Experimento 2).

Nesse sentido, inicialmente oferecemos como proposta de aula o experimento 1 onde iríamos abordar a análise de padrões da vascularização da retina humana, através da determinação da dimensão fractal da imagem de fundo de olho. Para tanto, utilizaríamos alguns instrumentos como: computador; caderno e caneta para possíveis anotações, *software Paint* e *software estatístico Benoit*.

Destacamos que o experimento 1 não foi realizado em todas as suas etapas, uma vez que mesmo tendo sido tomadas todas as medidas necessárias para a obtenção do programa *Benoit*, por motivo de força maior o programa não foi disponibilizado no dia em que a atividade seria realizada.

Contudo, mesmo sem o programa referido, os alunos tiveram conhecimento de todas as etapas necessárias ao cálculo da dimensão fractal proposta, a saber: da vascularização da retina humana. Após a explanação mostraram-se perceptivos à importância não só do experimento em si, mas, principalmente da aplicabilidade vista a partir das dimensões fractais.

O experimento 1 também trouxe um ganho significativo para a etapa no que tange a utilização de tecnologias mais simples no cálculo da dimensão fractal, uma vez que foi possível discutir a utilização de outros programas não pagos e de fácil acesso, disponíveis na internet. Nesse caso, assim como em todos os outros momentos de interação grupo – pesquisador, ficou evidente que o trabalho priorizou a interlocução que deve sempre estar presente no pensamento contemporâneo.

Finalizando a etapa 3, e como já mencionado, como sugestão de prática propusemos a realização do experimento 2 que teve como objetivo a análise das dimensões de objetos fractais (dimensões fracionadas), no caso, bolas de papel. A intenção era obter uma maior quantidade de dados, a fim de comparação. Para isso, utilizamos dois instrumentos de medição (régua e paquímetro) e nove bolas de papel de diâmetros diferentes e os alunos criaram tabelas de dados e gráficos.

O experimento 2 mostrou-se tão efetivo e oportuno quanto o experimento 1, ainda que, como já mencionado, no caso do primeiro as etapas não tenham sido todas realizadas. Os alunos participaram de forma ativa, auxiliando no raciocínio da determinação dos diferentes valores expressos pelo paquímetro e considerando a folha de papel, a divisão dos tamanhos sugeridos, o amassar dos diferentes pedaços destacados, a matemática envolvida e a percepção final de que o volume de uma bolinha não tem

dimensão três. O experimento ainda que com simples recursos evidenciou o caráter limitado da geometria euclidiana.

Após a realização do experimento 2 e de uma breve discussão a respeito do tema, pudemos perceber a “atmosfera” de reflexões e posturas críticas às representações do universo (construtos) que fazemos, uma vez que essas representações do mundo estão quase sempre presas ao rigor formal e cartesiano. Essa crítica às representações se fez a partir do aumento no repertório de construtos desses alunos.

Etapa 4

Confirmação ou Refutação, quarta etapa do ciclo, o indivíduo testa suas hipóteses, confirmando-as ou refutando-as. Nesse momento os alunos, diante do encontro, devem confrontar suas concepções com o novo conhecimento, com as novas descobertas que fizeram a partir das etapas anteriores.

Nesta etapa, no primeiro momento, os alunos assistiriam a uma palestra sobre a interdisciplinaridade, seguida de uma discussão sobre a temática e, como fechamento, segundo momento, teriam que responder a um questionário (Anexo 3) com questões de reflexão, feitas pelo pesquisador, sobre as relações entre o tema norteador da aula, a saber: interdisciplinaridade, fractais e o paradigma emergente.

A proposta era a de analisar os resultados obtidos na prática que foi vivenciada, e, a partir dessa análise, verificar se os alunos iriam confirmar ou não as hipóteses acerca de fractais, sua relação com a ciência contemporânea em contraposição a geometria euclidiana e a ciência moderna.

O primeiro momento da etapa 4 precisou ser modificado, uma vez que a palestrante não pode comparecer a aula. Dessa forma, antes da aplicação do questionário, os alunos assistiram ao vídeo: Teoria da Complexidade – A Nova Ciência, em seguida houve uma breve discussão sobre a temática.

Etapa 5

Na última etapa do ciclo, denominada Revisão Construtiva, o indivíduo se coloca a repensar toda a situação e, se for o caso, ampliar o limite de validade de sua hipótese inicial. Neste momento é preciso que o aluno tome conhecimento da mudança, caso contrário, conforme Kelly, a experiência não ocorreu. No sentido de complementar a quinta e última etapa, cada aluno retornou ao questionário respondido na etapa inicial no sentido de investigar mais uma vez a sua construção, e, se necessário, apresentar novas respostas na seção 2. O que se pretendeu, é que o aluno verifique se ocorreram possíveis modificações no seu sistema de construtos pessoais.

6.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 1ª ETAPA DO CICLO

Tradando-se de uma pesquisa qualitativa e tendo como viés condutor o aprofundamento da compreensão dos fenômenos que investiga, buscou-se uma análise rigorosa e criteriosa dos dados coletados e fez-se uso da Análise Textual Discursiva (ATD). Sendo uma análise de dados que transita entre duas formas de análise na pesquisa qualitativa que são a análise de conteúdo e a análise de discurso, a ATD pode ser descrita como um processo que se inicia com uma unitarização, seguida da categorização e culminando na produção de meta-textos analíticos que irão compor os textos interpretativos.

6.1 Um pouco sobre a análise textual discursiva

A Análise Textual Discursiva inicia-se uma vez estando de posse do conjunto de textos a serem analisados ou pelo menos por parte deles. Um dos focos deste trabalho é exatamente o caráter reflexivo, que tendo permeado todo pensamento até aqui exposto, não poderia deixar de estar presente nesse momento em que se exige tanto do pesquisador.

Conforme Moraes (2003, p. 32):

A análise textual aqui proposta tem sido utilizada tanto em pesquisas de mestrado como doutorado, abrangendo áreas tão diversificadas quanto Comunicação, Psicologia, Educação, Serviço Social e Educação Ambiental. Em algumas das pesquisas essa metodologia tem sido utilizada integrada a outras abordagens de análise. A análise textual discursiva tem se mostrado especialmente útil nos estudos em que as abordagens de análise solicitam encaminhamentos que se localizam entre soluções propostas pela análise de conteúdo e a análise de discurso

A análise textual tem sido cada vez mais utilizada em pesquisas qualitativas, uma vez que permite a pesquisa aprofundar a compreensão dos fenômenos que investiga com uma análise rigorosa e criteriosa. Nesse sentido, a análise textual discursiva oportuniza um envolvimento que é essencial para a emergência de novas compreensões.

Ao longo da análise dos dados pretende-se defender o argumento de que a análise textual qualitativa pode ser compreendida como um processo auto-organizado de construção de compreensão em que novos entendimentos emergem de uma sequência recursiva de três componentes: desconstrução do corpus, unitarização e categorização (MORAES, 2003).

Primeiro momento da análise, a desconstrução pode ser considerada um processo onde se estabelece a desordem, que é vital para a análise textual discursiva, é a partir dela que o conhecimento existente é desorganizado. São as unidades de significado ou sentido que se originam a partir da desconstrução do *corpus*.

Segundo Moraes (2003):

É preciso desestabilizar a ordem estabelecida, desorganizando o conhecimento existente. Tendo como referência as ideias dos sistemas complexos, esse processo consiste em levar o sistema semântico ao limite do caos. A unitarização é um

processo que produz desordem a partir de um conjunto de textos ordenados. Torna caótico o que era ordenado. Nesse espaço uma nova ordem pode constituir-se às custas da desordem. O estabelecimento de novas relações entre os elementos unitários de base possibilita a construção de uma nova ordem, representando uma nova compreensão em relação aos fenômenos investigados.

Desse modo, nos sentimos “livres” e amparados para nos debruçarmos sobre a análise aqui proposta. Segundo Moraes (2003, p. 196)

Uma análise textual qualitativa, voltada à produção de compreensões aprofundadas e criativas, requer um envolvimento intenso com as informações do corpus da análise. Exige uma impregnação aprofundada com os elementos do processo analítico. Somente essa impregnação intensa possibilita uma leitura válida e pertinente dos documentos analisados.

Dessa forma, a análise textual parte de um conjunto de pressupostos em relação à leitura dos textos que examinamos. Os materiais analisados constituem um conjunto de significantes. O pesquisador atribui a eles significados sobre seus conhecimentos e teorias. A emergência e comunicação desses novos sentidos e significados é o objetivo da análise (MORAES, 2003).

O segundo momento do ciclo de análise. Consiste na categorização das unidades anteriormente construídas, aspecto central de uma análise qualitativa. A categorização é um processo de comparação constante entre as unidades definidas no processo inicial da análise, levando a agrupamentos de elementos semelhantes. Os conjuntos de elementos de significação próximos constituem as categorias (MORAES, 2003).

Essas categorias extraídas possibilitam a emergência de uma nova compreensão renovada do todo, que é comunicada e validada, resultando o metatexto, que se apresenta como produto de uma nova combinação dos elementos construídos ao longo dessas etapas.

Diante do exposto nos parágrafos acima, as respostas dos alunos foram lidas e relidas para iniciar o primeiro processo de análise que consiste na desconstrução dos textos com posterior unitarização. Com esta fragmentação surgiram as unidades de análise, sendo que cada pergunta foi codificada para saber a origem de cada unidade.

As unidades obtidas a partir da unitarização do *corpus* do questionário 1 foram analisadas separadamente, de duas maneiras: as 1ª e 2ª questões do questionário foram analisadas através da Análise Textual Discursiva, que como antes mencionado, dá ênfase aos aspectos qualitativos. As respostas destas questões foram relacionadas com os autores descritos na fundamentação teórica e foram comparadas com os objetivos desta pesquisa.

Posteriormente essas respostas foram comparadas, a fim de analisarmos semelhanças e diferenças entre as representações dos alunos no que tange a duas principais concepções de ciência, a saber; ciência moderna e ciência contemporânea. As unidades foram classificadas e constam em um dos dois tipos de categorias criadas; a categoria Máquina e a categoria Rede. Por fim, a partir da análise de semelhanças e diferenças deu-se a construção do metatexto.

No questionário (Anexo 1) as perguntas 3 e 4 e no questionário (Anexo 3) as perguntas 1, 2, 3 e 4 tiveram como objetivo identificar se os alunos já haviam participado ou realizado respectivamente alguma atividade referente à prática interdisciplinar ou se já estiveram em algum momento da graduação conhecendo a respeito de temas contemporâneos e ou a Teoria dos Construtos Pessoais de Kelly. Vale ressaltar que para a análise dos dados apenas as etapas cujos questionários foram aplicados foram analisadas a partir da ATD.

6.1.1 As duas categorias

A categorização, como já mencionado, implica em nomear e definir as categorias. É um processo de comparação constante entre as unidades definidas no processo inicial da análise.

Fazendo uso do método dedutivo, que implica construir categorias antes mesmo de examinar o corpus de textos, criamos as categorias num movimento do geral para o particular, no sentido de proporcionar uma estratégia para alcançar os objetivos da pesquisa. Portanto, sempre que nos referirmos às categorias estaremos relacionando a contraposição da ciência mecanicista-moderna em relação à sistêmica-contemporânea.

As metáforas utilizadas para denominar as categorias Máquina e Rede, foram inspiradas na Tese de Doutorado elaborada pela Prof^a. Dr^a. Tânia Baier, intitulada: O Nexo “geometria fractal – Produção da Ciência Contemporânea” tomado como núcleo do currículo de matemática do ensino básico. Em seu trabalho a autora desenvolve a proposta de trabalhar a Matemática no Ensino Básico segundo as concepções da ciência contemporânea.

Segundo Baier (2005), toda categorização implica uma teoria. O conjunto de categorias é construído a partir desse referencial de abstração que o suporta. Esse olhar teórico pode estar explícito ou não, ainda que seja desejável sua explicitação. Nesse sentido, o modo que se buscou, neste trabalho, para conceber as teorias em relação à pesquisa e à categorização das informações originou as categoria Máquina e Rede (Teia).

Para clarificar as diferentes categorias criadas, convencionamos que todas as unidades que comportaram em sua estrutura: separação sujeito/objeto, representação do espaço físico como sendo apenas euclidiano, cálculo exato, priorização dos aspectos quantitativos da Matemática, visão euclidiana foram classificadas na categoria Máquina. Uma vez que, presentes na estrutura de cada unidade, as características: impossibilidade de separar o sujeito que conhece do objeto conhecido, inexistência de uma hierarquia de a

prioris, postura fenomenológica e visão fractal, foram classificadas na categoria de Rede.

6.2 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 1

Primeira etapa do Ciclo da Experiência (Antecipação). De acordo com Kelly (1963), a etapa de antecipação é o momento no qual o aluno prevê o evento formulando sua hipótese sobre o tema em questão. Nessa etapa foi aplicado o questionário, como já mencionado, com toda a turma (Anexo 1), composto de quatro perguntas abertas sobre as concepções prévias dos alunos em relação a Sistemas, Teoria do Caos, Teoria Fractal, Ciência contemporânea, Complexidade, Interdisciplinaridade e Teoria dos Construtos Pessoais.

No entanto, tendo como objetivo uma análise transversal, foram analisadas somente as respostas de duas, das quatro perguntas apresentadas no questionário aplicado nas etapas 1 e 5, dos três alunos que completaram todo o Ciclo da Experiência de Kelly. Ressalta-se que o aluno representado por “Aluno A”, durante a aplicação da pesquisa, era graduando do curso de Licenciatura em Matemática na UFRPE, cursando o 8ª período, a aluna representada por “Aluna B” do curso de Biologia e a aluna representada por “Aluna C” era graduanda do curso de Química também na UFRPE.

Pergunta 1, visando estabelecer o conhecimento prévio dos estudantes sobre Sistemas aleatórios, Sistemas determinísticos, lineares e não lineares e Teoria do Caos, foi: *Encontramos duas definições de categorias de sistemas, a saber, sistemas aleatórios (probabilísticos – sem memória) e sistemas determinísticos (lineares e não lineares, caóticos), você se recorda o que cada uma dessas definições significa? Dentre essas duas categorias, qual serve de objeto para a Teoria do Caos? Explique.*

A pergunta 1, do questionário – etapa (antecipação), buscou compreender como os alunos entendiam os diferentes sistemas apresentados

na Matemática com objetivo apenas de identificar que conhecimento teórico eles obtinham e qual a relação que os mesmos faziam com os fenômenos do Universo. Mais do que apenas analisar se seriam capazes de apresentar uma resposta embasada em teorias matemáticas, a compreensão das unidades de significado buscou, principalmente, perceber a relação entre esses conceitos e o fenômeno em si.

O quadro abaixo apresenta as unidades teóricas, dos alunos A, B e C, selecionadas após a unitarização do *corpus* do texto correspondente as respostas da pergunta 1, questionário 1, etapa 1 (Antecipação), ao serem questionados sobre sistemas aleatórios, determinísticos lineares, não-lineares e teoria do caos.

Quadro 1: Unidades teóricas - Pergunta 1 - Seção 1

Quadro 1. Unidades teóricas, dos alunos A, B e C, selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 1, questionário 1, seção 1 - etapa 1 (Antecipação), ao serem questionados sobre sistemas aleatórios, determinísticos lineares, não-lineares e teoria do caos.		
Aluno A	Aluna B	Aluna C
Unidade 1.1: sistemas aleatórios envolvem um número finito de possibilidades.	Unidade 1.1: sistemas aleatórios não existem um padrão para determiná-lo.	Unidade 1.1: sistemas aleatórios estão relacionados a variáveis aleatórias.
Unidade 1.2: são avaliados por métodos computacionais.	Unidade 1.2: sistemas determinísticos podem ser caracterizados; podendo ser linear ou não.	Unidade 1.2: problemas onde temos uma função aleatória.
Unidade 1.3: sistemas lineares são sistemas que seguem uma padronização.	Unidade 1.3: a teoria do caos se baseia na forma determinística.	Unidade 1.3: sistemas determinísticos estão ligados a objetos que estão pré-definidos.
Unidade 1.4: podem ser descritos por um conjunto de equações.	Unidade 1.4: a teoria do caos caracteriza-se por mostrar que os fenômenos do universo não são todos possíveis de prever.	Unidade 1.4: os sistemas aleatórios são utilizados para a teoria do caos.
Unidade 1.5: sistemas não lineares não podem ser descritos por um conjunto de equações.	Unidade 1.5: o homem não pode controlar o que não tem controle.	
Unidade 1.6: mas podem ser traçadas estatísticas relacionadas a esses		

sistemas.		
Unidade 1.7: a teoria do caos é um modelo.		
Unidade 1.8: o que mais se adapta a esse modelo são os sistemas não lineares.		

A seguir seguem as análises das unidades apresentadas na tabela acima alocadas às suas respectivas categorias.

6.2.1 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 1 - Aluno A

O aluno A, descreve Sistemas Aleatórios como sendo sistemas que:

Resposta do aluno A: “Sistemas aleatórios são sistemas que envolvem um número finito de possibilidades, onde essas possibilidades são avaliadas por meio de métodos computacionais. Sistemas lineares são sistemas que seguem uma padronização podendo ser descritos por um conjunto de equações. Sistemas não lineares são sistemas que não podem ser descritos por um conjunto de equações, mas que podem ser traçadas estatísticas relacionadas a esses sistemas. Na teoria do caos o que mais se adapta a esse modelo são os sistemas não lineares”.

Unidade 1.1: *“Sistemas aleatórios são sistemas que envolvem um número finito de possibilidades”.*

A unidade 1.1 que surge, a partir da desconstrução do texto que é tido como resposta a pergunta 1, é denominada, como antes mencionado, unidade de significado ou de sentido, uma vez que ela constitui um elemento de significado referente ao fenômeno que está sendo investigado. Inicialmente, nota-se que o elemento significativo se faz presente a partir da representação que a própria unidade de análise traz, ou seja, o aluno está fazendo, implicitamente, o uso do que podemos chamar de modelo matemático.

D'Ambrósio (1996) considera modelo numa ampla acepção, denotando as representações simplificadas, mentais ou não, que os seres humanos fazem sobre realidade (ou a suposta realidade). Segundo Barbosa (2009), modelos matemáticos, são aqueles que empregam símbolos matemáticos, sejam tabelas, gráficos, equações, inequações, etc., ou, em outras palavras, empregam conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos.

No sentido de clarificar a relação entre unidade de significado e modelo matemático, destacamos o fato de que: a estreita relação entre ciência e modelos matemáticos não é recente, mas remonta-se à fundação da ciência moderna (D'AMBRÓSIO, 1996; MATTHEWS, GAULD, STINNER, 2005). Nesse sentido, a unidade 1.1, assim como as demais unidades de análise destacadas para os alunos A, B e C, reforça a ideia de modelo matemático como um retrato aproximado da realidade, visão que parece ser amplamente reforçada por professores de ciências e matemática (BORBA, SKOVSMOSE, 1997; MALCOLM, 2007).

Conforme Barbosa (2009), para Platão, as verdades eternas estão no mundo da matemática, de onde se pode inferir que a matemática é o mais adequado instrumento para buscar os padrões, as leis e a estabilidade num mundo que se mostra, por vezes, instável. Portanto, se a resposta (unidade) é representada por um modelo, e se o modelo está relacionado com a ciência moderna então a unidade 1.1 foi classificada na categoria Máquina. Ressalta-se que a análise em questão será mais evidenciada ao tratar a unidade 1.7.

Percebe-se o caráter moderno de ciência, possibilidade finita remete a um número que indica a chance (possibilidade) limitada de determinada situação acontecer. Indica que para ele (aluno) essa chance pode ser encontrada (determinada), uma vez que as possibilidades são limitadas. O aluno procura responder a pergunta buscando o conhecimento teórico, existe uma associação do termo (palavra) sistema ao comportamento “finito”, ou seja, existe um número “acabado” para o sistema em questão.

O referencial apresentado pelo aluno pauta-se nos conceitos de distinção e no conhecimento matemático. Mostra-se, a partir da análise da

unidade 1.1, uma visão impregnada da concepção mecanicista-moderna, o que irá se repetir na maioria das unidades de análise relacionadas à pergunta 1.

Unidade 1.2: *“são avaliados por métodos computacionais”*.

Na unidade significativa 1.2, o aluno afirma que sistemas aleatórios; “são avaliados”. O comportamento da natureza, implícito na pergunta e que emerge a partir do entendimento dos sistemas em questão, começa a ser entendido como passível de ser submetido a experimentações e o conhecimento obtido deste modo propicia o desenvolvimento de tecnologias, ocorrendo uma aliança entre a técnica e a ciência (BAIER, 2005). Nesse caso o aluno mostra-se bem familiarizado à concepção cartesiana, uma visão de Galileu consolidada por Descartes que busca na Matemática, a linguagem para o conhecimento científico, o aluno se vale do modo sistemático e do método experimental.

De acordo com D’ambrosio (2001, p. 29)

A modernidade se deu com a incorporação do raciocínio quantitativo, possível graças à aritmética [tica = arte+ aritmos = números] feita com algarismos indo-arábicos e, posteriormente, com as extensões de Simon Stevin [decimais] e de John Neper [logaritmos], culminando com os computadores. Nessa evolução foi privilegiado o raciocínio quantitativo, que pode ser considerado a essência da modernidade.

Diante do exposto, percebe-se que, assim como a unidade 1.1, a unidade de análise 1.2 evidencia um pensamento moderno de ciência o que a classifica como sendo parte de uma visão euclidiana, categoria Máquina.

Unidade 1.3: *“Sistemas lineares são sistemas que seguem uma padronização”*.

Entendemos a palavra “padronização” como aquilo que segue um padrão. Nesse sentido, a realidade tenta ser descrita a partir de um comportamento padronizado. Insere-se um conhecimento construído a partir da observação da realidade, constatado na repetição sistemática de experiências e não mais resultante de uma atitude contemplativa. A unidade 1.3, apresenta

o que seria segundo Baier (2005, p. 29) crença na existência de uma ordem natural permanente dos fenômenos da natureza. Mais uma vez torna-se evidente a visão moderna de ciência na unidade de análise 1.3, visão ratificada na unidade de análise 1.4:

Unidade 1.4: *“sistemas lineares podem ser descritos por um conjunto de equações”*.

Na unidade em análise, o termo: *“conjunto de equações”* descreve o comportamento do sistema mencionado, a saber; sistemas lineares. Nessa concepção, o universo, e por sua vez a natureza, pode ser explicado, a partir de equações. Segundo Capra (1998) o universo é um grande sistema mecânico funcionando de acordo com as leis newtonianas do movimento. Desse modo, as equações diferenciais de Newton tornaram-se o fundamento matemático do paradigma mecanicista.

Infere-se, portanto, que a unidade de análise 1.4 se contrapõe a visão sistêmica-contemporânea comprovando uma concepção puramente mecanicista atrelada ao paradigma tradicional. Portanto, as unidades 1.3 e 1.4 estão dispostas na categoria Máquina. Todo o contexto observado até a presente análise segue-se ainda as demais unidades, criadas a partir da unitarização da pergunta 1, a saber: unidade 1.5, 1.6, 1.7 e 1.8.

Seguem abaixo as unidades citadas:

Unidade 1.5: *“Sistemas não Lineares - Não podem ser descritos por um conjunto de equações”*.

Unidade 1.6: *“Mas podem ser traçadas estatísticas relacionadas a esses sistemas”*.

O aluno “A” descreve sistemas não lineares como sistemas que: *“Não podem ser descritos por um conjunto de equações”*. fica evidente que o aluno não encontrou uma resposta adequada que relacione o sistema em questão com o fenômeno em si. A partir da análise verifica-se que a resposta apresenta um único caminho na busca da possível solução para o sistema mencionado. Destaca-se que o aluno está seguindo um raciocínio atrelado à

concepção reducionista de mundo. A unidade 1.6 não apresenta relação entre o comportamento do sistema não linear e as teorias do caos e fractais. As unidades 1.5 e 1.6 serão alocadas na categoria máquina.

Teoria do Caos. Por ser esse conceito extremamente relevante, destacamos a unidade significativa que representa a definição da teoria mencionada. Para as pretensões desta pesquisa o conceito teórico de sistemas não lineares se torna fundamental, uma vez que, a partir dessa perspectiva sabemos se o aluno faz ou não uma distinção apropriada em relação a sistemas determinísticos lineares e não-lineares, o que pode favorecer o entendimento da teoria fractal.

A Teoria do Caos é uma parte importante dos sistemas dinâmicos não-lineares (complexos). Nesse sentido, a geometria fractal está intimamente ligada à Teoria do Caos, pois são as estruturas quebradas, complexas, estranhas e belas desta geometria que conferem certa ordem ao caos, e esta é muitas vezes caracterizada como sendo a linguagem do caos (SANTOS; OLIVEIRA, 2004).

A geometria fractal busca padrões organizados de comportamento dentro de um sistema aparentemente aleatório. Nesse contexto, segue a análise da unidade 1.7, inserindo-a na categoria Máquina.

Unidade 1.7: *“A Teoria do Caos - É um modelo”*.

O aluno refere-se à Teoria do caos como sendo um modelo. D’Ambrósio (1996) considera modelo numa ampla acepção, denotando as representações simplificadas, mentais ou não, que os seres humanos fazem sobre realidade (ou a suposta realidade).

O aluno A está relacionando a teoria como representação de algum comportamento da natureza, para ele a teoria representa um fenômeno. Para a análise da presente unidade usamos toda linha de raciocínio apresentada na unidade de significado 1.1, onde exploramos o conceito de modelo e sua relação com a ciência moderna. Portanto, como já mencionado, classificamos a unidade 1.7 e a unidade que se segue; 1.8 na categoria Máquina. Ressaltamos

que a unidade 1.8 será analisada, em particular, no tópico “Conceito Teórico”, uma vez que nossa intenção é destacar, ao mesmo tempo, a inadequação do conceito e justificar a classificação na categoria Máquina.

Unidade 1.8: “*O que mais se adapta a esse modelo são os sistemas não lineares*”.

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para o aluno A.

Quadro 2: Pergunta 1 - Seção 1 - Aluno A

Quadro 2. Unidades teóricas do aluno A selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 1, questionário 1, seção 1 - etapa 1 (Antecipação) alocadas às categorias.	
Aluno A	Categoria
Unidade 1.1: sistemas aleatórios envolvem um número finito de possibilidades.	Máquina
Unidade 1.2: são avaliados por métodos computacionais.	Máquina
Unidade 1.3: sistemas lineares são sistemas que seguem uma padronização.	Máquina
Unidade 1.4: podem ser descritos por um conjunto de equações.	Máquina
Unidade 1.5: sistemas não lineares não podem ser descritos por um conjunto de equações.	Máquina
Unidade 1.6: mas podem ser traçadas estatísticas relacionadas a esses sistemas.	Máquina
Unidade 1.7: a teoria do caos é um modelo.	Máquina
Unidade 1.8: o que mais se adapta a esse modelo são os sistemas não lineares.	Máquina

6.2.2 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 - Conceito teórico – Seção 1 - Aluno A

Não tivemos nenhuma pretensão em aprofundar os conceitos de sistemas aleatórios, determinísticos lineares e não-lineares, apenas pretendíamos buscar uma compreensão superficial relacionada aos conhecimentos prévios dos alunos e depois compará-la na análise do questionário final (Revisão construtiva). Vale salientar que nossa busca, inicialmente, a partir do questionário 1, foi orientada no sentido de encontrar algum obstáculo e/ou possibilidades que favorecessem a etapa seguinte estipulada na metodologia, a saber: etapa de Investimento.

Uma vez que, sendo um dos objetivos específicos desta pesquisa; identificar os obstáculos e as possibilidades da ciência contemporânea para a formação de professores que contribuam para o estabelecimento de concepções emergentes sobre ensinar ciências, entendemos que compreender algumas concepções prévias dos alunos é de suma importância, pois os obstáculos e/ou possibilidades percebidos a partir da análise da unidade são determinantes das ações metodológicas que subsidiarão o entendimento das concepções da ciência contemporânea.

Portanto, não estaremos justificando as unidades de análises a partir de um rigor conceitual, mas apenas citaremos algumas referências teóricas que sirvam de base para o objetivo da pesquisa. Nesse sentido, nossa preocupação dar-se-á quanto à análise da concepção de que visão da ciência está sendo evidenciada nas unidades de significado.

Ressaltamos que o tópico “Conceito Teórico” será apresentado apenas na primeira fase da análise, uma vez que, nossa intenção é fundamentar os comentários das respostas dos alunos a partir das unidades de significados. Na fase 2, os conceitos teóricos serão mencionados na própria análise da unidade.

Destacaremos abaixo algumas das unidades de significado que temos por relevantes seus conceitos teóricos.

Unidade 1.1: *“Sistemas aleatórios são sistemas que envolvem um número finito de possibilidades”*.

Uma análise baseada apenas no conceito teórico relacionado a sistemas aleatórios mostra que o aluno 1, evidencia um aspecto relevante para conceituar o sistema citado: *“número finito de possibilidades”*, porem deixou de mencionar um ponto preponderante relacionado ao mesmo sistema, a saber o caráter sem memória do sistema e eventos independentes.

Um sistema é classificado como aleatório quando seu estado futuro só pode ser conhecido a partir da realização de uma experiência. Por exemplo, quando jogamos uma moeda para o alto, não há como saber qual face dessa moeda estará para cima quando a mesma cair, essa informação só é obtida quando se realiza a experiência, que é jogar a moeda.

Unidade 1.5: *“Sistemas não Lineares - Não podem ser descritos por um conjunto de equações”*.

A unidade apresenta um conceito equivocado quanto ao sistema mencionado, uma vez que sistemas não-lineares podem ser descritos por um conjunto de equações. O método mais amplamente estudado e conhecido para resolver sistemas de equação não lineares é o método de Newton. De uma maneira geral, o método de Newton é usado para resolver numericamente uma equação $f(x) = 0$, onde f é uma função diferenciável. Isto é, o método consiste na construção de uma sequência de números que converge para um número real *“a”* que satisfaz $f(a) = 0$.

Unidade 1.8: *“O que mais se adapta a esse modelo são os sistemas não lineares”*.

Na unidade 1.5 o aluno A afirma que sistemas não-lineares *“não podem ser descritos por um conjunto de equações”*, contudo, na unidade 1.8 o mesmo aluno afirma que o sistema que mais se adapta a teoria do caos *“são os sistemas não-lineares”*. Uma vez caracterizado como modelo, o sistema, nesse caso, seria descrito por uma equação. A palavra *“modelo”* evidencia o pensamento cartesiano. A contradição apresentada pelo aluno é um obstáculo

para o entendimento do conceito de fractais. A unidade 1.8 está também inserida na categoria Máquina.

6.2.3 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 1 - Aluna B

A aluna B, descreve Sistemas Aleatórios como sendo sistemas que:

Resposta da aluna B: “Sistemas aleatórios são aqueles que não existe um padrão para determiná-los, já os determinísticos podem ser caracterizados, podendo ser linear ou não. A teoria do caos se baseia na forma determinística e caracteriza-se por mostrar que os fenômenos do universo não são todos possíveis de prever, de que o homem não pode controlar o que não tem controle”.

Unidade 1.1: “Não existe um padrão para determiná-lo”.

Destacamos dois pontos na unidade 1.1; o primeiro é a menção à palavra padrão, já antes citada na unidade 1.1 do aluno A, novamente utilizada para designar um sistema aleatório. O outro ponto apresenta-se no caráter evasivo da unidade, uma vez que aluna restringe-se a afirmar que não existe um padrão para determinar o sistema em questão. O que aluna quer dizer com isso?

A palavra padrão, no dicionário, significa manter algo em constante estado concreto, de alguma forma igual ao que sempre foi. Estar em repetição de movimentos, circulações, momentos, tamanhos. Repetições de estado, movimentos contínuos, padronizar os movimentos, mantê-los sempre das mesmas funções. Desse modo, na resposta da aluna B, o que inicialmente se percebe, a exemplo do aluno A, antes já analisado é a utilização da linguagem matemática para descrever os fenômenos da natureza.

Conforme Baier (2005, p. 20) apoiando-se nas criações geométricas das antigas civilizações mesopotâmica, egípcia e grega, cujas obras são sintetizadas por Euclides, Galileu formula as suas leis a partir do entendimento da natureza como sendo um livro escrito em caracteres matemáticos,

aguardando leitores capazes de compreendê-lo. Desse modo, percebe-se o caráter moderno presente na unidade 1.1, categoria Máquina.

Unidade 1.2: “*Podem ser caracterizados; podendo ser linear ou não*”.

Na unidade significativa 1.2, a aluna afirma que sistemas determinísticos; “podem ser caracterizados”, percebe-se que a unidade de significado apresenta-se “vazia” no seu próprio significado, mencionar que um sistema pode ser caracterizado não apresenta algo relevante a respeito do sistema. Percebe-se que a aluna apenas fez uso do que já estava explícito no enunciado da pergunta.

Faz-se necessário nesse momento um breve esclarecimento. A preocupação relacionada aos questionários deveu-se, principalmente a direcionar ao objetivo da pesquisa. Como já mencionado, as questões foram formuladas no sentido de criar “caminhos” que proporcionassem diferentes possibilidades. A palavra *possibilidade* é aqui entendida no sentido de apresentar como possível aquilo que pode acontecer, ou praticar-se.

A pergunta 1, apresenta-se fundamentalmente numa linguagem matemática, entretanto, ainda que o enunciado favorecesse uma interpretação paradigmática tradicional e cartesiana, poderíamos obter respostas com características contemporâneas. Nesse sentido as hipóteses criadas a partir das respostas nos conduziram, assim como conduziu, a percepções outras de como estabelecer a metodologia.

A Aluna B demonstra uma visão tradicional com um modelo de resposta, presente na unidade, restrito a algumas palavras (termos) direcionadas às expressões matemáticas; “*pode ser linear ou não*”. A aluna não consegue fazer nenhuma relação do conceito, senão a já estabelecida na pergunta, comportamento comumente encontrado, característico da educação tradicional. Diante do exposto, percebe-se que, assim como a unidade 1.1, a unidade de análise 1.2 evidencia um pensamento moderno de ciência o que a classifica como sendo parte de uma visão euclidiana, categoria Máquina.

Unidade 1.3: “*A Teoria do Caos se baseia na forma determinística*”.

A aluna “B” associa a Teoria do Caos à forma determinística, aparentemente nada de novo é explicitado na unidade no que tange à relação determinismo e comportamento da natureza, mas um fato que surge a partir da unidade 1.3 merece destaque. No sentido de clarificar a análise apresentaremos abaixo as unidades 1.4 e 1.5, a saber;

Unidade 1.4: *“A Teoria do Caos caracteriza-se por mostrar que os fenômenos do universo não são todos possíveis de prever”.*

Unidade 1.5: *“O homem não pode controlar o que não tem controle”.*

Observando as unidades acima citadas constatamos que a aluna “B” ao mesmo tempo em que limita-se a classificar um sistema determinístico como *“linear ou não”*, unidade 1.2, o que nos fez classificar a unidade na categoria Máquina, afirma na unidade 1.3, que a Teoria do Caos; *“se baseia na forma determinística”*. Nesse sentido, a categoria escolhida para a unidade 1.3 segue o mesmo argumento, ou seja, a unidade 1.3 tem caráter euclidiano. Inicialmente não trataremos o conceito teórico, essa análise será feita no tópico; Conceito teórico para a aluna B.

Nessas unidades, 1.2 e 1.3, notam-se comportamentos iguais. O que não se verifica nas unidades 1.4 e 1.5. Na unidade 1.4, a aluna evidencia que; *“os fenômenos do universo não são todos possíveis de prever”*. Desse modo, sistemas determinísticos são imprevisíveis. Não acreditamos ser esse conceito baseado na teoria matemática que a aluna possui, uma vez que percebemos um equívoco, pois a aluna não classificou o sistema como não linear.

Contudo, a unidade 1.4 apresenta uma característica para o referido sistema, o que não se percebe nas unidades anteriores. A aluna mostrou-se “livre” para expressar seu entendimento, mesmo que um pensamento em desacordo com a teoria do caos. Ainda sim, classificamos a unidade 1.4 na categoria Máquina.

Na unidade 1.5 a aluna afirma: *“O homem não pode controlar o que não tem controle”*, a aluna desprende-se da linguagem matemática, apesar de apresentar um cunho cartesiano. Nesse sentido, o homem não controla porque

não tem como prever, a unidade 1.5 mostra-se ampla, no que tange ao que a aluna apresenta como representação do sistema, a relação do homem com a natureza que o cerca se faz muito mais pela falta de controle dos fenômenos que a mesma natureza apresenta, do que propriamente com a tentativa de representá-los e/ou equacioná-los.

Desse modo, a unidade está nitidamente associada aos fenômenos a partir das características: impossibilidade de separar o sujeito que conhece do objeto conhecido; inexistência de uma hierarquia de “a priori”; postura fenomenológica; visão fractal. Desse modo, a unidade 1.5 é classificada na categoria Rede.

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para a aluna B.

Quadro 3: Pergunta 1 - Seção 1 - Aluna B

Quadro 3. Unidades teóricas da aluna B selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 1, questionário 1, seção 1 - etapa 1 (Antecipação) alocadas às categorias.	
Aluna B	Categoria
Unidade 1.1: sistemas aleatórios não existem um padrão para determiná-lo.	Máquina
Unidade 1.2: sistemas determinísticos podem ser caracterizados; podendo ser linear ou não.	Máquina
Unidade 1.3: a teoria do caos se baseia na forma determinística.	Máquina
Unidade 1.4: a teoria do caos caracteriza-se por mostrar que os fenômenos do universo não são todos possíveis de prever.	Máquina
Unidade 1.5: o homem não pode controlar o que não tem controle.	Rede

6.2.4 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 - Conceito teórico – Seção 1 - Aluna B

Um breve comentário a respeito da unidade 1.1

Para a aluna B - Sistemas Aleatórios “*são sistemas em que não existe um padrão para determiná-los*”. Nesse caso, já mencionamos o caráter cartesiano da unidade, contudo supomos que a aluna refere-se exatamente a alguma equação ou fórmula matemática para tentar representar o sistema em análise. Nesse sentido, vale destacar que, uma vez sendo um sistema aleatório, não existe uma ordem, e um padrão no sistema como um todo.

Unidade 1.2: “*Podem ser caracterizados; podendo ser linear ou não*”. Sim, sistemas determinísticos podem ser lineares ou não. A resposta da aluna não apresenta equívoco algum, porém numa análise inicial, não nos possibilita encontrar obstáculo e/ou possibilidade na tentativa de direcionar o próximo passo na busca de hipóteses que corroborem o objetivo da pesquisa. A aluna respondeu parte do texto da pergunta 1.

Unidade 1.3: “*A Teoria do Caos se baseia na forma determinística*”. É o chamado caos determinístico, pois existe uma equação que define o seu comportamento. Esta equação pode ser representada graficamente, formando uma bela figura chamada atrator. Algo curioso pode ser exposto nesse momento. Na unidade 1.4, para a aluna B: “*os fenômenos do universo não são todos possíveis de prever*” e ainda segundo ela, essa seria uma característica mostrada pela teoria do Caos.

A Teoria do Caos permite que as pessoas passem a ver ordem e padrão onde antes, por conta de uma visão reducionista de mundo, só se observava a aleatoriedade, a irregularidade e a imprevisibilidade. Esta visão, além de ir de encontro à afirmação da aluna, mostra que a unidade 1.4 apresenta uma característica de ciência moderna. Ressaltamos que anteriormente, na análise da mesma unidade 1.4, já destacamos o caráter moderno em detrimento da visão contemporânea nessa unidade.

Podemos dizer que com a visão complexa de mundo a realidade tem uma irregularidade regular, uma imprevisibilidade previsível, uma desordem ordenada. Nesse sentido, o caos seria caracterizado pela (aparente) imprevisibilidade de comportamento e pela grande sensibilidade a pequenas variações nas condições iniciais de um sistema dinâmico.

6.2.5 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 1 - Aluna C

A aluna C descreve sistemas aleatórios como sendo sistemas que:

Resposta da aluna C: *“Sistemas aleatórios: relacionados a variáveis aleatórias, problema onde temos uma função aleatória. Sistemas determinísticos: estão ligados a objetos que estão pré-definidos. Acredito que para a teoria dos caos sejam utilizados os sistemas aleatórios”.*

Unidade 1.1: *“Sistemas Aleatórios estão relacionados a variáveis aleatórias”.*

A aluna relaciona o sistema a variáveis e, em seguida, especifica essas variáveis como sendo aleatórias. Indiscutivelmente, categoria Máquina. Inicialmente percebemos uma linguagem matemática muitíssimo apropriada para designar o sistema em questão, uma vez que, variável aleatória pode ser entendida como uma variável quantitativa, cujo resultado depende de fatores aleatórios. Porém, analisando as unidades seguintes, a saber: unidade 1.2, 1.3 e 1.4, intuimos que a aluna não mostra o mesmo conhecimento matemático nessas unidades. Nesse sentido, a busca pela modelagem matemática não oferece uma referência no que tange ao conhecimento teórico, contudo favorece a visão de uma resposta voltada a categoria Máquina.

Unidade 1.2: Sistemas Aleatórios; *“problemas onde temos uma função aleatória”.* Mais uma vez está evidente o caráter moderno também na unidade 1.2. A aluna faz referência à função aleatória. Matematicamente, variável

aleatória é uma função que associa elementos do espaço amostral a valores numéricos. Unidade 1.2 categoria Máquina.

Unidade 1.3: “*Sistemas determinísticos estão ligados a objetos que estão pré-definidos*”. Categoria Máquina.

Unidade 1.4: “*Os sistemas aleatórios são utilizados para a Teoria do Caos*”. A unidade 1.4 comprova a contradição apresentada pela aluna quando tenta associar sistemas aleatórios à teoria do caos e destaca o caráter reducionista da unidade. Uma vez que, como antes mencionado, variável aleatória pode ser entendida como uma variável quantitativa, cujo resultado depende de fatores aleatórios, a relação acima classifica a unidade 1.4 na categoria Máquina.

Não demos destaque a todas as unidades no tópico *conceito teórico* a não ser o que achamos relevante para o objetivo da pesquisa.

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para a aluna C.

Quadro 4: Pergunta 1 - Seção 1 - Aluna C

Quadro 4. Unidades teóricas da aluna C selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 1, questionário 1, seção 1 - etapa 1 (Antecipação) alocadas às categorias.	
Aluna C	Categoria
Unidade 1.1: sistemas aleatórios estão relacionados a variáveis aleatórias.	Máquina
Unidade 1.2: problemas onde temos uma função aleatória.	Máquina
Unidade 1.3: sistemas determinísticos estão ligados a objetos que estão pré-definidos.	Máquina
Unidade 1.4: os sistemas aleatórios são utilizados para a teoria do caos.	Máquina

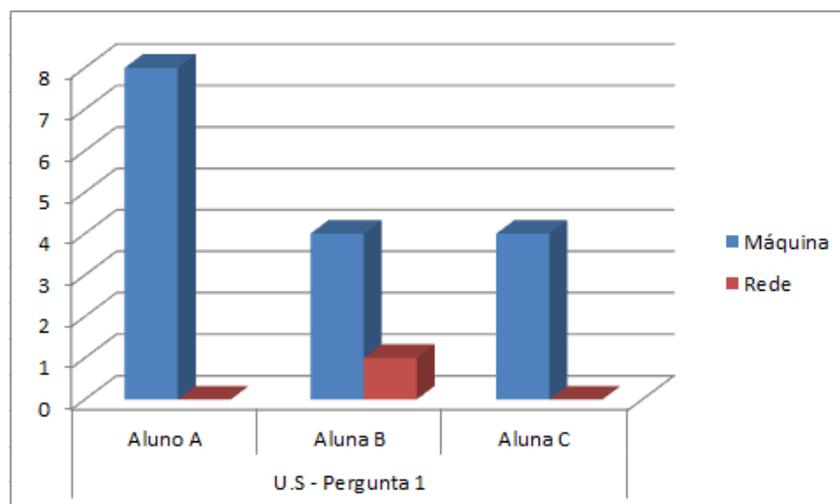
6.2.6 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 - Conceito teórico – Seção 1 - Aluna C

Unidade 1.4: “Os sistemas aleatórios são utilizados para a Teoria do Caos”. Destaca-se que: a Teoria do Caos é uma parte importante dos sistemas dinâmicos não-lineares (complexos). Os estados deste processo podem ser perfeitamente quantificáveis e previsíveis pela utilização de modelos matemáticos, analíticos ou numéricos que descrevem o sistema utilizando equações não lineares além de equações lineares que se utilizavam até bem pouco tempo.

Na figura 17 são mostrados os resultados das análises classificadas por categoria para cada aluno.

6.3 Gráfico da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 1

Figura 17: Gráfico representativo das unidades de significados e categorias por aluno.



6.4 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1

A pergunta 2, do questionário 1, buscou compreender quais as concepções dos alunos a respeito da Teoria dos Fractais, uma vez que fractais foi o tema escolhido para ser tratado a partir de uma perspectiva da ciência contemporânea. Destacamos a importância da pergunta 2 como viés norteador da pesquisa, a compreensão do que cada aluno apresentou como resposta para essa pergunta favoreceu a construção do planejamento, um dos instrumentos metodológicos utilizados.

Nesse sentido, um objetivo dentre outros seria tornar possível que os fractais motivassem o pensar sobre o distanciamento entre os conteúdos matemáticos estudados nas escolas e o mundo onde estamos imersos, gerando também preocupações e/ou necessidades em compreender os fenômenos naturais numa perspectiva complexa.

Desse modo, as unidades analisadas buscam identificar não apenas a posse, pelos alunos, do conceito teórico, mas principalmente os obstáculos e/ou possibilidades emergidos a partir da própria análise. Que concepção de ciência está presente na resposta apresentada uma vez que, para a pesquisa, fractal representa uma “quebra” de paradigmas? Os alunos conseguem identificar diferentes características entre a geometria euclidiana e a fractal? O que significa dimensão fractal e o que esse conceito representa no mundo contemporâneo? A teoria do Caos, a teoria dos Fractais, o sistema complexo, a teoria dos construtos pessoais de Kelly e a interdisciplinaridade. Qual a relação que estabelecem com a ciência contemporânea?

Na pergunta 2, aparentemente simples na sua construção, encontramos livre acesso para o surgimento de diferentes hipóteses que servem como respostas às perguntas mencionadas no parágrafo anterior. Desse modo, a exemplo da pergunta 1, a pergunta 2, mais do que apenas analisar se os alunos seriam capazes de apresentar uma resposta embasada em teorias matemáticas, buscou fundamentalmente a compreensão das unidades de

significado, no que tange a perceber a relação entre o conceito e o fenômeno ao qual está associado.

A pergunta 2, visando estabelecer o conhecimento prévio dos estudantes sobre a Teoria dos Fractais, foi: *O que você entende por Teoria Fractal e que relação ela tem com a perspectiva euclidiana de representação da natureza?*

O quadro abaixo apresenta as unidades teóricas, dos alunos A, B e C, selecionadas após a unitarização do *corpus* do texto correspondente as respostas da pergunta 2, questionário 1, etapa 1 (Antecipação), ao serem questionados sobre teoria fractal e sua relação com a perspectiva euclidiana de representação da natureza.

Quadro 5: Unidades teóricas - Pergunta 2 - Seção 1

Quadro 5. Unidades teóricas, dos alunos A, B e C, selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 2, questionário 1, seção 1 - etapa 1 (Antecipação), ao serem questionados sobre teoria fractal e sua relação com a perspectiva euclidiana de representação da natureza.		
Aluno A	Aluna B	Aluna C
Unidade 2.1: forma como a matéria se organiza.	Unidade 2.1: teoria dos fractais é o estudo de formas.	Unidade 2.1: fractais são figuras da geometria não euclidiana.
Unidade 2.1: padrões de figuras apresentadas na geometria euclidiana.	Unidade 2.2: forma que se repete infinitas vezes dando origem a outras formas.	Unidade 2.2: fractais estão presentes na topografia.
	Unidade 2.3: repetição cria padrões que se relacionam com a geometria euclidiana.	

6.4.1 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1 - Aluno A

O aluno A, descreveu Teoria dos Fractais como sendo:

Resposta do aluno A: *É a forma com que a matéria se organiza, e essa organização acaba por seguir padrões de figuras apresentadas na geometria euclidiana.*

Unidade 2.1: *“A Teoria dos Fractais é a forma como a matéria se organiza”.*

A unidade 2.1 que surge, a partir da desconstrução do texto que é tido como resposta a pergunta 2, inicialmente não foi classificada como categoria Máquina, uma vez que o aluno relaciona a teoria com algo que conhece, que lhe é familiar (forma como a natureza se apresenta). Não se percebe uma linguagem matemática preponderante, mesmo tendo se referido a formas, nesse caso, a palavra forma significa; aspecto físico próprio dos objetos e seres, é como a matéria se organiza. O aluno demonstra algum conhecimento a respeito da teoria, ainda que não tenha sido descrita com exatidão.

Uma análise abrangente da unidade 2.1 permitiu observar que o aluno A, descreveu a teoria dos fractais sem fazer referência à dimensão ou alguma outra característica como, por exemplo, autossimilaridade. No entanto, observando a unidade 2.2 que afirma: *“Fractais são padrões de figuras apresentadas na geometria euclidiana”*, consideramos relevante o cunho reducionista. O paradigma em questão mostra-se euclidiano. O aluno A, deixa claro a concepção mecanicista de ciência. Apesar de mostrar conhecimento em relação à geometria de Euclides, demonstra uma confusa relação entre essa geometria e a teoria dos fractais.

Desse modo, as unidades 2.1 e 2.2 foram classificadas na categoria Máquina.

De acordo com Assis et al. (2008):

Descobertas recentes revelam que modelos matemáticos euclidianos, de há muito estabelecidos e que procuram reproduzir a geometria da natureza, às vezes se apresentam incompletos e, em determinadas situações, inadequados. Especificamente, muitas das formas encontradas na natureza não são círculos, triângulos, esferas, icosaedros ou retângulos. Enfim, não são simples curvas, superfícies ou sólidos,

conforme definidos na geometria clássica de Euclides (300 a.C), cujos teoremas possuem lugar de destaque nos textos de geometria.

Tentando representar a geometria da natureza, os alunos, ainda crianças, já se mostram familiarizados com a geometria euclidiana, a lua, por exemplo, pode sempre ser representada por um círculo, já o desenho de uma casa é, quase sempre, uma junção de quadrados, retângulos e triângulos. Até mesmo as flores do jardim podem ser representadas por retas, circunferências e semicircunferências.

A seguir as unidades significativas e suas respectivas categorias para o aluno A.

Quadro 6: Pergunta 2 - Seção 1 - Aluno A

Quadro 6. Unidades teóricas do aluno A selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 2, questionário 1, seção 1 - etapa 1 (Antecipação) alocadas às categorias.	
Aluno A	Categoria
Unidade 2.1: forma como a matéria se organiza.	Máquina
Unidade 2.1: padrões de figuras apresentadas na geometria euclidiana.	Máquina

6.4.2 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Conceito teórico – Seção 1 - Aluno A

Na tentativa de descrever o que compreendia como teoria dos fractais e sua relação com a geometria euclidiana, o aluno A, apresentou um equívoco quando afirmou: “*Fractais são padrões de figuras apresentadas na geometria euclidiana*”. Tecnicamente, um fractal é um objeto que apresenta invariância na sua forma à medida que a escala, sob a qual o mesmo é analisado, é alterada, mantendo-se a sua estrutura idêntica à original. Isto não é o que ocorre, por

exemplo, com uma circunferência, que parece reduzir a sua curvatura à medida que ampliamos uma das suas partes (ASSIS et al., 2008). Outras características dos fractais serão exploradas nas análises das unidades que seguem.

6.4.3 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1 - Aluna B

A aluna B, descreve Teoria dos Fractais como sendo:

Resposta da aluna B: Teoria dos fractais é estudar uma forma que se repete infinitas vezes dando origem a outras formas, mas essa repetição dá-se de tal forma que é possível criar padrões, daí a relação com a geometria euclidiana.

Unidade 2.1: “*Teoria dos Fractais é o estudo de formas*”.

A unidade 2.1 carácter mecanicista. O ramo da matemática que estuda as formas, planas e espaciais, com as suas propriedades chama-se Geometria. Mesmo usando a expressão “Geometria fractal” para representar uma figura fractal, é preciso a compreensão da particularidade encontrada nessa geometria. Desse modo, a unidade 2.1, quando caracteriza teoria dos fractais como estudo de formas, demonstra a relação de representação do espaço físico (sistema) como sendo apenas o euclidiano, ao cálculo exato, priorizando, portanto, os aspectos quantitativos da Matemática. Para Silva e Flôres (2005, p.2):

A geometria clássica modela as estruturas da natureza de forma simplificada e macroscópica, não levando em consideração uma infinidade de pequenos detalhes. Por não conseguir modelar a complexidade das estruturas encontradas na natureza, a Geometria Euclidiana adapta as formas dos objetos naturais às suas limitações. Por outro lado, a Geometria Fractal procura adequar-se para modelar melhor as estruturas finas e complexas desses objetos.

Desse modo, é fundamental o entendimento das distintas geometrias citadas neste trabalho. A geometria fractal será sempre mencionada como uma geometria do complexo. As imagens fractais podem apresentar uma infinidade de formas diferentes, não existindo assim uma aparência consensual. Essa geometria não é nada convencional.

A aluna B, ratifica a consideração apresentada acima nas unidades que se seguem:

Unidade 2.2: *“Forma que se repete infinitas vezes dando origem a outras formas”*.

Unidade 2.3: *“Repetição cria padrões que se relacionam com a geometria euclidiana”*.

A partir da unidade 2.2, a aluna B, apresenta a palavra; *“repetir”* para descrever fractais, o que evidencia uma “compreensão básica” para o entendimento do que sejam esses objetos e/ou processos. A associação, coerente, da palavra ao processo (teoria) mostra-se presente ainda na unidade 2.2, a saber; *“... se repete infinitas vezes dando origem a outras formas”*.

Não obstante, ainda que demostre alguma relação pertinente, a aluna B, apresenta um equívoco que será comentado no tópico *conceito teórico*, mas que evidencia, mais uma vez, o caráter cartesiano das três unidades acima destacadas. Uma vez que a unidade 2.3 afirma: *“Repetição cria padrões que se relaciona com a geometria euclidiana”*, essa relação estende-se ao tratamento matemático quantitativo, distante de uma visão sistêmica da ciência. Se fractais estão relacionados com a geometria euclidiana, então como considerá-los uma temática contemporânea? Desse modo, as unidades 2.1, 2.2 e 2.3 estão na categoria Máquina.

A seguir as unidades significativas e suas respectivas categorias para a aluna B.

Quadro 7: Pergunta 2 - Seção 1 - Aluna B

Quadro 7. Unidades teóricas da aluna B selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 2, questionário 1, seção 1 - etapa 1 (Antecipação) alocadas às categorias.	
Aluna B	Categoria
Unidade 2.1: teoria dos fractais é o estudo de formas.	Máquina
Unidade 2.2: forma que se repete infinitas vezes dando origem a outras formas.	Máquina
Unidade 2.3: repetição cria padrões que se relacionam com a geometria euclidiana.	Máquina

6.4.4 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Conceito teórico – Seção 1 - Aluna B

Em síntese, um fractal é uma forma cujas partes são réplicas do todo sob algum aspecto. Na nossa análise, a aluna B, como antes mencionado, inicialmente apresentou uma descrição relevante no que tange ao entendimento do fenômeno. Contudo, a unidade 2.3: “*criar padrões que se relacionam com a geometria euclidiana*”, apresenta um equívoco conceitual. Os “*padrões*” criados pela teoria fractal se diferenciam em diversos aspectos dos padrões euclidianos, uma vez que os modelos a serem seguidos na teoria fractal são representados a partir de características presentes em todos os fractais, como a auto-semelhança e complexidade infinita.

6.4.5 Outro olhar – Um destaque a unidade 2.3 da Aluna B

Neste tópico chamamos atenção às unidades que se referem à teoria fractal como tendo alguma relação com a geometria euclidiana. Uma análise menos criteriosa, pode acrescentar um grau de relativa coerência nas unidades

quando citam tal relação. Contudo, nossa análise busca encontrar possibilidades e/ou obstáculos nas unidades, no que tange a compreensão do conceito abordado, e o modo como essas possibilidades e/ou obstáculos podem conduzir de maneira satisfatória o aprendizado do próprio conceito.

Desse modo, entendemos que a análise é um movimento sempre inacabado de procura de mais sentidos, de aprofundamento gradativo da compreensão dos fenômenos (MORAES, 2003). Pretende-se então, buscar nas unidades a condição satisfatória para construir hipóteses, o que, quase sempre, vai significar uma análise, densa, dependente, também, da criatividade que debruçamos sobre a mesma unidade. Como nos diz Moraes:

A teorização implica um movimento de afastamento do material empírico, um exercício de abstração em que se procura expressar novas compreensões que a análise possibilitou. A impregnação nos dados possibilita *insights* criativos que, uma vez explicitados com clareza, constituem novas teorias sobre os fenômenos investigados. MORAES (2003, p.205).

Portanto, o que pretendemos é justificar nossa escolha em relação à classificação das unidades em cada categoria. Desse modo, em algumas unidades de significado, buscaremos a compreensão do que foi descrito, a partir do que não foi descrito.

Nesse sentido, permite-se intuir que a unidade 2.3 não se contrapõe ao conceito de fractais, uma vez que, algumas figuras, objetos e processos fractais se apresentam como formas possíveis de serem percebidas, a partir da geometria de Euclides. Ressalta-se um aspecto fundamental da teoria dos construtos pessoais de Kelly. O ciclo da experiência inicia-se quando a pessoa, ao utilizar seu sistema de construtos, busca antecipar o evento futuro, através da construção de modelos tentativos. Dependendo da capacidade da pessoa de construir a réplica do acontecimento, a pessoa busca se preparar para o encontro com o evento.

6.4.6 Análise da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1 - Aluna C

A aluna C, descreve Teoria dos Fractais como sendo:

Resposta da aluna C: *Fractais são figuras da geometria não euclidiana.*

Unidade 2.1: *“Fractais são figuras da geometria não euclidiana”.*

Presença da ciência moderna na descrição acima. A aluna “C” afirma: *“Fractais são figuras da geometria não euclidiana”.* Nota-se, mais uma vez, a tendência em descrever processos e/ou objetos utilizando-se exclusivamente a linguagem matemática. Entende-se a linguagem matemática como:

organizadora de visão de mundo, deve ser destacada com o enfoque de contextualização dos esquemas de seus padrões lógicos, em relação ao valor social e à sociabilidade, e entendida pelas intersecções que a aproximam da linguagem verbal. (GRANELL, 2003, p. 28).

Esse enfoque de contextualização nem sempre acontece. Como ressalta Granel (2003), a linguagem matemática deve ser organizadora de visão de mundo. Nesse sentido, os alunos apenas organizam respostas como lhes são organizadas perguntas. Este cenário, característico da escola moderna, apresenta-se a favor da fragmentação e prioriza os aspectos quantitativos da Matemática.

Dessa forma, a geometria fractais resume-se apenas a um ramo da matemática que estuda as propriedades e comportamentos dos fractais. A aluna descreve a geometria fractal utilizando-se como parâmetro a geometria euclidiana. Desse modo, a linguagem matemática apresenta-se como um entrave à compreensão de mundo.

Nesse sentido, os leitores, no contexto moderno, que se mostram capazes de entender a natureza são aqueles que entendem caracteres

matemáticos. Na unidade 2.1 a aluna responde à pergunta utilizando-se de caracteres matemáticos o que a classifica na categoria Máquina.

Unidade 2.2: *“Fractais estão presentes na topografia”*.

Na unidade de significado 2.2 observa-se uma característica da categoria Rede. Nesta unidade, não percebemos uma associação direta do processo fractal com a matemática “pura”. Entende-se como matemática pura aquela que não se preocupa com sua aplicação. O que se verifica é a aplicabilidade dos fractais, uma vez que a aluna afirma: *“Fractais estão presentes na topografia”*. Nesse sentido, a matemática dos fractais, mostrou-se favorável à estruturação do pensamento favorecendo um ensino de matemática centrado em atividades pedagógicas mais reflexivas e menos memorísticas. Portanto, a unidade 2.2 insere-se na categoria Rede.

Pode-se observar, a partir das análises das unidades 2.1 e 2.2, que a aluna demonstrou conhecimento em relação à pergunta. Apesar de sucinta, a resposta trouxe coerência entre o conceito e aplicabilidade dos fractais. O destaque na unidade 2.2 dar-se-á a partir da relação estabelecida entre fractais e topografia.

Segundo Uzeda (1963), *topografia* é a arte de representar em uma folha de papel, determinada superfície do solo terrestre, com todos os detalhes naturais. Seria determinar analiticamente as [medidas](#) de área e perímetro, localização, orientação, variações no relevo e ainda representá-las graficamente em cartas (ou plantas) topográficas.

Nesse sentido os fractais, conforme o modelo fractal digital da topografia, permite o estudo de áreas através de reconhecimento de padrões. Tornam-se métodos necessários para a descrição e representação das superfícies destas áreas. Desse modo, a relação apresentada pela aluna “C” evidencia conhecimento no que tange a aplicabilidade dos fractais.

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para a aluna C.

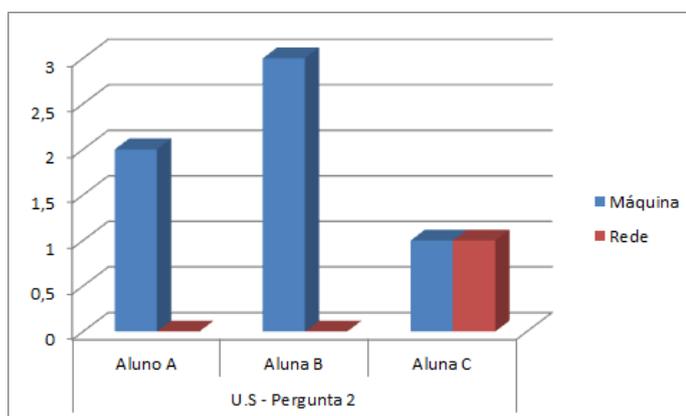
Quadro 8: Pergunta 2 - Seção 1 - Aluna C

Quadro 8. Unidades teóricas da aluna B selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 2, questionário 1, seção 1 - etapa 1 (Antecipação) alocadas às categorias.	
Aluna C	Categoria
Unidade 2.1: fractais são figuras da geometria não euclidiana.	Máquina
Unidade 2.2: fractais estão presentes na topografia.	Rede

Na figura 18 são mostrados os resultados das análises classificadas por categoria para cada aluno.

6.5 Gráfico da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 1

Figura 18: Gráfico representativo das unidades de significados e categorias por aluno.



6.6 Considerações da 1ª etapa do ciclo (Antecipação) – Questionário 1 – Perguntas 1 e 2 – Seção 1

Nesta primeira etapa da análise, pôde-se perceber que, uma das principais preocupações dos alunos, está centrada na linguagem matemática. Foi possível observar, diferentes unidades de significado voltadas, predominantemente, para uma visão mecanicista, envolvendo campos do saber matemático e fazendo poucas associações aos fenômenos naturais.

Envolvendo uma concepção moderna de ciência, as unidades foram divididas em dois grupos categorias: um que comportou em sua estrutura: separação sujeito/objeto; representação do espaço físico como sendo apenas euclidiano; cálculo exato; priorização dos aspectos quantitativos da Matemática; visão euclidiana e, por isso, classificadas como categoria máquina. O outro, do qual percebemos aspectos de desenvolvimento de uma nova abordagem didática, com o intuito de promover novas reflexões e de favorecer a relação das equações e os fenômenos a elas referidos, foi classificado na categoria Rede.

Nas unidades de significado analisadas na etapa 1, apenas duas foram classificadas na categoria Rede, a saber; a unidade 1.5 da aluna “B” e a unidade 2.2 da aluna “C”, uma vez que encontramos presentes na estrutura de cada uma dessas unidades, as características: impossibilidade de separar o sujeito que conhece do objeto conhecido, inexistência de uma hierarquia de “*a priori*”, postura fenomenológica, visão fractal.

Até o presente momento, os resultados das unidades de significado da primeira análise indicam que: “a partir do momento em que existe um consenso por parte de um grupo de cientistas sobre determinadas ocorrências ou fenômenos, começa uma sinergia unificadora em torno da nova temática” (MORAES, 2004, p. 31). Estamos diante de um paradigma.

Os resultados preliminares das unidades analisadas determinaram a escolha do caminho que foi delineado para a próxima etapa do ciclo, a saber: Investimento. Após as observações seguiram-se as escolhas das leituras e

pesquisas prévias que os alunos realizariam sobre determinado tema que seria estudado.

7.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 2ª ETAPA DO CICLO

Como antes mencionado, a segunda etapa, denominada Investimento, consiste em investir, de alguma forma, para participar de um evento de forma satisfatória. Para Ferreira (2005), a etapa do investimento refere-se às leituras e pesquisas prévias que o aluno realiza sobre determinado tema que será estudado futuramente. Não trataremos muito a respeito dessa etapa, uma vez que não houve registro documentado, contudo vale salientar que a postura direcionada na aula foi muito pela explanação oral por parte do pesquisador, um momento de intenso questionamento e reflexões logo após o término do vídeo: Alta ansiedade – A matemática do caos – Parte I

8.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 3ª ETAPA DO CICLO

Conforme ressalta Kelly, a etapa de Encontro é o momento em que ocorre o evento, ou seja, o contato dos alunos com o vídeo e os dois experimentos didáticos, com o intuito de mostrar o comportamento da dimensão fractal e discutir a necessidade de adequação entre os valores fracionários encontrados e as formas dos corpos (geometrias) presentes na natureza. Para tanto, foram trabalhados, nesta intervenção didática, o uso de programas computacionais, gráficos, volume da esfera (euclidiana) e cálculos usando paquímetro.

O nosso intuito, nessa etapa, foi relacionar tais conceitos com o paradigma emergente. Nessa perspectiva, foi observado e registrado (por escrito) o relato dos alunos sobre a prática e anotados pelo pesquisador as observações, as percepções (expressas), indagações e questionamentos dos alunos no decurso dos experimentos.

De acordo com Moraes (2000, p.31):

O ensino de Ciências leva em consideração a utilização de atividades experimentais, na sala de aula ou no laboratório, como essencial para a aprendizagem científica e, além disso, permite maior interação entre o professor e os alunos, proporcionando, em muitas ocasiões, a oportunidade de um planejamento de ações e o uso de estratégias de ensino que podem levar à melhor compreensão dos conceitos de Ciências.

Abaixo seguem alguns comentários de alunos que participaram da etapa 3 (Encontro). Os comentários se referem ao texto: Dimensão Fractal, já mencionado neste trabalho.

Aluno A: “A dimensão fractal é de suma importância em diversos campos de aplicação, seja na sala de aula, na ciência, nas descobertas da medicina. A visão que temos depois que conhecemos um pouco mais da dimensão fracionária é de bastante importância no desenvolvimento do aluno. Precisamos desenvolver o tema, levar à sala de aula a questão dos fractais”.

Aluna B: “O texto mostra de forma clara como é a prática dos fractais, isso ajudou muito no desenvolvimento cognitivo, a prática sempre chama mais atenção porque lida com o dia a dia da gente. Texto bem simples mas carregado de informações”.

Aluna C: “A partir do texto eu entendi (acho que entendi) o que é dimensão fractal. Foi através da fórmula $m = n^D$ que eu entendi que a dimensão fractal pode ser fracionária. Diferentemente da dimensão euclidiana. O texto é simples e muito didático”.

Os comentários acima mostram que os alunos não só participaram prazerosamente da atividade como também assimilaram os conceitos propostos durante a intervenção. Além disso, os alunos relacionaram tais conceitos com o paradigma emergente.

8.1 Intervalo entre as aulas na 3ª etapa – Coletando os dados das provas da unidade realizadas pelos alunos

Como antes mencionado, a etapa 3 foi realizada em duas aulas com um intervalo de 15 dias entre elas. Nesse ínterim, foram realizadas leituras das provas da unidade e coletados alguns dados relevantes para a pesquisa. As leituras foram apenas das respostas relativas a pergunta 2 da prova que versava sobre: interdisciplinaridade, a disciplina Fundamentos e Vivências em Práticas Interdisciplinares e sua relação com temas científicos. A seguir a pergunta 2:

Como destacamos no tópico; *detalhando os passos metodológicos – a prova*, foram lidas nas provas, apenas as respostas relativas a pergunta 2, a saber: *Na disciplina (F.V.P.I), abordamos temas científicos como forma de entender os rumos da ciência e o desenvolvimento do pensamento científico. Em que sentido essa proposta contribuiu na sua formação para que compreenda o que seja interdisciplinaridade?*

8.2 Comentário da prova

Nosso objetivo foi tão somente, identificar e compreender algumas questões relativas à visão dos alunos quanto aos conceitos e discussões apresentados na pergunta. Desse modo, o que se observa ao “analisar” a concepção de estudantes da área de ciências quando vivenciam atividades interdisciplinares e com foco no paradigma da complexidade? Nesse sentido, os dados coletados apresentaram relevância como resposta ao questionamento acima.

Ressalta-se que a fundamentação teórica para a análise dos dados coletados durante esta pesquisa, não está presente como embasamento teórico para os comentários que se seguem, uma vez que os comentários se apresentam sem o rigor conceitual esperado na análise dos dados propriamente dita.

Pergunta: *Na disciplina (F.V.P.I), abordamos temas científicos como forma de entender os rumos da ciência e o desenvolvimento do pensamento científico. Em que sentido essa proposta contribuiu na sua formação para que compreenda o que seja interdisciplinaridade?*

Aluno A: "...a disciplina de Fundamentos e Vivências em Práticas Interdisciplinares, possibilitou essa visão do aluno como profissional com questões globais. Achei bastante relevante estudarmos um pouco e conhecermos temas como a teoria do caos e a teoria dos fractais, pois até então não sabíamos ao certo ao que dizia respeito. Também posso citar como contribuição da disciplina para minha formação o avanço da ciência totalmente vinculada a interdisciplinaridade... ... a disciplina de FVPI ajudou a expandir a prática da interdisciplinaridade em sala de aula..".

Aluna B: "...a proposta da disciplina FVPI que foi abordar essa ciência que existe e que muitas vezes não vimos em sala de aula foi e vai ser de muita importância para a minha vida profissional, pois os assuntos abordados como; teoria dos caos, teoria dos fractais, teoria quântica, entre outros foi muito relevante para a construção de pensamentos e ideias novas para a minha como ser humano e profissional".

Aluna C: "...verificamos no decorrer do curso de como é vista a maneira de interagir os campos de conhecimento. Schrodinger famoso físico, quando ele se perguntou o que é a vida abre caminho para a revolução da ciência. Ai sim temos algo que transcende as questões disciplinares e suscita novas questões. A questão de como os fractais podem ajudar a ciência a investigar o mistério de nosso complexo cérebro e identificar se aquele individuo tem tendências a ter determinado tipo de doença ou não. Exemplos como esses vemos a importância do que vem a ser interdisciplinaridade".

Comentário: Percebe-se nas respostas acima a importância da disciplina FVPI uma vez que oportuniza a integração do conhecimento proporcionando o pensamento sistêmico em contraposição ao paradigma moderno. Destaca-se na resposta 1: *"...também posso citar como contribuição da disciplina para minha formação o avanço da ciência totalmente vinculada a interdisciplinaridade.."* esse trecho evidencia uma ciência que também mostra-

se adequada a prática interdisciplinar. Nesse sentido, a visão reducionista e fragmentada sede espaço a necessidade do complexo. Nota-se ainda um desejo de mudança; “... a disciplina de FVPI ajudou a expandir a prática da interdisciplinaridade em sala de aula...” mais que necessário, a resposta apresenta a vontade de mudar e o favorecimento encontrado no sentido de que a universidade deve ser a engrenagem facilitadora do processo. Na resposta 2 destacamos o seguinte trecho: “*abordados como; teoria dos caos, teoria dos fractais, teoria quântica, entre outros foi muito relevante para a construção de pensamentos e ideias novas para a minha como ser humano*”, fica evidente a transformação na maneira de pensar e novos “construtos” são atribuídos ao repertório. Ideias novas podem significar “rupturas” quando um paradigma sofre por não mais solucionar problemas que se apresentam de difíceis soluções, e particularmente quando estes problemas vão de encontro as bases deste paradigma e resiste às tentativas de solução, há existência de uma crise. Os defensores do paradigma antigo perdem a confiança, e surge a necessidade de troca deste paradigma. Destaca-se na resposta 3: “... *Schroedinger famoso físico, quando ele se perguntou o que é a vida abre caminho para a revolução da ciência*”. O questionamento oportuniza a discussão e nos faz encontrar respostas para problemas onde antes se mostravam sem respostas. Nesse sentido a ciência praticada nas escolas tem limitado o questionamento e enrijecido a criatividade do indivíduo.

. Como diz Pombo (2004, p. 10):

Trata-se de reconhecer que determinadas investigações reclamam a sua própria abertura para conhecimentos que pertencem, tradicionalmente, ao domínio de outras disciplinas e que só essa abertura permite aceder a camadas mais profundas da realidade que se quer estudar. Estamos perante transformações epistemológicas muito profundas. É como se o próprio mundo resistisse ao seu retalhamento disciplinar. A ciência começa a aparecer como um processo que exige também um olhar transversal.

Desse modo, ao “analisar” a concepção de estudantes da área de ciências quando vivenciam atividades interdisciplinares e com foco no paradigma da complexidade, intuímos que, as três respostas observadas trazem a importância da interdisciplinaridade nas disciplinas dos cursos de graduação, uma vez que ela favorece a compreensão de complexidade.

9.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 4ª ETAPA DO CICLO

Conforme enfatiza Kelly, esta etapa de confirmação ou desconfirmação, é o momento em que o aluno testa suas hipóteses, confirmando-as ou desconfirmando-as a respeito do que previu sobre o assunto em questão. Nesta etapa, no primeiro momento, os alunos assistiram a um vídeo sobre a interdisciplinaridade, seguida de uma discussão sobre a temática e, como fechamento, segundo momento, responderam a um questionário (Anexo 3) com questões de reflexão, feitas pelo pesquisador, sobre as relações entre o tema norteador da aula, a saber: interdisciplinaridade, fractais e o paradigma emergente.

Destacamos uma das respostas apresentadas pelos alunos envolvidos na etapa 4. Nesse sentido, nossa intenção é tão somente perceber a relação pensamento emergente, interdisciplinaridade e fractais.

Abaixo segue a resposta de um aluno que participou da etapa 4 (Confirmação ou Desconfirmação). A resposta selecionada refere-se a pergunta 4 do questionário 2, a saber: *Em sua opinião, de que maneira o pensamento complexo e a interdisciplinaridade estão relacionados com a visão de uma ciência contemporânea?*

Resposta do Aluno: *“Atualmente a ciência se relaciona com os fatos e acontecimentos do dia a dia de forma que um pequeno acontecimento influencia em outro de proporção muito maior. Temos que analisar esses acontecimentos e interpretá-los cientificamente”.*

Comentário: A pergunta se refere à interdisciplinaridade e pensamento complexo, e na resposta do aluno essas palavras não são citadas. Porém, o aluno faz uma relação “curiosa”, ele descreve o que podemos entender como o “caos matemático”, a saber: um sistema que tem extrema sensibilidade às condições iniciais. Ótimo! Uma percepção adequada ao paradigma emergente, o aluno usando seus construtos, suas teorizações, a tentativa de antecipar eventos. Nesse sentido, o aluno mostrou distanciamento do pensamento fragmentado uma vez que evidenciou o comportamento caótico como representativo dos fenômenos contemporâneos.

10.0 RESULTADOS E DISCUSSÕES – 5ª ETAPA DO CICLO

Última etapa do Ciclo da Experiência (Revisão Construtiva), como já mencionado neste trabalho, de acordo com Kelly (1963) na etapa da Revisão o indivíduo (aluno) se coloca a repensar toda situação e, se for o caso, amplia o limite de validade de sua hipótese inicial. Nesse momento é preciso que aluno tome conhecimento da mudança, caso contrário, a experiência não ocorreu.

Nesta etapa cada aluno retornou ao questionário respondido na etapa 1 (Antecipação) no sentido de investigar mais uma vez a sua construção, e se necessário, apresentar novas respostas na seção 2. Observaram-se as respostas e, a partir da impregnação nas unidades de significado, buscou-se encontrar se de alguma maneira as concepções foram alteradas e quais perspectivas de ciência se mostraram preponderante nas unidades selecionadas. O que se pretendeu foi verificar se ocorreram possíveis modificações nos sistemas de construtos pessoais dos alunos.

10.1 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2

Visando observar se ocorreram modificações nos sistemas de construtos pessoais dos alunos no que tange ao conceito sobre Sistemas aleatórios, Sistemas determinísticos, lineares e não lineares e Teoria do Caos, os alunos foram novamente submetidos a seguinte pergunta: *Encontramos duas definições de categorias de sistemas, a saber, sistemas aleatórios (probabilísticos – sem memória) e sistemas determinísticos (lineares e não lineares, caóticos), você se recorda o que cada uma dessas definições significa? Dentre essas duas categorias, qual serve de objeto para a Teoria do Caos? Explique.*

Na etapa da Revisão Construtiva, como antes mencionado, buscamos verificar se ocorreram possíveis modificações nos sistemas de construtos dos alunos. Nesse sentido, precisamos comparar as respostas à pergunta 1, na seção 1, com as respostas apresentadas na seção 2 do mesmo questionário.

Destaca-se neste momento que, como já evidenciado neste trabalho, mais do que apenas analisar se seriam capazes de apresentar uma resposta embasada em teorias matemáticas. A compreensão das unidades de significado buscou, principalmente, perceber a relação entre esses conceitos e o fenômeno em si. Desse modo, seguem abaixo as unidades de significados selecionadas após a etapa da Revisão Construtiva.

A tabela abaixo apresenta as unidades teóricas, dos alunos A, B e C, selecionadas após a unitarização do *corpus* do texto correspondente as respostas da pergunta 1, questionário 1, etapa 5 (Revisão Construtiva), ao serem questionados sobre sistemas aleatórios, determinísticos lineares, não-lineares e teoria do caos.

Quadro 9: Unidades teóricas - Pergunta 1 - Seção 2

Quadro 9. Unidades teóricas, dos alunos A, B e C, selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 1, questionário 1, seção 2 - etapa 5 (Revisão Construtiva), ao serem questionados sobre sistemas aleatórios, determinísticos lineares, não-lineares e teoria do caos.		
Aluno A	Aluna B	Aluna C
Unidade 1.1: sistemas probabilísticos são sistemas que a princípio possuem a mesma probabilidade de ocorrer.	Unidade 1.1: sistemas probabilísticos são sistemas que não possuem memória.	Unidade 1.1: sistemas probabilísticos - é quando não se consegue determinar algo com exatidão.
Unidade 1.2: não havendo interferência de eventos passados.	Unidade 1.2: os fatos acontecem independentemente do que acontece antes.	Unidade 1.2: sistemas probabilísticos - sabemos que podem ou não acontecer.
Unidade 1.3: sistemas lineares são sistemas que podem ser determinados por uma ordem.	Unidade 1.3: sistemas determinísticos são sistemas com memória, pode-se pensar numa previsão.	Unidade 1.3: sistemas determinísticos - são divididos em lineares e não lineares.
Unidade 1.4: podemos definir equações que representam esse sistema.	Unidade 1.4: sistema determinístico linear - a previsão é feita com exatidão.	Unidade 1.4: sistemas lineares - existe fatores o qual irá interferir em algo.
Unidade 1.5: sistemas não lineares são sistemas constituídos por uma desordem.	Unidade 1.5: sistema determinístico não linear - a previsão torna-se quase impossível.	Unidade 1.5: sistemas lineares - as vezes esse algo pode até ser manipulado.
Unidade 1.6: não existe um método específico para determinarmos, uma equação que o defina.	Unidade 1.6: sistema determinístico não linear - as condições iniciais são influenciadoras do resultado.	Unidade 1.6: sistemas não lineares - não podemos manipular e definir.
Unidade 1.7: nesses sistemas a condição inicial é fundamental para o resultado final.	Unidade 1.7: sistemas não lineares - são objetos de estudos do Caos.	Unidade 1.7: sistemas não lineares - como se ocorresse ao acaso.
		Unidade 1.8: sistema determinístico se enquadraria melhor para a teoria do caos.

A seguir seguem as análises das unidades apresentadas na tabela acima alocadas às suas respectivas categorias.

10.1.1 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2 - Aluno A

Após as etapas; Antecipação, Investimento, Encontro e Validação o aluno “A”, descreve sistemas aleatório como sendo sistemas que:

Resposta do aluno A: *“Sistemas probabilísticos são sistemas onde cada evento a princípio possui uma mesma probabilidade de ocorrer não havendo interferência por eventos passados”*

Unidade 1.1: *“Sistemas Probabilísticos - São sistemas que a princípio possuem a mesma probabilidade de ocorrer”.*

Percebe-se, inicialmente, a partir da análise da unidade de significado 1.1 da etapa da Revisão Construtiva, uma diferença substancial na resposta apresentada pelo aluno “A” em relação à etapa da Antecipação, uma vez que, na etapa da Antecipação na seção 1, para a pergunta 1, o aluno mostrou-se familiarizado à concepção cartesiana evidenciada a partir da relação do modelo matemático e da experimentação como linguagem para o conhecimento científico.

A diferença mencionada acima se apresenta na unidade 1.1 quando ao descrever sistemas aleatórios o aluno “A” se refere a sistemas probabilísticos como sendo: *“sistemas que a princípio possuem a mesma probabilidade de ocorrer”*. Fato que merece destaque: o aluno “A”, na construção da unidade 1.1, não se utiliza predominantemente da linguagem matemática, a linguagem é mais “leve” e favorece o entendimento por parte do leitor. Um leigo em matemática, bem provavelmente compreenderia a descrição do aluno referida a sistemas aleatórios.

Nesse sentido, o aluno “A”, concede ao leitor uma independência formal, ou seja, o entendimento do fenômeno não está “amarrado” ao conceito matemático puro. Desse modo, percebe-se que podem existir diferentes caminhos para se chegar a um conhecimento científico. Bachelard defende: ‘o espírito científico tem de si formar deformando-se’. (BARRETO, 2002, p. 127).

Isto significa que o estudante fez a escolha por uma interpretação segundo a sua capacidade crítica de julgar e definir aquilo que é mais conveniente e mais adequado para responder a pergunta. Esta escolha só foi possível uma vez que os construtos do aluno foram modificados. Essa proximidade de uma visão sistêmica o favorece a apropriar-se da temática contemporânea dos fractais. Voltaremos a tratar desse assunto no metatexto.

Outro ponto que merece destaque na unidade de significado 1.1 está diretamente associado à unidade 1.2, a saber:

Unidade 1.2: *“Não havendo interferência de eventos passados”*.

Desse modo o aluno “A” destaca a característica sem memória do sistema, fato curioso, pois a descrição, do mesmo sistema, na etapa Antecipação não fez referência ao caráter sem memória do mesmo. Nesse sentido, as unidades 1.1 e 1.2 mostraram-se mais “sólidas” no que tange à adequação do conceito apresentado pelo aluno e do fenômeno em si. Na resposta do aluno, a exemplo da unidade 1.1, houve modificação de sua concepção por apropriar-se do pensamento interdisciplinar, complexo e da visão contemporânea de ciência. Em vista da mudança na maneira como o aluno encarou a pergunta, e os destaques feitos acima, as unidades 1.1 e 1.2 foram classificadas na categoria Rede.

Unidade 1.3: *“Sistemas Lineares são sistemas que podem ser determinados por uma ordem”*.

O aluno “A” modificou a palavra utilizada na resposta da seção 1, a saber; *“padronização”*. Na seção 2, da pergunta 1, o aluno “A” refere-se ao sistema linear fazendo uso da palavra *“ordem”*. Entende-se ordem como: ato ou efeito de distribuir coisas ou seres em posições pré-estabelecidas por alguém ou organização. Enquanto que a palavra *“padronização”* de *“padrão”* e como já mencionado na análise da unidade 1.1, do aluno “A”, significa manter algo em constante estado concreto, de alguma forma igual ao que sempre foi.

Uma análise primeira, não evidencia nenhum avanço conceitual, por parte do aluno “A” no que tange à definição do sistema em questão. Contudo, a

palavra “*ordem*”, no contexto em que se insere, pode fazer referência a desordem do sistema não linear, uma vez que o aluno “A”, a exemplo dos demais alunos que participaram de todas as etapas do ciclo, explorou com maior ênfase o conceito de sistemas não lineares. Nesse sentido, o aluno “A” estaria fazendo uso da palavra “*ordem*”, uma vez que o sistema referido, a saber; linear, apresentava-se divergente em relação ao sistema não linear.

A partir da análise acima, intuímos que mesmo que o aluno “A” tenha obtido uma percepção adequada no que tange a comparação entre um sistema e outro, a saber; linear e não linear, a unidade 1.3 manteve o caráter mecanicista e reducionista antes apresentado. Este pensamento reforça-se a partir da análise da unidade 1.4 conforme segue abaixo.

Unidade 1.4: “*Podemos definir equações que representam esse sistema*”.

Nota-se, mais uma vez, a visão de mundo cartesiana como sendo uma máquina perfeita, governada por leis exatas. Na unidade 1.4, da seção 2, o aluno “A” retoma a descrição apresentada na unidade 1.4 da seção 1. Desse modo, as unidades 1.3 e 1.4 foram classificadas na categoria Máquina.

Unidade 1.5: “*Sistemas não Lineares são sistemas constituídos por uma desordem*”.

Essa unidade classifica sistema não linear como: “*sistemas constituídos por uma desordem*”. O aluno “A” evidenciou um ponto fundamental do sistema; a desordem. Destacamos que; na unidade 1.5, da seção 1, não há nenhuma referência à desordem, o aluno limitou-se a descrever o sistema como: “*Sistemas não lineares – não podem ser descritos por um conjunto de equações*”. Nesse sentido, a unidade 1.5 apresentou um avanço conceitual, contudo, a partir da análise da unidade 1.6 intuímos que o aluno manteve a descrição do sistema predominantemente tradicional não evidenciando mudança de paradigma, ou seja, o aluno não foi capaz de adequar o conceito do sistema ao comportamento do mundo no qual está inserido.

Neste trabalho, as modificações observadas nas unidades significativas surgidas a partir da desconstrução do corpus, em particular para essa unidade, nas respostas da seção 2, caracterizam a ideia central desenvolvida nesta pesquisa. Refere-se à emergência do pensamento sistêmico com as práticas desenvolvidas durante o ciclo da experiência de Kelly. Acreditamos que, desse modo, o aluno “A” assim como todos os alunos participantes podem descrever os sistemas envolvidos ainda que os mesmos careçam de sustentação matemática.

Unidade 1.6: *“Não existe um método específico para determinarmos, uma equação que o defina”.*

O aluno, mais uma vez, afirma não existir uma equação que defina sistema não linear. A unidade mantém o rigor tradicional, priorizando o caráter mecanicista, uma vez que “tudo” resume-se em equações. Para o aluno “A” entre as diferenças apresentadas para sistemas lineares e não linear está o fato de que o sistema linear pode ser representado por equações o que não acontece no sistema não linear.

A unidade 1.6 não só apresenta um conceito equivocado, já mencionado no tópico “Conceito Teórico” nas análises das unidades 1.1 a 1.8 do aluno “A”, da seção 1, como também evidencia a mesma postura tradicional apresentada na análise inicial; pergunta 1, seção 1. Desta forma, as unidades 1.5 e 1.6 foram classificadas na categoria Máquina.

Unidade 1.7: *“Nesses sistemas a condição inicial é fundamental para o resultado final”.*

Ora, na unidade 1.7 o aluno “A” mostrou mudança no seu construto (trataremos este pensamento no tópico; conclusão), ou seja, ocorreu uma modificação no pensamento do aluno em relação a sistemas não lineares. Isto mostra que houve uma compreensão adequada do conceito. Um fato nos chama atenção; como pode ter ocorrido mudança relacionada ao conceito do sistema, uma vez que afirmamos, no parágrafo acima, que o aluno apresentou um conceito equivocado?

Na descrição apresentada na unidade de significado 1.7 o aluno afirma que: *“Nesses sistemas a condição inicial é fundamental para o resultado final”*. Esta afirmação evidencia uma condição fundamental para a compreensão do sistema em análise, uma vez que, sistemas não lineares são sistemas onde o seu estado futuro é extremamente dependente de seu estado atual, e pode ser mudado radicalmente a partir de pequenas mudanças no presente.

Segundo Sousa (2009, p.42):

Assim, para George Kelly, cada indivíduo possui um repertório único de construto, diferenciando-se por isso das outras pessoas. Por outro lado, mesmo havendo o aspecto único em cada um, ele também nos diz que existem construtos ou sistemas que são compartilhados e esta é a condição para que haja a comunicação entre as pessoas. Dessa maneira, pelos nossos repertórios de construtos nos diferenciamos dos outros e, ao mesmo tempo, também nos assemelhamos deles.

Dessa forma, mesmo tendo apresentado equívoco quando afirma que para sistemas não lineares: *“Não existe um método específico para determinarmos, uma equação que o defina”*, o aluno “A” apresentou um pensamento “novo” e adequado no que tange à relação sistema e fenômeno no seu repertório de construtos, na unidade de significado 1.7, a saber: *“Nesses sistemas a condição inicial é fundamental para o resultado final”*. Nesta perspectiva, ainda que tenha demonstrado tal tomada de consciência, a classificação da unidade 1.7, se dará a partir da análise das unidades 1.5 e 1.6, o que nos leva a classificá-la na categoria Máquina.

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para o aluno A.

Quadro 9: Pergunta 1 - Seção 2 - Aluno A

Quadro 10. Unidades teóricas do aluno A selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 1, seção 2, questionário 1, etapa 5 (Revisão Construtiva) alocadas às categorias.	
Aluno A	Categoria

Unidade 1.1: sistemas probabilísticos são sistemas que a principio possuem a mesma probabilidade de ocorrer.	Rede
Unidade 1.2: não havendo interferência de eventos passados.	Rede
Unidade 1.3: sistemas lineares são sistemas que podem ser determinados por uma ordem.	Máquina
Unidade 1.4: podemos definir equações que representam esse sistema.	Máquina
Unidade 1.5: sistemas não lineares são sistemas constituídos por uma desordem.	Máquina
Unidade 1.6: não existe um método específico para determinarmos, uma equação que o defina.	Máquina
Unidade 1.7: nesses sistemas a condição inicial é fundamental para o resultado final.	Máquina

10.1.2 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2 - Aluna B

Após as etapas; Antecipação, Investimento, Encontro e Validação a aluna “B”, descreve sistemas aleatório como sendo sistemas que:

Resposta da aluna B: “Sistemas probabilísticos, aleatórios são aqueles que não possuem uma memória, os fatos acontecem independentemente do que acontece antes. Já os determinísticos são sistemas com memória, ou seja, pode-se pensar numa previsão. No linear esta previsão é feita com exatidão, já no não linear esta previsão torna-se quase impossível, tendo em vista que as condições iniciais são influenciadoras do resultado. Os sistemas não lineares são objeto de estudo do caos”.

Unidade 1.1: *“Sistemas Probabilísticos são sistemas que não possuem memória”*.

Na unidade 1.1 pode-se observar que a aluna “B” compreendeu que sistemas probabilísticos são sistemas independentes, sem memória. A resposta, se comparada a unidade 1.1 da seção 1, foi significativamente modificada. Deduzimos que a aluna, após o ciclo da experiência, entendeu o conceito o que lhe permitiu fazer uma reflexão condizente com a pergunta. A unidade 1.1 foi classificada na categoria Rede. Abaixo seguem algumas considerações que enfatizam a escolha da categoria.

Unidade 1.2: *“Os fatos acontecem independentemente do que acontece antes”*.

Os fatos sempre acontecem, porém a aluna destaca: *“independentemente do que acontece antes”*, a afirmação não só ratifica o pensamento da unidade 1.1 como mostra que nesta etapa do Ciclo de Kelly pode-se observar que a aluna “B” já apresenta reflexões de maneira coerente com aquilo que está sendo questionado. Destaca-se ainda que tanto a unidade 1.1 quanto a unidade 1.2 apresentam clareza no que tange à adequação do sistema, sem um modelo matemático predominante, ao comportamento da natureza.

Outra análise relevante refere-se à utilização da palavra *“fato”*, intui-se que a aluna faz menção a algum acontecimento ou fenômeno natural, algo que é parte presente na vida. Dessa forma, a unidade 1.2 também foi classificada na categoria Rede.

Unidade 1.3: *“Sistemas determinísticos são sistemas com memória, pode-se pensar numa previsão”*.

A aluna “B” toma como parâmetro sistemas aleatórios para conceituar sistemas determinísticos, é interessante observar que somente ao perceber o caráter sem memória dos sistemas aleatórios é que ela pôde realmente buscar uma adequação ao conceito de sistemas determinísticos. A análise dessa unidade reforça a ideia de que o conhecimento prévio determina a realidade,

influenciando a observação, ou seja, que o conhecimento científico é uma construção humana que pretende descrever, compreender e agir sobre a realidade e não é considerada uma verdade definitiva, é provisório e sujeito a transformações (MORAES, 2000). Desse modo, a unidade 1.3 foi classificada na categoria Rede.

Unidade 1.4: *“Sistema determinístico linear - A previsão é feita com exatidão”*.

Nessa unidade a aluna “B” tenta diferenciar sistema linear de sistema não linear e novamente se utiliza da comparação. Porém, ressalta-se a modificação no pensamento da aluna, uma vez que na seção 1 ela buscou na própria pergunta a resposta para o questionamento. Na unidade em análise a aluna afirma: *“A previsão é feita com exatidão”*, entretanto, ela não se utiliza da palavra equação, intuímos que na concepção da aluna *“exatidão”* significa que o fenômeno pode ser previsto e não necessariamente calculado.

Observa-se que houve uma mudança significativa no discurso apresentado pela aluna após as intervenções didáticas vivenciadas a partir do ciclo de Kelly, que por certo, ajudaram-na a construir, com clareza, esses conceitos. Ainda que as unidades da seção 2, aparentemente, mantenham a mesma construção, ou seja, palavras e expressões de mesmo valor, fica evidente, após a impregnação das unidades, que o discurso apresenta uma evolução conceitual, a partir da construção do pensamento emergente, o que favorece a compreensão da teoria fractal. É como encontrar ordem em meio ao caos! A unidade 1.4 foi classificada na categoria Rede.

A seguir analisaremos concomitantemente as unidades 1.5 e 1.6, uma vez que as mesmas se completam no que tange à formação do mesmo conceito, a saber; sistema determinístico não linear, e são apresentadas a partir da evolução conceitual e compreensão dos apresentados pela aluna “A”.

Unidade 1.5: *“Sistema determinístico não linear - A previsão torna-se quase impossível”*.

Unidade 1.6: *“Sistema determinístico não Linear - As condições iniciais são influenciadoras dos resultados”*.

Durante as etapas do ciclo vivenciadas em sala, nas aulas da disciplina: Fundamentos e Vivências em Práticas Interdisciplinares – FVPIA percebemos um avanço conceitual relacionado, dentre outros pontos, à teoria do caos e aos fractais. Um fator relevante é analisar nas unidades de significado a apropriação desses conceitos, uma vez que, a partir da perspectiva fractária oportunizamos a visão contemporânea emergente.

A aluna “A” descreve sistema determinístico não linear como sistema em que: *“A previsão torna-se quase impossível”* (unidade 1.5) e *“As condições iniciais são influenciadoras dos resultados”*. (unidade 1.6). Ainda que, como antes mencionado, os estados destes sistemas possam ser perfeitamente quantificáveis e previsíveis pela utilização de equações não lineares é interessante observar que a aluna “B” sugere a desvinculação em relação ao sistema linear. Estas unidades apresentam um acréscimo no repertório de construtos da aluna. As unidades 1.5 e 1.6 foram classificadas na categoria Rede.

Unidade 1.7: *“Sistemas não lineares são objetos de estudos do Caos”*.

A unidade 1.7 afirma: *“Sistemas não lineares são objetos de estudos do Caos”*. Sim, sistemas não lineares são objetos de estudo da teoria do caos. É observada, na unidade em análise, que a aluna já se apropriou da relação entre sistemas não lineares e teoria do caos. Considerando que nas unidades 1.5 e 1.6 a aluna caracterizou os sistemas de forma adequada aos construtos adquiridos a partir da experiência, a unidade 1.7 apoia-se no repertório adquirido e evidencia uma evolução conceitual, contudo, a descrição mostra-se predominantemente reducionista. A aluna “B” não se aprofundou em sua resposta e nem fez referência às questões debatidas durante a vivência do Ciclo da Experiência de Kelly. Desse modo, classificamos a unidade 1.7 na categoria Rede.

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para a aluna B.

Quadro 10: Pergunta 1 - Seção 2 - Aluna B

Quadro 11. Unidades teóricas da aluna B selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 1, seção 2, questionário 1, etapa 5 (Revisão Construtiva) alocadas às categorias.	
Aluna B	Categoria
Unidade 1.1: sistemas probabilísticos são sistemas que não possuem memória.	Rede
Unidade 1.2: os fatos acontecem independentemente do que acontece antes.	Rede
Unidade 1.3: sistemas determinísticos são sistemas com memória, pode-se pensar numa previsão.	Rede
Unidade 1.4: sistema determinístico linear – a previsão é feita com exatidão.	Rede
Unidade 1.5: sistema determinístico não linear - a previsão torna-se quase impossível.	Rede
Unidade 1.6: sistema determinístico não linear - as condições iniciais são influenciadoras do resultado.	Rede
Unidade 1.7: sistemas não lineares - são objetos de estudos do Caos.	Rede

10.1.3 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2 - Aluna C

Após as etapas; Antecipação, Investimento, Encontro e Validação a aluna “C”, descreve sistemas aleatório como sendo sistemas que:

Resposta da aluna C: *“Sistemas probabilísticos é quando não se consegue determinar algo com exatidão, sabemos que pode ou não acontecer. Sistemas determinísticos são divididos em lineares e não lineares onde existem fatores o qual possamos perceber que irá interferir em algo, onde as vezes esses podem até ser manipulados. Não lineares não podemos manipulá-los e definir. Como se ocorresse ao acaso. Acho que o sistema determinístico se enquadraria melhor para a teoria do caos”*

Unidade 1.1: *“Sistemas Probabilísticos - É quando não se consegue determinar algo com exatidão”.*

Na unidade 1.1 da seção 1 a aluna descreveu sistemas aleatórios como: *“Sistemas Aleatórios estão relacionados a variáveis aleatórias”.* Na unidade de significado 1.1 em análise, houve modificação de sua concepção por apropriar-se do conceito, na seção 1 a aluna apenas fez referência a variáveis aleatórias sem, contudo, mostrar adequação do sistema ao fenômeno ao qual se refere. Infere-se, portanto, que as leituras, os vídeos e as discussões a levaram à fundamentação de sua resposta evidenciando evolução conceitual e emergência do pensamento sistêmico.

A unidade 1.1, da seção em análise, descreve sistemas probabilísticos como: *“Sistemas Probabilísticos é quando não se consegue determinar algo com exatidão”*, no repertório de construtos da aluna, esta teoria pode estar relacionada a sistemas não lineares. Essa hipótese é confirmada a partir da análise da unidade 1.2, 1.6 e 1.7 apresentadas a seguir:

Unidade 1.2: *“Sistemas probabilísticos - Sabemos que podem ou não acontecer”.*

Percebe-se que a aluna “C” pretende adequar o sistema ao caráter independente, sem memória. Para ela, os fenômenos representados pelo sistema é causa fictícia de acontecimentos que aparentemente só estão subordinados à lei das probabilidades. Porém, uma inadequação é percebida a partir das análises das unidades que se seguem, a saber; as unidades 1.6 e 1.7. As unidades 1.3, 1.4 e 1.5 serão analisadas a posteriori.

Unidade 1.6: “*Sistemas não lineares - Não podemos manipular e definir*”.

A palavra “manipular” está no sentido de “operar”, operar a partir de modelos matemáticos, operar por equações. A aluna “C” teoriza sistemas não lineares como sendo sistemas os quais não se pode manipular e conseqüentemente não se podem definir comportamentos para o sistema. Nesse sentido, a aluna apresenta um equívoco quanto ao conceito teórico, contudo, esta análise abrange a unidade 1.7.

Unidade 1.7: “*Sistemas não lineares - Como se ocorresse ao acaso*”.

Segundo a aluna “C”, sistemas não lineares comportam-se “*Como se ocorressem ao acaso*”. Uma breve comparação da unidade 1.7 com as unidades 1.1 e 1.2, evidencia que a concepção de sistemas não lineares e sistemas aleatórios se confundem, uma vez que se o acaso determina um sistema probabilístico não deveria ser característica dos sistemas não lineares, o que de fato não é. A complexidade cognitiva de uma pessoa é refletida pelo número de construtos diferentes que ela usa (CLONINGER, 1999).

Dessa forma, antes de categorizar as unidades 1.1, 1.2, 1.6 e 1.7, ressaltamos que houve um aumento das unidades de significados, na seção 1, da pergunta 1 a desconstrução dos textos do corpus, a unitarização, se deu em 4 (quatro) unidades de significado, enquanto que na seção 2 a desconstrução deu origem a 8 (oito) unidades de significado ou sentido. O que ratifica a evolução conceitual e ao mesmo tempo o aumento no seu repertório de construtos. Diante dessas observações, classificamos as unidades 1.1, 1.2, 1.6 e 1.7 na categoria Rede.

Unidade 1.3: “*Sistemas determinísticos são divididos em lineares e não lineares*”.

Unidade 1.4: “*Sistemas Lineares - Existe fatores o qual irá interferir em algo*”.

Unidade 1.5: “*Sistemas lineares - As vezes esse algo pode até ser manipulado*”.

Nas unidades 1.3, 1.4 e 1.5 a aluna “C” demonstra apropriar-se de maneira equivocada do conceito de sistemas determinísticos lineares. As unidades não apresentam coerência, mostrando-se desconexas e confusas. A aluna busca, sem êxito, alguma relação entre as palavras do enunciado da pergunta. Pode-se observar nas unidades que ela não fez uma reflexão maior sobre a relação entre os diferentes sistemas.

Segundo Barros e Bastos (2006, p. 3):

É um processo no qual uma pessoa chega à aprendizagem quando ao longo de várias tentativas de lidar com o evento, ela muda suas estruturas cognitivas para compreender melhor suas experiências, semelhante ao cientista que utiliza o método experimental para ajustar suas teorias.

Dessa forma, a aluna “C”, quando não evidencia evolução conceitual em relação a sistemas determinísticos lineares, ratifica um pensamento já apresentado neste trabalho, onde destacamos que a ênfase em sistemas não lineares pode se incluir como fator da não assimilação do conceito relacionado a sistemas lineares. Nesse sentido o ciclo não provocou mudança nas estruturas cognitivas da aluna.

As considerações feitas nos dois últimos parágrafos mostram que não houve evolução conceitual por parte da aluna. Segundo Moraes (2003), mesmo assim é essencial o esforço de preparação e impregnação para que a emergência do novo possa concretizar-se.

Nesse sentido, percebeu-se, a partir da impregnação nas unidades em análise que a aluna mesmo que de forma desconexa, buscou uma teorização diante da situação. Essa teorização, na perspectiva de Kelly (1963) trata-se de um construto. O sistema de elaboração cognitiva de uma pessoa varia conforme a interpretação de eventos reproduzíveis (HALL; LINDZEY; CAMPBELL, 2000). Uma vez percebida essa teorização nas unidades em análise, a saber: unidades 1.3, 1.4 e 1.5 elas foram classificadas na categoria Rede.

Unidade 1.8: “Sistema determinístico se enquadraria melhor para a teoria do caos”.

A análise da unidade 1.8, evidencia uma concepção inadequada quanto ao conceito de sistema determinístico e sua relação com a teoria do caos. A aluna “C” permaneceu com um discurso objetivo, direto, não agregando na conceituação e nem fazendo referência às questões debatidas durante a vivência do Ciclo da Experiência de Kelly. Não demonstrou apropriação de um dos diferentes sistemas analisados, sendo isso fundamental para a compreensão da teoria do caos e teoria fractal. Portanto, a unidade 1.8 foi classificada na categoria Máquina.

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para a aluna C.

Quadro 11: Pergunta 1 - Seção 2 - Aluna C

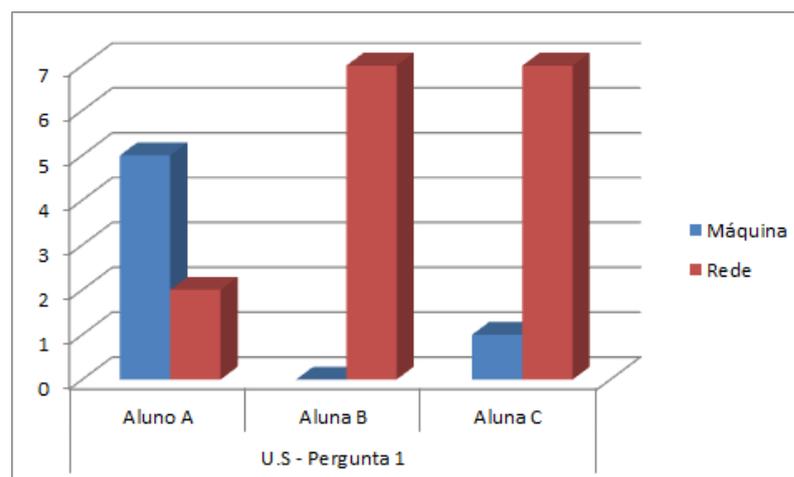
Quadro 12. Unidades teóricas da aluna C selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 1, seção 2, questionário 1, etapa 5 (Revisão Construtiva) alocadas às categorias.	
Aluna C	Categoria
Unidade 1.1: sistemas probabilísticos - é quando não se consegue determinar algo com exatidão.	Rede
Unidade 1.2: sistemas probabilísticos - sabemos que podem ou não acontecer.	Rede
Unidade 1.3: sistemas determinísticos - são divididos em lineares e não lineares.	Rede
Unidade 1.4: sistemas lineares - existem fatores o qual irá interferir em algo.	Rede
Unidade 1.5: sistemas lineares - as vezes esse algo pode até ser manipulado.	Rede
Unidade 1.6: sistemas não lineares - não podemos manipular e definir.	Rede
Unidade 1.7: sistemas	

não lineares - como se ocorresse ao acaso.	Rede
Unidade 1.8: sistema determinístico se enquadraria melhor para a teoria do caos.	Máquina

Na figura 19 são mostrados os resultados das análises classificadas por categoria para cada aluno.

10.2 Gráfico da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 1 – Seção 2

Figura 19: Gráfico representativo das unidades de significados e categorias por aluno.



10.3 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2

Como destacado na análise da pergunta 1, nesta etapa cada aluno retornou ao questionário respondido na etapa 1 (Antecipação) no sentido de investigar mais uma vez a sua construção, e se necessário, apresentar novas respostas na seção 2.

Observaram-se as respostas e buscou-se perceber, a partir da impregnação nas unidades, se de alguma maneira as concepções foram alteradas e quais perspectivas de ciência se mostraram preponderante nas unidades selecionadas. O que se pretendeu foi verificar se ocorreram possíveis modificações nos sistemas de construtos pessoais dos alunos.

Nesse sentido, visando observar se ocorreram modificações nos sistemas de construtos pessoais dos alunos no que tange ao conceito sobre a Teoria dos fractais, os alunos foram novamente submetidos a seguinte pergunta: ***O que você entende por Teoria Fractal e que relação ela tem com a perspectiva euclidiana de representação da natureza?***

O quadro abaixo apresenta as unidades teóricas, dos alunos A, B e C, selecionadas após a unitarização do *corpus* do texto correspondente as respostas da pergunta 2, seção 2, questionário 1, etapa 5 (Revisão Construtiva), ao serem questionados sobre teoria fractal e sua relação com a perspectiva euclidiana de representação da natureza.

Quadro 12: Unidades teóricas - Pergunta 2 - Seção 2

Quadro 13. Unidades teóricas, dos alunos A, B e C, selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 2, seção 2, questionário 1, etapa 5 (Revisão Construtiva), ao serem questionados sobre teoria fractal e sua relação com a perspectiva euclidiana de representação da natureza.		
Aluno A	Aluna B	Aluna C
Unidade 2.1: a teoria dos fractais compreende aspectos que a geometria euclidiana não contempla.	Unidade 2.1: a teoria dos fractais diz respeito a uma geometria da natureza.	Unidade 2.1: a teoria dos fractais nos trás uma nova perspectiva de representar as partes.
Unidade 2.1: exemplos de	Unidade 2.2: na teoria dos	Unidade 2.2: a teoria

fractais: o formato do crescimento dos galhos de uma árvore, a rachadura um bloco de gelo, assim como a arrumação desses cristais.	fractais as coisas mostram figuras tridimensionais.	representa partes que não são possíveis de ser representadas através da geometria euclidiana.
	Unidade 2.3: a teoria dos fractais foge das figuras planas da geometria euclidiana.	Unidade 2.3: na perspectiva de relação com a natureza ela se encaixa na representação de coisas não-euclidianas.
	Unidade 2.4: os fractais se apresentam de forma que o todo está em cada parte.	Unidade 2.4: fractais é uma nova realidade que pode ser enxergada em todas as formas da natureza.
	Unidade 2.5: os fractais se mostram como uma "reprodução" de cada parte e que vai vim representar o todo.	

A seguir seguem as análises das unidades apresentadas na tabela acima alocadas às suas respectivas categorias.

10.3.1 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2 - Aluno A

Após as etapas; Antecipação, Investimento, Encontro e Validação o aluno “A”, descreve Teoria Fractal e sua relação com a perspectiva euclidiana como:

Resposta do aluno A: “A teoria dos fractais compreende aspectos que a geometria euclidiana não contempla. Como exemplo temos o formato de crescimento dos galhos de uma árvore, a rachadura em um bloco de gelo assim como a arrumação desses cristais”.

Unidade 2.1: *“A teoria dos fractais compreende aspectos que a geometria euclidiana não contempla”.*

Na unidade 2.1 percebe-se que o aluno “A” consegue fazer relação com clareza da teoria fractal e da geometria euclidiana. Observa-se que houve uma mudança significativa no discurso apresentado pelo aluno após as intervenções didáticas a partir do ciclo da experiência de Kelly. Assim, as etapas vivenciadas o fizeram ampliar a compreensão a respeito do tema, a saber: fractais.

Vejamos a unidade 2.2 da seção 1 para a mesma pergunta; *“Fractais são padrões de figuras apresentadas na geometria euclidiana”*. Uma breve comparação entre as unidades 2.1 da seção 2 e a unidade 2.2 da seção 1 deixa evidente a distinção entre essas unidades. Na etapa da Revisão Construtiva o aluno “A” não só demonstra evolução conceitual como justifica sua resposta, o que podemos observar tomando como base as ideias que se seguem na unidade 2.2.

Unidade 2.2: *“Exemplos de fractais: o formato do crescimento dos galhos de uma árvore, a rachadura num bloco de gelo, assim como a arrumação desses cristais”*.

Um paradigma emergente! Assim podemos mencionar o grau de surpresa que se manifesta a partir da geometria fractária. De repente vimo-nos confrontados com técnicas e imagens que além de sugestivas não conseguem ser justificadas por muitos. Mas nem sempre precisamos de definições e demonstrações em termos matemáticos tradicionais para compreendê-la. Pois, para tanto, basta estarmos atentos ao mundo à nossa volta.

Nesse sentido, a unidade 2.2 não só esclarece com propriedade um comportamento fractal como apresenta uma perfeita relação do conceito com alguns dos fenômenos que nos são comuns. Dessa forma, as unidades 2.1 e 2.2 inserem-se numa concepção paradigmática emergente, uma visão de ciência contemporânea, distante do reducionismo cartesiano e por isso, classificadas na categoria Rede.

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para o aluno A.

Quadro 13: Pergunta 2 - Seção 2 - Aluno A

Quadro 14. Unidades teóricas do aluno A selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 2, seção 2, questionário 1, etapa 5 (Revisão Construtiva) alocadas às categorias.	
Aluno A	Categoria
Unidade 2.1: a teoria dos fractais compreende aspectos que a geometria euclidiana não contempla	Rede
Unidade 2.2: exemplos de fractais: o formato do crescimento dos galhos de uma árvore, a rachadura um bloco de gelo, assim como a arrumação desses cristais.	Rede

10.3.2 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2 – Aluna B

Após as etapas; Antecipação, Investimento, Encontro e Validação a aluna “B”, descreve Teoria Fractal e sua relação com a perspectiva euclidiana como:

Resposta da aluna B: *“A teoria dos fractais diz respeito a geometria da natureza, onde as coisas mostram uma figura tridimensional e que foge das figuras planas da geometria euclidiana. Os fractais se apresentam de forma que o todo está em cada parte, os fractais se mostram como uma “reprodução” de cada parte e que vai vir representar o todo”.*

Unidade 2.1: *“A teoria dos fractais diz respeito a uma geometria da natureza”.*

A unidade de significado 2.1 evidencia o aspecto representativo da teoria fractal, uma vez que a aluna afirma que a teoria: *“diz respeito a uma geometria da natureza”.* De fato, a teoria fractal pode ser entendida como a geometria da natureza. Considerando as discussões vivenciadas durante as diferentes

etapas do ciclo percebe-se que houve uma mudança conceitual significativa no que tange a compreensão e adequação da teoria as atividades realizadas durante o ciclo da experiência.

Na etapa da antecipação, a aluna “B” fundamentou sua resposta apoiada no formalismo matemático, para depois, se apoiar em novos construtos adquiridos a partir do ciclo da experiência. Ou seja, na revisão construtiva, sua resposta, assim como dos demais alunos que fizeram parte de todas as etapas do ciclo, foram construídas a partir de experimentos, vídeos, leituras e debates. A evolução conceitual evidenciada na unidade 2.1 é ratificada nas unidades que se seguem, a saber: unidade 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5.

Unidade 2.2: *“A teoria dos fractais - As coisas mostram figuras tridimensionais”*.

Como já mencionado neste trabalho, um conjunto é dito Fractal se a dimensão Hausdorff-Besicovitch deste conjunto for maior do que sua dimensão topológica (MANDELBROT, 1998). Observa-se que, mais uma vez, a aluna fundamenta sua resposta apoiada na teoria vista durante o ciclo, as “figuras tridimensionais” podem estar fazendo referência aos cálculos das dimensões fractárias realizados em sala, a saber; o cálculo da dimensão fractal de bolinhas de papel e da vascularização da retina humana. A unidade a seguir, deixa evidente a distinção que a aluna faz entre a visão paradigmática tradicional e o paradigma emergente;

Unidade 2.3: *“A teoria dos fractais foge das figuras planas da geometria euclidiana”*.

A afirmação contida na unidade 2.3 favorece a compreensão da unidade 2.1, no sentido de que; a geometria fractal não é só a geometria da natureza, mais ela também *“foge das figuras planas da geometria euclidiana”*.

Unidade 2.4: *“Os fractais se apresentam de forma que o todo está em cada parte”*.

Unidade 2.5: *“Os fractais se mostram como uma "reprodução" de cada parte e que vai vir representar o todo”*.

Uma impregnação aprofundada com as unidades 2.4 e 2.5 permite intuir do processo analítico a visão sistêmica e oportuniza a perspectiva interdisciplinar e complexa de se perceber o mundo. A aluna “B” evidencia um aspecto fundamental presente em todas as etapas do ciclo, a saber; a busca por uma ciência que se realiza a partir da visão global de mundo.

De fato, a hiperespecialização impede tanto a percepção do global (que ela fragmenta em parcelas), quanto do essencial (que ela dissolve). [...] Entretanto, os problemas essenciais nunca são parcelados e os problemas globais são cada vez mais essenciais. Enquanto a cultura geral comportava a incitação à busca da contextualização de qualquer informação ou ideia, a cultura científica e técnica disciplinar parcela, desune e compartimenta os saberes, tornando cada vez mais difícil sua contextualização. (MORIN, 2000a, p. 41).

A auto similaridade de um processo ou objeto é um aspecto geométrico dele que é invariante por escala. Em outras palavras, uma forma que se repete em si mesma, de maneira semelhante, e independente de proporção, se diz autossimilar. Nesse sentido a autossimilaridade faz “entender” a parte como o todo e o todo como a parte. As unidades 2.1, 2.2, 2.3, 2.4 e 2.5 foram classificadas a categoria Rede.

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para a aluna B.

Quadro 14: Pergunta 2 - Seção 2 - Aluna B

Quadro 15. Unidades teóricas da aluna B selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 2, seção 2, questionário 1, etapa 5 (Revisão Construtiva) alocadas às categorias.	
Aluna B	Categoria
Unidade 2.1: a teoria dos fractais diz respeito a uma geometria da natureza.	Rede
Unidade 2.2: na teoria dos fractais as coisas mostram figuras tridimensionais.	Rede
Unidade 2.3: a teoria dos	

fractais foge das figuras planas da geometria euclidiana.	Rede
Unidade 2.4: os fractais se apresentam de forma que o todo está em cada parte.	Rede
Unidade 2.5: os fractais se mostram como uma "reprodução" de cada parte e que vai vim representar o todo.	Rede

10.3.3 Análise da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2 – Aluna C

Após as etapas; Antecipação, Investimento, Encontro e Validação a aluna “C”, descreve Teoria Fractal e sua relação com a perspectiva euclidiana como:

Resposta da aluna C: “A teoria dos fractais trás uma nova perspectiva de representação de partes que não são possíveis de ser representadas através da geometria euclidiana. Na perspectiva de relação com a natureza ele se encaixa na representação de coisas não euclidianas, que não podem ser representadas no plano. Essa nova realidade nos permite enxergar fractais em todas as formas da natureza. Principalmente para representação dela”.

Unidade 2.1: *“A teoria dos fractais nos trás uma nova perspectiva de representar as partes”.*

Destaca-se na unidade 2.1 a palavra “nova”, a aluna afirma que a teoria; *“trás uma nova perspectiva”.* Essa compreensão pode apresentar a temática dos fractais por meio de uma geometria diferenciada e que poderá ser utilizada como forma de estimulação de aprendizagem para os futuros profissionais, como pode significar a ruptura do pensamento tradicional, baseado na geometria de Euclides, favorecendo a “nova” perspectiva emergente.

Na unidade 2.1 da seção 1, a aluna “C” usou seu repertório de construtos descrevendo a teoria fractal a partir das figuras geométricas, ou seja, fazendo o uso da linguagem matemática. Isto já era esperado para uma aluna nos últimos anos do curso de Licenciatura em Matemática. Porém, na etapa da Revisão Construtiva a aluna mostrou evolução conceitual e descreveu fractais numa perspectiva predominantemente sistêmica. A análise da unidade 2.1 estende-se as unidades 2.2 e 2.3, desta forma essas unidades foram classificadas na categoria Rede.

Unidade 2.2: *“A teoria representa partes que não são possíveis de ser representadas através da geometria euclidiana”.*

Unidade 2.3: *“Na perspectiva de relação com a natureza ela se encaixa na representação de coisas não-euclidianas”.*

Unidade 2.4: *“Fractais é uma nova realidade que pode ser enxergada em todas as formas da natureza”.*

A unidade 2.4 apresenta um equívoco conceitual, porém intui-se que a aluna quando descreve: “[...] *nova realidade que pode ser enxergada em todas as formas da natureza*”. Enfatiza o aspecto da diversidade das figuras, objetos e processos fractal, uma vez que na unidade 2.4 ela cita o caráter representativo dos fractais para coisas não euclidianas. A unidade significativa 2.4 foi classificada na categoria Rede.

A complexidade é o resultado natural da complementaridade entre a ordem e a desordem, e mostra que uma não se reduz à outra nem ambas se resolvem numa síntese, elas convivem como polos antagônicos e mutuamente alimentadores (MARIOTTI, 2002, p.88).

Abaixo as unidades significativas e suas respectivas categorias para a aluna C.

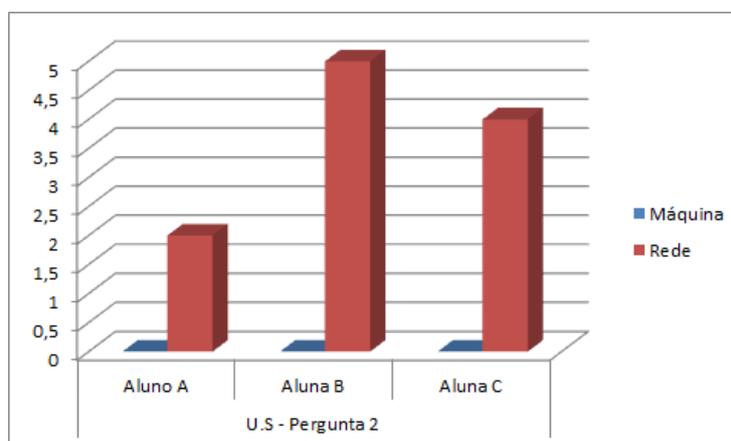
Quadro 15: Pergunta 2 - Seção 2 - Aluna C

Quadro 16. Unidades teóricas da aluna C selecionadas após a unitarização do <i>corpus</i> do texto correspondente as respostas da pergunta 2, seção 2, questionário 1, etapa 5 (Revisão Construtiva) alocadas às categorias.	
Aluna C	Categoria
Unidade 2.1: a teoria dos fractais nos trás uma nova perspectiva de representar as partes.	Rede
Unidade 2.2: a teoria representa partes que não são possíveis de ser representadas através da geometria euclidiana.	Rede
Unidade 2.3: na perspectiva de relação com a natureza ela se encaixa na representação de coisas não-euclidianas.	Rede
Unidade 2.4: fractais é uma nova realidade que pode ser enxergada em todas as formas da natureza.	Rede

Na figura 20 são mostrados os resultados das análises classificadas por categoria para cada aluno.

10.4 Gráfico da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 - Pergunta 2 – Seção 2

Figura 20: Gráfico representativo das unidades de significados e categorias por aluno.



10.5 Considerações da 5ª etapa do ciclo (Revisão Construtiva) – Questionário 1 – Perguntas 1 e 2 – Seção 2

Conforme Moraes (2003), toda análise textual qualitativa corresponde a um processo reiterativo de escrita em que, gradativamente, atingem-se produções mais qualificadas. Como antes mencionado, todo o processo de análise proposto volta-se à produção do referido metatexto. A partir da unitarização e categorização do corpus, constrói-se a estrutura básica do metatexto, objeto da análise. Desse modo, estabeleceremos pontes entre as categorias construídas, sempre no sentido de expressar com maior clareza as novas intuições e compreensões alcançadas neste trabalho.

Na primeira fase da análise das unidades de significado, como já mencionado, pôde-se perceber que, uma das principais preocupações dos alunos, está centrada na construção de um modelo matemático para representação do conhecimento científico; foi possível observar, diversas unidades voltadas para a perspectiva de ciência moderna, envolvendo uma visão reducionista, fragmentada, de separação sujeito/objeto, representação do espaço físico como sendo apenas euclidiano, cálculo exato, e priorização dos aspectos quantitativos da Matemática.

Estas unidades de significado foram divididas em dois grupos, categorias; Máquina e Rede, sendo na etapa 1, apenas duas classificadas na categoria Rede, a saber; a unidade 1.5 da aluna “B” e a unidade 2.2 da aluna “C”, uma vez que, encontramos presentes na estrutura de cada uma dessas unidades, as características: impossibilidade de separar o sujeito que conhece do objeto conhecido, inexistência de uma hierarquia de a *prioris*, postura fenomenológica, visão fractal

Dessa forma, na primeira fase da análise, a forte identificação da visão cartesiana em detrimento da perspectiva complexa, contribuiu para identificar o paradigma dominante como sendo o paradigma tradicional. As análises das unidades na primeira fase permitiram perceber que as concepções prévias dos estudantes da graduação dos últimos períodos da UFRPE que vivenciavam a

disciplina; Fundamentos e Vivências em Práticas Interdisciplinares – FVPI eram desprovidas de conhecimentos que respaldasse a compreensão da Teoria Fractal.

Na segunda fase da análise das unidades de significado, pôde-se perceber que, uma das principais preocupações dos alunos, está centrada na adequação dos fenômenos da natureza e o mundo atual. Qualquer representação do conhecimento científico passou a ter um caráter de inseparabilidade do sujeito, foi possível observar, diversas unidades voltadas para a perspectiva de ciência contemporânea, envolvendo uma visão do complexo.

Dessa forma, na segunda fase da análise, após a impregnação nas unidades de significado, foi interessante observar que, apesar dos alunos terem suas formações baseadas no modelo tradicional da geometria euclidiana, a partir do ciclo da experiência de Kelly novos construtos foram adquiridos, alguns foram modificados e outros se mantiveram inalterados. Nesse sentido, o ciclo mostrou-se importante na adequação da compreensão de mundo e da ciência emergente.

A impregnação leva a novas teorias e nisso surge a importância das unidades, ou seja, a partir delas podemos considerar possibilidades e obstáculos que se tornam relevantes na perspectiva de renovação da ciência. Nesse sentido, as unidades de significados que se aproximam da visão moderna foram interpretadas como obstáculos para a renovação do ensino de ciências, uma vez que elas se caracterizam por práticas presas ao sistema linear cartesiano. Contudo, as unidades que demonstram uma visão interdisciplinar e complexa de ciência foram vistas como possibilidades que favorecem a renovação do ensino de ciências, uma vez que, desse modo, os alunos apresentam, um “campo fértil” à reflexão e, nesse sentido, a unidade caracteriza o novo paradigma.

Como antes mencionado, é importante ressaltar que os conceitos em si, apresentados pelos alunos, foram fundamentais no que tange a escolha das práticas realizadas em cada etapa, pois, o que se pretendia era descobrir

meios para apresentar e/ou adequar esses conceitos a nova experiência, uma vez que a experiência é um fator fundamental na ciência contemporânea. Como já mencionado neste trabalho, para Kelly as pessoas ajustam sua compreensão às realidades na medida da ocorrência de suas experiências (KELLY, 1963).

CONCLUSÃO

Esta dissertação teve como objetivo investigar, numa turma de licenciandos da UFRPE cursando a disciplina: Fundamentos e Vivências em Práticas Interdisciplinares, quais as condições, obstáculos e possibilidades, para que a ciência contemporânea contribua com a necessária renovação do ensino de ciências na formação de professores. Para tanto se recorreu ao caso dos Fractais tendo como base a Teoria dos Construtos Pessoais de George Kelly (1963), mais especificamente o Ciclo da Experiência.

A intervenção foi estruturada em cinco etapas, através das quais os alunos tiveram oportunidade de antecipar e investir na construção do pensamento interdisciplinar e complexo e, posteriormente, confrontar as novas informações adquiridas com suas concepções prévias sobre as relações entre o conceito de fractais, o paradigma tradicional e o paradigma emergente podendo, ou não vir a modificá-las.

A análise qualitativa dos dados revelou que os alunos envolvidos na pesquisa, quase que na sua totalidade, demonstraram terem conhecimento parcial sobre a Teoria dos Fractais. Antes da aplicação do Ciclo da Experiência muitos demonstraram desconhecimento a respeito de Sistemas Aleatórios, Sistemas Determinísticos Lineares e não Lineares. É interessante observar que os alunos pesquisados mostraram-se de acordo com a prática interdisciplinar, entretanto, não relacionavam tal prática com os sistemas complexos, ou seja, a adequação da prática interdisciplinar com os fenômenos contemporâneos não se dava, uma vez que a tentativa frustrada estava sendo feita numa perspectiva mecanicista-reducionista-moderna.

Após as aulas, através da realização do Ciclo da Experiência de Kelly, com os alunos A, B e C que participaram de todo o processo, e ainda dos demais alunos cujas observações dos dados se deram a partir das leituras da pergunta 2 (dois) da prova da unidade e dos comentários feitos após a leitura do texto Dimensões Fractal, foi observado que todos eles incorporaram em suas descrições a necessidade de um paradigma emergente, não fragmentado, que permitisse uma postura complexa para se adequar a novos desafios. A

seguir realizaremos um relato do processo de cada um dos três alunos que participaram de todas as 5 (cinco) etapas do ciclo da experiência de George Kelly.

Com relação ao aluno A, observamos que, no início da nossa pesquisa, suas concepções estavam baseadas em experiências vivenciadas ao longo de sua graduação como aluno da UFRPE, apresentando uma linguagem matemática, tomando como base as ideias da ciência moderna. Na primeira fase de análise de suas unidades de significado todas foram classificadas na categoria Máquina, o que indicou, como antes citamos uma característica mecanicista. Após a vivência do Ciclo da Experiência de Kelly, focou sua resposta não mais apenas em aspectos formais, mas também em aspectos da complexidade, apresentando uma evolução conceitual em seu discurso, ao apropriar-se de conceitos referentes a Teoria do Caos, Teoria dos Fractais e a relação com a ciência contemporânea (Paradigma emergente). Na segunda fase, de um total de 9 (nove) unidades analisadas, 4 (quatro) foram classificadas na categoria Rede.

Com relação à aluna B, percebemos que, no início do Ciclo da Experiência de Kelly, ela respondeu aos instrumentos de análise usados de maneira objetiva, contudo sem referenciais teóricos, ou seja, a aluna demonstrou desconhecimento em relação aos conceitos. Na primeira fase de análise de suas unidades de significado apenas 1 (uma) foi classificada na categoria Rede, todas as outras unidades foram classificadas numa perspectiva reducionista. Entretanto, após a vivência do Ciclo da Experiência de Kelly, as respostas foram bem fundamentadas tanto do ponto de vista do conteúdo como da adequação ao paradigma emergente. Das 12 (doze) unidades analisadas na segunda fase da análise todas foram classificadas na categoria Rede.

No que diz respeito à Aluna C, no início da pesquisa, apresentava um discurso evasivo, não sendo claro em suas respostas e sem maiores aprofundamentos sobre Sistemas, Teoria do Caos e Teoria dos Fractais. Ainda assim, das 6 (seis) unidades analisadas na primeira fase (uma) foi classificada na categoria Rede. Após o Ciclo da Experiência de Kelly, a aluna mostrou-se

mais atenta não só às questões conceituais, apresentando modificações na sua estrutura, como também na adequação dos diferentes sistemas e fenômenos.

Uma vez que a pesquisa tenha ocorrido no ambiente interdisciplinar, a saber, a sala de aula da disciplina Fundamentos e Vivências em Práticas Interdisciplinares, já eram esperados alunos que apresentassem formações diferentes. Esse fato possibilitou que percebêssemos que apesar da evolução conceitual manifestada pelos alunos é importante destacar que essa evolução não ocorreu de igual modo para todos eles o que se fundamenta no Corolário da Individualidade de Kelly. As observações feitas neste trabalho, a partir das análises apresentadas evidenciam que quanto maior for o número de Revisões Construtivas realizadas de um mesmo acontecimento, maior será a variação no sistema de construção da pessoa, esse é o Corolário da experiência.

Durante o desenvolvimento do trabalho a análise dos dados permitiu a seguinte conclusão: a postura moderna tradicional e o rigor matemático dos alunos e as relações predominantemente clássicas estabelecidas entre conceito e a adequação ao mundo atual foram enriquecidas por uma postura onde o diálogo com a incerteza favorece o conhecer e o pensar e que é a partir das relações mais complexas que a percepção do princípio de interdependência se sobressai, bem como as ideias da ciência contemporânea.

Portanto, deixamos como sugestão a introdução das bases do Pensamento complexo-contemporâneo nos cursos de formação em Licenciatura da UFRPE, considerando que tal pensamento pode contribuir para que os alunos possam superar o paradigma mecanicista-reducionista, dentro de uma visão mais ampla sobre a teoria dos fractais, compreendendo sua dimensão complexa e o contexto que envolve os universos desordenados e ordenados, irregulares e regulares, imprevisíveis e previsíveis dentro da sua própria existência. Nesse sentido, contribuímos com a necessária renovação do ensino de ciências.

REFERÊNCIAS

AGOSTINHO, M. C. E. Administração Complexa: revendo as bases científicas da administração. RAE Eletrônica, vol. 2, n.1, p. 2-18, jan/jun. 2003.

ALMEIDA, A. A. O. Os fractais na formação docente e sua prática em sala de aula. 2006. 142 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006. Disponível em <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/arlete_almeida.pdf>. Acesso em: 23 out. 2013.

ALVES, C. M. F. S. J. Fractais: conceitos básicos, representações gráficas e aplicações ao ensino não universitário. 2007. 324 f. Dissertação (Mestrado em Matemática para o Ensino) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2007. Disponível em: <<http://www.scribd.com/doc/20939623/Fractais-Conceitos-Basicos-Representacoes-Graficase- Aplicacoes-ao-Ensino-nao-Universitario>>. Acesso em: 3 set. 2013.

AMARAL, I. A. Oficina de produção em ensino de ciências: uma proposta metodológica de formação continuada. In: TIBALLI, E. F. A. ; CHAVES, S. M. (Orgs.). Concepção e prática em formação de professores: diferentes olhares. Rio de Janeiro: DP&A, 2003, p. 147-164.

ARAUJO, Lázaro de Souto. Análise fractal da vascularização da retina de cães com visão normal. Recife: UFRPE, 2004. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2004.

ARITA, A. C. P; SILVA, F. S. M; GAMBERA, L. R. A geometria da esponja de menger. Departamento de Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - São José do Rio Preto – SP. 2013 Disponível em: <http://www2.fc.unesp.br/revistacqd/v2n2/v2n2_art7.pdf>. Acesso em: 14 de dez. 2014.

ASSIS, T. A. et al. Geometria fractal: propriedades e características de fractais ideais. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 30, n. 2, 2304. 2008.

AZEVEDO, R. O. M. Ensino de ciências e formação de professores: diagnóstico, análise e proposta. Manaus: ESCOLA NORMAL SUPERIOR, 2008. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Ensino de Ciências, Escola Superior Normal na Amazônia, Manaus, 2008.

BAIER, T. O nexó “geometria fractal – produção da ciência contemporânea” tomado como núcleo do currículo de matemática do ensino básico. 2005. 147 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005. Disponível em: <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2005/baier_t_dr_rcla.pdf>. Acesso em: 29 out. 2013.

BARBOSA, R. M. Descobrendo a geometria fractal: para sala de aula. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. 158 p.

BARRETO, Luiz Antônio. Repertórios populares e práticas pedagógicas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE FOLCLORE, 9, 2000. Porto Alegre/RS. Anais... Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 2002.p. 32-136.

BARROS, M. A. e BASTOS, H. F. B. N. Investigando o uso do ciclo da experiência Kellyana na compreensão do conceito de difração de elétrons. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, Florianópolis, v.24, n.1, 2006.

BASTOS, H. F. B. N. Changing teachers' practice: towards a constructivist methodology of physics teaching. 1992. 420f. Tese (PhD em Educação) - Department of Educational Studies, University of Surrey, Grã-Bretanha, 1992.

_____. A teoria do construto pessoal. Recife: UFRPE, 1998.

BEHRENS, M. A. O paradigma da complexidade na formação e no desenvolvimento profissional de professores universitários. Educação, vol. 30, n. 63, p.439-455, set/dez.2007.

BEHRENS, M. A. O paradigma emergente e a prática pedagógica. Rio de Janeiro: Vozes, 2005.

BORBA, M.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty in mathematics education. For the learning of mathematics, v. 17, n. 3, p. 17-23, 1997.

BORSSOI, J. A. Geometria fractal: alguns conceitos e aplicações. Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática), 2005, 39p.

BRASIL, LDB. Lei 9394/96 – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em < www.planalto.gov.br >. Acesso em: 25 Set 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília, 1998. 148 p. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 12 Set. 2013.

CACHAPUZ, A. et al. (Orgs.). A necessária renovação do ensino das ciências. São Paulo: Cortez, 2005.

CAPRA, F. A teia da vida: uma nova compreensão científica dos sistemas vivos. Tradução de Newton Roberval Eichenberg. São Paulo: Cultrix, 2006. 256 p.

CARVALHO, H. C. Geometria fractal: perspectivas e possibilidades no ensino de matemática. 2005. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2005. Disponível em: <http://www.ufpa.br/ppgecm/media/dissertacao_hamilton_cunha_de_carvalho.df>. Acesso em: 22 out. 2013.

CARVALHO, M. C. C. S. et al.,Fractais: uma breve introdução. São Paulo, 1986. 189 p.

CLONINGER, Susan C. Teoria da Personalidade. Trad. Claudia Berliner. São Paulo:

COLOM. A. J. **A (des)construção do conhecimento pedagógico: novas perspectivas para a educação.** Porto Alegre: Artmed, 2004.

D'AMBRÓSIO, U. Educação matemática: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996, 121p.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DELIZOICOV, D.; ANGOTTI, J. A. Metodologia do ensino de ciências. São Paulo, Cortez, 1990.

FAZENDA, Ivani. Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa. 4 ed. Campinas: Papirus, 1999.

FERNANDES, J. A. Fractais: Uma nova visão da Matemática. 2007. 46 f. Trabalho de conclusão de Curso – Centro Universitário de Lavras, Lavras, 2007.

FERREIRA, Nélio Oliveira. Utilizando o ciclo da experiência de Kelly para investigar a compreensão do comportamento dual da luz. Recife: UFRPE, 2005. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

FORTES, Clarissa Corrêa. Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor. Revista acadêmica Senac on-line. 6a ed. setembro-novembro 2009. Disponível em <http://www3.mg.senac.br/Revistasenac/edicoes/Edicao6.htm>. Acesso em 17/11/2014.

FRACALANZA, H.; AMARAL, I. A.; GOUVEIA, M. F. Ensino de Ciências no 1º grau. São Paulo: Atual, 1986.

FUZZO, R. A. Fractais: algumas características e propriedades, 2007. Disponível em: http://www.fecilcam.br/nupem/...iv.../10_FUZZO_REZENDE_SANTOS.pdf Acesso em: 23 set 2013.

GLEICK, James – Caos: a criação de uma nova ciência. Rio de Janeiro : Editora Campus, 1987-1989-1990.

GONÇALVES, A. G. N. Uma seqüência de ensino para o estudo de progressões geométricas via fractais. 2007. 174 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao/andrea_nazuto.pdf. Acesso em: 23 out. 2013.

GRANELL, C. G. A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. In: TEBEROSKY, Ana; TOLCHINSKY, Liliana (Org.). Além da alfabetização: a

aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 2003.

JANOS, M. Geometria Fractal. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.

JAPIASSU, Hilton. Interdisciplinaridade e patologia do saber. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

JOSÉ JÚLIA MARTINS TORRES. Teoria da Complexidade – A Nova Ciência. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=g32M7Q-cNo4>. Acesso em: 13 de jun. 2013.

KELLY, George A. Uma breve introdução à teoria do constructo pessoal. In: Fransella, Fay (ed.) . Manual Internacional de Construção Pessoal Psicologia . Chichester, Inglaterra : John Wiley & Sons, 2003. p. 3-20 . Disponível em: . Acesso em : 23 dez 2013.

KELLY, George A. A theory of personality - The psychology of personal constructs. New York, W.W. Norton & Company, 1963.

KILPATRICK, J. Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. In: KILPATRICK, J.; GÓMEZ, P.; RICO, L. (Eds.). Educación matemática: Bogotá: Universidad de los Andes, 1998. p. 1-18. Disponível em: <<http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf>>. Acesso em: 12 Set. 2013.

KRASILCHIK, M. O professor e o currículo das ciências. São Paulo: Edusp, 1987

KUHN, T.S. A estrutura das revoluções científicas. 2. ed. São Paulo, SP.: Perspectiva, 1978.

LEMOS, G. S. Interdisciplinaridade e pensamento complexo: dois caminhos em busca da totalidade perdida. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/gpforma/2senafe/PDF/035e3.pdf>>. Data de acesso: 13 Out 2013

LIMA, Kilma da Silva. Compreendendo as concepções de avaliação de professores de física através da teoria dos construtos pessoais. Recife: UFRPE, 2008. 163f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2008.

MALCOLM, C. Dividing the kingdom. In: GELLERT, U.; JABLONKA, E. (Ed.) Mathematisation and demathematisation: social, philosophical and educational ramifications. Rotterdam: Sense Publishers, 2007. p. 107-122.

MANDELBROT, B. Objectos fractais. Tradução Carlos Fiolhais e José Luís Malaquias Lima. 3. ed. Lisboa: Gradiva, 1998.

MATTEWS, M. R.; GAULD, C.; STINNER, A. The pendulum: its place in science, culture and pedagogy. In: MATTEWS, M. R.; GAULD, C. F.; STINNER,

A. (Ed). The pendulum: scientific, historical, philosophical & educational perspectives. New York: Springer, 2005. p. 1-17.

MENEZES, M. S.; CUNHA JR, H. A. Formas geométricas e estruturas fractais na cultura africana e afrodescendentes In: DE PRETO A AFRODESCENDENTE: trajetos de pesquisa sobre o negro, cultura negra e relações étnico-raciais no Brasil. Ed. São Carlos: EduFSCar Editora da Universidade Federal de São Carlos, 2003.

MINAYO, M. C. S. (Org.). Pesquisa social: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2001.

MORAES, M. C. B. de. O paradigma educacional emergente. 10. ed. Campinas: Papirus, 2004. 236 p.

MORAES, R. B: Análise não-linear dos diferentes ritmos cerebrais nos registros do eeg em humanos com epilepsia e no ecog de ratos em status epilepticus. Recife: UFRPE, 2010. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Biociência Animal, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2010.

MORAES, R. Construtivismo e Ensino de Ciências: reflexões epistemológicas e Metodológicas. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2000.

MORAES, R. Uma tempestade de luz: a compreensão possibilitada pela análise textual discursiva. Revista Ciência e Educação, v. 9, n. 2, p. 191-211, 2003.

MORAES, Roque (Org.) Construtivismo e ensino de ciências: reflexões epistemológicas e Morin E. Introdução ao pensamento complexo. Porto Alegre: Sulina; 2006.

MORIN, E. (1996). A noção de sujeito. In D. F. Schnitman (Org.), Novos paradigmas, cultura e subjetividade (pp. 45-58). Porto Alegre: Artes Médicas.

MORIN, E. Complexidade e Transdisciplinaridade: a reforma da universidade e do ensino fundamental. Natal: EDUFRRN, 2000.

MORIN, E. Introdução ao pensamento complexo. 3ed. Porto Alegre: Sulina, 2007. 120p.

MORIN, Edgar. Os sete saberes necessários à educação do futuro. São Paulo: Cortez, 2005.

MORIN, Edgar. Os sete saberes necessários à educação do futuro. Trad.: Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaia. São Paulo: Cortez, 2000.

MOURA, E. O conceito de fractal e sua presença pedagógica na educação básica. Campo Grande. UFMS. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2011.

NARDI, R; BASTOS, F; DINIZ, S. da. E.R.Pesquisas em ensino de ciências: Contribuições para a formação de professores. São Paulo: Escrituras editora, 2004, n.5, p. 52 – 53.

NASCIMENTO, L. A.; MARTINAZZO, C. J. A formação de professores na contemporaneidade: desafios e perspectivas. ANDEPSUL, 2008. P. 1-14.

NUNES, R. S. R. Geometria fractal e aplicações. Departamento de matemática pura. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. 2006.

OLIVEIRA, Dejanir. A geometria fractal no ensino fundamental e médio, 2004. Disponível em <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAAJ_0AI/a-geometria-fractal-no-ensino-fundamental-medio>. Acesso em 11 nov. 2013.

OLIVEIRA, L. H. A Matemática do Delírio. SUPERINTERESSANTE. São Paulo: Ed. Abril, ano 8, n. 10, out. 1994. 92 p.

OLIVEIRA, Maria Marly de. Complexidade e dialogicidade trabalhadas no processo de formação de professores. In: OLIVEIRA, Maria Marly de (Org.). Formação de professores: estratégias inovadoras no ensino de ciências e matemática. Recife: UFRPE, 2012. p.13-25.

PADERES, Adriana M. RODRIGUES, Regina de B. GIUSTI, Sonia R. Teoria da Complexidade: percursos e desafios para a pesquisa em educação. Revista de Educação.

<http://200.18.45.28/sites/residencia/images/Disciplinas/pesquisa%20metodo%20complexidade.pdf>. acesso: 15/05/2014

PALLESSI, D. M. Motivação do estudo de progressões aritméticas e geométricas através da geometria fractal. 2007. 57 f. Monografia (Especialização) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Diretrizes curriculares de matemática para a educação básica. Curitiba, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/diretrizes_2009/matematica.pdf>. Acesso em: 10 out. 2013.

PELLOSO, Mauricio Gualberto. Investigando a utilização de gráficos cartesianos como ferramenta para compreensão de conceito de movimento na 1a. série do ensino médio. Recife: UFRPE, 2007. 181f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2007.

PENSAMENTO TRANSDISCIPLINAR: UMA ABORDAGEM PARA COMPREENSÃO DO PRINCÍPIO DA DUALIDADE DA LUZ Paulo Fernando Lima de Souza

POMBO, Olga. Interdisciplinaridade: conceito, problema e perspectiva. In: . A interdisciplinaridade: reflexão e experiência. Lisboa: Universidade de Lisboa, 1993. Disponível em: . Acesso em: 14 dez. 2014. Interdisciplinaridade. Ambições e limites. Lisboa: Relógio d'Água, 2004. Recife. 1998.

REIS, L. F.; TROVON, A. L. C. Ensino Fundamental, 6º ano. 2. ed. Tatuí: Casa Publicadora Brasileira, 2009b. 320 p. (Coleção Aplicando a Matemática).

RIBEIRO, J. S. Matemática: ciência, linguagem e tecnologia, Ensino Médio. São Paulo: Scipione, 2010a. v. 1, 384 p.

RICIERI, A. P., Fractais e Caos: A matemática de hoje. São Paulo: Prandiano, 1990.

SALLUM, E. M. Fractais no ensino médio. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, n. 57, p. 1-8, 2005. Disponível em: <<http://www.rpm.org.br/conheca/fractais.pdf>>. Acesso em: 03 nov. 2013.

SANTOS, C., Fractais e Sistemas de Funções Iteradas, Lisboa, 2007. Tese (Mestrado em Matemática para o Ensino) - Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

SANTOS, C., Fractais e Sistemas de Funções Iteradas, Lisboa, Tese (Mestrado em Matemática para o Ensino) - Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. (Local, ano 2009).

SANTOS, T. S. A inclusão das geometrias não-euclidianas no currículo da educação básica. (Local, Editora, ano 2009)

SCHULTZ, D. P.; SCHULTZ, S. E. Teorias da Personalidade. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

SILVA, Ana Paula T. B. Investigando as concepções sobre força durante o ciclo da experiência kellyana. Recife: UFRPE, 2007. 156f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2007.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszkat. Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação. 3 ed. Rev. Atual. Florianópolis: Laboratório de Ensino à Distância da UFSC, 2001.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. S. V. Matemática: Ensino Médio. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010a. v. 1, 320 p. _____. Matemática: Ensino Médio. 6. ed. São Paulo: Saraiva, 2010b. v. 2, 448 p.

SOBREIRA, F. J. A. A lógica da diversidade: complexidade e dinâmica em assentamentos espontâneos. 2003. 262 f. Tese (Doutorado em Desenvolvimento Urbano) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2003. Disponível em: <<http://fabianosobreira.files.wordpress.com/2009/07/fabiano-sobreira-tese-dedoutorado.pdf>>. Acesso em: 23 set 2013.

SOUZA, F. L: Pensamento transdisciplinar: uma abordagem para compreensão do princípio da dualidade da luz. RECIFE: UFRPE, 2009. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2009.

STEWART, I. Os Números da Natureza: a realidade irreal da imaginação matemática. Rio de Janeiro: Ed. Rocco, 1996. 122p.

STEWART, I. Será que Deus joga dados? a nova matemática do caos. Tradução de Maria Luiza X. A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1991. 336 p.

TÔRRES, J. J. M.; GÓIS, C. W. L. Organização fractal: um modelo e sugestões para gestão. Rev. Ciênc. Admin., Fortaleza, v. 17, n. 3, p. 593-620, set./dez. 2011

TVESCOLA0004. Alta ansiedade – a matemática do caos – parte I. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=PCnxd9wX91c>. Acesso em: 13 de jun. 2013.

TVESCOLA0004. Alta ansiedade – a matemática do caos – parte II. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=PCnxd9wX91c>. Acesso em: 13 de jun. 2013.

UZÊDA, Olívio Gondim. Topografia. Rio de Janeiro: Ed. Ao Livro Técnico., 1963.

ANEXOS

ANEXO 1 - (QUESTIONÁRIO – ETAPA 1 – ANTECIPAÇÃO)

PERGUNTA 1

Encontramos duas definições de categorias de sistemas, a saber, sistemas aleatórios (probabilísticos – sem memória) e sistemas determinísticos (lineares e não lineares), você se lembra o que cada uma dessas categorias significa? Dentre essas duas categorias; qual serve de objeto para a Teoria do Coas? Explique.

Seção 1:

Seção 2:

PERGUNTA 2

O que você entende por Fractal e sua relação com uma perspectiva euclidiana de representação da natureza?

Seção 1:

Seção 2:

PERGUNTA 3

Em sua opinião, de que maneira o pensamento complexo e a interdisciplinaridade estão relacionados com a visão de uma ciência contemporânea?

Seção 1:

Seção 2:

PERGUNTA 4

Como aluno e/ou professor você já obteve conhecimento a respeito da Teoria dos Construtos Pessoais de George Kelly (TCP)? Caso sua resposta seja sim, de que forma a perspectiva Kellyana de aprendizagem, a partir do Ciclo da Experiência (CEK), pode contribuir para uma prática metodológica dentro de uma visão paradigmática emergente?

Seção 1:

Seção 2:

ANEXO 2 – TEXTO - DIMENSÃO FRACTAL

A dimensão fractal é uma quantidade fracionária que representa o grau de ocupação da estrutura no espaço que a contém. Nesse sentido ela se diferencia da dimensão euclidiana, onde um ponto possui dimensão zero, uma linha possui dimensão um, uma superfície possui dimensão dois e um volume possui dimensão três.

A importância dada à dimensão quando se tenta definir fractais nos chama atenção. Neste trabalho iremos abordar o conceito de dimensão fractal e algumas formas de calcular o seu valor. Nos experimentos propostos como parte da metodologia adotada para esta pesquisa trataremos de medidas de objetos que possuem dimensão que divergem das dimensões 1, 2 e 3.

Segundo Capra (2006), quanto mais denteados forem os contornos de um relâmpago ou as bordas de uma nuvem, e quanto mais acidentadas forem as formas de uma linha litorânea e de uma montanha, mais altas serão suas dimensões fractais.

Nesse sentido, a dimensão fractal não trata propriamente do número de coordenadas independentes que possam descrever os pontos de um objeto, porém sendo uma dimensão mais qualitativa, não se restringe aos números 0, 1, 2, 3 e admite números não inteiros e até racionais. (CARVALHO, 2005). Essa visão de dimensão aproxima os resultados de medidas de coisas sem definição clara, com grau de aspereza, ou de fragmentação, ou de irregularidade (GLEICK, 1989).

Conforme (MOURA, 2011) há muitas maneiras de se definir a dimensão (D) fractal, no entanto, uma vez definida quaisquer uma delas, e determinado o valor D para ela, “[...] pode-se tentar definir um conjunto fractal como sendo, ou um conjunto para o qual D é um número real não inteiro, ou um conjunto para o qual D é um inteiro, mas o todo é irregular”. (MANDELROT, 1998. p. 27).

Deste modo ao se determinar dimensões de alguns fractais, como por exemplo, a Curva de Koch ou o floco de neve de Koch, percebe-se que tais dimensões possuem uma grande aproximação com a dimensão de coisas

presentes na natureza. A seguir, será demonstrada uma maneira de se calcular a dimensão fractal de acordo com Moura (2011).

Se tomarmos um segmento de reta podemos dividi-lo em duas partes iguais que são auto-semelhantes, da mesma forma que podemos dividir um quadrado em quatro outros quadrados auto-semelhantes, como também se pode subdividir um cubo em oito cubos menores idênticos. De acordo com Moura (2011), poderíamos ter começado dividindo o segmento de reta em três partes, então o quadrado será dividido com o quadrado do número de partes e o cubo com o cubo dessas partes.

Ao atentarmos para o expoente das subdivisões, veremos que elas representam exatamente a dimensão da forma que está sendo estudada. Chamando de m o número de cópias de si mesmo e n o valor que cada cópia deve ser ampliada para voltar a ter o tamanho original, podemos obter a seguinte expressão para calcular a dimensão D : $m = n^D$ Aplicando o logaritmo em ambos os membros: $D = \log m / \log n$.

Portanto, por esse modo, um segmento de reta que foi dividido em duas partes iguais possui duas cópias de si mesmo e deverá ser ampliado pelo fator dois para voltar ao tamanho original. A dimensão desse segmento será dada por $D = \log 2 / \log 2 = 1$. Aplicando o mesmo procedimento para um quadrado dividido em quatro partes e para um cubo dividido em oito, suas dimensões serão $D_{quad} = \log 4 / \log 2$ e $D_{cubo} = \log 8 / \log 2 = 3$, respectivamente.

Utilizando a expressão em fractais, para a curva de Koch, por exemplo, obteríamos $D_{Koch} = \log 4 / \log 3 = 1,23...$ A análise deste resultado revela que a curva de Koch é mais que uma linha (*dimensão 1*), porém não chega a ser um plano (*dimensão 2*). Do mesmo modo, a dimensão da poeira de Cantor é obtida assim: $D_{cantor} = \log 2 / \log 3 = 0,63...$, mais que um ponto (*dimensão 0*), porém menos que uma linha (*dimensão 1*).

Podemos utilizar esse mesmo processo para calcular a dimensão da esponja de Menger. Como no primeiro estágio da construção da esponja 7 dos 27 cubinhos são retirados, então restam 20 cubos cujas arestas medem 1/3 da aresta original, portanto $D = \log 20 / \log 3 = 2,72...$

APLICAÇÃO DOS FRACTAIS

Muitos objetos de formas extremamente irregulares, interrompidas e aleatórias que possuem conotação com desordem, não se enquadram em modelos da geometria clássica. Nesse sentido, em diversos campos da ciência e da tecnologia encontram-se inúmeras aplicações para a geometria fractal. Na Matemática, Física, Química, Biologia, e principalmente na Medicina, desde a segmentação de imagens, reconhecimento de padrões, oscilações do coração até a aplicação de técnica fractal como ferramenta para auxílio ao diagnóstico médico, por exemplo, a análise fractal do crescimento de tumores cerebrais *in vitro*.

Alguns trabalhos desenvolvidos por alunos do curso de Mestrado em Biometria na UFRPE destacam-se no que tange a aplicabilidade de fractais. Entre eles, podemos citar Araújo (2004) que, em sua pesquisa utiliza a dimensão fractal como parâmetro para a descrição dos padrões dos vasos retinianos em cães com visão normal, a partir do desenvolvimento de um programa para a segmentação das imagens dos vasos retinianos e cálculo das suas dimensões fractais pelos métodos de contagem com caixa (*box-counting*) e de raio de giração (*radius of gyration*).

Outra pesquisa, também do Mestrado em Biometria na UFRPE, mostra que os registros de eletroencefalograma (EEG) e eletrocorticograma (ECoG) são bastante utilizados na clínica para o diagnóstico e acompanhamento da epilepsia, porém as informações contidas nestes registros são subutilizadas, uma vez que são analisadas geralmente pelo olho clínico (MORAES, 2010). Dessa forma, a análise da dinâmica não-linear do (ECoG), a partir de fractais, ajuda na compreensão de desordens neurodegenerativas.

Conforme Mandelbrot (1998), a geometria fractal descreve melhor os fenômenos naturais por fazer uso de seu caráter qualitativo, por visualizar as questões globalmente e contemplar as inter-relações subjacentes.

Alguns trabalhos mostram que estudar fractais na sala de aula pode proporcionar uma melhor assimilação dos conteúdos relacionados direta ou indiretamente ao tema. Vários trabalhos tem destacado a aplicação de fractais

ANEXO 3 – (QUESTIONÁRIO – ETAPA 5 – REVISÃO CONSTRUTIVA)

PERGUNTA 1

De que maneira o uso da tecnologia pode auxiliar no estudo da geometria fractal?

PERGUNTA 2

Na sua concepção como se dá a relação entre a experiência e a aprendizagem?

PERGUNTA 3

Numa perspectiva Kellyana, como se dá a experiência?

PERGUNTA 4

Como professor o que você pensa a respeito da ciência contemporânea e o ensino de ciências nas escolas atuais?
